E 1426
35
1937

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI — ianuarie 1960

1

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 1 — ianuarie 1960

SUMARUL

pag.

1. *Considerente elementare asupra rachetelor interplanetare* de Marcel A. D. Atanasiu 1
2. *În legătură cu divizibilitatea numerelor prin 19* de E. Gaiu 13
3. *Un aparat pentru experienţele de electricitate* de V. Humeni 17
4. *Asupra problemelor 1301 şi 1628* de Liviu Gr. Ixaru 21
5. *Asupra problemelor 3066, 3670 şi 3744* de Andrei Susea 26
6. *Demonstraţia trigonometrică a unei inegalităţi* de Cornel Nicolau 27
7. *O demonstrare a unei inegalităţi trigonometrice* de Ene P. Dumitru 28
8. *Asupra problemei 707 (A)* de Virgil Brişcă . . . 29
9. *O generalizare a problemelor 1719 şi 3168* de Mircea Rădulescu 31
10. *Caleidoscop fizic* de V. Humeni 33
11. *Probleme rezolvate (3392; 3422; 3449; 3484; 3493; 3508; 3510; 3511; 3554; 3555; 3600; 3601; E : 1120; 1340; 1341)* 36
12. *Chestiuni de examen (3969 — 3982)* 51
13. *Probleme propuse (3983 — 4013)* 53
14. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de şapte ani (E : 1441 — 1453)* 59
15. *Rubrica rezolvitorilor de probleme* 61

ANUL XI 1 IANUARIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu St.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAŢIE LUNARA PENTRU TINERET

Anul XI, nr. 1 ianuarie 1960

UN AN DE LA LANSAREA PRIMEI PLANETE ARTIFICIALE A SISTEMULUI SOLAR DE CĂTRE U.R.S.S.

CONSIDERENTE ELEMENTARE ASUPRA RACHETELOR INTERPLANETARE

MARCEL A. D. ATANASIU

Conf. univ., Institutul Politehnic, Galaţi

Populaţia întregului glob a urmărit cu un interes crescînd lansarea celor trei rachete sovietice devenite primii sateliţi artificiali ai Pămîntului.

Această atenţie deosebită s-a schimbat în uimire şi admiraţie, în ziua de 2 ianuarie 1959, cînd U.R.S.S. a lansat prima rachetă interplanetară „Visul", devenită prima planetă artificială a sistemului nostru solar.

Multe probleme dificile au rezolvat savanţii şi tehnicienii sovietici ca să producă viteze de ordinul a 8 km/s (prima viteză cosmică) pentru sateliţi şi pe urmă de ordinul a 11,2 km/s (a doua viteză cosmică) pentru planeta artificială.

Oamenii sovietici pot fi mîndri de-a fi fost primii, care au realizat astfel de performanţe, dovedind totodată şi prin aceasta, superioritatea sistemului socialist.

Unele din problemele mecanice relative la planeta artificială, au şi fost tratate [1]).

Vom relua cîteva dintre problemele mecanice, fără ca seria acestora să fie epuizată.

1. Energia necesară rachetei pentru a obţine cea de a doua viteză cosmică.

Admitem că iniţial racheta are 99 tone şi este compusă din trei etaje (fig. 1 pag. 7), cu masele şi vitezele respective:

$$m_1 = 58\ t; \qquad m_2 = 28\ t; \qquad m_3 = 13\ t.$$

$$v_1 = 3\ \text{km} \cdot s^{-1}; \qquad v_2 = 7\ \text{km} \cdot s^{-1}; \qquad v_3 = 11{,}2\ \text{km} \cdot s^{-1}.$$

Masa etajelor este constituită 80% din combustibil: carburant şi comburant.

Celor trei viteze v_1, v_2 şi v_3 le corespunde trei energii cinetice E_1, E_2 şi E_3. Energia cîştigată de fiecare dată de rachetă este egală cu dife-

1) Vezi GMF(B) Nr. 4 din aprilie 1959. — Alex. Stoenescu: „Cîteva calcule elementare privitoare la prima planetă artificială".

rența dintre energia cinetică pe care o are o anumită structură a rachetei la sfîrșitul duratei acestei structuri și energia cinetică de la începutul acestei noi structuri.

Avem astfel următoarea schemă dinamică a rachetei.

1°. Racheta de masă $m_1 + m_2 + m_3$ ajunge la viteza maximă v_1 și atunci se desprinde masa m_1 a primului etaj al rachetei.

2°. Racheta rămasă cu masa $m_2 + m_3$ ajunge la viteza maximă v_2, moment în care se desprinde masa m_2 a etajului doi al rachetei.

3°. Racheta redusă la masa m_3 a etajului trei, atinge viteza maximă v_3, moment în care este expulzat corpul conteneirului — viitoarea planetă — de masă $m = 0{,}4\ t$ (exact 360,2 kg).

Cu alte cuvinte:

Masa $m_1 + m_2 + m_3$ este supusă la o variație de viteză de la 0 la v_1;

Masa $m_2 + m_3$ este supusă la o variație de viteză de la v_1 la v_2;

Masa m_3, care include masa m a viitoarei planete, este supusă la o variație de viteză de la v_2 la v_3.

Expresia energiei cinetice, în general, este dată de

$$E = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2\,(\mathrm{kg}) \cdot (\mathrm{m/s})^2,$$

în jouli, în sistemul *MKS*.

Avem astfel următoarele energii cinetice:

$$E_1 = \frac{1}{2}\,(m_1 + m_2 + m_3) \cdot v_1^2,$$

$$E_2 = \frac{1}{2}\,(m_2 + m_3)\,(v_2^2 - v_1^2),$$

$$E_3 = \frac{1}{2}\, m_3\,(v_3^2 - v_2^2),$$

încît energia totală W va fi suma

$$W = E_1 + E_2 + E_3$$

adică:

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\,(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + m_3 v_3^2),} \qquad (1)$$

în care

$$m_1 = 58 \cdot 10^3\ \mathrm{kg}; \qquad m_2 = 28 \cdot 10^3\ \mathrm{kg}; \qquad m_3 = 13 \cdot 10^3\ \mathrm{kg};$$

$$v_1 = 3 \cdot 10^3 ms^{-1}; \qquad v_2 = 7 \cdot 10^3 ms^{-1}; \qquad v_3 = 11{,}2 \cdot 10^3 \cdot ms^{-1}$$

Avem deci:

$$W = \frac{1}{2}\,(58 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 10^6 + 28 \cdot 10^3 \cdot 49 \cdot 10^6 + 13 \cdot 10^3 \cdot 125{,}44 \cdot 10^6) =$$

$$= 1762{,}36 \cdot 10^9 \text{ jouli.}$$

$W \approx 1762\ kM\text{jouli}$ [1])

---

[1]) 10^9 unități = 10^3. 10^6 unități = kilomegaunități. Prefixul unităților inferioare precede prefixul unităților superioare.

sau știind că

$$3{,}6\ M\ \text{jouli} = 1\ \text{kWh},$$

$$W = \frac{1762{,}36}{3{,}6} = 489{,}5\ \text{MWh} \approx 490\,000\ \text{kWh}.$$

Dacă ținem seama că timpul total de ardere al întregului combustibil, al unei rachete durează maximum o jumătate de oră (obișnuit, cel puțin pînă acum, circa 10—15 minute) puterea medie P a unei astfel de rachete este:

$$P = \frac{490\,000\ \text{kWh}}{0{,}5\ h} = 980\,000\ \text{kW}$$

$$P \approx 10^6\ \text{kW},$$

adică un milion de kilowați.

Dacă admitem că arderea se face numai în zece minute, puterea rachetei egalează atunci puterea hidrocentralei de la Kuibîșev.

1 a) *Căldura totală degajată în camerele de ardere.*

Această energie cinetică provine din căldura degajată prin consumarea combustibilului, căruia îi atribuim un randament termic de 24%.

Dacă toată cantitatea de căldură Q (cal) degajată în camerele de ardere s-ar transforma în energia cinetică W (jouli), am avea între acestea relația dată de *primul principiu al termodinamicii.*

$$W\ (\text{jouli}) = J\ (\text{jouli/cal}) \cdot Q\ (\text{cal})$$

în care J = echivalentul mecanic al caloriei,

$$J = 4{,}18\ \text{jouli/cal}.$$

Dar, potrivit *principiului al doilea al termodinamicii,* numai procentul η din căldura Q se transformă în energie mecanică astfel că

$$W = \eta J Q,$$

din care deducem

$$\boxed{Q\ (\text{cal}) = \frac{A\ (\text{cal/jouli})}{\eta}\ W\ (\text{jouli})} \qquad (2)$$

în care A = echivalentul caloric al energiei mecanice,

$$A = \frac{1}{J} \approx 0{,}24\ \text{cal/jouli},$$

iar W are expresia dată de relația (1).

Astfel, ținînd seama de valorile numerice calculate în sistemul *MKS*, coerent cu unitățile în care am luat echivalentul caloric al energiei mecanice, relația (2) ne dă:

$$Q = \frac{0{,}24}{0{,}24}\ 1762{,}36 = 1762{,}36\ \text{kMcal}$$

$$Q \approx 1760\ \text{kMcal}.$$

În realitate problema randamentului este mult mai complicată și viteza jetului gazos depinde de mulți parametri printre care: temperatura gazelor arse, forma ajutajului etc., încît se poate ca randamentul considerat de noi să nu corespundă realității. El reprezintă însă o valoare medie adoptată în motoarele rachetă cu combustibil moderni [1]).

2. **Atracția terestră asupra planetei artificiale** în momentul cînd va fi la cea mai mică distanță de noi, la 15 kMm [2])

2 a) *Calculul masei Pămîntului.* Pentru calculul acestei atracții este necesar să calculăm mai întîi masa Pămîntului care se poate obține din relația atracției universale valabilă pentru corpuri sferice sau punctiforme. În mecanica cerească distanțele sînt foarte mari încît ne situăm în ultimul caz. Avem forța

$$F = k\frac{M \cdot m}{R^2}, \tag{3}$$

aplicată unui corp de masă m, de pe suprafața Pămîntului.

În aceste condiții, $k = 6{,}675 \cdot 10^{-8}$ (CGS) [3]).

F = forța cu care Pămîntul atrage corpul (greutatea corpului),

M = masa Pămîntului,

R = raza medie a sferoidului pămîntesc $\approx$ distanța dintre centrele de masă ale celor două corpuri care se atrag reciproc.

Împărțind relația de mai sus prin m, punem în evidență g_n [4]) intensitatea normală a cîmpului gravific pămîntesc superficial,

$$k\frac{M}{R^2} = \frac{F}{m} = g, \tag{4}$$

a cărei valoare medie se stabilește pe paralela 45 (ca și definiția gramului forță și kilogramului forță):

$$g_n = 980{,}665 \text{ cm} \cdot s^{-2}.$$

Constanta k a atracției universale ne este dată în sistemul CGS și constituie o indicație pentru alegerea acestui sistem.

Dar lucrăm în sistemul MKS și determinăm dimensiunile lui k, din relația (4), după cum urmează:

$$[k] = [g]\,[R^2]\,[M^{-1}] = LT^{-2} \cdot L^2 \cdot M^{-1}$$

$$[k] = L^3M^{-1}T^{-2} = \frac{[\text{frecvență}^2]}{[\text{densitate}]} = \frac{[v^2]}{[\varrho]}.$$

Calculăm valoarea lui k în sistemul MKS:

$$k\,(MKS) = k\,(CGS) \cdot L^3M^{-1}T^{-2}\,(MKS) \cdot$$

---

1) Vezi suplimentul la nr. 9 (sept.) 1959 al revistei „Știință și Tehnică".
2) Vezi nota precedentă.
3) k=f, din aceeași expresie dată în articolul citat.
4) g — accelerația normală — notată g_0, mai departe și în art. citat.

Pentru aceasta exprimăm unitățile fundamentale *CGS*, din ultima relație, în unități *MKS*

$$[L] = 10^{-2}\,m\,;\ [M] = 10^{-3}\ \text{kg}\,;\ [T] = 1\ s$$

$$k = 6{,}675 \cdot 10^{-8}\,[10^{-2}]^3 \cdot [10^{-3}]^{-1} \cdot [1]^{-2}\ (MKS),$$

$$k = 6{,}675 \cdot 10^{-11}\ MKS$$

Din relația (4), deducem:

$$M = \frac{gR^2}{k}\,;$$

vom lua rotund:

$$g = 9{,}8\ \text{m/s}^2\,;\ R = 6370\ \text{km} = 6{,}37 \cdot 10^6 m.$$

Deci:

$$M = \frac{9{,}8\ (6{,}37)^2 \cdot 10^{12}}{6{,}675 \cdot 10^{-11}} = 5{,}957 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$$

$$M \approx 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}.$$

2 b) *Calculul forței de atracție.* Bănuim că această forță este foarte mică, de aceea vom lucra în sistemul *CGS*.

Forța F_1 de atracție mutuală dintre cele două planete ne este dată de relația (3) sub forma:

$$F_1 = k\,\frac{M \cdot m}{r_1^2}\,,$$

în care s-a considerat m masa conteinerului

$$m = 0{,}4 \cdot 10^6\,g\,;$$

$$r_1 = 15 \cdot 10^6\ \text{km} = 15 \cdot 10^{11}\ \text{cm}$$

Astfel că:

$$F_1 = 6{,}675 \cdot 10^{-8}\,\frac{6 \cdot 10^{27} \cdot 0{,}4 \cdot 10^6}{(15)^2 \cdot 10^{22}}\ \text{dyn} = 128{,}16\ \text{dyn}$$

$$F_1 \approx 130\ \text{dyn} = 0{,}0013\ N \approx 1{,}3\ mN.$$

Cum vom constata mai departe, atracția F_1 a Pământului la această distanță este neglijabilă față de atracția Soarelui asupra planetei artificiale.

3. **Viteza planetei artificiale pe orbita ei.**

Orbita planetei artificiale este eliptică și Soarele ocupă unul din focarele ei [1]). Viteza planetei nu este constantă pe traiectorie.

Dacă cunoaștem lungimea orbitei L și perioada T de revoluție, vom putea determina o viteză medie v_m de parcurs pe orbită, care ne va permite să cunoaștem viteza planetei în unele puncte remarcabile ale orbitei.

Primul lucru important este deci, să determinăm orbita planetei.

---

[1]) Vezi loco cit. „Legile lui Kepler", GMF (B) nr. 4 din aprilie 1959.

3 a) *Caracteristicile orbitei eliptice* se obțin plecînd de la razele vectoare remarcabile:

r_p = raza vectoare la perihelie[1]) = 146 *kMm*,

r_a = raza vectoare la afelie[2]) = 197 *kMm*.

Suma lor ne dă axa mare a orbitei (elipsă) (fig. 2, pag. 7)

$$2a = r_a + r_p,$$

de unde:

$$a = \frac{r_a + r_p}{2} = \frac{197 + 146}{2} = 171{,}5 \ kMm.$$

Pe de altă parte, diferența lor ne dă dublul abscisei focarelor față de centrul elipsei

$$2c = r_a - r_p,$$

$$c = \frac{r_a - r_p}{2} = \frac{197 - 146}{2} = 25{,}5 \ k\,Mm.$$

Axa mică b a elipsei o calculăm din triunghiul dreptunghic OBF, prin teorema lui **Pithagora**:

$$b^2 = a^2 - c^2,$$

deoarece:

$$BF = a$$

Obținem:

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{(171{,}5)^2 - (25{,}5)^2} \approx 169{,}6 \ kMm.$$

În sfîrșit, excentricitatea

$$e = \frac{c}{a} = \frac{25{,}5}{171{,}5} \approx 0{,}15 \qquad (5)$$

este mică.

3 b) *Lungimea orbitei* nu se poate calcula în mod elementar însă găsim în table expresia ei dezvoltată în serie, în funcție de $\frac{a-b}{a+b}$,

$$L = \pi(a+b)\left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 + \frac{1}{64}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^4 + \frac{1}{256}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^6 + \cdots\right]$$

$$L = \pi(a+b)\,\chi$$

în care:

χ = expresia dintre parantezele mari.

---

[1]) Afelie = distanța cea mai mare pînă la centrul de atracție.
[2]) Perihelie = distanța cea mai mică pînă la centtrul de atracție (Soare).

Pentru:

$$\frac{a-b}{a+b} = 0{,}1;\ 0{,}2;\ \ldots\ \chi = 1.0025;\ 1{,}0100;\ \ldots;$$

În cazul nostru:

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{171{,}5 - 169{,}6}{341{,}1} = 0{,}00557 \approx 0{,}006,$$

astfel că putem lua $\chi = 1$, cu o eroare relativă de ordinul a 10^{-5}, ceea ce este mai mult decît satisfăcător.

Reținem deci:

$$L = \pi (a + b) = 3{,}14\,(171{,}5 + 169{,}6) = 1071{,}054 \qquad (6)$$

$$L \approx 1071\ kMm.$$

3 c) *Perioada exactă* de revoluție o luăm sub forma [1])

$$T = \left(\frac{343}{298}\right)^{3/2} T_p, \qquad (7)e$$

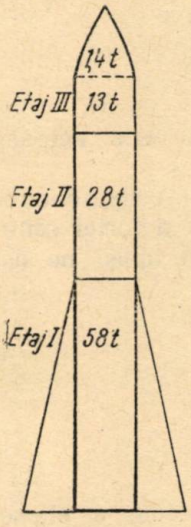


Fig. 1

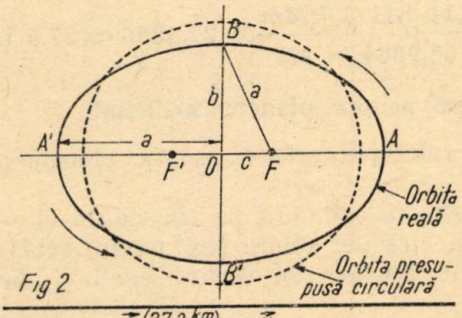


Fig 2

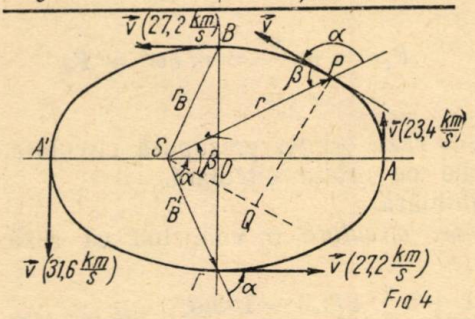


Fig 4

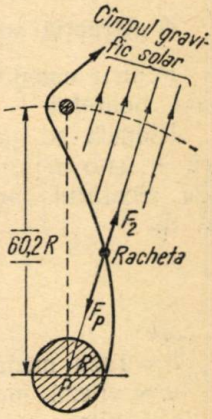


Fig 3

în care:

T_p = perioada de revoluție a Pămîntului,

T_p = 365,25 zile.

Aplicăm logaritmii zecimali relației (7) și obținem:

$$\log T = \frac{3}{2}\,[\log 343 - \log 298] + \log 365{,}25$$

[1]) Vezi loco. cit.

$$\log T = 1{,}5\ (2{,}53529 - 2{,}47422) + 2{,}56259 = 2{,}654195,$$

ceea ce ne dă: $T = 451{,}02$ zile ≈ 451 zile.

Dacă nu avem table de logaritmi la îndemînă putem face următorul calcul cu aproximație satisfăcătoare:

$$T = \left(\frac{343}{298}\right)^{3/2} T_p = \frac{343}{298}\sqrt{\frac{343}{298}} \cdot 365{,}25 \text{ zile}$$

$$T = 450{,}7 \text{ zile} \approx 451.86400\ s \approx 38{,}9664 \text{ Ms}$$

$$T \approx 39 \text{ Ms}.$$

3 d) *Viteza medie a planetei* pe orbita ei va fi dată de raportul expresiei (6) care ne dă lungimea orbitei, către perioada T:

$$\boxed{v_m = \pi \frac{(a+b)}{T} \chi.} \tag{8}$$

Aici $\chi = 1$, avem deci:

$$v_m = \frac{3{,}14 \cdot 341 \cdot 1}{38{,}9664} \frac{kMm}{Ms} = 27{,}4866 \approx 27{,}5 \text{ km/s}.$$

4. **Atracția solară asupra planetei artificiale.**

Pentru calculul atracției solare asupra planetei nu este necesară masa Soarelui.

Planeta se găsește în echilibru pe traiectoria ei — presupusă circulară — sub acțiunea atracției solare (forța centripetă) și a forței centrifuge. Scalarul comun acestor doi vectori egali și direct opuși ne este dat de

$$F_{cp} = m \frac{v^2}{r} = m r \omega^2 = F_2$$

în care:

r = raza medie = raza orbitei presupusă circulară,

v = viteza medie pe orbita circulară.

ω = viteza unghiulară,

4 a) *Raza orbitei circulare* o vom lua ca rază medie a elipsei-orbită, adică:

$$r = \frac{a+b}{2} = \frac{171{,}5 + 169{,}6}{2} = 170{,}55 \text{ k}Mm, \tag{10}$$

$$r = 170{,}6\ kMm.$$

4 b) *Viteza medie pe orbita circulară.* Admițînd că planeta descrie orbita sa, presupusă circulară cu o mișcare uniformă, viteza ei se va obține luînd raportul dintre lungimea orbitei către perioada de revoluție:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Dar după relația (10)

$$2\pi r = \pi (a+b),$$

lungimea orbitei circulare este egală cu lungimea orbitei reale, cu aproximația amintită,

și: $$v = \pi \cdot \frac{a+b}{T},$$

care nu este alta decît expresia (8), cu $\chi = 1$, astfel că:

$$v = v_m.$$

La această mică excentricitate e (5) a elipsei, viteza medie pe orbita presupusă circulară este chiar viteza medie de pe orbita reală eliptică.

4 c) *Atracția solară.* Deci, pentru calculul atracției solare, reținem prima expresie (9), calculată în sistemul *MKS*:

$$F_2 = m\frac{v_m^2}{r} = 0{,}4 \cdot 10^3 \frac{(27{,}5)^2 \cdot 10^6}{170{,}6 \cdot 10^9}$$

$$F_2 = 1{,}77\,N \approx 2 \text{ newtoni.} \qquad (11)$$

Fiind dată marea distanță a planetei pînă la Soare, nu vom face o eroare apreciabilă dacă — între Pămînt și Lună — vom considera această atracție solară asupra rachetei sensibil constantă.

5. Viteza rachetei la nivelul Lunii, la plecare.

Putem calcula această viteză v_l, dacă aplicăm rachetei teorema variației energiei cinetice:

$$\boxed{W_{L\,(1,2)} = E_2 - E_1.} \qquad (12)$$

Lucrul mecanic al rezultantei forțelor exterioare, aplicate unui sistem izolat, este egal cu variația energiei cinetice a acestui sistem, pe aceeași perioadă de timp.

5 a) *Atracția Pămîntului la nivelul Lunii* este dată de

$$F_3 = k\frac{Mm}{D^2},$$

în care:

M = masa Pămîntului
$D = 60{,}2\ R$ = distanța Pămînt-Lună
$R = 6366$ km = raza medie a sferoidului pămîntesc;
$m = 0{,}4\ t = 400$ kg, masa rachetei (conteinerului).

După relația (4), introducem

$$g_o = k\frac{M}{R^2} \qquad (13)$$

și vom avea:

$$F_3 = k\frac{M}{R^2}\cdot\frac{m}{(60,2)^2} = g_o\frac{m}{(60,2)^2} = 9,8\frac{400}{3624} = 1,0857\ N$$

$$F_3 \approx 1\ newton.$$

5 b) *Calculul vitezei rachetei.* Presupunem că în trecerea rachetei pe lîngă Lună, aceasta din urmă se află aproximativ în conjuncție cu Soarele, ceea ce nu este departe de realitate [1]).

Astfel racheta, între Pămînt și Lună traversează cîmpurile gravifice paraxiale ale Pămîntului și Soarelui (fig. 3), care dau forțele F_p și F_2. Interacțiunile celorlalte planete, și chiar a Lunii la distanța la care a trecut racheta, sînt practic neglijabile asupra intensității vitezei rachetei

Lucrul rezistent elementar al forțelor cîmpurilor (pentru o deplasare infinitesimală dr) va fi

$$dW_L = (F_P - F_2)\,dr = k\frac{Mm}{r^2}\,dr - F_2\,dr,$$

iar pe întreaga distanță Pămînt-Lună [2]) cu observarea precedentă (13) avem:

$$W_L = g_o\,mR^2\int_R^{60,2\,R}\frac{dr}{r^2} - F_2\int_R^{60,2\,R}dr = \frac{59,2}{60,2}\,mg_o\,R - 59,2\,F_2.\,R$$

sau:

$$W_L = 59,2\,mg_o R\left[\frac{1}{60,2} - \frac{F_2}{mg_o}\right]. \qquad (14)$$

Teorema variației energiei cinetice (12) se scrie, cu observarea că W_L este lucru rezistent:

$$W_{L\,(1,2)} = E_1 - E_2$$

sau:

$$W_L = \frac{1}{2}\,m\,v_2^2 - \frac{1}{2}\,m\,v_l^2, \qquad (15)$$

în care:

$v_2 = v_1\sqrt{2}$ = viteza inițială a rachetei;

$v_1^2 = g_o R$;

v_l = viteza rachetei la nivelul Lunii.

---

[1]) Dacă traiectoria rachetei ar fi fost normală pe cîmpul gravific solar, F_2 ar fi fost nulă și viteza rachetei s-ar fi găsit $v = 1,45$ km s^{-1}.

[2]) Pentru cîmpul gravitației solare distanța este puțin diferită de 60,2 R, dar eroarea este mică.

Din relația (15) deducem:

$$v_l^2 = v_2^2 - \frac{2}{m} W_L.$$

Ținem seama de expresia lui v_2, lui $g_0 R$ din relația (14) și obținem:

$$v_l^2 = 2v_1^2 - 2v_1^2 \cdot 59{,}2 \left[\frac{1}{60{,}2} - \frac{2}{0{,}4 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8} \right] = 0{,}093\,76\ v_1^2$$

sau:

$$v_l = 0{,}306\,2 \cdot 7900 = 2418{,}98\ ms^{-1} \approx 2{,}4\ km \cdot s^{-1}$$

6. **Vitezele planetei artificiale la perihelie și la afelie determinate pe baza vitezei medii de pe orbita reală.**

Am văzut (la punctul 2 *b*) cît de mică a fost acțiunea Pămîntului ($1{,}3mN$) situat la o distanță de 10 ori mai mică de planeta sovietică, față de acțiunea Soarelui ($2N$) asupra acestei planete.

Sîntem îndreptățiți să considerăm ca neglijabile toate celelalte acțiuni ale tuturor planetelor și ai aștrilor Universului asupra planetei sovietice, încît aceasta împreună cu Soarele formează un sistem practic izolat.

În aceste condiții, *momentul cinetic* (momentul cantității de mișcare sau al impulsului p) al planetei față de Soare poate fi socotit constant în orice punct al traiectoriei:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = 0,$$

deoarece: K = const.

Aceasta se exprimă explicit, de exemplu, pentru poziția P (fig. 4) prin scalarul:

$$K = r \cdot \sin(\vec{r}, \vec{v}) \cdot mv = k\ ^1). \qquad (16)$$

Observăm că:

$$\sin(\vec{r}, \vec{v}) = \sin\alpha = \sin\beta,$$

deci:

$$K = \overline{PQ} \cdot mv = k,$$

în care:

PQ = distanța de la centrul de atracție S pînă la vectorul viteză în punctul considerat.

Să scriem invarianța momentului cinetic pentru perihelie și pentru afelie; relația (16) devine:

$$mr_p v_p \sin(\vec{r_p}, \vec{v_p}) = mr_a v_a \sin(\vec{r_a}, \vec{v_a}).$$

Masa m se simplifică.

Observăm că, în general, pe o curbă, alta decît cercul, invarianța momentului cinetic implică pentru mobil o viteză variabilă pe traiectorie.

---

[1]) Se constată că, invarianța momentului cinetic al planetei în jurul Soarelui echivalează cu legea a doua a lui Kepler: legea ariilor.

La periheliе și afelie razele vectoare sînt normale pe vectorul viteză încît:

$$\sin(\vec{r_p}, \vec{v_p}) = \sin(\vec{r_a}, \vec{v_a}) = 1$$

și rămîne

$$r_p v_p = r_a v_a. \tag{17}$$

Viteza medie v_m se situează între aceste două viteze:

$$v_a < v_m < v_p.$$

Putem astfel să punem:

$$v_a = v_m - \Delta v, \tag{18}$$
$$v_p = v_m + \Delta v,$$

încît relația (17) devine:

$$r_p(v_m + \Delta v) = r_a(v_m - \Delta v),$$

din care deducem:

$$\boxed{\Delta v = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} v_m.}$$

Înlocuind r_p și r_a cu valorile de la punctul $3a$ și v_m cu valoarea de la punctul $3d$, avem:

$$\Delta v = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} v_m = \frac{51}{343} 27{,}5$$

sau

$$\Delta v = 4{,}08 \text{ km } s^{-1} \approx 4{,}1 \text{ km} \cdot s^{-1}$$

Astfel că, după (18) viteza la periheliе este:

$$v_p = v_m + \Delta v = 27{,}5 + 4{,}1 = 31{,}6 \text{ km} \cdot s^{-1},$$

iar viteza la afelie este:

$$v_a = v_m - \Delta v = 27{,}5 - 4{,}1 = 23{,}4 \text{ km} \cdot s^{-1}.$$

6 a) *Viteza planetei la extremitățile axei mici a orbitei eliptice.* Pentru punctele B și B' (fig. 4) momentul cinetic are expresia:

$$m r_B v_B \sin(\vec{r_B}, \vec{v_B}) = K \tag{19}$$

Valoarea lui K se poate lua la periheliе, de exemplu,

$$K = m r_p v_p,$$

pe de altă parte

$$r_B \sin(\vec{r_B}, \vec{v_B}) = b,$$

încît relația (19) se reduce la

$$b \cdot v_B = r_p v_p,$$

de unde:

$$v_B = \frac{r_p}{b} v_p = \frac{146}{169{,}6} 31{,}6 = 27{,}2 \text{ km} \cdot s^{-1}.$$

Am găsit că era interesant să completăm unele date în legătură cu prima planetă artificială lansată de U.R.S.S., plecînd numai de la razele vectoare de pe axa mare a orbitei și de la perioada de revoluție, pentru a deduce apoi unele viteze pe orbită.

* * *

De la data alcătuirii acestui articol și pînă astăzi realizările sovietice nu au încetat de a ne uimi.

La 13 sept. 1959 o rachetă sovietică „Lunik II" a aselenizat [1]) fapt care a uluit întreaga omenire [2]).

Iar cu ocazia aniversării de doi ani de la lansarea primului „Sputnik", la 4 oct. 1959 „Lunik" III pleca pentru ca din el să se desprindă prima *stație automată interplanetară* ca să sondeze din nou spațiul interplanetar în folosul astronauticii și pentru îmbogățirea tezaurului științific al omenirii.

O dificultate deosebită a prezentat punerea la punct a tehnicii migăloase și delicate a înregistrării datelor științifice pe conteiner și transmiterea lor prin semnale radio pe Pămînt.

Aceste dificultăți, precum și altele, au fost învinse și s-au realizat astfel mecanisme de o precizie uimitoare.

Deja „Lunik II" ne-a informat că Luna nu are cîmp magnetic, iar „Lunik III" a și fotografiat și transmis pe Pămînt fotografia părții nevăzute a Lunii.

Aceste realizări ne confirmă, încă odată, superioritatea științei și tehnicii sovietice, superioritate pe care oamenii sovietici, făuritorii socialismului și constructorii comunismului, o pun în slujba Păcii.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

ÎN LEGĂTURĂ CU DIVIZIBILITATEA NUMERELOR PRIN 19

de **EMANOIL GAIU**, Iași

I. În G.M.F. seria B nr. 1 din 1959 este publicată nota „Divizibilitatea cu 19" a tov. *Lucian Mănescu.*

Vom arăta mai jos o generalizare și unele aplicații.

Fie

$$N = a_1 10^{n-1} + a_2 10^{n-2} \ldots + a_{n-1} 10 + a_n \qquad (1)$$

un număr scris în baza 10 (Deci $a_1 \neq 0$, și $0 \leqslant a_i < 10$

Înmulțim numărul N cu 2^{n-1})

$$2^{n-1} N = a_1 (20)^{n-1} + 2a_2 (20)^{n-2} +$$
$$+ 2^2 \cdot a_3 (20)^{n-3} + \ldots + 2^{n-2} \cdot a_{n-1} (20) + 2^{n-1} \cdot a_n$$

---

[1]) A luat contact cu Luna.

[2]) Vezi GMF (B) Nr. 11 din 1959, Alex. Stoenescu: „Lunik II".

Cum

$$20 = 19 + 1, \text{ rezultă } 20^m = \mathcal{M}\, 19+1$$

De unde urmează:

$$2^{n-1} \cdot N = \mathcal{M}\, 19 + a_1 + 2a_2 + 2^2 a_3 + \ldots + 2^{n-2} a_{n-1} + 2^{n-1} \cdot a_n$$

Regula de divizibiltate cu 19:
Un număr N se divide cu 19, dacă suma

$$S = a_1 + 2a_2 + 2^2 a_3 + \ldots 2^{n-2} a_{n-1} + 2^{n-1} \cdot a_n$$

este un multiplu de 19.

II. Vom expune reguli de divizibiltate cu 29, 39, 59, 69, 79 și cu 21, 31 etc.

Avem:

$$30 = 29 + 1, \text{ dar } 30^m = \mathcal{M}\, 29 + 1$$

Vom înmulți (1) cu 3^{n-1}:

$$3^{n-1} N = a_1 (30)^{n-1} + 3 \cdot a_2 (30)^{n-3} + 3^2 a_3 (30)^{n-3} + \ldots 3^{n-2} a_{n-1} (30) + 3^{n-1} \cdot a_n$$

urmează:

$$3^{n-1} N = \mathcal{M}\, 29 + a_1 + 3a_2 + 3^2 a_3 + \ldots + 3^{n-2} \cdot a_{n-1} + 3^{n-1} \cdot a_n$$

deci un număr N se divide cu 29, dacă suma

$$S = a_1 + 3a_2 + 3^2 a_3 + \ldots + 3^{n-1} a_n$$

se divide cu 29

Regula se aplică în continuare numărului S.

În mod analog:

— Un număr N se divide cu 39, dacă suma:

$$S = a_1 + 4\, a_2 + 4^2 a_3 + \ldots + 4^{n-1} a_n$$

este un multiplu de 39.

— Un număr N se divide cu 49, dacă suma:

$$S = a_1 + 5\, a_2 + 5^2 a_3 + \ldots + 5^{n-1} a_n$$

este un multiplu de 49.

Un număr N se divide cu 59, dacă suma:

$$S = a_1 + 6\, a_2 + 6^2 a_2 + 6^{n-1} a_n$$

este multiplu de 59.

Tot așa pentru 69, 79, 89, se vor obține sumele:

$$S_{69} = a_1 + 7a_2 + 7^2 a_3 + \ldots + 7^{n-1} a_n$$

$$S_{79} = a_1 + 8a_2 + 8^2 a_3 + \ldots + 8^{n-1} a_n$$

$$S_{89} = a_1 + 9a_2 + 9^2 a_3 + \ldots + 9^{n-1} a_n$$

Observație: Un număr se divide cu 99 dacă suma

$$S = a_1 + 10\,a_2 + 10^2 a_3 + \ldots + 10^{n-1} a_n$$

se divide cu 99

Dar $S = \overline{a_n\, a_{n-1} \ldots a_1}$

adică este numărul dat scris în mod invers.

De unde rezultă: Dacă un număr se divide cu 99, atunci și răsturnatul său se divide cu 99.

Să trecem la divizibilitatea cu 21, 31, etc.

Observăm că

$20 = 21 - 1$ de unde: $20^{2k} = \mathcal{M}\,21 + 1$; $20^{2k+1} = \mathcal{M}\,21 - 1$

Inmulțim $N = a_1\,10^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\cdot 10 + a_n$ cu 2^{n-1} și avem:

$$2^{n-1} N = a_1\,(20)^{n-1} + 2\,a_2\,(20)^{n-2} + a^2\,a_3\,(20)^{n-3} + \ldots + 2^{n-1} a_n$$

de unde rezultă

$$2^{n-1} N = \mathcal{M}\,21 + 2^{n-1} a_n - 2^{n-2} a_{n-1} + 2^{n-3} a_{n-2} - \ldots . \pm a_1$$

Deci numărul N se divide cu 21 dacă

$$S = 2^{n-1} a_n - 2^{n-2} a_{n-1} + 2^{n-3} a_{n-2} - \ldots . \pm a_1$$

este multiplu de 21

Pentru regula divizibilității cu 41, sîntem conduși la *suma alternantă.*

$$S = 4^{n-1} a_n - 4^{n-2} a_{n-1} + 4^{n-3} a_{n-2} - \ldots . \pm a_1$$

Raționamentul se continuă pentru 51, 61, 71, 81 și 91.

III. *Să generalizăm aceste rezultate:*

Fie

$$N = a_1\,g^{n-1} + a_2\,g^{n-2} + \ldots . + a_{n-1}\,g + a_n \qquad (2)$$

unde g este baza de numerație, $a_1 \neq 0$ și $0 \leqslant a_i < g$

Să stabilim regula divizibilității numărului N, cu un număr b, care are proprietatea că:

$$b \pm 1 = g \cdot k$$

Inmulțim (2) cu k^{n-1} și rezultă:

$$k^{n-1} N = a_1\,(gk)^{n-1} + k \cdot a_2\,(g \cdot k)^{n-2} + \ldots + k^{n-2} a_{n-1}\,(gk) + k^{n-1} \cdot a_n$$

a) Presupunem

$$gk = b + 1, \text{ de unde } (gk)^m = \mathcal{M}b + 1$$

Rezultă

$$k^{n-1} N = \mathcal{M}b + a_1 + k \cdot a_2 + k^2 a_3 + \ldots . + k^{n-1} a_n \qquad (3)$$

Deci un număr b, care satisface $gk = b + 1$, divide un număr N scris în baza g, dacă

$$S = a_1 + ka_2 + k^2 a_3 + \ldots + k^{n-1} a_n$$

este multiplu de b (Regula se aplică în continuare).

b) Presupunem

$$gk = b - 1 \text{ de unde } \begin{cases} (gk)^{2m} = \mathcal{M}b+1 \\ (gk)^{2m+1} = \mathcal{M}b - 1 \end{cases}$$

Rezultă — introducînd în (3) :

$$k^{n-1} N = \mathcal{M}\, b + a_n \cdot k^{n-1} - a_{n-1} \cdot k^{n-2} + a_{n-2} k^{n-3} \ldots \pm a_1$$

Deci un număr b, care satisface $gk = b - 1$, divide un număr N scris în baza g, dacă

$$S = k^{n-1} a_n - k^{n-2} a_{n-1} + k^{n-3} a_{n-2} - \ldots \pm a_1$$

este multiplu de b, sau este zero.

Se observă forma alternativă a lui S.

În cazul $k = 1$, avem regule cunoscute de aritmetică.

III. B. Considerăm cazul

$$b \pm 1 = g^s \cdot k$$

Numărul $N = a_1 g^{n-1} + a_2 g^{n-2} + \ldots + a_n$,

presupunînd $s < n$, se poate scrie:

$$N = Q_1 \cdot g^{(t-1)s} + Q_3 g^{(t-2)s} + \ldots + Q_{t-1} \cdot g^s + Q_t \qquad (4)$$

$Q_1, Q_2 \ldots Q_t$ — sînt grupe de cîte „S" cifre obținute — împărțind numărul N — în grupe de cîte „S" cifre — de la dreapta spre stînga (Q_1, ultima grupă putînd fi mai mică decît S cifre).

F e

$$k^{t-1} N = Q_1 (g^s \cdot k)^{t-1} + Q_2 \cdot k\, (g^s \cdot k)^{t-2} + \ldots + Q_{n-1} \cdot k^{t-2} (g^s \cdot k) + Q_t k^{t-1} \qquad (5)$$

a) Presupunem

$$g^s \cdot k = b + 1, \text{ de unde } (g^s \cdot k)^m = \mathcal{M}b + 1$$

și deci (5) devide

$$k^{t-1} N = \mathcal{M}b + Q_1 + Q_2 \cdot k + Q_3 \cdot k^2 + \ldots + Q_t \cdot k^{t-1}$$

de unde:

Numărul $N = a_1 \cdot g^{n-1} + \ldots + a_n$, se divide cu b, astfel că

$g^s \cdot k = b + 1$, atunci cînd suma:

$$S = Q_1 + Q_2 \cdot k + Q_3 k^2 + \ldots + Q_t k^{t-1}$$

se divide cu b

b) Presupunem

$$g^s \cdot k = b - 1, \text{ de unde } \begin{cases} (g^s \cdot k)^{2p} = \mathcal{M}b + 1 \\ (g^s \cdot k)^{2p+1} = \mathcal{M}b - 1 \end{cases}$$

prin urmare

$$k^{t-1} \cdot N = Mb + Q_t\, k^{t-1} - Q_{t-1} \cdot k^{t-2} + Q_{t-2} \cdot k^{t-3} - \ldots \pm Q_1.$$

Deci $N = a_1 g^{n-1} + \ldots + a_n$ se divide cu b, unde $b - 1 = g^s \cdot k$, atunci cînd *suma alternantă*

$$S = Q_t \cdot k^{t-1} - Q_{t-1} \cdot k^{t-2} + Q_{t-2} \cdot k^{t-3} - \ldots \pm Q_1$$

este zero, sau un multiplu de b.

UN APARAT PENTRU EXPERIENŢELE DE ELECTRICITATE

Acest aparat este propriu zis, o trusă compusă din cîteva piese, cu ajutorul căreia se pot face cele mai multe din experienţele referitoare la studiul curentului electric.

Piesa principală este un electromagnet al cărui miez de fier are o formă de aşa natură încît să permită ca între polii săi să se poată introduce diferite alte piese.

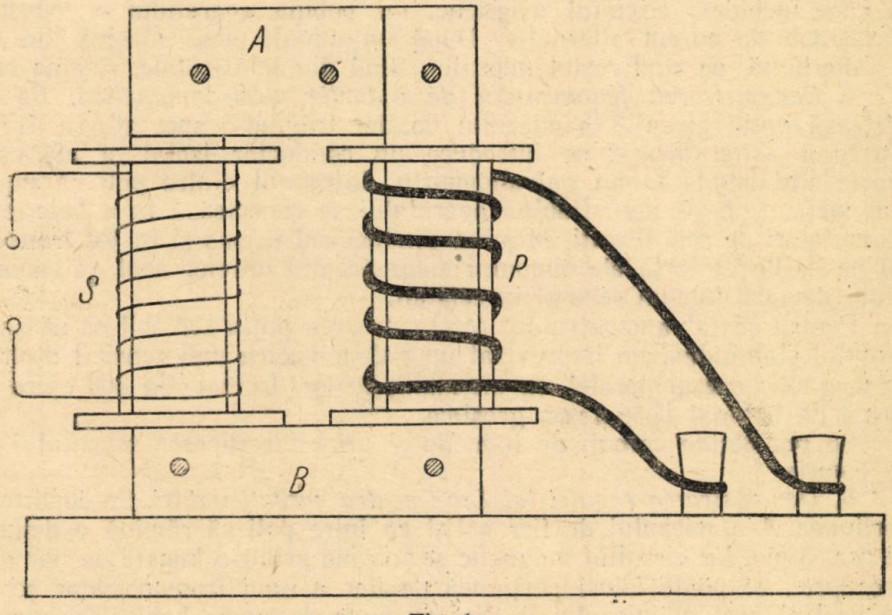


Fig. 1.

Miezul de fier este confecţionat din fîşii de tablă de 4,5 cm, vopsite pe una din feţe cu vopsea de ulei sau dată cu un lac pentru a le izola una de alta; noi am folosit tablă veche scoasă de pe acoperişul şcolii, cînd acesta a fost reparat. Se taie atîtea fîşii pînă cînd obţinem un pachet gros de 5 cm.

Miezul de fier este în formă de *U* avînd una din ramuri mai lungă cu 7 cm față de cealaltă (*B*). Circuitul magnetic se închide cu piesa (*A*) care este mobilă și care e la fel făcută din tole avînd lățimea de 7 cm (fig. 1). Celelalte dimensiuni ale miezului de fier sînt indicate pe figura 3.

Întrebuințările aparatului.

1. *Ca electromagnet.* Pe unul din brațele miezului de fier se pune o bobină înfășurată pe o carcasă confecționată din placaj de 5 mm. Înălțimea carcasei este de 12 cm și se înfășoară pe ea 650—700 spire din sîrmă de bobinaj de 0,7—1 mm în cazul cînd tensiunea rețelei electrice este de 220 volți. Prin această bobină se poate trece și curent continuu dat de o baterie de acumulatori de 6—8 volți. În acest caz obținem un electromagnet cu o forță de ridicare suficient de mare ca să nu se poată desprinde piesa *A* care închide circuitul magnetic.

2. *Ca transformator.* Punînd și pe al doilea braț al miezului de fier o bobină secundară formată din cîteva spire din sîrmă groasă de 3 mm. obținem un transformator de coborîre. Bobina primară descrisă mai sus se pune în legătură directă cu rețeaua de 220 volți. Curentul astfel obținut în bobina secundară este suficient de intens ca să topească o sîrmă groasă de 1—1,5 mm grosime. Se înțelege că piesa *A* trebuie să închidă circuitul magnetic.

3. *Obținerea curenților turbionari.* Depărtăm porțiunea *A* a miezului de fier și o înlocuim cu o piesă masivă din fier (o bară sau o cheie) cu care închidem circuitul magnetic, iar bobina aparatului o conectăm la rețeaua de curent alternativ. După un minut, piesa masivă din fier se înfierbîntă, pe cînd restul miezului, fiind din tole izolate, rămîne rece.

4. *Demonstrarea fenomenului de inducție electromagnetică.* Se depărtează puțin piesa *A* a miezului de fier trăgînd-o spre stînga, iar în întreferul astfel format se introduce un conductor izolat și ale cărui capete sînt legate la un galvanometrtu. Întreferul dintre poli să nu fie mai mare de 5—7 mm. Bobina aparatului se conectează la o baterie de acumulatori de cca. 6 volți. Mișcînd conductorul în sus și în jos transversal pe liniile de forță ale cîmpului magnetic din întrefer acul galvanometrului deviază într-un sens și în celălalt.

Pentru că galvanometrul tip *IMD* este prea puțin sensibil ca să simtă curentul slab indus, am improvizat un galvanometru mai sensibil dintr-un ac magnetic așezat paralel cu un multiplicator format din 300 spire din sîrmă de bobinaj de 0,3 mm grosime.

Se pot obține curenți de inducție și prin întreruperea curentului dat de baterie.

5. *Demonstrarea regulei lui Lenz pentru curenți induși.* Se depărtează porțiunea *A* a miezului de fier astfel ca între poli să rămînă o distanță de cca. 3 cm, iar circuitul magnetic se închide printr-o bucată de fier pusă deasupra; se poate folosi porțiunea de fier a unui transformator școlar. Pe același braț al miezului de fier se pune deasupra bobinei primare o spiră formată din sîrmă de cupru sau aluminiu, groasă de 2—3 mm. Conectînd bobina primară la rețeaua de curent alternativ, spira va fi respinsă și rămîne suspendată la înălțimea de 4—5 cm deasupra bobinei primare, din cauza forței de respingere dintre cele două cîmpuri magnetice.

6. *Demonstrarea autoinducției și a impedanței.* Se închide circuitul magnetic al aparatului și se conectează bobina lui la rețeaua de curent al-

ternativ intercalînd în serie şi un bec electric de 100 waţi. Becul luminează cam cu jumătate din intensitatea lui luminoasă normală, însă dacă depărtăm bucata de miez *A*, becul luminează atunci aproape normal, deoarece scade impedanţa bobinei.

7. *Producerea undelor staţionare.* Lăsăm între polii electromagnetului un întrefer de 1—2 cm şi introducem în el un fir de nichelină (sîrmă de reşou) lungă de 2—3 metri şi bine întinsă. Trecem prin firul acesta un curent alternativ pe care-l potrivim astfel, încît firul să devină incandescent, iar bobina electromagnetului o conectăm la o sursă de curent continuu.

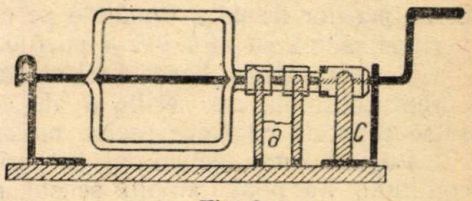


Fig. 2.

Sub acţiunea forţei electromagnetice firul incandescent începe să oscileze formînd umflături şi noduri; potrivim locul electromagnetului astfel, încît polii lui să fie la mijlocul unei umflături.

8. *Demonstrarea principiului motorului electric.* Pentru aceasta se foloseşte un cadru care formează spira rotatoare (fig. 2). Acest cadru se confecţionează înfăşurînd 150—200 spire din sîrmă izolată şi cam 0,3 mm grosime. Latura spirei rotatoare este de 6 cm, adică destul de mare ca să fie bine vizibilă pînă în fundul clasei; tot în acelaşi scop spira rotatoare poate fi vopsită jumătate într-un fel şi jumătate altfel. Pentru a-i mări trăinicia, spira se impregnează cu o soluţie de clei de tîmplărie.

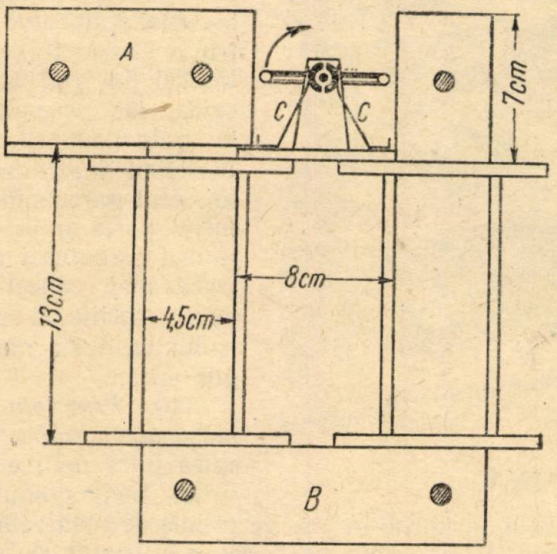


Fig. 3.

Ea se poate roti în jurul unui ax pe care este fixată (tot cu ajutorul cleiului). La unul din capete axul este îndoit formînd o mică manivelă care este fixată perpendicular pe planul spirei, adică atunci cînd planul spirei este orizontal manivela atîrnă în jos — nu aşa cum este pe figura 2, ci ca pe figura 3.

Pe axul spirei mai sînt fixate două colectoare, unul format din inele închise (pentru curent alternativ) pe care se sprijină periile *a* și un colector format din două semiinele (pentru curent continuu) pe care se sprijină periile *c*. La inelele colectoarelor se lipesc cu cositor capetele firului care formează spira rotatoare. Periile de curent continuu sînt așezate pe colector una de o parte și cealaltă de altă parte a colectorului, iar tăietura dintre semiinelele colectorului este astfel așezată încît trecerea periilor de pe o jumătate pe cealaltă se face cînd planul spirei este vertical, adică se află într-o poziție neutră.

Se conectează bornele electromagnetului (statorul) la o sursă de curent continuu, iar periile *a* ale colectorului se leagă la aceeași sursă și se constată că spira revine mereu la poziția neutră.

Legînd sursa de curent la periile *c*, spira începe să se învîrtească continuu. Se poate stabili sensul rotației aplicînd regula mîinii stîngi a lui *Flemming*, iar inversînd legăturile la colector sau la bornele statorului se inversează și sensul rotației spirei. Legăturile dintre stator și rotor se pot face fie în serie, fie în paralel. Putem folosi și curentul alternativ, deoarece schimbînd sensul lui atît în stator cît și în rotor, sensul rotației se schimbă (principiul micilor motoare universale).

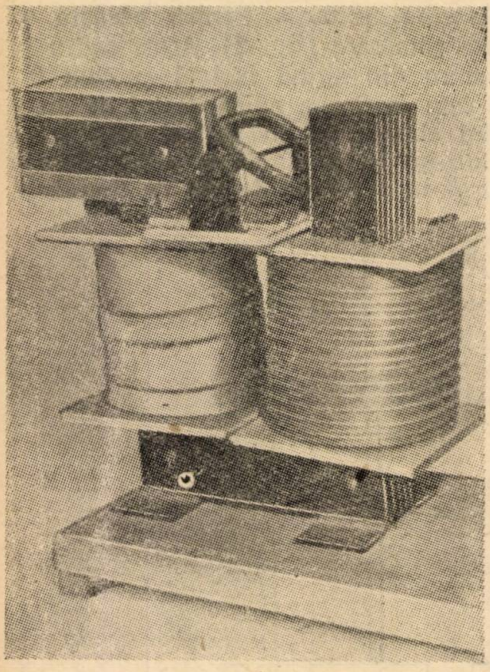


Fig. 4.

9. *Generatorul de curent electric prin inducție.* Se conectează bornele statorului la baterie pentru a obține fluxul magnetic dintre cei doi poli între care se află spira, iar aceasta se conectează la galvanometru prin periile *a*. Învîrtind încet de manivela axului, acul galvanometrului va oscila într-o parte și în cealaltă sub acțiunea curentului alternativ indus. Dacă însă conectăm la galvanometru periile *c*, acul galvanometrului va devia numai într-un singur sens.

10. *Principiul aparatelor de măsurat cu cadru mobil.* Se așază spira între polii electromagnetului astfel, încît planul ei să fie orizontal, iar manivela să atîrne în jos. Se prinde de manivelă un fir de aluminiu lung de cca. 10 cm, care va fi acum indicator și în spatele căruia se poate improviza un cadran. Pentru ca acul să revină în poziție verticală, de manivelă se mai prinde și o greutate de cca. 5 grame, pentru a-i coborî centrul de greutate. Se leagă bornele electromagnetului la o baterie pentru excitație, iar prin periile *a* se introduce curentul care trebuie măsurat; spira va fi rotită sub un anumit unghi, iar acul va devia în fața cadranului.

Legînd în paralel cu spira un șunt a cărui valoare o potrivim prin încercări, se arată astfel scăderea sensibilității aparatului, care în acest caz funcționează ca ampermetru. Se poate arăta și principiul voltmetrului, legînd în serie cu spira o rezistență de 100... 200 ohmi, dar în acest caz curentul fiind slab, va trebui să folosim pentru magnetizarea miezului de fier un curent mai intens.

Aparatul descris mai sus a fost construit în școala noastră și au fost efectuate cu el nu numai experiențele arătate, ci și alte variante ale lor. El are avantajul că poate fi folosit pentru multe demonstrații fără a fi necesare prea multe piese, dar mai ales important este faptul, că prin dimensiunile sale asigură o bună vizibilitate în toată clasa În figura 4 se vede fotografia aparatului realizat.

V. **Humeni**, profesor la școala medie din Piatra Neamț

NOTE MATEMATICE

ASUPRA PROBLEMELOR 1301 ȘI 1628

Citind generalizarea problemei 1301 (G.M.F.-B, an. VII, p. 19), am remarcat că din studiul figurii 1 se poate deduce o altă relație interesantă :

I⁰ Dacă o dreaptă ($\triangle$), *intersectează laturile* AB, AC, *precum și o ceviană* AD *ale unui triunghi* ABC *în punctele respectiv* M, N, O *atunci avem relația :*

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AM}{AN} = \frac{OM}{ON} \cdot \frac{AB}{AC} \qquad (1)$$

Soluție. Prin punctele B și D ducem paralele la AD și fie B', B_1, C', C_1, intersecțiile acestor drepte, respectiv cu ($\triangle$) și cu paralela dusă din D la ($\triangle$) (fig. 1).

Din asemănarea triunghiurilor AON și NCC' avem :

$$\frac{AN}{NC} = \frac{ON}{NC'} \quad \text{sau} \quad \frac{AN}{AC - AN} = \frac{ON}{NC'}$$

care se mai scrie :

$$AN \cdot NC' = ON \cdot AC - AN \cdot ON$$

sau :

$$AN\,(NC' + ON) = ON \cdot AC$$

și ținînd seamă că : $NC' + ON = OC' = DC_1$, obținem :

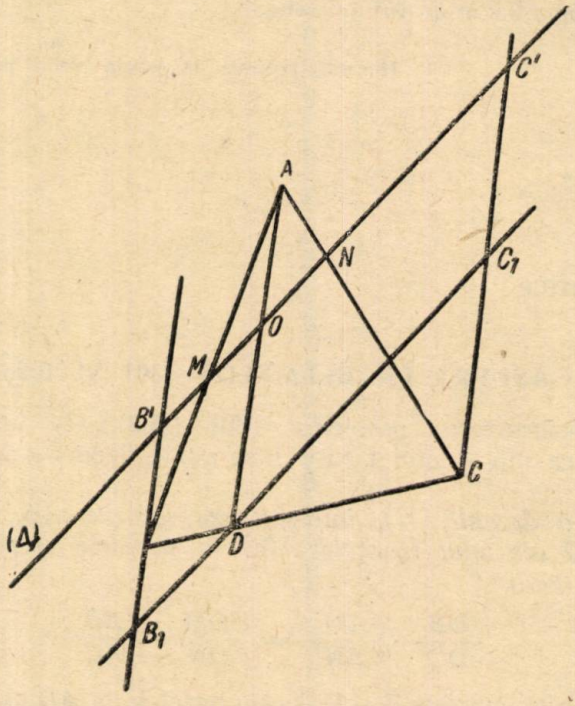
$$AN \cdot DC_1 = AC \cdot ON, \text{ de unde: } DC_1 = \frac{AC \cdot ON}{AN} \qquad (2)$$

Analog, din asemănarea triunghiurilor $BB'M$ și AMO rezultă:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{OM}{MB'} \text{ care se mai scrie: } \frac{AM}{AB - AM} = \frac{OM}{MB'}$$

sau:

$$AM \cdot MB' = OM \cdot AB - AM \cdot OM$$



și deci:

$$AM\,(MB' + OM) = OM \cdot AB.$$

Însă:

$$MB' + OM = B'O = B_1D$$

și în consecință:

$$AM \cdot B_1D = OM \cdot AB$$

sau în fine:

$$B_1D = \frac{OM \cdot AB}{AM} \qquad (3)$$

Deoarece triunghiurile DCC_1 și DBB_1 sînt asemenea, avem:

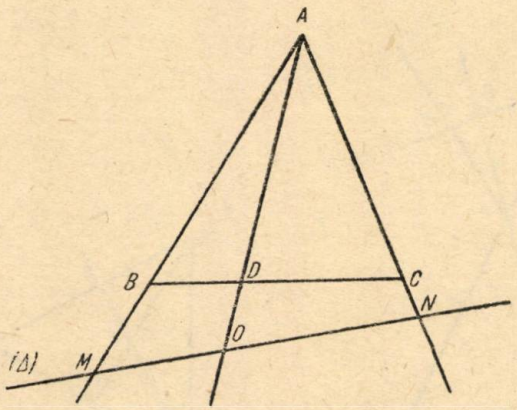
$$\frac{DC_1}{B_1D} = \frac{DC}{BD}$$

și ținînd seama de (2) și (3), rezultă:

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AM}{AN} = \frac{OM}{ON} \cdot \frac{AB}{BC}$$

adică relația (1).

Observații: Relația se menține și dacă dreapta (Δ) este exterioară triunghiului ABC.



a) Fie cazul figurii 2, cînd (Δ) este exterioară triunghiului ABC și se găsește de aceiași parte cu BC față de A. Relația (1) aplicată triunghiului AMN tăiat de dreapta interioară lui BDC ne dă:

$$\frac{OM}{ON} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} \cdot \frac{AM}{AN}$$

care este identică cu cazul cînd MON trece prin interiorul triunghiului ABC.

b) In cazul figurii 3, cînd A este situat între BC și (Δ) vom duce o dreaptă (Δ') paralelă cu (Δ), care să fie de aceiași parte cu BC față de A.

Fie M', O', N' intersecțiile lui (Δ') cu AB, AD, AC. Avem:

$$\frac{AM'}{AM} = \frac{AO'}{AO} = \frac{AN'}{AN} = \frac{M'O'}{MO} = \frac{N'O'}{NO} = k$$

și deci:

$$AM' = k \cdot AM;\ AN' = k \cdot AN;\ M'O' = k \cdot MO;\ O'N' = k \cdot ON \quad (4)$$

Relația (1) însă, ne dă:

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AM'}{AN'} = \frac{M'O'}{O'N'} \cdot \frac{AB}{AC}$$

și ținînd seama de (4):

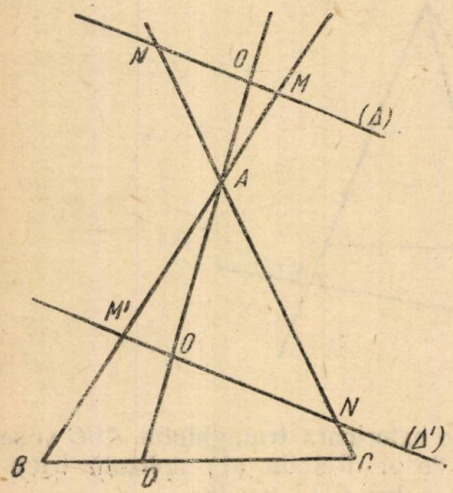
$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{k \cdot AM}{k \cdot AN} = \frac{k \cdot MO}{k \cdot ON} \cdot \frac{AB}{AC}$$

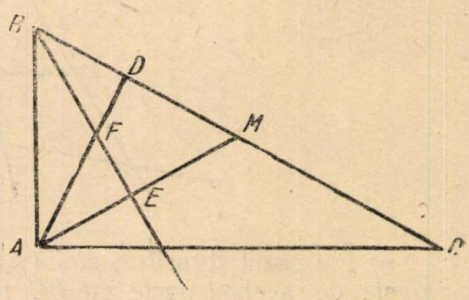
și simplificînd prin k ($k \neq 0$), deducem că relația (1) se aplică și în acest caz.

Dacă relația (1) există, atunci punctele M, O, N sînt colineare.

Într-adevăr, presupunem că punctele M, O, N, nu sînt colineare și că MO taie pe AC în N''. Punctele colineare M, O, N'' ne dau:

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AM}{AN''} = \frac{OM}{ON''} \cdot \frac{AB}{AC}$$





și comparînd cu (1) rezultă că:

$$\frac{ON}{AN} = \frac{ON''}{AN''}$$

și deci, punctele N și N'' se confundă și în consecință M, O, N sînt colineare.

2. Cu ajutorul relației (1) se poate găsi și locul geometric al tuturor punctelor O de pe dreapta variabilă MN, astfel că: $\frac{OM}{ON} \cdot \frac{AM}{AM} = k$ (constant) (fig. 1).

Într-adevăr: D fiind intersecția dintre BC și AO, pentru o poziție oarecare a lui O, teorema 1 ne dă:

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AM}{AN} = \frac{OM}{ON} \cdot \frac{AB}{AC} \quad \text{sau:} \quad \frac{DB}{DC} = \frac{OM}{ON} \cdot \frac{AN}{AM} \cdot \frac{AB}{AC}$$

și ținînd seama că $\frac{OM}{ON} \cdot \frac{AN}{AM} = k$ (const. și $\frac{AB}{AC}$ = const. întrucît

A, B, C, sînt puncte fixe: $\frac{DB}{DC} = k \cdot \frac{AB}{AC} = \text{const}$ și deci, punctul D este fix.

În consecință, locul lui O este dreapta AD.

3. *Cazuri particulare.* a) Cînd dreapta Δ trece prin B relația (1) devine:

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AB}{AN} = \frac{BO}{ON} \cdot \frac{AB}{AC} \quad \text{sau:} \quad \frac{AC}{AN} \cdot \frac{ON}{OB} \cdot \frac{DB}{DC} = 1,$$

adică tocmai teorema lui Menelaus aplicată triunghiului BCN tăiat de transversala AOD.

Cînd (Δ) trece prin C obținem teorema lui Menelaus aplicată triunghiului CMB tăiat de transversala AOD. Deci, relația (1) poate fi considerată ca o extindere a teoremei lui Menelaus.

b) Cînd triunghiul ABC este dreptunghic în A, iar mediana AM și înălțimea AD sînt tăiate de bisectoarea unghiului B în E și F, relația (1) aplicată triunghiului ABM tăiat de transversala AFD ne dă (fig. 4):

$$\frac{AE}{EM} \cdot \frac{AB}{BD} = \frac{AF}{FD} \cdot \frac{AB}{BM} \tag{5}$$

$$\text{Dar:} \frac{AB}{BM} = \frac{AE}{EM} \tag{6}$$

și deci (5) se mai scrie:

$$\frac{AE}{EM} \cdot \frac{AB}{BD} = \frac{AF}{FD} \cdot \frac{AE}{EM}$$

sau încă:

$$\frac{AB^2}{BM \cdot BD} = \frac{AF \cdot AE}{FD \cdot EM}$$

și cum: $AB^2 = BC \cdot BD = 2\,BM \cdot BD$, obținem:

$$AF \cdot AE = 2\,FD \cdot EM,$$

adică problema 1628, din G.M.F.-B.

c) O particularizare a locului geometric de la pct. 3°:

Cînd $\frac{AN}{AM} = \frac{AB}{AC}$ (adică MN este antiparalelă cu BC), iar $\frac{OM}{ON} = 1$, avem:

$$\frac{AN}{AM} \cdot \frac{OM}{ON} = \frac{AB}{AC} = k \text{ (const)}.$$

Deci, locul geometric al punctului O va fi dreapta AD, astfel încît:

$$\frac{BD}{DC} = k; \quad \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{AB^2}{AC^2}.$$

Ajungem deci la teorema cunoscută: *Locul geometric al mijloacelor antiparalelelor duse la o latură a unui triunghi este simediana acestei laturi.*

Liviu Gr. Ixaru, elev, Găești

ASUPRA PROBLEMELOR 3066, 3670 și 3744

Considerăm un unghi θ astfel ca $\sin\theta \neq 0$ și $\cos\theta \neq 0$. Fie în triunghiul ABC relația cunoscută: $a = b\cos C + c\cos B$ (1)

Înmulțind egalitatea cu $\sin\theta$ avem:

$$a\sin\theta = b\sin\theta\cos C + c\cos B\sin\theta \quad (2)$$

și adunînd cu: $b\sin C\cos\theta - c\sin B\cos\theta = 0$ (2^0) obținem:

$a\sin\theta = b(\sin\theta\cos C + \sin C\cos\theta) - c(\sin B\cos\theta - \cos B\sin\theta)$,

sau: $a\sin\theta = b\sin(C+\theta) - c\sin(B-\theta)$ (3)

și alte două relații analoage:

$$b\sin\theta = c\sin(A+\theta) - a\sin(C-\theta) \quad (4)$$

$$c\sin\theta = a\sin(B+\theta) - b\sin(A-\theta) \quad (5)$$

Relația (3) corespunde cu enunțul problemei 3744.

Dacă în (3) facem substituția: $\theta = B - C$ obținem:

$$b\sin B - c\sin C = a\sin(B-C), \quad (6)$$

adică relația din enunțul problemei 3670.

Scăzînd din (2) pe (2^0) obținem:

$$a\sin\theta = b(\sin\theta\cos C - \sin C\cos\theta) + c(\sin B\cos\theta + \cos B\sin\theta)$$

deci:

$$a\sin\theta = -b\sin(C-\theta) + c\sin(B+\theta) \quad (7)$$

și alte două relații analoge.

$$b\sin\theta = -c\sin(A-\theta) + a\sin(C+\theta) \quad (7')$$

$$c\sin\theta = -a\sin(B-\theta) + b\sin(A+\theta) \quad (7'')$$

Înmulțind (1) cu $\cos\theta$, avem:

$$a\cos\theta = b\cos C\cos\theta + c\cos B\cos\theta. \quad (8)$$

Fie relația: $b\sin C\sin\theta - c\sin B\sin\theta = 0$ (9)

Adunînd (9) cu (9^0) obținem:

$$a\cos\theta = b\cos(C-\theta) + c\cos(B+\theta) \quad (10)$$

și prin permutări:

$$b\cos\theta = c\cos(A-\theta) + a\cos(C+\theta), \quad (10')$$

$$c\cos\theta = a\cos(B-\theta) + b\cos(A+\theta). \quad (10'')$$

Făcînd în (10') substituțiile: $\theta = \alpha$ și $\theta = \frac{A}{3}$ obținem:

$$b\cos\alpha - c\cos(A-\alpha) = a\cos(C+\alpha),$$

$$b\cos\frac{A}{3} - c\cos\frac{2A}{3} = a\cos\left(C + \frac{A}{3}\right), \quad (11')$$

deci relațiile din enunțul problemei 3066.

Prin scăderea lui (9°) din (9) se obține:

$$a\cos\theta = b(\cos C\cos\theta - \sin C\sin\theta) + c(\cos B\cos\theta + \sin B\sin\theta),$$

de unde:

$$a\cos\theta = b\cos(C+\theta) + c\cos(B-\theta), \quad (12)$$

$$b\cos\theta = c\cos(A+\theta) + a\cos(C-\theta), \quad (12')$$

$$c\cos\theta = a\cos(B+\theta) + b\cos(A-\theta). \quad (12'')$$

Formulele rezultate se pot scrie generalizat:

$$a\sin\theta = \pm b\sin(C\pm\theta) \mp c\sin(B\mp\theta), \quad (13)$$

$$b\sin\theta = \pm c\sin(A\pm\theta) \mp a\sin(C\mp\theta), \quad (13')$$

$$c\sin\theta = \pm a\sin(B\pm\theta) \mp b\sin(A\mp\theta), \quad (13'')$$

și:

$$a\cos\theta = b\cos(C\mp\theta) + c\cos(B\pm\theta), \quad (14)$$

$$b\cos\theta = c\cos(A\mp\theta) + a\cos(C\pm\theta), \quad (14')$$

$$c\cos\theta = a\cos(B\mp\theta) + b\cos(A\pm\theta), \quad (14'')$$

respectînd corespondența semnelor.

Susea Andrei, cl. XI ș.m. 11 București

DEMONSTRAȚIA TRIGONOMETRICĂ A UNEI INEGALITĂȚI

La una din ședințele cercului de matematici al școlii medii nr. 4 „Aurel Vlaicu" a fost pusă următoarea problemă:

Să se arate că într-un triunghi oarecare există relația $R \geqslant 2r$, unde R este raza cercului circumscris și r raza cercului înscris triunghiului, fără a folosi relația lui Euler.

S-a dat o soluție trigonometrică, apărută în G.M.F. (b), 6 a.c. Iată o alta:

Fie un cerc I de rază r; se iau pe acest cerc trei puncte L, M, N. Unghiurile triunghiului LMN sînt respectiv α, β și γ. În punctele L, M și N se duc tangente la cercul I care se taie în alte trei puncte formînd triunghiul ABC (A opus lui L etc).

Fie $AB = c$; $BC = a$; $CA = b$. Se observă că, dacă se unește A cu I, avem: $\sphericalangle AIN = \sphericalangle MLN = \alpha$, deoarece ambele sînt egale cu jumătate din măsura arcului MN.

Din triunghiurile dreptunghice AIN ($\sphericalangle N = 90°$, AN fiind tangentă la cerc și N rază) putem scrie:

$$AN = IN.\ tg(\sphericalangle AIN) \text{ sau: } AN = r.\ \text{tg}\,\alpha$$

Procedînd identic în triunghiul dreptunghic BIN ($\sphericalangle N = 90°$) avem: $NB = r.\ \text{tg}\,\beta$. De aici putem scrie:

$$c = AN + NB = r(\text{tg}\,\alpha + \text{tg}\,\beta).$$

Analog avem:

$$a = r(\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma) \quad \text{și} \quad b = (\operatorname{tg}\gamma + \operatorname{tg}\alpha)$$

și de asemenea:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = r(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma).$$

Dar cum: $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$, atunci $p = r \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma$.

Raza R a cercului circumscris triunghiului ABC se exprimă după formula:

$$R = \frac{a\,b\,c}{4\,p\,r},$$

adică:

$$R = \frac{r^3(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)(\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma)(\operatorname{tg}\gamma + \operatorname{tg}\alpha)}{4\,r^2 \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma}$$

sau:

$$R = \frac{r}{4} \cdot \frac{(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)(\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma)(\operatorname{tg}\gamma + \operatorname{tg}\alpha)}{\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma}$$

Pentru ca: $R \geqslant 2r$, trebuie ca:

$$(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)(\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma)(\operatorname{tg}\gamma + \operatorname{tg}\alpha) \geqslant 8 \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma$$

Intr-adevăr, să arătăm că între trei numere oarecare x, y, z avem relația:

$$(x+y)(y+z)(z+x) \geqslant 8\,xyz.$$

Fie identitatea, ușor verificabilă:

$$(x+y)(y+z)(z+x) = x(y^2+z^2) + y(z^2+x^2) + z(x^2+y^2) + 2\,xyz.$$

Inlocuind: $y^2 + z^2 \geqslant 2yz$; $z^2 + x^2 \geqslant 2zx$; $x^2 + y^2 \geqslant 2xy$, obținem tocmai relația căutată.

Iar substituția: $x = \operatorname{tg}\alpha$, etc.,, ne dă: $R \geqslant 2r$, ceea ce trebuia demonstrat.

Nicolau Gh. Cornel, absolvent București

O DEMONSTRARE A UNEI INEGALITĂȚI TRIGONOMETRICE

In G.M.F. seria B, 5, 1959, p. 276 se demonstrează inegalitatea:

$$8 \sin\frac{A}{2} \sin\frac{B}{2} \sin\frac{C}{2} \leqslant 1.$$

unde A, B, C sînt unghiurile unui triunghi oarecare:

Acestei inegalități i se mai poate da și altă demonstrație.

Se știe că $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin\frac{A}{2} \sin\frac{B}{2} \sin\frac{C}{2}$

de unde:

$$8 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = 2 (\cos A + \cos B + \cos C) - 2.$$

Vom avea de demonstrat inegalitatea:

$$\cos A + \cos B + \cos C \leqslant \frac{3}{2}. \qquad (1)$$

Adunînd relațiile: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$; $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$; $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ și ținînd seama de relația (1) vom obține:

$$\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \leqslant \frac{3}{2}$$

care se mai scrie:

$$ab(a+b) + ac(a+c) + bc(b+c) - a^3 - b^3 - c^3 \leqslant 3abc \qquad (2)$$

Avem evident: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$.

Inlocuind pe $a^2 + b^2$ cu cantitatea mai mică $2ab$, această identitate devine:

$$a^3 + b^3 \geqslant (a+b) \cdot ab.$$

Mai avem două relații analoge: $a^3 + c^3 \geqslant ac(a+c)$ și $b^3 + c^3 \geqslant bc(b+c)$. Acestea însumate dau:

$$2(a^3 + b^3 + c^3) \geqslant ab(a+b) + ac(a+c) + bc(b+c) \qquad (3)$$

Mai avem: $a^2 + b^2 + c^2 \geqslant ab + ac + bc$ și $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c) \cdot (a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$ de unde obținem:

$$a^3 + b^3 + c^3 \geqslant 3abc. \qquad (4)$$

Scăzînd relația (3) din relația (4) obținem relația (2) care, demonstrează inegailtatea propusă.

Observare. Inegalitatea devine egalitate pentru $a = b = c$ adică, $A = B = C = 60^0$.

Ene P. Dumitru, elev Ploești

ASUPRA PROBLEMEI 707 (A)

In legătură cu exercițiul 707 din G.M.F. seria A, ianuarie 1959 semnat de E. Rusu:

Notînd $a = \log_{14} 18$ și $b = \log_{12} 14$ să se afle $x = \log_{12} 147$ în funcție de a și b.

— Din cele două relații date scoate ușor că: $\log_{12} 18 = ab$.

De asemenea se poate verifica ușor că :

$$147 = \frac{(14)^2 \cdot (18)^{\frac{4}{3}}}{(12)^{\frac{5}{3}}}.$$

Aplicînd logaritmii în baza 12 egalității de mai sus deducem :

$$\log_{12} 147 = 2b + \frac{4}{3} ab - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}(4ab + 6b - 5).$$

Voi căuta să dau o rezolvare mai generală, problemei :
Dîndu-se p egalități :

$$C_\alpha = \log_b (a_1^{\alpha_1} \cdot a_2^{\alpha_2} \ldots . a_p^{\alpha p})$$
$$C_\beta = \log_b (a_1^{\beta_1} \cdot a_2^{\beta_2} \ldots . a_p^{\beta p})$$
$$\cdot$$
$$\cdot$$
$$\cdot$$
$$C_\lambda = \log_b (a^{\lambda_1} \cdot a_2^{\lambda_2} \ldots . a_p^{\lambda p})$$

să se afle $x = \log_b (a_1^{m_1} \cdot a_2^{m_2} \ldots . a_p^{mp}$ în funcție de numerele C_α, $C_\beta, \ldots, C_\lambda$ și exponenții $\alpha_i, \beta_i, \ldots \lambda_i$

Fie $x = \log_b (a_1^{\alpha_1} a_2^{\alpha_2} \ldots a_p^{\alpha p})^{U_1} (a_1^{\beta 1} a_2^{\beta 2} \ldots a_p^{\beta p})^{U_2} \ldots$
$\ldots (a_1^{\lambda 1} \cdot a_2^{\lambda 2} \ldots . a_p^{\lambda p})^{Up}$, unde exponenții $u_1, u_2, \ldots, u_p$ vor fi determinați ulterior. Deducem :

$$x = u_1 \cdot C_\alpha + u_2 \cdot C_\beta + \ldots + u_p C_\lambda .$$

Numerele $u_1, u_2, \ldots, u_p$ sînt date de sistemul de p ecuații (cu p necunoscute) :

$$\alpha_1 u_1 + \beta_1 u_2 + \ldots + \lambda_1 u_p = m_1$$
$$\alpha_2 u_1 + \beta_2 u_2 + \ldots \lambda_2 u_p = m_2$$
$$\cdot$$
$$\cdot$$
$$\cdot$$
$$\alpha_p u_1 + \beta_p u_2 + \ldots + \lambda_p u_p = m_p \qquad (A)$$

obținut prin egalarea exponenților lui $a_1, a_2, \ldots, a_p$ din identitatea :

$$a_1^{m_1} \cdot a_2^{m_2} \ldots . a_p^{mp} = (a_1^{\alpha_1} \cdot a_2^{\alpha_2} \ldots . a_p^{\alpha p})^{U_1} (a_1^{\beta 1} \cdot a_2^{\beta 2} \ldots , . a_p^{\beta p})^{U_2} \ldots$$
$$\ldots (a_1^{\lambda_1} \cdot a_2^{\lambda_2} \ldots . a_p^{\lambda p})^{Up} .$$

Sistemul (A) ne dă pe $u_1, u_2, \ldots, u_p$; în felul acesta x este determinat :

$$x = u_1 C_\alpha + u_2 C_\beta + \ldots + u_p C_\lambda .$$

În exercițiul 707 se dă : $b = \log_{12} 2^1 \cdot 3^0 \cdot 7^1$; $1 = \log_{12} 2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^0$. $ab = \log_{12} 2^1 \cdot 3^2 \cdot 7^0$ și se cere $x = \log_{12} 2^0 \cdot 3^1 \cdot 7^2$.

E ușor de arătat că numerele u_1, u_2, u_3 din problema precedentă sînt date de sistemul :

$$0 = 1 \cdot u_1 + 2 \cdot u_2 + 1 \cdot u_3$$
$$1 = 0 \cdot u_1 + 1 \cdot u_2 + 2 \cdot u_3$$
$$2 = 1 \cdot u_1 + 0 \cdot u_2 + 0 \cdot u_3$$

care dă : $u_1 = \frac{6}{3}$; $u_2 = -\frac{5}{3}$ și $u_3 = \frac{4}{3}$.

Deci, $x = \frac{6}{3} \cdot b - \frac{5}{3} \cdot 1 + \frac{4}{3} ab = \frac{1}{3}(4ab + 6b - 5)$

și regăsim astfel, rezultatul de la început.

Brișcă Virgil, cl. XI Giurgiu

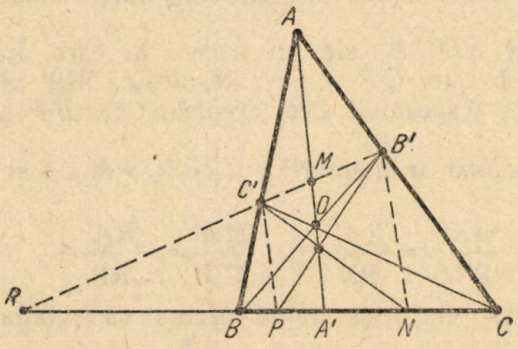
O GENERALIZARE A PROBLEMELOR 1719 și 3168

Fie AA', BB', CC' cevienele unui punct O din interiorul triunghiului ABC. Notăm cu M intersecția dreptelor AA', B'C' iar cu N și P punctele unde paralelele din B' și C' la AA' taie pe BC. Să se arate că :

$$\frac{1}{B'N} + \frac{1}{C'P} = \frac{2}{A'M} \qquad (1)$$

Soluție. Din asemănarea triunghiurilor $(AA'C, B'NC)$ și $(AA'B, C'PB)$ rezultă :

$$\frac{AA'}{B'N} = \frac{AC}{B'C} \; ; \; \frac{AA'}{C'P} = \frac{AB}{C'B}.$$



Adunînd aceste două relații obținem :

$$AA'\left(\frac{1}{B'N} + \frac{1}{C'P}\right) = \frac{AC}{B'C} + \frac{AB}{C'B}.$$

Pentru a demonstra relația (1) trebuie să arătăm că:

$$\frac{AC}{B'C} + \frac{AB}{C'B} = 2 \cdot \frac{AA'}{MA'} \tag{2}$$

În relația (2), dacă scriem: $AC = AB' + B'C$; $AB = AC' + C'B$; $AA' = AM + MA'$, obținem:

$$\frac{AB'}{B'C} + \frac{AC'}{C'B} = 2 \cdot \frac{MA}{MA'}. \tag{3}$$

Ținînd seama de relația lui Van Aubel rezultă din (3):

$$\frac{AO}{OA'} = 2 \cdot \frac{MA}{MA'}. \tag{4}$$

Fie R intersecția dreptelor BC, $B'C'$. Avem:

$$\frac{CA'}{CB} \cdot \frac{BC'}{C'A} \cdot \frac{AO}{OA'} = 1,$$

$$\frac{RA'}{RB} \cdot \frac{BC'}{C'A} \cdot \frac{AM}{MA'} = 1.$$

Din aceste două relații rezultă:

$$\frac{CA'}{CB} \cdot \frac{AO}{OA'} = \frac{RA'}{RB} \cdot \frac{AM}{MA'}.$$

În mod analog,

$$\frac{BA'}{BC} \cdot \frac{AO}{OA'} = \frac{RA'}{RC} \cdot \frac{AM}{MA'}.$$

Adunînd ultimele două relații și ținînd seama că $\frac{1}{RB} + \frac{1}{RC} = \frac{2}{RA}$, întrucît punctele B, C, A', R sînt armonic conjugate obținem tocmai relația (4).

Să demonstrăm acum cîteva proprietăți interesante în legătură cu relația (1).

1° Patrulaterul $NB'C'P$ este un trapez în care dreapta MA' este media armonică a bazelor $C'P$ și $B'N$. Rezultă că MA' trece prin punctul comun diagonalelor trapezului. Deci dreptele $C'N$, $B'P$ și AA' sînt concurente.

2° Din asemănarea triunghiurilor $(RB'N, RMA')$ și $(RC'P, RMA')$ avem:

$$\frac{MA'}{B'N} = \frac{RA'}{RN} \quad ; \quad \frac{MA'}{C'P} = \frac{RA'}{RP}.$$

Adunînd aceste relații și ținînd seama că relația (1) obținem:

$$\frac{1}{RN} + \frac{1}{RP} = \frac{2}{RA'}$$

ceea ce ne arată că punctele R, P, A', N formează o diviziune armonică De asemenea punctele R, C', M, B'.

3⁰ Cînd AA', BB', CC' sînt înălțimi în triunghiul ABC, avem problema 1719 din G.M.F. — seria B, nr. 6, 1955.

Aplicînd proprietatea ce formează obiectul prooblemei 3168 din G.M.F. — seria B, nr. 5, 1958, în cazul de față avem:

$$\frac{1}{B'N}+\frac{1}{C'P}-\frac{1}{HA'}=\frac{1}{AA'},$$

de unde:

$$\frac{1}{B'N}+\frac{1}{C'P}=\frac{1}{AA'}+\frac{1}{HA'},$$

și ținînd seama de relația (1) obținem:

$$\frac{1}{AA'}+\frac{1}{HA'}=\frac{2}{MA'}$$

H fiind ortocentrul triunghiului ABC. Aceasta demonstrează că și punctele A, M, H, A' sînt armonic conjugate.

Mircea Rădulescu, elev ș.m. 2 Constanța

CALEIDOSCOP FIZIC

1. Model pentru producerea undelor longitudinale

Pentru demonstrarea propagării undelor longitudinale se folosește de obicei arcul în spirală. Aici însă unda reflectată este repede amortizată și de aceea este greu de observat propagarea destinderii spiralelor.

Cu dispozitivul de mai jos se poate demonstra clar propagarea undelor longitudinale.

În planul focal al unui aparat de proiecție se fixează dinții unui pieptene; pe ecran va apare imaginea pieptenului. Este bine să delimităm imaginea cu ajutorul a două fășii de hîrtie opacă așezate la distanța de 10—15 mm între ele.

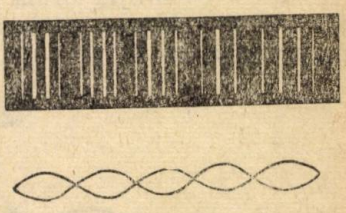


Fig. 1.

Dacă peste primul pieptene așezăm un al doilea dar care să aibă ceva mai mulți dinți pe centimetru față de primul, atunci pe ecran se vor vedea rărituri și îndesări succesive care imită rărirele și comprimările. Mișcînd încet unul din piepteni se va mișca și imaginea de pe ecran. Pe ecran se poate arăta clar lungimea de undă pe care o putem varia folosind piepteni cu dinți mai rari sau mai deși (fig. 1).

2. Transportul sarcinilor electrice cu ajutorul particulelor

De regulă elevii cu greu își pot forma o imagine despre transportul electricității prin electroliți și gaze cu ajutorul ionilor. Aceasta se poate arăta cu ajutorul pulberii de aluminiu.

Pe o fîșie de tablă așezată pe un suport izolant se presară un strat de pulbere de aluminiu (bronz de aluminiu fig. 2) și se leagă fășia de

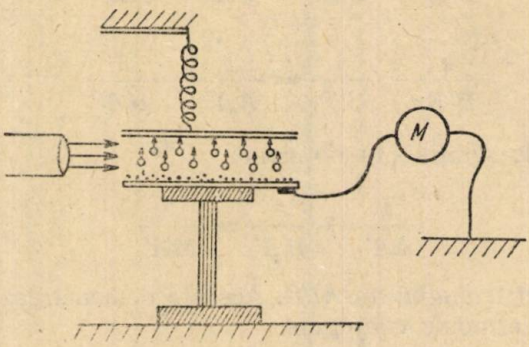


Fig. 2.

tablă la unul din polii unei mașini electrostatice, punînd al doilea pol în legătură cu pămîntul.

La 5—6 cm deasupra pulberii se fixează o a doua fîșie de tablă care este pusă tot în legătură cu pămîntul. Funcționînd mașina, pulberea de aluminiu se încarcă cu electricitate și se deplasează spre armătura superioară. Experiența se face în întuneric, iluminînd pulberea lateral cu un fascicul de lumină.

3. Experiențe cu semiconductori

Experiențe simple cu semiconductori se pot face folosind straturile subțiri, semiconductoare ce se pot forma direct pe conductorii de cupru.

a) *Termoelement cu semiconductor*

Două bucăți de sîrmă de cupru, mai groasă, se curăță bine la capete și apoi se pilesc capetele cu pila astfel, încît să se obțină fețe plane și perpendiculare pe lungime. Fiecare conductor de cupru se introduce în-

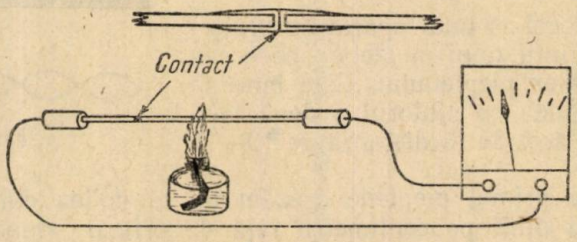


Fig. 3.

tr-un dop fixat la 4—5 cm de unul din capetele firelor, iar dopurile se fixează în stative, astfel încît cele două conductoare de cupru să fie așezate cap la cap, în prelungire, fără însă ca să se atingă unul de altul.

Pentru obținerea stratului semiconductor, cele două capete care stau față în față se încălzesc în flacăra unei lămpi cu spirt pînă cînd cele două capete ale firelor de cupru se acoperă cu un strat de oxizi de cupru în care rolul principal îl are Cu_2O.

Dacă atingem capetele existente ale celor două conductoare (fig. 3) și încălzim unul din conductoare în apropierea locului de contact, atunci galvanometrul introdus în circuit va arăta prezența unui curent electric. Dacă încălzim însă chiar locul de contact, atunci stratul de oxizi se deteriorează și curentul nu mai circulă. Se observă că, dacă încălzim mai aproape de contact, atunci curentul se întărește.

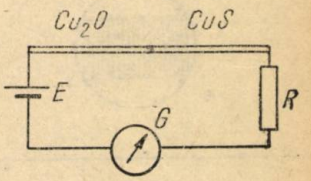


Fig. 4.

Se poate folosi ca semicondutori și un strat de sulfură de cupru (CuS) pe care îl putem obține introducînd un conductor de cupru încălzit, în sulf pulverizat și apoi încălzind încet din nou conductorul în flacăra unei lămpi cu spirt.

b) *Redresorul.* Redresorul se obține cu două conductoare din cupru din care unul este oxidat, iar celălalt este sulfurat. Aplicîndu-i acestui contact o tensiune de 1,5—2 volți dată de un element galvanic (fig. 4), se demonstrează că stratul redresor lasă să treacă curentul numai într-un sens, nu și în celălalt; pentru aceasta se inversează legăturile la bornele elementului.

În circuit se introduce pe lîngă galvanometru și o rezistență pentru a limita curentul.

4. Vase din sticlă pentru proiecții

Pentru proiecții se pot folosi vase plate confecționate din plăci de sticlă. Două geamuri de mărime potrivită se strîng cu cîteva cleme, iar între geamuri se așază o bucată de tub de cauciuc îndoită în formă de U astfel încît să formeze fundul și cei doi pereți laterali. Geamurile trebuie să adere bine pe fundul de cauciuc pentru ca să nu curgă lichidul din vas (fig. 5).

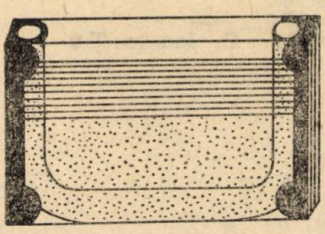


Fig. 5.

În astfel de vase se poate arăta difuziunea lichidelor, cristalizarea, fenomenele electrostatice. Vasul se așază în dreptul obiectivului unui epidiascop și se luminează prin transparență, obținîndu-se pe ecran imaginea corpurilor care se găsesc în vas.

Astfel de vase pot fi folosite și pentru demonstrarea refracției luminii în lichide.

5. Confecționarea rețelelor de difracție

Rețetele de difracție se pot confecționa ușor prin procedeul fotografic. Pe o coală de desen cu dimensiunile de 620 × 830 mm se trasează 160 linii cu lățimea de 3 mm, lăsînd între ele intervale de 2 mm. Dungile

se trasează cu tuș negru subțiat cu apă ca să nu fie lucioase și trebuie trase cu îngrijire și riguros exacte.

Hîrtia desenată se fotografiază cu un aparat fotografic de format mic pentru filmul de 35 mm. Fotografierea se face de la distanțele de 130 mm, 255 mm și 505 mm măsurînd de la planșă pînă la diafragma aparatului. Vom obține astfel trei clișee care vor conține respectiv 50,100 și 200 linii pe cm.

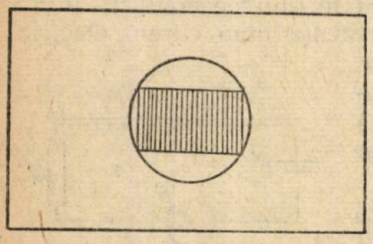


Fig. 6.

La fotografiere se folosește o diafragmă de 5,6 și se expune de 4—5 ori mai puțin față de normal. Se recomandă a se folosi un film cu granulație fină, iar developarea ilmului se face într-un revelator pentru granulație fină și la temperatura de 180°C.

Negativele astfel obținute se lipesc între două cartonașe. (fig. 6).

Prof. **V. Humeni** — Piatra Neamț

PROBLEME REZOLVATE

Problema 3392

Să se demonstreze că orice ar fi x și y avem:

$$\cos(x+y) + \sin x + \sin y \leqslant \frac{3}{2}$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție. — Avem succesiv:

$$2\cos(x+y) + 2\sin x + 2\sin y - 3 \leqslant 0$$

$$3 - 2\cos(x+y) - 2\sin x - 2\sin y \geqslant 0$$

$$1 + 2[1 - \cos(x+y)] - 2(\sin x + \sin y) \geqslant 0$$

$$1 + 2 \cdot 2\sin^2\frac{x+y}{2} - 4\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} \geqslant 0$$

$$1 + 4\sin^2\frac{x+y}{2} - 4\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} \geqslant 0$$

$$\left(2\sin\frac{x+y}{2} - \cos\frac{x-y}{2}\right)^2 - \cos^2\frac{x-y}{2} + \cos^2\frac{x-y}{2} + \sin^2\frac{x-y}{2} \geqslant 0$$

$$\left(2\sin\frac{x+y}{2} - \cos\frac{x-y}{2}\right)^2 + \sin^2\frac{x-y}{2} \geqslant 0$$

ceea ce este evident.

Problema 3422

Fie I intersecția bisectoarelor AA', BB', CC' în triunghiul ABC. Să se arate că avem relația:

$$\frac{AI}{IA'} \cdot A'C + \frac{BI}{IB'} \cdot BA' + \frac{CI}{IC'} \cdot C'B = 2p,$$

unde p este semiperimetrul triunghiului ABC.

Lupaș Laurențiu

Soluția I: În triunghiul $AA'C$ avem conform cu teorema bisectoarei:

$$\frac{AI}{IA'} = \frac{AC}{A'C} \text{ și analog:}$$

$$\frac{BI}{B'I} = \frac{AB}{AB'} \; ; \; \frac{CI}{C'I} = \frac{BC}{C'B}$$

Deci:

$$\frac{AC}{A'C} \cdot A'C + \frac{AB}{AB'} \cdot B'A + \frac{BC}{C'B} \cdot C'B = 2p.$$

Soluția II dată de elevii *M. Rădulescu, Constanța* și *Gh. Cezar*, Buzău. Conform cu relația lui *Van Aubel*, avem:

$$\frac{AC'}{C'B} + \frac{AB'}{B'C} = \frac{IA}{IA'};$$

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{AI}{IA'} \; ; \; \frac{AI}{IA'} = \frac{b+c}{a}$$

Deci:

$$\frac{AI}{IA'} \cdot A'C = \frac{b+c}{a} \cdot \frac{a\,b.}{b+c} = b;$$

Analog avem:

$$\frac{BI}{B'I} \cdot BA' = \frac{a+c}{b} \cdot \frac{b\,c}{a+c.} = c;$$

$$\frac{CI}{CII} \cdot C'B = \frac{a+b}{c} \cdot \frac{a\,c}{a+b} = a$$

Astfel se verifică relația din enunț.

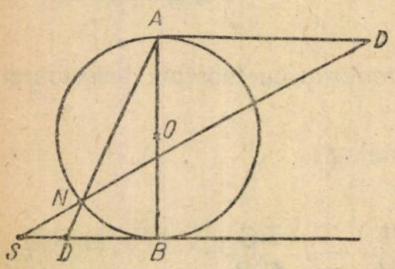
Problema 3449

Fie AOB un diametru în cercul O și tangentele la extremitățile sale. Pe tangenta din B luăm segmentul $SB = \frac{1}{k} AB$. *Un punct Q divide segmentul SB în medie și extremă rație. Dreapta AQ taie cercul O în N. Fie D, punctul în care SN taie tangenta în A.*

Să se demonstreze relația $AD = k^2 \cdot SB$ *(v. probl. 2653).*

* * *

Soluție. Conform enunțului avem:



$$\frac{SQ}{QB} = \frac{QB}{SB} \text{ adică}$$

$$QB^2 = SQ \cdot SB = \frac{SQ \cdot AB}{k}$$

Puterea lui Q față de cerc dă:

$$QB^2 = QN \cdot QA$$

de unde rezultă: $QN \cdot QA = \frac{1}{k} \cdot SQ \cdot AB$ (1)

Din asemănarea triunghiurilor *SNQ* și *AND* avem:

$\frac{SQ}{AD} = \frac{QN}{AN}$ și cum *NB* și *AN* sînt perpendiculare, din triunghiul dreptunghic *AQB* avem:

$AB^2 = AQ \cdot AN$ și deci:

$\frac{SQ}{AD} = \frac{AQ \cdot QN}{AB^2}$ adică $AD \cdot AQ \cdot QN = SQ \cdot AB^2$

Ținînd seama de (1) rezultă: $AD \cdot AQ \cdot QN = k \cdot QN \cdot QA \cdot AB$, adică, $AD = k \cdot AB$, însă $AB = k \cdot SB$, deci $AD = k^2 \cdot SB$.

Problema 3484

Să se arate că dacă simediana, bisectoarea și mediana ce pornesc respectiv din cele trei vîrfuri ale unui triunghi oarecare sînt concurente, triunghiul are laturile în progresie geometrică și reciproc.

* * *

Soluție dată de *Gabriel Tirtan*, Găești și *R. Eftimie* București. Dreptele *AS, BN, CM* fiind conucernte (fig. 1) avem conform teoremei lui Ceva:

$$\frac{SB}{SC} \cdot \frac{NC}{NA} \cdot \frac{MA}{MB} = 1$$

unde:

$$\frac{SB}{SC} = \frac{c^2}{b^2}, \quad \frac{NC}{NA} = \frac{a}{c}, \quad \frac{MA}{MB} = 1$$

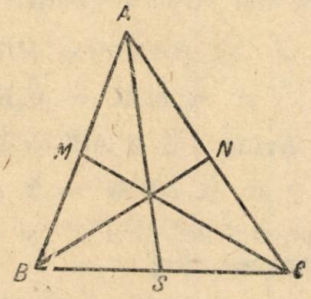
Deci:

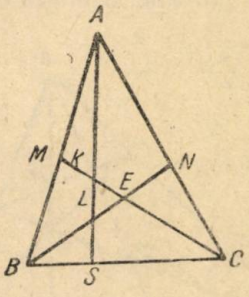
$$\frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{a}{c} = 1$$

de unde: $b^2 = ac$,
relație care ne arată că laturile triunghiului sînt în progresie geometrică în ordinea a, b, c.

Să arătăm că și reciproca este adevărată.
Presupunem că AS, BN, CM nu sînt concurente.
Fie atunci $K \equiv (AS, CM)$, $E \equiv (BN, CM)$, $L \equiv (AS, BN)$; (fig. 2)

Teorema lui Menelaus aplicată triunghiurilor CMA și CMB tăiate respectiv de transversalele BN și AS ne dă:





$$\frac{BM}{BA} \cdot \frac{NA}{NC} \cdot \frac{EC}{EM} = 1, \text{ unde } \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2}, \frac{NA}{NC} = \frac{c}{a},$$

$$\text{deci } \frac{EC}{EM} = \frac{2a}{c} \qquad (1)$$

$$\frac{AM}{AB} \cdot \frac{SB}{SC} \cdot \frac{KC}{KM} = 1, \text{ unde } \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}; \frac{SB}{SC} = \frac{c^2}{b^2} = \frac{c^2}{ac} = \frac{c}{a} \qquad (2)$$

deci:

$$\frac{KC}{KM} = \frac{2a}{c}. \quad \text{Egalitățile:}$$

$$\frac{EC}{EM} = \frac{2a}{c}; \qquad \frac{KC}{KM} = \frac{2a}{c}$$

subsistă cînd E se confundă cu K.

Analog se demonstrează că și punctul L se confundă cu punctele K și E. Deoarece punctele L, K, E, sînt confundate, rezultă că simediana AS, bisectoarea BN și mediana CM sînt concurente, deci reciproca este adevărată.

Problema 3493

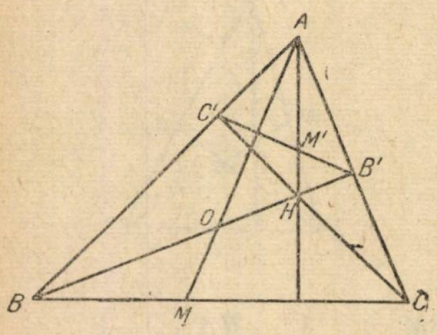
Într-un triunghi ABC notăm cu M intersecția lui AO cu latura BC și cu M' intersecția lui AH cu latura $B'C'$ a triunghiului ortic. Să se arate că $CM \cdot B'M' = C'M \cdot BM$, unde O și H sînt respectiv centrul cercului circumscris și ortocentrul triunghiului ABC.

Paul Popescu, student, București

Soluție. Cunoscînd că laturile triunghiului ortic sînt respectiv antiparalele laturilor triunghiului ABC,

$$\sphericalangle C'B'A = \sphericalangle ABC \quad \text{și} \quad \sphericalangle B'C'A = \sphericalangle ACB$$

La fel, cunoscînd că înălțimea ce pleacă dintr-un vîrf al triunghiului și diametrul cercului circumscris ce trece prin același vîrf fac unghiuri egale cu laturile triunghiului ce pornesc din vîrful respectiv, avem:



$$\sphericalangle BAM = \sphericalangle HAC$$

$$\text{și} \quad \sphericalangle MAC = \sphericalangle HAB$$

Avînd: $\sphericalangle M'AB' = \sphericalangle MAB$

și $\sphericalangle AB'M' = \sphericalangle ABC$,

triunghiurile $M'A'B'$ și MAB sînt asemenea, deci:

$$\frac{AM'}{AM} = \frac{M'B'}{MB} \qquad (1)$$

De asemenea, avînd $\sphericalangle M'AC' = \sphericalangle MAC$ și $\sphericalangle AC'M' = \sphericalangle ACB$ deci și triunghiurile $M'AC'$ și MAC sînt asemenea, de unde:

$$\frac{AM'}{AM} = \frac{C'M'}{CM} \qquad (2)$$

Comparînd (1) cu (2), se observă că:

$$\frac{M'B'}{MB} = \frac{C'M'}{CM}, \text{ adică:}$$

$$CM \cdot M'B' = MB \cdot C'M'$$

Problema 3508

Se consideră un triunghi ABC și un punct O în interiorul triunghiului, astfel ca:

$\sphericalangle OBC = \frac{B}{3}$, $\sphericalangle OCB = \frac{C}{3}$. Se notează $\sphericalangle BAO = x$, $\sphericalangle OAC = y$

Să se demonstreze relația:

$$\operatorname{tg}\frac{x-y}{2} = \operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{B+C}{6}\operatorname{tg}\frac{C-B}{6}$$

C. V. Costăchescu

Soluție.

În triunghiul BOC avem: $\dfrac{a}{\sin\left(\frac{B}{3}+\frac{C}{3}\right)}=\dfrac{OC}{\sin\frac{B}{3}}=\dfrac{OB}{\sin\frac{C}{3}}$;

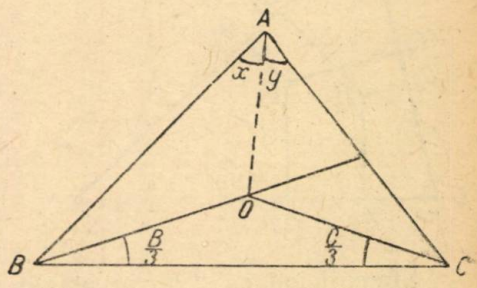
$$OC=a\sin\frac{B}{3}\operatorname{cosec}\left(\frac{B}{3}+\frac{C}{3}\right);\quad OB=a\sin\frac{C}{3}\operatorname{cosec}\left(\frac{B}{3}+\frac{C}{3}\right)$$

Din triunghiul AOB avem:

$$\frac{OA}{\sin\frac{2B}{3}}=\frac{OB}{\sin x};\quad OA=\frac{a\sin\frac{C}{3}\operatorname{cosec}\left(\frac{B}{3}+\frac{C}{3}\right)\sin\frac{2B}{3}}{\sin x}$$

iar din triunghiul OAC obținem $OA=\dfrac{a\sin\frac{B}{3}\operatorname{cosec}\left(\frac{B}{3}+\frac{C}{3}\right)\sin\frac{2C}{3}}{\sin y}$

$$\frac{\sin\frac{C}{3}\sin\frac{2B}{3}}{\sin x}=\frac{\sin\frac{B}{3}\cdot\sin\frac{2C}{3}}{\sin y},$$



sau

$$\frac{\sin x}{\sin y}=\frac{\cos\frac{B}{3}}{\cos\frac{C}{3}}$$

Mai putem scrie:

$$\frac{\sin x-\sin y}{\sin x+\sin y}=\frac{\cos\frac{B}{3}-\cos\frac{C}{3}}{\cos\frac{B}{3}+\cos\frac{C}{3}},\ \text{sau}\ \frac{2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}}{2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}=$$

$$=\frac{2\sin\frac{B+C}{6}\sin\frac{C-B}{6}}{2\cos\frac{B+C}{6}\cos\frac{C-B}{6}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{x-y}{2}=\operatorname{tg}\frac{x+y}{2}\operatorname{tg}\frac{B+C}{6}\operatorname{tg}\frac{C-B}{6},\ \text{unde}\ x+y=A.$$

Problema 3510

Fie O_1, O_2 două puncte oarecare în interiorul triunghiului ABC, iar A_1, B_1, C_1; A_2, B_2, C_2 proiecțiile punctelor O_1 și O_2 respectiv pe laturile BC, CA, AB. Dacă notăm $A_1A_2 = p_a$; $B_1B_2 = p_b$; $C_1C_2 = p_c$ să se arate că:

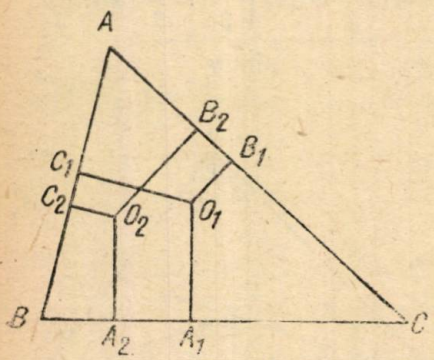
$$ap_a + bp_b + cp_c = 0.$$

(V. problemele 1908, 2546, 3049).

E. E. Rădescu, Focșani

Soluție dată de *M. Vrăjitoru*, elev Aiud. Fie $O_1O_2 = x$, E piciorul perpendicularei din O_1 pe O_2B_2, F piciorul perpendicularei din O_2 pe O_1A_1, iar G piciorul perpendicularei din O_1 pe O_2C_2.

Notînd $\sphericalangle O_2O_1E = \alpha$ și întrucît este vorba de segmente orientate, luăm sensul pozitiv pe laturile triunghiului de la A spre B, de la B spre C, de la C spre A. Avem astfel:



$$C_1C_2 = O_1G = x\cos(A-\alpha)\quad A_1A_2 =$$
$$= FO_2 = x\cos(C+\alpha);$$
$$B_1B_2 = O_1E = -x\cos\alpha.$$

Înlocuind în relație se obține:

$$ap_a + pb_b + cp_c =$$
$$= 2R\sin A\cdot x\cos(C+\alpha) -$$
$$- 2R\sin B\cdot x\cos\alpha +$$
$$+ 2R\sin C\cdot x\cos(A-\alpha)$$

Simplificînd cu $2Rx$, se obține:

$$\frac{ap_a + bp_b + cp_c}{2Rx} =$$

$$= \sin A\cos(C+\alpha) - \sin B\cos\alpha + \sin C\cos(A-\alpha) =$$

$$= \sin A\cos C\cos\alpha - \sin A\sin C\sin\alpha - \sin A\cos C\cos\alpha -$$

$$- \sin C\cos A\cos\alpha + \sin C\cos A\cos\alpha + \sin C\sin A\sin\alpha$$

și făcînd reducerile,

$$\frac{ap_a + bp_b + cp_c}{2Rx} = 0$$

deci,

$$ap_a + bp_b + cp_c = 0.$$

Se observă că, întrucît relațiile deduse nu sînt limitate la interiorul triunghiului, punctele O_1 și O_2 pot lua orice poziție în planul triunghiului.

Soluția a II-a a autorului. Aplicînd succesiv teorema lui Carnot, pentru punctele O_1 și O_2 triunghiului ABC, obținem următoarele două egalități:

$$BA_1^2 + CB_1^2 + AC_1^2 = CA_1^2 + AB_1^2 + BC_1^2$$

$$BA_2^2 + CB_2^2 + AC_2^2 = CA_2^2 + AB_2^2 + BC_2^2$$

care scăzute, dau:

$$(BA_1^2 - BA_2^2) + (CB_1^2 - CB_2^2) + (AC_1^2 - AC_2^2) = (CA_1^2 - CA_2^2) + \\ + (AB_1^2 - AB_2^2) + (BC_1^2 - BC_2^2)$$

care se mai poate scrie:

$$(BA_1 + BA_2)(BA_1 - BA_2) + (CB_1 + CB_2)(CB_1 - CB_2) + \\ + (AC_1 + AC_2)(AC_1 - AC_2) = (CA_1 + CA_2)(CA_1 - CA_2) + \\ + (AB_1 + AB_2)(AB_1 - AB_2) + (BC_1 + BC_2)\, BC_1 - BC_2)$$

Considerăm segmentele orientate și luăm sensul

$AB \to BC \to CA$ pozitiv. Avem atunci:

$$(BA_1 + BA_2) \cdot A_1A_2 + (CB_1 + CB_2)(-B_2B_1) + (AC_1 + AC_2)(-C_2C_1) = \\ (CA_1 + CA_2)(-A_2A_1) + (AB_1 + AB_2) \cdot B_1B_2 + (BC_1 + BC_2) \cdot C_1C_2;$$

sau:

$$(BA_1 + BA_2)\, p_a + (CB_1 + CB_2)\, p_b + (AC_1 + AC_2)\, p_c = (CA_1 + CA_2)\, p_a + \\ + (AB_1 + AB_2)\, p_b + (BC_1 + BC_2)\, p_c$$

sau:

$$p_a(BA_1 + BA_2 - CA_1 - CA_2) + p_b(CB_1 + CB_2 - AB_1 - AB_2) + \\ + p_c(AC_1 + AC_2 - BC_1 - BC_2) = 0$$

și încă:

$$p_a(BA_1 + A_1C + BA_2 + A_2C) + p_b(CB_1 + B_1A + CB_1 + B_2A) + \\ + p_c(AC_1 + C_1B + AC_2 + C_2B) = 0;$$

$$2ap_a + 2bp_b + 2cp_c = 0,$$

și simplificînd, obținem relația din enunț,

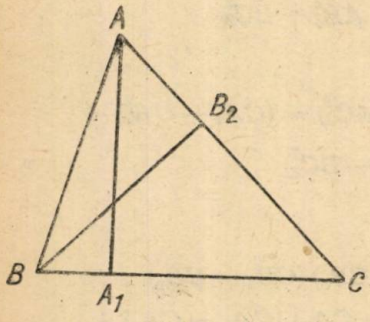
$$ap_a + bp_b + cp_c = 0.$$

În cazul $O_2 = H$; $O_1 = 0$; se obține problema 1908;

în cazul $O_2 = H$, iar O_1 este un punct pe dreapta CH (dreapta lui Euler, avem problema 2546, iar în cazul $O_2 = H$ și O_1 este un punct oarecare în interiorul triunghiului, găsim problema 3049.

Problema rezolvată mai sus este deosebit de interesantă, dacă considerăm anumite poziții pe care le pot ocupa punctele O_1 și O_2 în cazuri particulare. Iată, de exemplu, să studiem cazul $O_1 = A$; $O_2 = B$.

Conform relației, obținem :



$$AC \cdot AB_2 + BC \cdot BA_1 = AB \cdot AB$$

Împărțind totul prin AB, avem :

$$AC \cdot \frac{AB_2}{AB} + BC \cdot \frac{BA_1}{AB} = AB,$$

iar dacă ținem seamă

$$\frac{AB_2}{AB} = \cos A \text{ și } \frac{BA_1}{AB} = \cos B,$$

obținem în felul acesta o nouă demonstrație pentru cunoscuta relație $c = a \cos B + b \cos A$ și cele analoge ei.

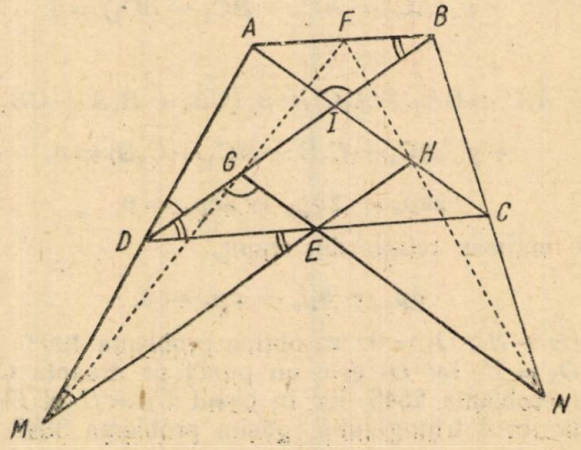
Problema 3511

Fie $ABCD$ un trapez oarecare. Să notăm cu E mijlocul bazei mari DC și cu F mijlocul bazei mici AB. Paralela la diagonala AC care trece prin E taie pe BC și BD respectiv în N și G, iar paralela la diagonala BD care trece prin E taie pe AC și AD respectiv în H și M. Să se arate că punctele G, H sînt pe laturile triunghiului FMN.

Stelian Lambă

Soluție. Să numim I intersecția diagonalelor AC și BD. Triunghiurile asemenea, ABD și DEM, ABI și DEG, dau :

$$\frac{MD}{DA} = \frac{DE}{AB} \text{ și } \frac{DE}{AB} = \frac{GD}{BI},$$



deci :

$$\frac{MD}{DA} = \frac{GD}{BI},$$

proporție în care aplicînd o proprietate cunoscută scriem :

$$\frac{MD}{MD + DA} = \frac{GD}{BI + GD},$$

deci : $\frac{MD}{MA} = \frac{GD}{BG}$; $\frac{MD}{MA} \cdot \frac{BG}{GD} = 1$

(E fiind mijlocul lui DC și $EG \parallel AC$, avem $IG = GD$).

Întrucît $\frac{AF}{FB} = 1$, putem scrie :

$$\frac{MD}{MA} \cdot \frac{AF}{FB} \cdot \frac{BG}{GD} = 1,$$

și în virtutea reciprocii teoremei lui Menelaus punctele M, G, F sînt coliniare.

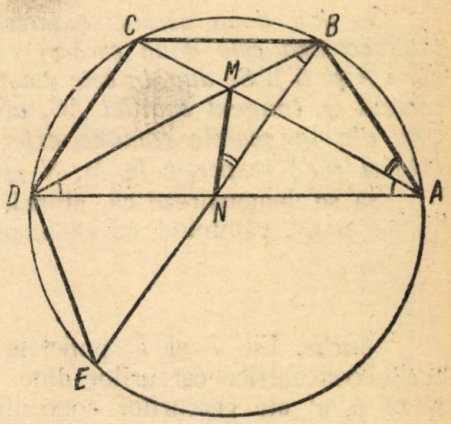
În același fel se arată că punctele N, H, F sînt coliniare.

Problema 3554

Într-un cerc se înscrie conturul poligonal regulat $ABCDE$ ($AB = BC = CD = DE$). Dacă se notează cu M și N intersecțiile (AC, BD), (AD, BE) să se arate că avem relația $AB^2 = AC \cdot MN$.

Gh. D. Simionescu

Soluția 1-a. Se observă că $\sphericalangle MBN \equiv \sphericalangle MAN$, deoarece cuprind pe cerc arce egale, deci patrulaterul $ABMN$ este inscriptibil. Se deduce că $\sphericalangle MNB = \sphericalangle MAB = \sphericalangle MAN = \sphericalangle MBN$ și triunghiul BMM este isoscel. Triunghiul BND este și el isoscel și are unghiul DBE comun cu triunghiul BMN, prin urmare $\Delta BMN \sim \Delta BND$. Rezultă :



$$\frac{MN}{BN} = \frac{BN}{BD},$$

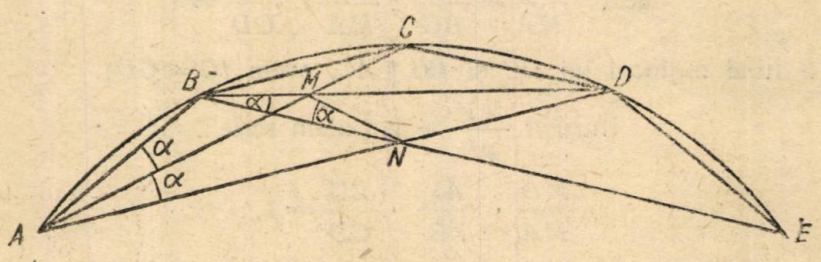
de unde

$$BN^2 = BD \cdot MN.$$

Însă $BD = AC$, deoarece subîntind arce egale, iar $BN = AB$, deoarece triunghiul ABN este isoscel, avînd $\sphericalangle DAB = \sphericalangle BNA$ = măsura unei diviziuni de pe cerc. Înlocuind în relația de mai sus găsim $AB^2 = AC \cdot MN$.

Soluția II-a dată de M. Vrăjitoru, elev Aiud. Notăm $AB=BC=a$, $\sphericalangle BAC=\sphericalangle CAD=\sphericalangle CBD=\sphericalangle BCA=\alpha$. Întrucît $\sphericalangle BMA=\sphericalangle CBD+\sphericalangle BCA=2\alpha$, în triunghiul ABM avem: $\frac{AB}{\sin 2\alpha}=\frac{BM}{\sin\alpha}$, de unde

$$BM=\frac{a}{2\cos\alpha}.$$



Se observă că, deoarece $\sphericalangle MBN=\sphericalangle MAN=\alpha$, patrulaterul $ABMN$ este inscriptibil, deci și $\sphericalangle BNM=\sphericalangle BAC=\alpha$, adică: $\sphericalangle BNM=\sphericalangle MBN$; prin urmare triunghiul BMN este isoscel, iar $MN=BM=\frac{a}{2\cos\alpha}$.

Din triunghiul ABC, $AC=2a\cos\alpha$, deci:

$$AC\cdot MN=2a\cos\alpha\,\frac{a}{2\sos\alpha}=a^2,\ a=AB \text{ și}$$

$$AC\cdot MN=AB^2.$$

Problema 3555

Se dau două cercuri exterioare (O), (O'). Linia OO' a centrelor intersectează cele două cercuri respectiv A, B și A', B' (B, A' situate între A și B'). Se duc, în cele două cercuri concentrice cu cele date: unul cu centrul O, tangent coardei AC, altul cu centrul O', tangent coardei B'C'. Una din tangentele comune exterioare ale acestor cercuri taie cercurile (O) și (O') respectiv în M, N și M', N' (N, M' situate între M și N').

Să se demonstreze că, atunci, cînd razele OC, $O'C'$ se rotesc în jurul lui O și O', rămînînd paralele, produsul MN', NM' este constant.

Gh. D. Simionescu

Soluție. Fie T și T' punctele de contact ale tangentei MN' cu cercurile concentrice cercurilor date. Notăm cu R, R' razele cercurilor date și cu ϱ, ϱ' ale cercurilor concentrice. Avem:

$$MN'=TT'+MT+M'T';\ NM'=TT'-(MT+M'T'),\ \text{deci:}$$

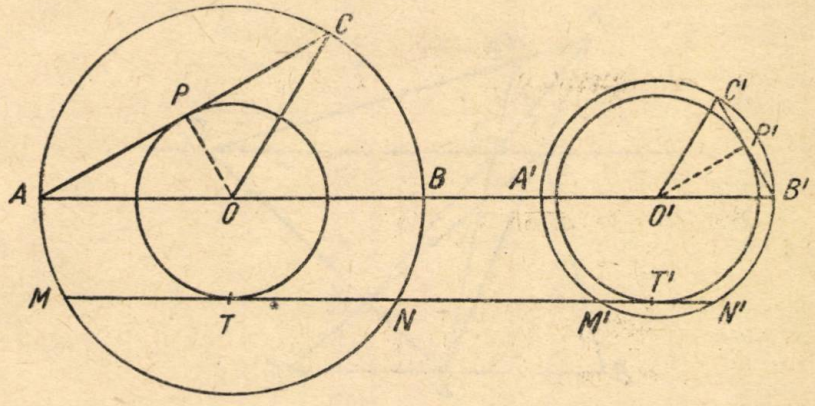
$$MN'\cdot NM'=TT'^2-(MT+M'T')^2=OO'^2-(\varrho'-\varrho)^2\quad(\sqrt{R^2-\varrho^2}+\sqrt{R'^2-\varrho'^2}$$

sau notînd $OO' = d$:

$$MN' \cdot NM' = d^2 - \rho^2 - \rho'^2 + 2\rho\rho' - (R^2 - \rho^2) - (R'^2 - \rho'^2) - 2\sqrt{R^2 - \rho^2}\sqrt{R'^2 - \rho'^2}$$

Dacă P, P' sînt punctele de contact ale cercurilor concentrice cu AC și $B'C'$, din asemănarea triunghiurilor OPC și $C'O'P'$, avem:

$$\frac{\rho}{C'P'} = \frac{PC}{\rho'}$$



de unde $\rho\rho' = PC \cdot P'C' = \sqrt{R^2 - \rho^2}\sqrt{R'^2 - \rho'^2}$ Inlocuind mai sus obținem:

$$MN' \cdot NM' = d^2 - R^2 - R'^2 = \text{const}$$

Problema 3600

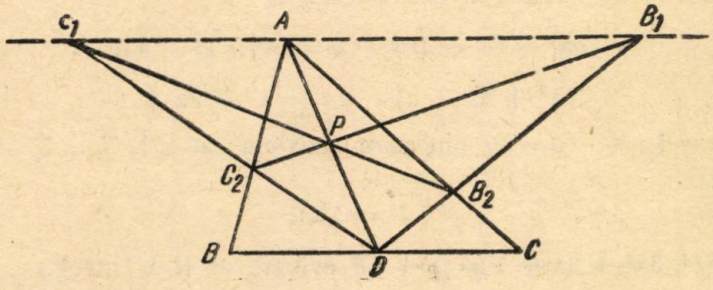
Fie D mijlocul laturii BC a unui triunghi ABC și B_1, C_1 două puncte oarecare pe paralela dusă prin A la BC. Dreptele DB_1, DC_1 întîlnesc respectiv laturile CA, AB în punctele B_2, C_2. Să se demonstreze că dreptele B_1C_2, C_1B_2 se întîlnesc pe mediana AD.

(În legătură cu problema 3161).

* * *

Soluție. Dreptele DA, B_1C_2, C_1B_2 sînt concurente, conform reciprocei teoremei lui Ceva, dacă:

$$\frac{AB_1}{AC_1} \cdot \frac{C_2C_1}{C_2D} \cdot \frac{B_2D}{B_2B_1} = -1 \qquad (1)$$

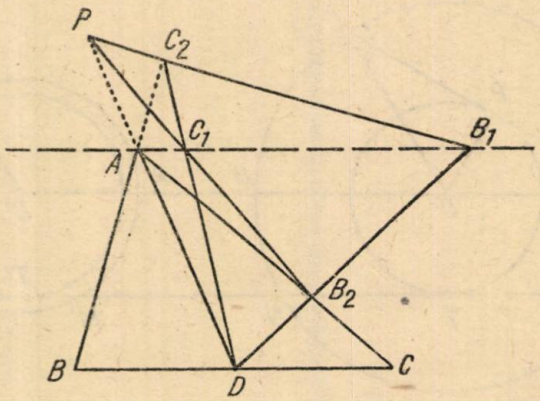


Din asemănarea triunghiurilor AB_1B_2 și CDB_2 și triunghiurilor AC_1C_2 și BDC_2:

$$\frac{AB_1}{CD} = \frac{B_2B_1}{B_2D}, \tag{2}$$

și

$$\frac{AC_1}{BD} = \frac{C_2C_1}{C_2D}. \tag{3}$$



Împărțim (2) la (3):

$$\frac{AB_1}{CD} \cdot \frac{BD}{AC_1} = \frac{B_2B_1}{B_2D} \cdot \frac{C_2D}{C_2C_1},$$

de unde, ținînd seama că $BD = -CD$ obținem relația (1).

Problema 3601

Să se determine numărul de forma abba știind că în orice bază este un cub perfect.

Lucian Mănescu, R. Vîlcea

Soluție. $N = ax^3 + bx^2 + bx + a = a(x^3 + 1) + bx(x + 1) = a(x + 1)(x^2 - x + 1) + bx(x + 1) = (x + 1)[ax^2 + (b - a)x + a]$.

Pentru ca N să fie un cub trebuie ca:

$$ax^2 + (b - a)x + a = (x + 1)^2 \quad \text{sau}$$

$$ax^2 + (b - a)x + a = x^2 + 2x + 1$$

adică: $a = 1$; $b - a = 2$, din care scoatem: $a = 1$, $b = 3$. Deci, acest număr este

$$N = 1331$$

$N = 1 \cdot x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1)^3$ oricare ar fi x întreg.

Problema E : 1120

Fie M un punct pe latura AD a unui dreptunghi ABCD. Cu centrul în M descriem un cerc ce taie pe BC în E și F. Dreptele ME și MF taie diagonalele AC și BD în G și I și respectiv H și J. Să se demonstreze că GHJI este un patrulater inscriptibil.

Strătescu Ion, Călărași

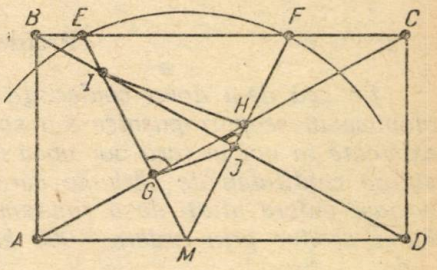
Soluție. Evident că $ME = MF$, deci triunghiul EMF este isoscel și deci

$$\sphericalangle FEM = \sphericalangle EFM \qquad (1)$$

În triunghiul BFJ avem:

$$\sphericalangle EFM = 180° - \sphericalangle CBD - \sphericalangle BJF \qquad (2)$$

iar triunghiul CEG, găsim că $\sphericalangle FEM = 180° - \sphericalangle BCA - \sphericalangle CGE$ (3)



Ținînd seamă de (2) și (3), relația (1) devine:

$$\sphericalangle CBD + \sphericalangle BJF = \sphericalangle BCA + \sphericalangle CGE$$

dar: $\sphericalangle CBD = \sphericalangle BCA$, deci

$$\sphericalangle BJF = \sphericalangle CGE \text{ sau } \sphericalangle IJH = \sphericalangle IGH$$

adică patrulaterul $IGJH$ este inscriptibil.

Problema E : 1340

Două robinete curgînd împreună, umplu un bazin în 9 ore și 36 minute. Dacă ar curge separat, primul robinet ar umple același bazin în 8 ore mai puțin decît al doilea robinet. Să se afle timpul în care fiecare robinet umple bazinul.

* * *

Soluție dată de *Octavian Persache*, ș.m. 11 București. Timpul în care amîndouă robinetele umplu bazinul curgînd împreună este de 9 ore 36 min. = 9,6 ore;

— timpul în care al doilea robinet umple bazinul este x;

— partea din bazin umplută într-o oră este $\frac{1}{x}$;

— timpul în care primul robinet umple bazinul este $(x - 8)$;

— partea din bazin umplută într-o oră: $\frac{1}{x-8}$.

Formarea ecuației:

$$9{,}6\left(\frac{1}{x-8}+\frac{1}{x}\right)=1,\quad \frac{1}{x-8}+\frac{1}{x}=\frac{1}{9{,}6},\ \text{de unde}$$

$$\frac{x+x-8}{x^2-8x}=\frac{10}{96},\ \text{Prin urmare}$$

$192x-768=10x^2-80x$ sau $19{,}2x-76{,}8=x^2-8x$, Mai putem scrie:

$$x^2-27{,}2x+184{,}96=-76{,}8+184{,}96,\ \text{de unde}$$

$$(x-13{,}6)^2=108{,}16,\ \text{deci}$$

$x-13{,}6=\pm 10{,}4$, deoarece $x-8>0$, nu convine $-10{,}4$.

Adică $x=13{,}6+10{,}4=24$ ore și $x-8=24-8=16$ ore

Problema E: 1341

La cea de-a doua conferință internațională pentru folosirea energiei atomice în scopuri pașnice s-a spus că în 1975, centralele atomoelectrice existente la noi în țară vor avea o putere de circa 500 000 kW. Să se calculeze cantitatea de cărbune care ar arde în 24 ore o termocentrală de aceiași putere utilă, dacă randamentul cuptoarelor este de 25%, iar cărbunii produc prin ardere 8 000 kcal/kg.

D. Bătinețu, Giurgiu

Soluție. Dacă puterea este $P = 500\,000$ kW, energia în 24 ore va fi: $W = 500\,000 \times 24 = 12 \times 10^6$ kWh, sau $W = 12 \times 10^6 \times 1000 \times 3600 = 432 \times 10^{11}$ jouli.

Această energie echivalează cu o cantitate de căldură de:

$$Q = 432 \times 10^{11} \times 0{,}239\ \text{cal} = 103 \times 10^{11}\ \text{cal} = 103 \times 10^8\ \text{K cal.}$$

Dacă randamentul mașinii este de 0,25, va fi necesară, pentru a produce energia utilă de mai sus, o cantitate de căldură Q':

$$Q'=\frac{Q}{\eta}=\frac{103\cdot 10^8}{0{,}25}=412\times 10^8\ \text{Kcal.}$$

Dacă fiecare kg de combustibil dă 8 000 kcal va fi necesară o cantitate de combustibil $M=\frac{412\times 10^8}{8\,000}=51{,}5\times 10^5$ kg $= 5\,150\,000$ kg $= 5\,150$ tone în 24 ore.

CHESTIUNI DE EXAMEN

Probleme propuse date la examenul de admitere în Institutul Politehnic Cluj, în septembrie 1959.

3969. a) Două cercuri exterioare de raze R și r sînt tangente în C. Se duce tangenta comună exterioară avînd punctele de contact în A și B. Se cere să se calculeze în funcție de R și r laturile triunghiului ABC.

b) Se dă un unghi și se ia pe bisectoarea unghiului un punct M la distanța a de vîrful O al unghiului. Să se determine triunghiul isoscel MAB, astfel ca perimetrul său să fie egal cu lungimea dată $2p$ unde A și B sînt așezate pe laturile unghiului.

3970. a) Fie h distanța dintre bazele unui segment sferic, r raza secțiunii făcută în sferă printr-un plan egal depărtat de bazele segmentului. Să se demonstreze că volumul segmentului sferic este

$$V = \pi h \left(r^2 - \frac{h^2}{12}\right)$$

b) Să se demonstreze că în toate sferele ce trec printr-un cerc dat, segmentele determinate de două plane duse la egală distanță de planul cercului, au volumele egale. (Se va ține seama de rezultatul obținut la punctul a).

3971. Se dă patrulaterul $ABCD$ în care:

$$\sphericalangle BAD = 90^0, \quad AB = AD = a \quad \text{și} \quad BC = CD = BD$$

a) Să se calculeze volumul obținut prin rotirea patrulaterului în jurul lui AB.

b) Să se calculeze raportul volumului de mai sus, prin volumul corpului obținut prin rotirea patrulaterului în jurul lui BC.

3972. Pe prelungirea laturei BC a unui triunghi oarecare ABC să se determine un punct P astfel încît distanța PA să fie medie proporțională între distanțele PB și PC. Să se exprime apoi cele trei distanțe PA, PB, PC în funcție de laturile a, b, c ale triunghiului ABC.

3973. Într-un cerc dat de rază R se duc coardele:

$AB = l_6$ latura exagonului regulat înscris în cerc).

$AC = l_4$ (latura patratului înscris).

$AD = l_3$ (latura triunghiului echilateral înscris).

Coarda AD se duce mai aproape de AB. Prelungirile dreptelor BD, BC și DC întîlnesc tangenta în A la cerc în punctele G, E, F.

a) Să se demonstreze că triunghiurile BCD și CEF sînt isoscele, iar triunghiul DFG este dreptunghic.

b) Să se exprime în funcție de raza cercului laturile triunghiurilor BCD și DGF.

3974. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{aligned} x + y &= 3z \\ x^2 + y^2 &= 5z \\ x^3 + y^3 &= 9z \end{aligned}$$

3975. Să se determine pentru ce valoare a parametrului m suma pătratelor rădăcinilor ecuației:

$$x^2 + (m - 2)\, x - (m + 3) = 0$$

are cea mai mică valoare?

3976. Se dă ecuația:

$$11\,(m - 3)\, x^2 + 22\,(m - 5)\, x + 12\, m - 73 = 0$$

Să se afle valorile parametrului m pentru care:

a) ecuația are rădăcini egale;

b) ecuația are rădăcini egale și de semne contrarii;

c) ecuația are rădăcini inverse una alteia;

d) Să se discute natura rădăcinilor după valorile parametrului m.

3977. Un vagon de 200 kgf pornește din repaus pe o pantă înclinată de 30°. La capătul pantei vagonetul are viteza de 18 km/h.

Cunoscînd coeficientul de frecare $\mu = 0{,}01$, să se calculeze:

a) accelerația vagonetului pe planul înclinat;

b) lungimea planului înclinat;

c) energia potențială a vagonetului la jumătatea planului înclinat și energia cinetică la capătul lui.

d) Ce distanță străbate în continuare pe planul orizontal pînă la oprire (coeficientul de frecare fiind același).

3978. Într-un calorimetru cu masa de 88 g, conținînd 90 g apă, se așază o rezistență electrică străbătută timp de 2 minute de un curent de 2 A, sub acțiunea unei tensiuni electrice de 6 V. Dacă apa s-a încălzit de la 22°C la 24,5°C, iar căldura specifică a vasului calorimetric este $0{,}091 \frac{\text{cal.}}{\text{g·grad}}$, să se calculeze: a) Puterea și energia electrică consumată; b) Rezistența electrică a sîrmei introdusă; c) Echivalentul mecanic al caloriei.

3979. Un aparat fotografic așezat la distanța de 5,5 m de la obiect, execută fotografii la scara $\frac{1}{50}$. Să se calculeze: a) Distanța dintre obiectiv și film; b) Distanța focală; c) Puterea obiectivului.

3980. O picătură de mercur de formă sferică cu raza $r = 3$ mm cade liber de la înălțimea $h = 500$ m. Să se găsească: a) Viteza finală în căderea liberă; b) Timpul necesar căderii; c) Cu cîte grade Celsius se încălzește picătura în momentul ciocnirii finale considerînd că toată energia de mișcare se transformă în căldură și că toată căldura este absorbită de picătura de mercur. Se dă:

$$d_{Hg} = 13{,}56 \frac{g}{cm\,3}\,; \quad c_{Hg} = 0{,}053 \frac{\text{cal}}{\text{g·grad}}$$

3981. Un tractor cu puterea $P = 40$ C.P. consumă, pentru o lucrare agricolă, o cantitate de combustibil echivalentă cu necesarul transformării unei mase de gheață $m = 100$ kg la temperatura $t_1 = 40°C$, în apă la

temperatura de fierbere. Să se calculeze durata lucrării agricole efectuate. Se dau: puterea calorică a combustibilului: $L = 10\,000 \frac{\text{kcal}}{\text{kg.}}$; căldura latentă de topire a gheții $L_1 = 80 \frac{\text{kcal}}{\text{kg.}}$; căldura specifică a gheții: $c = 0{,}5 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grad}}$

3982. Un cablu AB cu lungimea $l = 100$ km are o rezistență electrică de $15{,}2 \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$. Într-un anumit loc C al cablului se produce un accident care este echivalent cu o scurgere la pământ și care introduce o rezistență suplimentară R. Dacă se măsoară rezistența electrică a cablului cînd capătul său îndepărtat B este izolat, se găsește valoarea $R_1 = 1152$ ohmi. Dacă acest capăt este legat la pământ se găsește valoarea $R_2 = 918$ ohmi. Să se găsească distanța la care s-a produs defectul pe cablu.

PROBLEME PROPUSE *)

3983. Fie A_1, B_1, C_1 trei puncte pe laturile BC, CA, AB ale triunghiului ABC. Dreptele A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 taie cercul circumscris triunghiului ABC în punctele A_3, B_2; B_3, C_2; C_3, A_2; notăm: $B_1C_1 = a'$, $A_1C_1 = b'$; $B_1A_1 = c'$. Să se arate că

$$(C_1C_2 - B_1B_3)\,a' + (A_1A_2 - C_1C_3)\,b' + (B_1B_2 - A_1A_3)\,c' = 0.$$

(În legătură cu problema 3740)

Iacob I. Voia, Timișoara

3984. Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$x + y = a^2x^2 + b^2y^2$$
$$x^2 + y^2 = ax + by$$

Gh. Buicliu

3985. Se dă patrulaterul $ABCD$ și dreptele AA', BB'; CC', DD' paralele respectiv cu CD și AB, iar A' B' C' D' fiind intersecțiile acestor paralele cu BC și AD. Prin punctul 0 de intersecție al diagonalelor se duc dreptele (Δ_1) și (Δ_2) paralele respectiv cu AB și CD și care taie pe BC în M_1, M_2 și pe AD în N_1, N_2.

Să se arate că:

$$AA' \cdot DD' + BB' \cdot CC' = M_2N_2 \cdot AB + M_1N_1 \cdot CD.$$

(În legătură cu problema E: 1192)

R. Z. Eftimie, elev București

---

*) VIII (3992, 3993, 3994, 4011, 4013); IX (3983, 3984, 3985, 3987, 3995, 3999, 4001, 4002, 4009, 4012); X (3986, 3988, 3989, 4000, 4003, 4008, 4010); XI (3996, 3997, 3998, 4004, 4005, 4006, 4007).

3986. Să se calculeze:

$$\sum_{n=1}^{n} (n^2+n-1) \log_{a^{(n+2)!}} x$$

în funcţie de $\log_a x$.

Virgil Nicula, elev Bucureşti

3987. Se dă un triunghi oarecare ABC, iar punctele A_1, B_1, C_1 împart laturile BC, CA, AB în acelaşi raport. Să se demonstreze că suma puterilor punctelor A,B,C în raport cu cercul $A_1B_1C_1$ este egală cu suma puterilor punctelor A_1, B_1, C_1 în raport cu cercul ABC.

Adrian Şerb, student Bucureşti

3988. Să se afle valorile lui x pentru care avem:

a) $E_1 = \operatorname{tg} x + \dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\sqrt{1-\sin^2 x}} = 0,$

b) $E_2 = \operatorname{tg} x - \sqrt{\sec^2 x - 1} = 0,$ c) $E_1 E_2 = 0$

C. Ionescu-Ţiu

3989. Să se arate că:

$$\frac{11}{24} < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{6\cdot 2^n + 4\cdot 3^n} < \frac{13}{24}$$

V. Brişcă, elev Giurgiu

3990. Să se arate că dacă $x + \dfrac{1}{x} = 2\cos\alpha$, atunci avem:

$$x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \ldots + \frac{1}{x^n} = 2\,\frac{\cos\dfrac{(n+1)\alpha}{2}\sin\dfrac{n\alpha}{2}}{\sin\dfrac{\alpha}{2}}.$$

* * *

3991. În triunghiul oarecare ABC în care am dus înălţimile AA', BB', CC' însemnăm cu H ortocentrul şi cu D mijlocul laturii BC, se se demonstreze că: a) dreptele $B'D$ şi $C'D$ sînt tangente cercului circumscris patrulaterului inscriptibil $AC'HB'$; b) dacă $M = (CC', B'D)$ şi $N = (BB', C'D)$, atunci dreptele AD, BM şi CN sînt concurente.

Stelian Lambă, Vasile Roaită

3992. Să se rezolve în numere întregi ecuaţia:

$$6xyz - 4xy - 12xz - 3yz + 8x + 2y + 6z - 5 = 0.$$

C. Gh. Bănică, elev C. Lung Muscel

3993. Să se afle cel mai mic număr de forma: $N = aaa \ldots a$ divizibil cu 29.

Hănzulea N., elev Hunedoara

3994. Să se calculeze expresia:

$$E = \frac{\dfrac{a+b+\sqrt{(a^2-1)(1-b^2)}}{ab+1} + \dfrac{a-b+\sqrt{(a^2-1)(1-b^2)}}{ab-1}}{1+\dfrac{[a+b+\sqrt{(a^2-1)(1-b^2)}]\,[a-b+\sqrt{(a^2-1)(1-b^2)}]}{a^2b^2-1}}$$

I. I. Stamate

3995. Se dă un triunghi ABC cu aria S. Pe latura $BC = a$ se iau segmentele $BM = CN = \frac{a}{n}$ (n fiind număr întreg, egal sau mai mare ca 2); pe latura $AC = b$, se iau segmentele $AQ = CP = \frac{b}{n}$ și pe latura $AB = c$, se iau segmentele $AR = BT = \frac{c}{n}$.

— Să se găsească aria S_1 a exagonului $MNPQRT$.

— Să se calculeze aria S_2 a exagonului $MTPNRQ$, în cazul cînd segmentele notate mai sus se iau pe prelungirile fiecărei laturi, de o parte și de alta.

Corneliu Georgescu

3996. Să se calculeze suma:

$$S = \log_{4^{3^1}} 2^{2^1} + \log_{4^{3^2}} 2^{2^2} + \ldots + \log_{4^{3^n}} 2^{2^n}$$

cînd n tinde către infinit.

Susea Andrei, elev, București

3997. Să se calculeze

$$\sum_{n=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \sin k\,\alpha$$

Dan Marinescu, elev, R. Vîlcea

3998. Se dă familia de cercuri:

$$x^2 + y^2 - a(1+mn)\,x - a(m+n)\,y + a^2mn = 0$$

unde a este constantă, iar m și n doi parametri între care există relația $m - n = k(1+mn)$, k fiind o constantă.

1) Să se arate că cercurile acestei familii taie axa x-ilor într-un punct fix.

2. Să se găsească locul geometric al centrelor cercurilor familiei date.

3. Fie M și N punctele unde cercurile familiei taie axa Oy, P punctul fix, iar R' simetricul față de origină al celui de-al doilea punct de intersecție R al familiei de cercuri cu axa xx'.

Să se arate că $MN = PR'$ tg (MPN).

V. V. Băghină, Breaza

3999. În patrulaterul inscriptibil $ABCD$ notăm $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DA = d$, $BD = e$, $AC = f$. Să se demonstreze relația:

$$a \cdot d \cdot e + b \cdot c \cdot e = a \cdot b \cdot f \cdot + e \cdot d \cdot f$$

Gabriel Tîrtan, absolvent, Găești

4000. Într-o prismă de secțiune dreaptă BAC se cunoaște unghiul A și indicele de refracție n. O rază de lumină monocromatică SI cade pe fața AB sub unghiul de incidență a, se refractă și iese din prismă prin fața AC după direcția IS care face cu normala unghiul b.

Să se stabilească relațiile dintre a, b, A, n și unghiul D de deviație și să se discute valorile pe care le pot lua aceste elemente.

Aplicație: $A = 30°$, $n = \sqrt{2}$.

Gh. Popescu, profesor, Lugoj

4001. Să se arate că sistemul de ecuații

$$a(y + z) + bx - x^2(y + z) = 0$$

$$a(z + x) + by - y^2(z + x) = 0$$

$$a(x + y) + bz - z^2(x + y) = 0$$

este nedeterminat.

C. Coșniță

4002. Să se afle valorile lui x pentru care avem:

$$\frac{1 + x}{1 - x^{-1}} + \frac{1 - x^{-1}}{1 + x} + \frac{1 - x}{1 + x^{-1}} + \frac{1 + x^{-1}}{1 - x} = 4.$$

C. Ionescu-Țiu

4003. Fiind dat tetraedrul echifacial $OABC$ în care se notează $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, iar unghiurile diedre corespunzătoare muchiilor BC, CA, AB cu α, β, γ, să se arate că dacă punem $a^2 + b^2 + c^2 = 2\sigma$, atunci

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{a}\sqrt{\frac{(\sigma-b^2)(\sigma-c^2)}{\sigma-a^2}}\;;\qquad \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}=\frac{1}{b}\sqrt{\frac{(\sigma-c^2)(\sigma-a^2)}{\sigma-b^2}}\;;$$

$$\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}=\frac{1}{c}\sqrt{\frac{(\sigma-a^2)(\sigma-b^2)}{(\sigma-c^2)}}$$

Gh. D. Simionescu

4004. Se dă funcţia $y=x^2+2(m-1)x+m+1=0$, în care m este un parametru.

1. Pentru care valori ale lui m curba reprezentativă (C) a acestei funcţii taie axa x-ilor. Să se verifice că ori care ar fi punctele de intersecţie cu axa x-ilor, M' şi M'', ele rămîn conjugate armonic în raport cu punctele fixe $A(-2,0)$ şi $B(1,0)$.

2. Să se construiască curbele (C) pentru $m=0$ şi pentru $m=3$. Ce particularităţi reprezintă aceste curbe în legătura cu punctul 1.

3. Să se exprime coordonatele vîrfului V al curbei (C) şi să se afle locul geometric al punctului V cînd m variază de la $-\infty$ la $+\infty$.

(Bacalaureat, Madagascar, 1958)

4005. O elipsă are ecuaţia $4x^2-16x+y^2=0$. Să se determine axele sale, centrul şi focarele, apoi să se deseneze luînd cm ca unitate de lungime.

Fie k coeficientul unghiurilor al unui diametru al elipsei. Care sînt ecuaţiile acestui diametru şi al diametrului conjugat? Primul diametru taie dreapta $x=4$ în punctul P. Să se formeze ecuaţia perpendicularei dusă din P pe diametrul conjugat. Să se arate că această dreaptă taie axa x-ilor într-un punct fix, independent de poziţia punctului P pe dreapta $x=4$. Fie S intersecţia acestei perpendiculare cu diametrul conjugat. Să se afle prin calcul, ecuaţia curbei descrisă de S cînd k variază. Cum se poate vedea prin geometrie pură care curbă se obţine? De ce centrul elipsei aparţine acestei curbe?

(Examen maturitate din Norvegia, 1958)

4006. Uneori, pentru a se putea fotografia obiectele mici cu un aparat simplu, se montează la obiectivul aparatului o lentilă suplimentară convergentă. La ce depărtare de aparat trebuie pus obiectul pentru ca imaginea să fie clară? Aparatul este reglat pe „infinit".

Adameşteanu Ion, elev, Piteşti

4007. Un tub sonor deschis are 35 cm lungime, iar unul închis are 40 cm lungime. Să se calculeze:

a) Frecvenţa sunetului fundamental şi frecvenţa armonicii a treia superioare pentru ambele tuburi;

b) Numărul bătăilor în unitatea de timp ale sunetului dat de cele două tuburi cînd funcţionează simultan.

Mititelu Ştefan, elev Calafat

4008. O sferă compactă a cărei rază este de 10 cm plutește într-un vas cu apă. Să se calculeze adîncimea pînă la care coboară sfera în apă, precum și raportul calotelor sferice în care este împărțită sfera de către nivelul apei, știind că greutatea specifică a materialului din care este confecționată sfera este $\gamma = 0{,}5$ gf/cm^3.

Mititelu Ștefan, elev Calafat

4009. Să se calculeze: a) timpul în care 2 kg de gheață cu temperatura inițială 0^0C sînt aduse la fierbere cu ajutorul unui fierbător electric de 1 000 W, precum și tensiunea la care este conectat fierbătorul, dacă rezistența lui este de 40 ohmi. Se dă căldura latentă de topire a gheții $\lambda = 80$ cal/g.

b) Fără a considera timpul în care gheața este adusă la fierbere, să se calculeze în cît timp se evaporă toată apa provenită din gheață, dacă căldura latentă de vaporizare a apei este egală cu $\gamma = 539$ cal/g.

Lupu Victor, elev Galați

4010. Un încălzitor electric a înd puterea 400 W și randamentul $80^0/_0$ încălzește 2 litri de apă de la $2\circ^0$C la temperatura de fierbere. Căldura absorbită de vas reprezintă $10^0/_0$ din căldura absorbită de apă. Să se calculeze costul consumului electric, dacă 1 kWh ar avea prețul de 1 leu.

M. Cărăușu

4011. O bucată de plută cîntărește 24 g. Așezată pe apă ea plutește. Să se calculeze ce greutate trebuie așezată pe ea spre a se scufunda complet.

M. Cărăușu

4012. Paralel cu punerea în funcțiune a unor termocentale este prevăzută construirea hidrocentralelor de la Bratsk cu o putere de 3 600 000 kW, Krasnoiarsk cu o putere de 4 200 000 kW etc., se arată de către tovarășul N. S. Hrusciov în Raportul prezentat la Congresul al XXI-lea extraordinar al P.C.U.S.

Să se determine ce cantitate de cărbuni ar fi necesară în 24 de ore pentru a fi arsă în cuptoarele unor termocentrale de aceleași puteri utile, știind că randamentul este $25^0/_0$, iar cărbunii produc prin ardere 7 000 kcal/kg.

D. M. Bătinețu

4013. Hidrocentrala de la Stalingrad va avea o putere de 2 530 000 kW, se arată de către tovarășul N. S. Hrusciov în Raportul prezentat la Congresul al XXI-lea extraordinar al P.C.U.S.

Cîte becuri de 100 Wați s-ar putea alimenta de la această hidrocentrală? Să se exprime puterea hidrocentralei în CP și kgm/s.

D. M. Bătinețu

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI *)

E : **1441.** Se dă un trapez dreptunghic $ABCD$ în care $A = B = 90$, $CD = 70$ cm, AD (baza mică) este $\frac{5}{14}$ din CD şi AB este $\frac{3}{5}$ din CD. Pe AB luăm $AM = 12$ cm. Prin M se duce o paralelă la AD care întîlneşte pe CD în N. Să se calclueze : a) perimetrul trapezului ; ; b) aria trapezului ; c) segmentele ND şi NC.

(Clasa VII, O.M.F.F. 1959, Craiova)

E : **1442.** În 1958 statul a primit 3,5 miliarde puduri de cereale, adică cu 1,6 miliarde de puduri mai multe decît în 1953, spune tovarăşul N. S. Hrusciov în Raportul prezentat la Congresul al XXI-lea al P.C.U.S. Să se exprime în procente cu cît a primit statul mai multe cereale în 1958 faţă de 1953.

D. Bătineţu

E : **1443.** Pe şantierul de irigarea terenurilor de la Negoi-Rast într-o zi s-au prezentat 54 tineri voluntari. Ei au fost împărţiţi în două brigăzi de muncă. După o săptămînă de lucru doi tineri din prima brigadă au trecut în brigada a doua. Acum, numărul tinerilor din brigada a doua este 80% faţă de numărul celor din prima brigadă. Cîţi tineri sînt în fiecare brigadă?

(La admiterea în cl. VIII, reg. Craiova)

E : **1444.** Să se efectueze :

$$\frac{0{,}5 - 4\,\frac{1}{11}(0{,}1125 - 0{,}0025)}{(0{,}175 : 0{,}25 + 1\,\frac{3}{4} \cdot 4) : 1{,}54} + \sqrt{0{,}9801}$$

(La admiterea în cl. VIII, reg. Craiova)

E : **1445.** Fie numărul $N = ab$. Scriem lîngă el numărul 17. La numărul nou format adunăm de două ori numărul N. Să se arate că numărul nou obţinut este divizibil cu 17.

Şerban Popescu, Strehaia

E : **1446.** Să se construiască un trapez isoscel cunoscînd : înălţimea, diferenţa dintre baza mică şi proiecţia laturii neparalele pe bază şi mai ştiind că înălţimea este medie geometrică între segmentul diferenţă şi proiecţia laturii neparalele pe bază.

Şerban Popescu, Strehaia

*) V(E : 1442, 1445, 1447, 1449, 1450, 1451); VI (E : 1444, 1448, 1452, 1453); VII (E : 1441, 1443, 1444, 1446).

E : **1447.** Două loturi ale unei gospodării agricole colective au : primul 200 ha și al doilea 45 ha.

Să se afle cîte ha se ară pentru cultura grîului din fiecare lot, dacă din primul lot se ară cu 80 ha mai mult decît $\frac{4}{5}$ din al doilea și totuși mai rămîn în primul lot de 5 ori mai multe hectare nearate decît în al doilea lot.

(Admiterea în cl. VIII, reg. Craiova)

E : **1448.** Să se calculeze :

$$0{,}125 - \frac{5{,}25 - 2\frac{1}{2}\left(0{,}25 + 2\frac{1}{6}\right) - \sqrt{0{,}1024}}{1\frac{1}{12} - \frac{5}{12}} : 4$$

(Admiterea în cl. VIII, reg. Craiova)

E : **1449.** O barcă cu motor mergînd în sensul apei străbate distanța între două porturi în $13\frac{1}{2}$ ore, iar în contra apei în 18 ore. Să se afle în cîte ore va străbate aceiași distanță o luntre care ar fi luată numai de curentul apei.

(O.M.M.F., clasa V, Bacău 1959)

E : **1450.** Un muncitor calificat primește la prima chenzină 530 lei, iar unul necalificat primește 314 lei. Fiecare cheltuiește cîte 20 lei pe zi pentru întreținere, să se afle după cîte zile muncitorul calificat va avea de 5 ori mai mulți bani decît cel necalificat.

(O.M.M.F., clasa V, Bacău 1959)

E : **1451.** Să se calculeze :

$$\frac{\left[\left(12\frac{1}{15} + \frac{1}{10} + \frac{4}{15}\right) : \frac{1}{15} - 6 : \frac{1}{28}\right] - \frac{4}{11}}{\left(5 \cdot 2\frac{2}{5} - 8\frac{3}{22}\right) : 42\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{74}$$

(O.M.M.F., clasa V, Bacău 1959)

E : **1452.** Se consideră un patrulater $ABCD$ cu unghiul D egal 90^0, diagonala AC este bisectoarea unghiului A și C. Se prelungesc laturile AD și BC pînă se întîlnescu în E. Cunoscîndu-se unghiul $A = 70^0$, să se calculeze unghiul B și unghiul E al triunghiului ABE.

(O.M.M.F., clasa VI, Bacău 1959)

E : **1453.** Cîți muncitori trebuie să tragă de frînghia unui scripete mobil ca să ridice din apă un obiect de fier care în aer are o greutate de 195 kgf, știind că fiecare muncitor depune un efort de 21,25 kgf. Densitatea fierului se va lua = 7,8 kg/dm^3.

(O.M.M.F., clasa VI, Bacău 1959)

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 1 octombrie 1959 s-au mai evidențiat următorii rezolvitori de probleme de matematică din ultimele trei numere apărute ale G.M.F.-B:

Ene P. Dumitru (cl. Ș.m. 1, Ploești); **Popescu Mihai** (cl. 11 Cîmpina); **Răduță Apolodor** (cl. 10 Bolintinul din Vale); **Oproiu Vasile** (absolvent Pucioasa); **Danciu Iulian** (cl. 8 Ș.m. 2 Brăila); **Ene P. Elena** (cl. 7 Lipănești); **Mocanu Nicolae** (cl. 11 Ș.m. 1 Călărași); **Stochescu Dan** (cl. 11 Ș.m. 20 București); **Dumitrescu Vladimir** (cl. 11 Ș.m. 1 Ploești); **Perșoiu Titus** (cl. 10 Ș.m. 1 Giurgiu); **Timuș M. Dan** .cl. 10 Ș.m. 1 Ploești); **Drăgan I. Petre** (cl. 10 Ș.m. 1 Giurgiu); **Ionescu Rodica** (cl. 10 Ș.m. 10 București); **Parlapan Florin** (cl. 10 R. Vîlcea); **Petrovici Tudorel** (cl. 11 Ș.m. 1 Călărași); **Vișan Graziela** (cl. 11 Ș.m. 10 București); **Munteanu Elena** (cl. 8 Oțelul Roșu); **Tănase Mihai** (cl. 9 Sinaia); **Scarlat Nicolae** (cl. 10 Ș.m. 3 Pitești); **Petrescu Lucian** (cl. 11 Ș.m. 1 București); **Frînculescu Iulian** (cl. 9 Ș.m. 1 Buzău); **Giani Emanuel** (cl. 8 Ș.m. 11 București); **Costea Gheorghe** (absolvent Oradea); **Năstăsescu Constantin** (cl. 10 Pucioasa); **Vida Ion** (cl. 9 Ș.m. 1 Reșița); **Burghelea Dan** (cl. 10 Ș.m. 1 R. Vîlcea); **Perianu Dan** (cl. 10 Ș.m. 1 Reșița); **Caliniac M. Nicolae** (cl. 11 Ș.m. 3 Ploești); **Aldea Laurențiu** (cl. 11 Ș.m. 1 Călărași); **Pantelimon Anton** (cl. 8 Focșani); **Nicolescu Lucian** (cl. 10 Ș.m. 2 Tîrgoviște); **Paraschivoiu Gh.** (cl. 10 Moreni); **Toth Emil** (cl. 10 Ș.m. 11 Reșița); **Poșircă M. Ion** (cl. 10 R. Vîlcea).

Soluții bune la probleme de matematică din G.M.F.-B s-au mai primit pînă la 1 octombrie 1959, de la:

BUCUREȘTI. **Școala medie Nr. 3** „Ion Neculce" clasa a X-a. Iovănescu Radu (3648—50, 57—59, 61, 62, 65, 74, 87, 90, 92, 94, 98, 99, 705, 06, 97, 11). Tregubleac A. Ștefan (3561, 62, 63, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 77, 83, 84, 85, 86, 87, 609). **Școala medie nr. 7 I. L. Caragiale.** clasa a IX-a Duțică Cristian (3648, 59, 61, 62, 65, 80, 90, 92, 94), Vlad I. Valentin (3624, 48, 61, 62, 67, 80, 90, 94, 700, 07, 11). clasa a X-a Mazilu Luminița (3690, 92, 700, 05, 11, 2, 52, 54, 58, 72, 90). clasa a XI-a. Ștefănescu D. Mihai (3648, 54, 57, 58, 60, 61, 62, 65, 74, 94, 95, 705, 07, 08, 10, 11, 13, 39, 54). **Școala medie nr. 8.** clasa a VIII-a Herșcu Binka (E: 1330, 40, 42, 43, 44, 48, 50, 51, 53, 54). **Școala medie nr. 9.** clasa a IX-a. Zakarias Sarolta (3648, 50, 53, 54, 58, 60, 61, 63, 66, 71, 73, 74, 76, 79, 80). **Școala medie nr. 10 „Zoia Kosmodeniaskaia".** clasa a X-a. Fințescu Elena (3761, 64—68, 72, 88—92, 96). Marin Ileana (3649, 50, 51, 57, 58, 59, 61, 65, 66, 86). clasa a XI-a. Butucea Ecaterina (3690, 94, 95, 700, 01, 05, 07, 08, 09, 11, 13). **Ionescu Rodica** (3690, 92, 94, 95, 700, 01, 05, 07—09, 11, 13, 18, 24, 26, 27, 29, 34, 36, 39, 44, 48, 54, 56, 57, 60, 61, 64, 65, 66, 67, 68, 72, 78, 82, 83, 89, 90, 91, 93). Obadă Hareta. (3691, 700, 06, 11, 18, 29, 38, 52, 60, 61, 64—68, 72, 78, 82, 85, 89, 90, 91, 93), **Vișan Grazziela** (3690, 92, 94, 95, 700, 01, 05—09, 11, 13—16, 24, 26, 27, 34—36, 39, 42—44, 48, 54, 56, 67, 60, 61, 64—68, 78, 85, 93). **Școala medie nr. 11 „Dimitrie Cantemir".** clasa a VIII-a. Pesache Octavian (E: 1336, 42, 43, 47, 51, 53, 56, 57, 64, 65, 66, 67, 69, 74); **Giani Emanuel** (3563, 72, 74, 75, 84, 3648, E: 1313,—16, 22—25, 27—31, 34, 37, 40, 42—46, 48, 50—52, 55—58, 60, 61, 64), clasa a IX-a Popescu T. Corneliu (3699, 705—09, 11, 14, 20, 26, 54); clasa a XI-a Corublum Eugen (3654, 62, 63, 65, 66, 67, 80, 94, 95, 701, 07, 08, 09, 11); Giurgea Anca (3658, 68, 71, 80, 94, 95, 99, 3713, 16, 20). **Școala medie nr. 13 „El. Sîrbu".** Berman Liviu (3665, 711, E: 1343, 44, 45, 47, 50, 51, 64, 65). Popescu V. Ruxandra (E: 1343, 45, 51, 60, 64, 3648, 49, 57, 59, 60—62, 71); **Școala medie nr. 16 „George Coșbuc".** clasa a IX-a. Emanoil Alexandru (3648, 49, 50, 57, 58, 60, 61, 62, 65, 80, 94, 95, 700, 05, 07, 08, 11); **Școala medie nr. 17 „Matei Basarab".** clasa a X-a. Fuchs Heinrich (3648, 49, 50, 57, 58, 61, 62, 65, 74, 94, 713, 39). Surdu Marilena (3486, 89, 512, 16—18, 22—28, 67, 71, 73—75, 78, 88, 90).**Școala medie nr. 18.** clasa a VIII-a. Dogaru Oltin Horia (E: 1344, 46, 48, 50, 51, 57, 67, 69, 73); **Școala medie nr. 19.** clasa a VIII-a. Bercovici Monica (E: 1330, 40, 42—46, 48, 50, 51, 53, 54); **Școala medie nr. 20 „Gheorghe Șincai".** clasa a VIII-a. Bogdan Maria (E: 1341, 42, 43—45, 47, 50—52, 58, 59,, 64). clasa a IX-a Ilie Mihai (3658, 49, 50, 57, 58, 61 62, 71, 74, 80, 90, 705, 07, 54). Stoichescu Dan (3713, 16, 18, 19, 22, 23, 30, 40, 43, 47, 56—65, 67, 69, 72, 74, 76, 78, 79, 85, 90, 91, 93—96); **Școala medie nr. 23.** clasa a VIII-a. Pivniceru Ștefania (3658, E: 1342, 43, 45 46,50, 51 ,52, 61) clasa a XI-a Nicula Virgil (3689—95, 98, 700, 01, 05, 07—09). Radu Lucian (3648, 50, 54, 57, 58, 59, 60, 61, 74, 84); **Școala medie nr. 25.** clasa a XI-a. Catrina Du-

mitru (3682, 37, 20, 21, 24, 26, 32, 33, 37, 39, 44); **Şcoala medie nr. 26.** clasa a VIII-a Bolocan C. Gabriel (3713, 25, 29, 32, 39, 47, 54, 57, E: 1363, 64). clasa a X-a. Aldea Mihai (3705, 11, 34, 36, 64, 65, 67, 72, 78, 90, 91, 94, 96); **Şcoala medie nr. 27.** clasa a XI-a Botoacă Vasile (3625, 35, 37, 38, 48, 57, 58, 59, 60, 63, 67, 71, 79, 80, 90, 92, 94, 3705, 08 10, 11); Cocoş Marin (3625, 37, 48, 57, 59, 60, 61, 62, 64, 67, 71, 90, 92, 94, 3705, 08, 11). Pericle Gheorghe (3625, 37, 48, 57,—61, 90, 94, 3705, 08, 11).

BUHUŞI (reg. Bacău). clasa a VIII-a Pop N. Eugen (3574, 648, 707, E: 1307, 22, 24, 28, 29, 30, 44, 48, 50, 51).

BUZĂU (reg. Ploeşti). **Şcoala medie nr. 1.** clasa a IX-a. **Frînculescu Iulian** (3561, 62, 85, 91, 92, 95, 600, 01, 02, 05, 09, 24, 25, 26, 30, 33, 34—37, 50, 57—59, 61, 66, 67, 69, 71, 74, 77, 80, 90, 94, 99, 705, 706, 11).

CĂLĂRAŞI (reg. Bucureşti) **Şcoala medie „Nicolae Bălcescu"** clasa a X-a. Sicoie Corneliu (3648, 51, 54, 59, 60, 63, 64, 65, 66, 68, 70, 71, 74, 80). clasa a XI-a. **Aldea Laurenţiu** (3649, 52, 53, 59—68, 70, 71, 73, 74, 81, 82, 83—86, 88, 90, 92—95, 97, 99—701 05—08 10, 11, 13, 24, 26, 39, 47). **Mocanu Nicolae** (3649, 54, 59, 60, 62—67, 69—71, 73, 74, 81, 82, 83—86, 88—90, 92—95, 97, 99, 700, 01, 05—07, 08, 10—13, 18, 24, 26, 27, 32, 39, 44, 48, 52, 53, 54, 56, 57). **Petrovici Tudorel** (3648—50, 52—54, 57, 68, 70, 71, 74, 75, 80, 81, 82, 83, 84—86, 88, 90, 93—95, 97, 3700, 01, 05—08, 10—13, 18, 24, 26, 27, 39, 44, 52, 54).

CARACAL (reg. Craiova) clasa a VIII-a. Păunescu Doru (3648, 3707, 08, 11, E: 1343—45, 54, 58, 65).

CARANSEBEŞ. clasa a X-a. Brindoi Lucia (3648, 49, 50, 58, 59, 62, 71, 94, 97, 700, 05, 07); Terme Daniela (3650, 57, 58, 61, 62, 80, 94, 97, 700, 05, 07); clasa a XI-a. Cornea Filip (3664, 51, 58, 59, 77, 96, 713, 24, 26, 52, 53, 54).

CIMPIA TURZII (reg. Cluj) clasa a VIII-a Ganea Macedon (3699, 705, 13, E: 1355, 57, 60, 62, 63, 64, 56).

CIMPINA (reg. Ploeşti). **Şcoala medie „Nicolae Grigorescu".** Abs. Colotelo Nicolae (3635, 44, 48—51, 54, 57—66, 71, 77, 79, 90, 92, 94—98, 3700, 05, 06, 07, 08, 11). clasa XI-a Molla Ion (3659, 60, 65, 68, 90, 707, 11, 13, 42, 48). Petrescu Cornel (3648,, 50, 57, 59, 90, 701, 05, 08, 11, 13); **Popescu Gh. Mihai** (3312—20, 54, 3522—29, 31, 32, 33, 39, 40, 42, 45, 46, 47, 50, 52, 58, 59, 61—64, 67, 71—73, 75—77, 83—85, 87—89, 90, 92, 95, 3600, 09, 22, 25, 29, 32, 36, 37, 40, 46, 47, 48, 50, 52—54, 57—63, 65, 66, 67, 69); Popescu Şerban (3648, 49, 50, 52, 54, 61, 63, 66, 68, 70).

CIMPULUNG MUSCEL. **Abs.** Gheorghiţa Vitoli (3611, 14, 19, 24, 26, 36, 37, 48, 58, 61, 63, 70, 71, 73, 74, 76, 80, 3556, 58, 77, 79). oclasa a IX-a. Savin Alex. .3649, 50, 57, 59, 60, 62, 64, 66, 85, 89, 90, 93, 94, 706, 07, 08, 11).

CLUJ. **Studenţi.** Bîrzan Romanel (3692, 94, 95, 714, 15,, 38, 39, 46, 83, 85). **Abs.** Tătaru Liviu (3648, 49, 51, 55, 57, 60, 63, 71, 74, 77, 79, 80, 81, 83, 91, 93, 98, 707, 11). **Şcoala medie nr. 4 „E. Racoviţă".** clasa a VIII-a. Bondrea Tiberiu (E: 1343, 44, 45, 48, 50, 55, 46, 58, 62, 65); Pop Marcel (E: 1342, 43, 44, 46, 50, 51, 54, 59, 62, 65); clasa a X-a. Pop Florin (3648, 54, 57, 62, 63, 67, 71, 74, 80, 94); **Şcoala medie nr. 9 „Gheorghe Şincai.** clasa a VIII-a. Marian Iulian (E: 1342, 42, 44, 45, 46, 47, 48, 50, 51). clasa a X-a. Stoica Aurel (3650, 94, 95, 735, 59, 64, 66, 67, 68, 72, 90).

CODLEA (reg. Stalin). **Şcoala medie.** cl. a X-a. Pascu Nicolae (3648, 49, 50, 53, 57—59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 80).

CORABIA (reg. Craiova). clasa a X-a. Popa Victorel (3648, 49, 50, 57, 58, 59, 61, 62, 65, 66, 74), clasa a XI-a. Begea I. Marian (3648, 50, 54, 68, 74, 88, 89, 91, 93, 94, 98).

CONSTANŢA. **Şcoala medie nr. „Mircea cel Bătrîn"** clasa a IX-a. Teodorescu I. Dan (3648, 57, 58, 59, 61, 62, 80, 705, 07, 11, 56). clasa a X-a. Mărulis Mihaela (3622, 25, 36, 38, 48, 54, 3708, 11, 35, 61, 63, 80).

CRIŞ (reg. Oradea). Topograf Grigore Gheorghe (3648, 50, 58, 60, 66, 74, 80, 90, 92, 94, 73305, 11, 13, 14, 15, 24).

CRAIOVA. **Absolvent** Duţu N. Corneł (3648, 49, 50, 53, 54, 57—65, 80, 94, 705—11). **Şcoala medie** nr. 3. clasa a IX-a, Nicolaescu Doina (3649, 51, 57, 59, 62, 66, 68, 71, 73, 80, 89, 94, 705). clasa a X-a. Pavel N. Radu (3622, 57, 59, 61, 66, 89, 3700, 05, 06, 07, 11, 13). **Şcoala medie nr. 4.** clasa a VIII-a. Corîci Antonie (E: 1342, 43, 48, 50, 51, 52).

CURTEA DE ARGEŞ (reg. Piteşti). cl. a VIII-a. Bărănescu M. Vasile (E: 1343, 44, 36, 48, 50, 57, 62, 65). Păuna Constantin (E: 1342, 44, 45, 46, 48, 53, 56, 57, 58, 63, 65). clasa a X-a Zevedei Valerian (3617, 50, 54, 65, 67, 68, 73, 74, 76, 80, 90, 94, 95).

DRĂGĂŞANI (reg. Piteşti). clasa a VIII-a Stănescu Cicerone (3648, 49, 58, 59, 61, 62, 65, 74, 705, 06, 11. E: 1341—44, 48, 52, 55—58, 61, 62, 64, 65).

FĂGĂRAŞ (reg. Stalin) **Absolvenţi**. Săbăduş Mihai (3695, 96, 701, 02, 07, 12, 13, 24, 29, 33, 38, 54). clasa a X-a, Dan Ioan

(3658, 61, 66, 68, 70, 71, 73, 80, 81, 90, 94, 701).

FAGET (reg. Timişoara) **Şcoala medie.** clasa X-a. Gheju Petru (3690, 93, 94, 700, 05, 13, 14, 15, 29, 47, 52, 54). clasa a XI-a. Costea Dumitru (3650, 58, 60, 61, 62, 68, 90, 90, 705, 15, 44, 52).

FETEŞTI-gară. (reg. Constanţa). clasa a X-a. Chiru Maria (3648, 54, 61, 63, 67, 68, 94, 95, 70, 707, 13, 54). clasa a XI-a Halmagiu Georgeta (3648, 54, 57, 61, 63, 68, 94, 95, 96, 701, 09, 11, 54).

FOCŞANI, **Şcoala medie „Alex. Cuza"** clasa a VIII-a. Constantinescu Luminiţa (3648, 50, 58, 61—63, 66, 70, 71, 80, 95, 99). **Pantelimon Anton** (3648, 49, 57—63, 65, 80, 705, 07, 09—11, E: 1342, 44—53, 55—58, 60,—64).

GALAŢI. **Şcoala medie nr. 3.** clasa a X-a. Bejan Costel (3622, 57, 60, 61, 62, 74, 80, 94, 705, 07, 08). **Liceul Militar „Mihai Viteazul".** clasa a XI-a. Andrei Dan (3657, 58, 59, 90, 94, 95, 701, 07, 11, 13, 24, 39, 42, 43, 48).

GIURGIU. **Şcoala medie nr. 1.** clasa a X-a. **Drăgan I. Petre** (3681, 83—86, 88—90, 92—701, 03—05, 06, 07, 09—11, 13—15, 17, 24—27, 33, 34—36, 38, 42—44, 48, 51, 52, 53, 56, 57). Marinescu Paul (3650, 59, 60, 61, 65, 74, 80, 90, 93, 94, 95, 708). **Perşoiu I. Titus** (3650, 54—56, 66—68, 71, 82, 88—90, 92—718, 24—27, 29, 33, 38, 44, 52—54).

GURAHONŢ (reg. Oradea). **Şcoala de 7 ani.** clasa a VI-a. Soica Vasile (E: 1328, 29, 30, 31, 33, 35, 42, 44, 54, 46, 48, 50, 51, 54).

HOREZU (reg. Piteşti). clasa a VIII-a. Cocioabă M. Vică (3624, 34, 37, 58, 705. E: 1328, 31-33, 37, 44, 45, 46, 49, 52, 55, 57, 62). clasa a X-a. Matei Ileana (3648, 54, 57, 60, 61, 80, 87, 94, 95, 3701, 07, 708). clasa a XI-a. Ursache Dumitru (3653, 57, 58, 60, 61, 63, 80, 82, 90, 94, 95, 96, 97).

HUNEDOARA. **Şcoala medie.** clasa a XI-a Hînzulea Nicolae (3650, 54, 57—63, 80).

HUŞI (reg. Iaşi). **Abs.** Dolteanu Temistocle (3687—95, 99—701, 05, 07—10, 12, 15, 17—20, 23—26, 54).

IAŞI. Studenţi. Brînzei Dan (Fac. Mat). 3650—52, 54, 57—68, 71, 73, 75, 75, 80). Cheţan Horia (Fac. Mat). (3648, 58, 59, 60, 61, 63, 64, 65, 82, 705, 08, 13, 26). Manole Corneliu (Fac. Construcţii). (3622, 24, 28, 29, 37, 38, 48—52, 54, 57—65, 80). **Şcoala medie nr. 3. „C. Negruzi"** clasa a X-a. Masgras Vasile (3635, 36, 38, 48, 50, 54, 57, 60, 61, 63, 80).

LIPĂNEŞTI. .reg. Ploeşti). **Şcoala de 7 ani.** clasa a VII-a **Ene P. Elena** (3512, 13, 17, 18, 21, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34, 42, 54, 58, 63, 71, 73, 74, 75, 84, 85, 87, 89, 90, 92, 93, 601, 616, 620. E: 1296, 99, 301, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 13, 1314, 16, 17, 19, 22, 23, 24, 25, 26, 27).

LIPOVA (reg. Timişoara). **Şcoala medie.** clasa a XI-a. Wilz Walter (3690, 92, 94, 99, 3701, 05, 06, 11).

LUGOJ (reg. Timişoara) **Şcoala medie nr. 1 „C. Brediceanu"** clasa a IX-a Iorgu Valeriu (3622, 24—26, 30, 35, 36, 48—54, 58, 61—63, 66, 67, 74, 80, 82). Nemet Doina (3648, 49, 50, 57, 61, 74, 94, 711, 13, 54). clasa a X-a Kiss Acaţiu (3648—54, 57—60, 62, 64—68, 70, 71, 74), Sfetcu Ioan (3660, 90, 93, 94, 97, 700, 05, 06, 08, 11).

MORENI (reg. Ploeşti), clasa a X-a. **Parachivoiu Gh. Ioan** (3511, 31, 60, 89, 602, 22, 25, 34, 37, 48, 49, 50, 51, 57, 58, 59—65, 74—76. 80, 82, 94, 98, 99, 705, 06, 07).

OCNA MUREŞ (reg. Cluj) **Şcoala medie.** clasa a XI-a. Lupaşcu Ecaterina .3650—52, 53, 54, 58, 701, 712, 13, 16, 20, 23, 26).

ORADEA. **Şcoala medie.** clasa a IX-a. Zozan Valeriu (3650, 51, 57, 58, 59, 61, 62, 65, 74, 90, 94, 700, 05, 06, 07, 11). **Abs. Costea Gh.** (3648, 49, 50, 53, 54, 55, 57, 58, 59, 60—67, 71, 73, 74, 80, 82, 83, 84, 85, 89, 90, 91, 93, 94, 95, 96, 99, 3701, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11).

OR. STALIN. **Şcoala medie nr. 1.** clasa a X-a. Garabedian Rodica (3648, 50, 59, 61, 65, 80, 82, 83, 84). **Şcoala medie nr. 5.** clasa a VIII-a. Munteanu Gh. Mircea (3648, 49, 50, 54, 74, 80, 90, 713, E: 1349, 52, 53, 60, 61, 64). **Şcoala medie nr. 6 „St. Gheorghiu".** clasa a VIII-a. Rotaru Valeriu (E: 1329, 30, 31, 35, 37, 50—52, 64, 67, 74). clasa a XI-a. Belcea Marin (3657, 58, 59, 60, 61, 64, 65, 3707, 08, 13). Pîncovici Ivan (3648, 50, 54, 57, 59, 60, 61, 63, 64, 707).

OŢELUL ROŞU (reg. Timişoara) clasa a VIII-a. **Munteanu Elena** (3629, 37, 48, 49, 57, 94, 705, 711, E: 1313, 20, 28—32, 34, 35, 37, 39, 42—46, 48—52, 54, 55, 57, 58, 61, 64, 65, 69, 73, 77, 78), Toader Magdalena (E: 1343, 48, 50, 52, 55, 62, 64, 94).

PITEŞTI. **Şcoala medie „Nicolae Bălcescu"** clasa a X-a. Cruceanu I. Paul (3406, 34, 35, 38, 41, 49, 53, 56, 89, 90, 92, 99, 507, 16). **Şcoala medie nr. 2.** clasa a X-a. Georgescu Ion (3648, 53, 54, 60, 61, 80, 92, 705, 08, 14, 15, 26). **Şcoala medie nr. 3.** clasa a VIII-a Joiţa N. Dan (3657, E: 1343, 48, 50, 51, 52, 56, 57, 60, 64). clasa a X-a. **Scarlat Nicolae** (3663, 90—92, 94—97, 99, 701, 05, 06, 07, 08, 09, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 24, 26, 27, 29, 30, 32, 34, 35, 38, 39, 44, 47, 48, 53, 54).

PLOIEŞTI. **Şcoala medie nr. 1 „I. L. Caragiale"** clasa a VIII-a Bădescu B. Gheorghe (3648, 52, 58, E: 1342, 43, 46,

48, 50, 51, 57, 61, 64). clasa a IX-a. Emanoil, Constantin (3648, 49, 57, 58, 59, 62, 64, 65, 82, 85, 94, 3706, 08, 11, 13, 29, 35, 36, 57). Nicolescu Mihaela (3648, 50, 57, 61, 74, 80, 94, 711, 13, E: 1351, 57, 61, 64). clasa a X-a. **Ene P. Dumitru** (3467, 88, 503, 44, 48, 55, 80, 82, 83, 85—92, 600—02, 05, 07, 09, 14, 19, 22, 24—26, 30, 33, 35—38, 48—50, 52—54, 57, 58, 60—67, 70, 73—75, 80, 90, 93—95, 701, 05, 07, 09). Marinescu Alexandru (3572, 74, 87, 3648, 49, 50, 57, 59, 61, 65, 80, 705, 13). Popescu G. Valentin (3648, 49, 50, 57, 58, 60, 61, 65, 66, 74, 80). **Timuș M. Dan** (3556, 57, 58, 61, 62, 63, 64, 66, 67, 68, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 83, 84, 85, 87, 88, 90, 92, 95, 98, 600, 02, 05, 07, 09, 14, 18, 22, 25, 26, 30, 33, 36, 37, 38, 50, 54). clasa XI. **Dumitrescu Vladimir** (3649, 50, 65, 68, 70, 71, 78, 88—90, 93—98, 700, 01, 05—09, 11—15, 17, 18, 22, 24—27, 29, 33, 37—40, 44, 58, 78, 85). **Școala medie nr. 2 „Al. Toma"**. clasa a VIII-a. Dravăț I. Alexandra (3654, 57, 705, E: 1348, 50, 51, 54, 57, 64). Pavelescu Cornelia (3674, E: 1242, 47, 61, 63, 65, 72, 76, 81, 82, 84, 328—32, 82—44, 48, 50, 51). clasa a XI-a Ciucu Ion (3658, 59, 60, 61, 62, 65, 68, 74, 80, 7'3, 46, 90, 94, 95). **Școala medie nr. 3**. clasa a VIII-a Alexiu C. Ileana (3648, 57, 58, 61, 65, 74, 705, 06, E: 1342, 43, 50, 61, 54). clasa a IX-a. Constantinescu Marcel (3648, 49, 50, 51, 57, 58, 59, 61, 62, 65, 74, 80, 90, 94, 97, 700, 05, 06, 11). clasa a XI-a. **Caliniac M. Nicolae** (3670, 72, 76, 78, 82, 86, 88, 91, 93, 96, 98, 702, 12, 13, 14—16, 18—27, 29, 39, 32, 33, 37—40, 44, 47).

PUCIOASA (reg. Ploești). **Școala medie.** Diaconescu Radu (3648—50, 57—61, 65, 80, 90, 94, 97, 706, 11, 13, 19, E: 1355, 58, 59, 62—64). Gîlmeanu L. Elena (3648, 49, 60, 64, 65, 94, 705, 07, 08, 11, E: '354). **Homeghi Doina** (3648, 60, 64, 65, 77, 94, E: 1342, 50, 51, 54). Marinescu Victor E: 1257, 72, 73, 76—78, 81, 82, 84, 88). clasa a IX-a. Popescu S. Gh. (3558, 60, 61, 63, 64, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 83, 84, 85, 86, 87, 89, 90, 92, 3601, 08, 09, 57, 62, 65, 74, 80, 94, 3705, 07, 08, 52, 54). Rîmbu Eliade (E: '341—46, 48—54, 59, 64). clasa a X-a. **Năstăsescu Constantin** (3648—51, 54, 57—70, 73, 74, 79, 80, 82, 90—92, 94, 95, 97, 700, 05—18, 24, 25, 29, 44, 54). **Abs. Oproiu Vasile** (3622, 24—30, 32, 33—38, 39—42, 43, 44, 45—47, 48—68, 70—80, 81, 82, 83—86).

REȘIȚA (reg. Timișoara). **Școala medie. nr. 1.** clasa a IX-a. **Vida Ion** (3512, 18, 21, 23, 34, 28, 60, 61, 62, 63, 64, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 83, 84, 87, 89, 90, 92, 6'8, 24, 30, 37, 48, 50, 57, 58, 59, 61, 73, 74, 80). clasa a X-a. **Perianu Dan** (3513, 34, 41, 57, 58, 66, 82, 90, 92, 94, 95, 96, 600, 609, 29, 63, 70, 82, 701, 05, 06, 07, 08, 09—15, 717, 22, 23, 24, 26, 46, 47). **Toth Emil** (3518, 22, 28, 600, 01, 24, 30, 48, 50, 57, 59, 60, 61, 65, 68, 74, 82, 90, 92, 94, 95, 705, 06, 07, 08, 11, 13, 14, 15, 17, 22, 24, 26, 54).

RIMNICUL SĂRAT. **Școala medie nr. 2 „Ștefan cel Mare"** clasa a IX-a. Asanache Gh. Horia (3649—51, 58, 61, 62, 66, 67, 71, 73, 74, 80, 90, 93, 94, 95, 97, 705, 11).

RIMNICUL VILCEA. **Școala medie „Nicolae Bălcescu"** clasa a IX-a. Ilie A. Dumitru (3683, 85, 89, 91, 93, 601, 05, 07, 16, 21, 22, 24, 26, 30, 32, 47, 66, 68, 73, 75, 77, 99, 713, 36, 56, 57). **Poșircă M. Ion** (3666—69, 73, 75, 86—88, 90, 91, 93—97, 99, 700, 05, 06, 07, 08, 10, 11, 13, 15, 25, 29, 34, 36, 39, 52, 54, 56, 57). **Burghelea Dan** (3678, 82, 84—716, 17—27). **Parlapan Florin** (3592, 94—96, 601, 08, 09, 11, 22, 24, 25, 30, 36, 38, 40, 48—50, 53, 57—65, 67, 68, 75, 80, 82, 87—90, 92, 94—97, 99, 701, 05—11).

ROMAN. **Școala medie nr. 1.** Grijincu Gabriela (3652—54, 57, 63, 70, 82, 90, 94, 95, 96, 97, 98, 700, 01, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11).

SALONTA (reg. Oradea). **Școala medie „Arony Ianoș"** clasa a VIII-a. Manciu Alexandru (E: 1342—44, 46, 50, 51, 54, 62, 64, 65). clasa a X-a. Molnar Elisabeta (3687, 690, 694, 699, 705, 07, 11, 13, 15, 29, 54). Stamari Gheorghe (3648, 49, 50, 54, 57, 59, 61, 62, 65, 66, 74, 80, 87, 90, 92, 93, 94, 95, 96, 3700, 705, 11).

SATU MARE (reg. Baia Mare). clasa a VIII-a. Coman Stela (E: 1342, 43, 45, 48, 50, 51, 54, 55, 57, 64). Mihălțianu Mircea (E: 1342, 43, 44, 45, 46, 50, 51, 52, 53, 54).

SIBIU. **Școala medie nr. 2.** clasa a IX-a. Kramka Horst (3648—50, 53, 54, 57—59, 61—66, 74, 80). **Școala medie nr. 5 „Filimon Sîrbu"** clasa a XI-a. Dordea G. Nicolae (3648, 50, 54, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 66, 74, 80, 90, 701, 05, 07, 08, 11, 26, 30, 32).

SINAIA. **Școala medie.** clasa a IX-a. **Tănase Mihai** (3622, 24, 26, 29, 39, 33, 34, 35, 36, 48—51, 57—59, 61, 62, 65—67, 71, 73, 74, 75, 75, 90, 94, 98, 700, 05, 07, 11, 13, 15, 25, 32, 33, 38, 52, 54).

SIGHIȘOARA. **Școala medie nr. 2.** clasa a XI-a. Costea Doina (3648, 49, 50, 53, 54, 57, 58, 59, 60, 61, 64, 65, 70, 74). Hugo Lang (3681, 83, 85, 86, 734, 36, 42, 43, 56, 57).

SLĂNIC (reg. Ploești). clasa a XI-a. Bădulescu Dumitru (3648, 57, 58, 59, 61, 68, 92, 713, 15).

SLATINA. **Școala medie nr. 1.** clasa a VIII-a. Ionescu I. Mihai (E: 1313, 14, 16, 20, 22, 27, 29, 40, 44, 50).

SUCEAVA. **Şcoala medie nr. 1 „Ştefan cel Mare".** clasa a X-a (Socolnic Gh. (3557, 58, 61, 63, 64, 66, 69, 72, 83, 86, 89, 92, 98, 606, 609, 18, 22, 25, 30, 48, 49, 50, 53, 54, 58, 59, 60, 61, 65, 71).

TECUCI. **Şcoala medie nr. 1.** clasa a IX-a. Schäfler Lazăr (3648, 50, 57, 58, 61, 68, 74, 80, 90, 97, 99, 713, 29, 39). **Absolv.** Vidraşcu Traian (P. N.).

TIMIŞOARA. **Şcoala medie nr. 2 „Nikolaus Lenau".** clasa a X-a. Erich Bohn (3648, 50, 71, 73, 74, 75, 80, 705, 07, 11). Kunzelmann Helmut (3648—50, 54, 57, 58—60, 64, 65, 70, 71). **Şcoala medie nr. 7.** clasa a VIII-a Klein Gabriel (E: 1343, 44, 51, 54—58, 62, 65). clasa a X-a. Reisner Gheorghe (3690, 94, 95, 701, 07, 11, 43, 48, 54).

TIRGOVIŞTE. **Şcoala medie nr. 2.** clasa a VIII-a. Marinescu Carmen (E: 1328, 29, 30, 34, 35, 43, 45, 55, 56, 57, 62, 65). clasa a X-a. Tănase Eugen (3734, 36, 42, 43, 48, 56, 57, 64, 65, 67, 90). **Şcoala medie nr. 3 „Nicolae Bălcescu".** clasa a X-a Brezeanu Florin (3512, 16, 17, 18, 21, 22, 24, 26, 27, 28, 63, 67, 71, 73—80, 87, 88, 90, 92). Ionel Anton (3648, 49, 60, 65, 90, 705, 06, 08, 11, 13). **Nicolescu Lucian** (3561, 63, 66, 67, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 80, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 95, 600, 609, 25, 54, 57, 59, 61, 62, 71, 75, 705, 07, 08, 11, 13, 47, 52).

TG. JIU. **Şcoala medie nr. 1 „Ecaterina Teodoroiu"** clasa a V-a. Bănică Marin (E: 1342—46, 48, 50, 55, 58, 65). clasa a X-a. Cancer N. Anca (3654, 60—65, 67, 81, 90, 92, 705—07, 11, 13—15, 34, 36, 41, 35, 47, 49, 53, 54, 57).

TG. MUREŞ. **Şcoala medie nr. 1.** clasa a X-a. Veegh Alexandru (3648, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 70, 71). clasa a XI-a. Kacsó Ferenk (3648, 50, 52, 54, 57, 58, 61, 70, 73, 79, 90, 80, 90, 94).

TR. SEVERIN. **Şcoala medie „Traian"** clasa a X-a. Atanasie Elena (3648, 50, 52, 53, 54, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 65, 70). clasa a XI-a. Iacob Mihail (3650, 54, 58, 59, 60, 61, 65, 94, 3708, 11, 26). Ionăşcuţ Dan (3654, 59, 60, 65, 94, 711, 14, 33, 57). Roată Radu (3625, 48, 57—59, 61, 65, 74, 80, 83, 90, 94, 95, 705, 11).

TINTEA (reg. Ploeşti) clasa a XI-a serală. Sterie Vasile (3690, 94, 95, 99, 700, 05, 06, 07, 08, 09).

URZICENI (reg. Bucureşti). **Absolvenţi.** Petre Dumitru (3665, 74, 80, 701, 05, 07, 08, 09, 11).

VASLUI. **Şcoala medie nr. 1 „Mihai Kogălniceanu".** Roşca Dumitru (3659, 61, 80, 94, 95, 99, 707, 24, 48, 56, 57).

REDACTAREA SOLUŢIILOR ŞI NOTELOR

Fiecare problemă trebuie rezolvată separat însoţind-o cu toate calculele necesare, iar figurile să fie desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceiaşi foaie. Fiecare soluţie trebuie să fie precedată de numărul de ordine al problemei, enunţul complet şi numele propunătorului.

Se primesc soluţii numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute. La problemele propuse pentru învăţământul mediu sau chestiuni de examen se primesc rezolvări de la elevii claselor VIII—XI sau de la studenţi.

Soluţiile ce se vor anunţa la rubrica rezolvitorilor în cursul anului 1960 se vor socoti la premierea colaboratorilor pe anul 1960.

Rezolvitorii vor trimite problemele rezolvate, o singură dată în cursul lunii, într-un plic cu cel puţin 10 probleme pentru clasele V—VII şi cel puţin 15 probleme pentru elevii claselor VIII—XI sau studenţi. Problemele rezolvate vor fi însoţite de o listă cu numerele problemelor rezolvate *aşezate în ordinea lor crescîndă*. Evidenţierea unui elev se poate face dacă are peste 40—45 probleme bine rezolvate în cursul unei luni. Pe plic se va scrie localitatea şi şcoala pe care o urmează rezolvitorul, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei celor evidenţiaţi.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite, însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse mai există publicate în cărţi sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul şi pagina unde s-a mai publicat enunţul sau soluţia problemei respective. În redactarea unei soluţii trebuie alese notaţii potrivite, subliniate părţile principale, iar calculele numerice să fie efectuate cu mare îngrijire. Figurile trebuie făcute *corect, clar, cu linii pline şi punc-*

tate. De multe ori aceste reguli îndeplinite conduc la soluția problemei. Adesea dintr-o problemă simplă pot să apară chestiuni interesante. Soluțiile mai dificile se obțin uneori prin încercări succesive și studiind chestiuni în legătură cu problema de rezolvat.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o *notă* scoasă dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise,* pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă.* Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\|$, $\perp$, $=\|$, Tr., $\sim$, Δ, $\measuredangle$, etc, iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații.

— La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și interesantă soluției ; au dat mai multe metode de rezolvare sau *generalizare.*

Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică și de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a *„olimpiadei de matematică și fizică"*, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experiență.

— *Soluții* la problemele propuse pentru școala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII. La problemele propuse pentru învățămîntul mediu și la chestiuni de examen propuse ca probleme se primesc soluții numai la utimele 150 probleme propuse în G.M.F.-B. Rezolvitorii vor trimite problemele rezolvate o singură dată în cursul unei luni într-un plic cu cel puțin 15 probleme bine rezolvate și însoțite de un borderou cu problemele scrise *în ordinea lor numerică.*

— Autorii sînt rugați ca la întocmirea articolelor și notelor să țină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri și pe o singură parte a foii, figurile să fie desenate îngrijit și pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoțite și de soluții.

Autorul să semneze clar lucrarea ce trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa și data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B nu vor fi publicate.

ABONAMENTE — Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. primește abonamente începînd cu nr. 1/1960 la oricare din publicațiile sale în următoarele condiții:

a) Pentru instituții, școli, biblioteci la prețul de lei 60 anual, pentru fiecare din periodicile sale (G.M.F.-A, G.M.F.-B, M.F.L. și Bulletin Mathématique).

Costul abonamentelor se trimite prin mandat poștal pe adresa Societății de Științe Matematice și Fizice din R.P.R., la B.R.P.R. Filiala Lenin pentru contul 070.004, București. Reclamațiile de neprimirea revistelor vor fi făcute pe adresa sediului Societății, în str. Academiei nr. 14, București 1.

* * *

Abonamentul la G.M.F.-B este de lei 18 anual (12 numere) pentru elevi și profesori.

Tipografia Învățămîntului, București — c. 2033 **Lei 1,50**

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI — februarie 1960

2

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 2 — februarie 1960

SUMARUL

	pag.
1. *Legea fundamentală a electromagnetismului de N. Hangea*	65
2. *Ce este logica matematică?*	69
3. *Asupra unei probleme de G. Pîslaru*	83
4. *Stabilirea unor identităţi de Cornelia Popa şi M. Călin*	86
5. *Folosirea puterii punctului faţă de cerc la stabilirea unor relaţii metrice în triunghi de Gh. Cezar*	89
6. *Note matematice de Wilhelm Priess*	91
7. *Probleme rezolvate (2938; 3609; 3648; 3652; 3654; 3663; 3666; 3671; 3673; 3681; 3683; 3686; E: 1328)*	92
8. *Chestiuni de examen (4014 — 4036)*	104
9. *Probleme propuse (4037 — 4062)*	108
10. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1454 — E: 1471)*	113
11. *Asupra activităţii extraşcolare la matematică la şcoala medie nr. 2 Constanţa de M. Gh. Rădulescu*	116
12. *Poşta redacţiei*	119
13. *Rubrica rezolvitorilor de probleme*	119
14. *Către rezolvitorii de probleme*	128

ANUL XI | 2 | FEBRUARIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu Şt.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI, nr. 2 februarie 1960

LEGEA FUNDAMENTALĂ A ELECTROMAGNETISMULUI

conf. **N. HANGEA**

În 1820 Oersted descoperă cîmpul magnetic al curentului, observînd deviația acului magnetic așezat paralel cu un conductor prin care trece un curent electric. Imediat după aceea Ampère stabilește sensul deviației acului magnetic, iar Biot și Savart stabilesc, pe cale experimentală, mărimea intensității cîmpului magnetic al curentului.

După cum se știe, aceste descoperiri s-au succedat într-un ritm deosebit de rapid și au pus bazele electromagnetismului.

Experiența clasică cu pilitura de fier presărată pe un carton străbă-

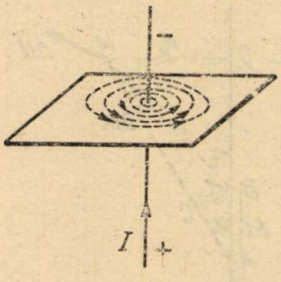


Fig. 1.

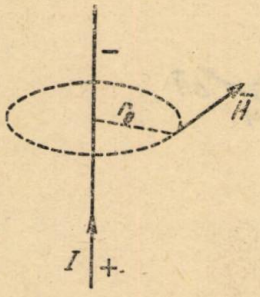


Fig. 2.

Fig. 3.

tut de un conductor parcurs de curentul electric, (fig. 1) pune în evidență cîmpul magnetic al curentului, a cărui linii de forță sînt cercuri concentrice în jurul conductorului. Sensul liniilor de forță se poate stabili prin regula burghiului.

Intensitatea cîmpului magnetic al curentului este un vector tangent la liniile de forță (fig. 2).

Biot și Savart au stabilit că în jurul unui conductor liniar indefinit, intensitatea cîmpului magnetic al curentului este dată de relația

$$H = K\frac{2I}{r_0},$$

iar în cazul unui conductor circular (fig. 3) intensitatea cîmpului magnetic în centrul buclei este

$$H = K\frac{2\pi I}{R}.$$

Constanta de proporționalitate K depinde de unitățile în care exprimăm mărimile din formulă. Dacă toate mărimile sînt exprimate în același sistem de unități, constanta K are în vid valoarea 1. În practică însă, intensitatea cîmpului magnetic se măsoară în oersted (unitate CGSem), depărtarea în centimetri, iar intensitatea curentului electric în amperi (unitate MKSA). În acest caz $K=0{,}1$.

De aceea legile lui Biot și Savart sînt cunoscute sub forma:

$$H_{0e} = \frac{0{,}2\, I_A}{r_0 \text{ cm}} \text{ și } H_{0e} = \frac{0{,}2\, \pi\, I_A}{R \text{ cm}}.$$

Laplace căutînd să dea o explicare unitară fenomenului, admite că în lungul unui circuit închis, fiecare element de circuit creează într-un punct al cîmpului un cîmp magnetic elementar, dat de formula:

$$\triangle H = K \frac{I \triangle l}{r^2} \sin \alpha,$$

în care $\triangle l$ este elementul de circuit prin care trece curentul de intensitate I; r este depărtarea elementului de circuit de punctul M, iar α este unghiul pe care-l formează conductorul cu dreapta care unește elementul

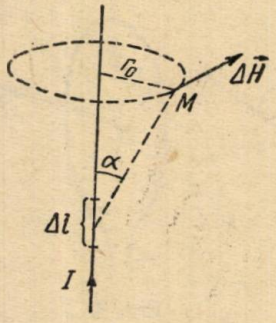


Fig. 4.

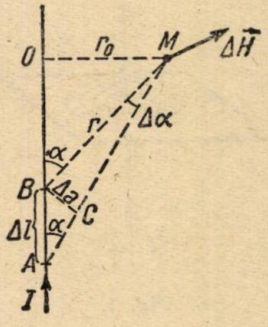


Fig. 5.

de circuit cu punctul M al cîmpului (fig. 4).

Intensitatea cîmpului magnetic creat de întregul circuit va fi suma acestor acțiuni elementare.

Formula lui Laplace este o formulă empirică și este cunoscută sub numele de formula fundamentală a electromagnetismului.

Plecînd de la formula lui Laplace putem ajunge la legile experimentale ale lui Biot și Savart utilizînd un calcul matematic superior. În cele ce urmează vom utiliza însă o demonstrație care nu necesită cunoașterea calculului integral.

Să luăm întîi cazul unui conductor liniar infinit de lung (în practică un conductor liniar destul de lung), parcurs de un curent electric de intensitate I (fig. 5).

În punctul M al cîmpului, elementul de circuit Δl creează un cîmp magnetic elementar de intensitate ΔH.

Intensitatea cîmpului magnetic creat în punctul M de întregul circuit va fi:

$$H = \sum_{-\infty}^{+\infty} \Delta H = \sum_{-\infty}^{+\infty} K \frac{I \Delta l}{r^2} \sin \alpha$$

Insemnăm cu $\Delta\alpha$ unghiul sub care se vede din M elementul de circuit Δl (fig. 5). Unghiul $\Delta\alpha$ fiind foarte mic, arcul BC cu centrul în M se confundă cu coarda BC pe care o putem considera perpendiculară pe AM în C. De asemenea, elementul de circuit fiind foarte mic în raport cu depărtarea lui de punctul M, rezultă că unghiul OBM este egal cu unghiul OAM ($\measuredangle OBM = \measuredangle OAM = \alpha$)

In triunghiul MBC:

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta a}{r}.$$

iar din triunghiul ACB deducem că:

$$\Delta a = \Delta l \sin \alpha$$

Deci:

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta l}{r} \sin \alpha.$$

Impărţind cu r obţinem:

$$\frac{\Delta\alpha}{r} = \frac{\Delta l}{r^2} \sin \alpha.$$

Din triunghiul MOB deducem însă că:

$$r = \frac{r_0}{\sin \alpha}$$

aşa că:

$$\frac{\Delta l}{r^2} \sin \alpha = \frac{\Delta \alpha \sin \alpha}{r_0}$$

Deci putem scrie că:

$$\sum K \frac{I \Delta l}{r^2} \sin \alpha = \sum K \frac{I \Delta \alpha}{r_0} \sin \alpha.$$

Ţinînd seama că mărimile K, I şi r_0 sînt constante, în efectuarea însumării le putem da ca factor comun, aşa că:

$$H = \sum_{-\infty}^{+\infty} \Delta H = K \frac{I}{r_0} \sum_{0}^{\pi} \Delta \alpha \sin \alpha.$$

Însumarea o facem între 0 și π, deoarece la $-\infty$ unghiul α este zero, iar la $+\infty$ el tinde spre π.

Pentru a efectua însumarea:

$$\sum_{0}^{\pi} \Delta\alpha \sin\alpha$$

recurgem la un cerc de rază R (fig. 6) în care luăm un unghi α și o creștere elementară $\Delta\alpha$. Arcul BB' fiind foarte mic se confundă cu coarda $BB' = \Delta a$, care se confundă la rîndul ei cu tangenta dusă în B. Proiecția coardei Δa pe diametrul orizontal este:

$$\Delta x = \Delta a \sin\alpha, \text{ iar: } \Delta a = R\,\Delta\alpha$$

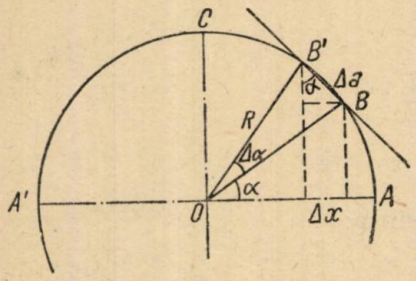


Fig. 6.

Deci:

$$\Delta x = R\,\Delta\alpha \sin\alpha$$

ceea ce înseamnă că:

$$\sum_{0}^{\pi} \Delta\alpha \sin\alpha = \frac{1}{R}\sum_{0}^{\pi} \Delta x.$$

Se observă ușor pe figură că:

$$\sum_{0}^{\pi} \Delta x = 2R.$$

Deci:

$$\sum_{0}^{\pi} \Delta\alpha \sin\alpha = 2,$$

iar:

$$H = K\frac{I}{r_0}\sum_{0}^{\pi} \Delta\alpha \sin\alpha = K\frac{2I}{r_0}.$$

În cazul conductorului circular aplicăm același principiu. Intensitatea cîmpului magnetic în centrul conductorului se va obține însumînd acțiunile elementare ale porțiunilor de circuit Δl de pe toată lungimea conductorului circular (fig. 7). Însemnăm cu R raza spirei. Observăm că în cazul conductorului circular, unghiul $\alpha = 90^0$ și rămîne constant pentru toate elementele de circuit.

Formula lui Laplace aplicată în acest caz devine:

$$\Delta H = K\frac{I\,\Delta l}{R^2},$$

deoarece $\sin 90^0 = 1$.

Intensitatea cîmpului magnetic în centrul spirei va fi:

$$H = \sum \Delta H = K \frac{I}{R^2} \sum_{0}^{2\pi R} \Delta l.$$

Însumînd elementele de lungime Δl pe întreaga lungime a conductorului circular, obținem chiar lungimea cercului, adică:

$$\sum_{0}^{2\pi R} \Delta l = 2\pi R$$

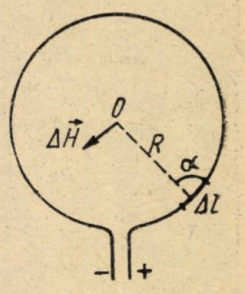


Fig. 7.

Deci:

$$H = K \frac{I}{R^2} \cdot 2\pi R = K \frac{2\pi I}{R}.$$

Observăm deci că formula lui Laplace duce la legile experimentale ale electromagnetismului, fapt care dovedește justețea ei.

CE ESTE LOGICA MATEMATICĂ ?

Articol de popularizare

În antichitate (perioada elenistică), în cadrul filozofiei stoicilor, a apărut logica, al cărei părinte este considerat îndeobște Aristotel, autor al teoriei silogismului și precursor al stoicilor. Timp de multe secole, logica a fost intens cultivată, fără însă a i se aduce schimbări esențiale; în fond, timp de multe secole, în gîndirea europeană a domnit nestînjenită logica stoicilor. Această stagnare a fost determinată de condițiile societății sclavagiste și feudale.

Apoi, s-a ivit logica matematică. La început, un vis. L-au visat Galilei și Descartes, Spinoza și Leibniz: să faci în așa fel încît toate controversele, ipotezele, căutările, toate semnele de întrebare, să poată căpăta un răspuns *calculabil*, adică precis, un răspuns care să se impună minții noastre așa cum se impun rezultatele calculelor aritmetice, nedînd loc la obiecții, îndoieli etc. Că răspunsul acesta urmează a fi determinat pe baza unui principiu unic sau a unui număr mai mult sau mai puțin restrîns de principii inițiale — n-are importanță; important e ca aceste principii să fie „axiome", adică indiscutabile, necondiționate, stabile, eterne etc.

În forma sa pură, logica matematică n-a depășit stadiul de vis. E drept, un vis rodnic: i-a condus pe visătorii respectivi la stabilirea mecanicii, la introducerea calculului cu litere, la geometria analitică, la ateism și la calculul diferențial și integral. Dar a fost un vis „și atîta tot". Hegel a exprimat această constatare prin formula: „filozofia nu-și poate împrumuta metoda de la o știință subordonată — matematica";

totodată, el a luat o atitudine negativă față de logica tradițională și a imprimat o nouă direcție în logică — direcția dialectică, preluată apoi, în mod critic, de Marx și dezvoltată de dînsul, colaboratorii și discipolii săi.

În perioada în care Marx și Engels au elaborat prima aplicație genială a logicii dialectice — MANIFESTUL, care a avut o contribuție atît de esențială în dezvoltarea teoriei și practicii societății umane — Boole a pornit la elaborarea modestă a logicii matematice, care la început n-a interesat decît un cerc foarte restrîns de persoane.

G. W. Leibniz

Botanica studiază plantele, astronomia studiază corpurile cerești, logica matematică studiază un singur cuvîntel: „deci". Ce se poate spune despre „deci" și ce nu? Cînd e bine să spunem „deci" și cînd nu? În ce cazuri corespunde „deci" la un aspect al realității și în ce cazuri — la altul? Cam acestea sînt întrebările la care atît logica tradițională cît și logica dialectică caută răspuns. Logica matematică caută răspunsul cu ajutorul unor procedee (metode) matematice; ea-l studiază pe „deci" oriunde-l găsește, în matematică sau în afara matematicii.

S-a băgat de seamă că în matematică toate drumurile duc la logica matematică; s-a mai băgat de seamă — ceva mai tîrziu, în deceniul al patrulea al secolului nostru — că și în cadrul revoluției industriale pe care o trăim — revoluția automatizării, ce-și va căpăta desăvîrșirea în societatea comunistă — multe drumuri duc la logica matematică: în zilele noastre, aplicațiile ei au devenit variate, numeroase, interesante. Totuși, în stadiul actual al dezvoltării sale, logica matematică n-a reușit încă să valorifice pe deplin întreaga moștenire a lui Aristotel, necum să se apropie de un punct de vedere sistematic dialectic, așa cum a fost preconizat de Hegel și — mai consecvent — de Marx.

Am spus că în matematică toate drumurile duc la logica matematică: e indiferent de unde o luăm. S-o luăm de la triunghiuri.

Un triunghi t, poate să fie ascuțitunghic, poate să nu fie. În primul caz, îl notez cu x; în al doilea, cu y.

x este ascuțitunghic, deci x este ascuțitunghic.

Am spus „deci". Dumneata poți obiecta că n-am spus mare lucru, că degeaba l-am mai pus pe deci, că în fond așa ceva se numește tautologie. Toate acestea sînt juste: „x este ascuțitunghic, deci x este ascuțitunghic" este o tautologie; totodată este și altceva: o axiomă. Adică nu se poate imagina o experiență, nici acum, nici altădată, nici aici, nici în altă parte, care să răstoarne această afirmație, s-o transforme în contrariul ei: „x este ascuțitunghic, deci x nu este ascuțitunghic". Nu, așa ceva nu este posibil. În aceste condițiuni, zic că *deci* este la locul său: nu-l poate scoate de-acolo nimic. Și scriu: $a \rightarrow a$ sau $a \supset a$. (Se citește: ascuțitunghic, deci

ascuțitunghic; se mai citește: dacă *a*scuțitunghic, atunci *a*scuțitunghic. Mai scurt: *a*, deci *a*; dacă *a*, atunci *a*). Aceasta este poziția lui *a* față de *a*.

Faptul că tocmai x este ascuțitunghic îl notez cu x . Faptul că y nu este ascuțitunghic îl notez cu $y \in \sim a$.

„Ascuțitunghic" e un predicat *). Lui îi corespunde o clasă — clasa triunghiurilor ascuțitunghice. $x \in a$ se citește: x este ascuțitunghic (pe scurt: x este a); se mai poate citi: x aparține de clasa ascuțitunghică.

Între x și a se află un semn: semnul $\in$.

Între y și $\sim a$ se află același semn.

Poziția lui y față de $\sim a$ e aceeași ca și a lui x față de a.

a reprezintă o clasă, clasa față de care x se află în poziția determinată de semnul $\in$.

$\sim a$ e firesc să reprezinte de asemenea o clasă, clasa față de care y se află în poziția determinată de semnul $\in$. (Aceasta este clasa triunghiurilor neascuțitunghice: în loc să spun „y nu este ascuțitunghic", spun: „y este neascuțitunghic"). Astfel, clasa a determină o altă clasă: $\sim a$. (Se citește: ne-a; latinește: non-a). Clasei a îi corespunde *predicatul* a. Clasei $\sim a$ îi corespunde *predicatul* $\sim a$.

x este a, deci x nu este $\sim a$.

Notînd — ca mai sus — este cu $\in$, nu este cu $\in \sim$, scriu: $x \in a$, deci $x \in \sim \sim a$. Pe scurt: $a \supset \sim \sim a$. Aceasta este poziția lui a față de ne-a, adică

poziția **predicatului** a față de **predicatul** $\sim a$,

poziția **clasei** a față de **clasa** $\sim a$,

poziția **propoziției** „x este a" față de **propoziția** „x nu este a". Numai că, să mă ocup deodată de predicate, clase și propoziții, parcă e prea greu. Mai bine mă ocup numai de clase (clase de triunghiuri).

Despre clasa a, am constatat că față de clasa a are poziția $a \supset a$, iar față de clasa $\sim a$ are poziția $a \supset \sim \sim a$; prima poziție o numesc poziție de subordonare, a doua — poziție de excluziune. Mă întreb: în ce poziție se află clasa a față de alte clase de triunghiuri?

x este triunghi ascuțitunghic; deci x este triunghi (x aparține de clasa triunghiurilor). Notînd cu 1 clasa tuturor triunghiurilor: $a \supset 1$.

Fie 0 clasa tuturor figurilor geometrice care nu sînt triunghiuri.

x nu aparține de 0, deci x este triunghi ascuțitunghic. Asta ce mai e? O axiomă; adică un adevăr pe care nu-l distruge nici o ipoteză. Ai să mă-ntrebi: ce legătură este între ce e scris înainte de „deci" cu ce e scris după aceea? Din punct de vedere al teoriei silogismului aristotelic (pe care dumneata o aplici spontan, chiar dacă n-o cunoști) nu e nici o legătură. E un procedeu artificial, corespunzător cu artificiile de calcul din matematică **): se întemeiază pe un singur lucru, pe faptul că e adevărat ceea ce e scris după „deci" (doar așa l-am luat pe x de la început, ca aparținînd de clasa a).

Această axiomă se notează $0 \supset a$. Poziția lui a față de clasa 0 (care poate fi pe deplin asimilată cu clasa triunghiurilor inexistente sau cu clasa triunghiurilor de care nu aparține nici un triunghi) o numesc poziție de

*) În gramatică: nume predicativ.

**) Folosite mult în rezolvarea problemelor de aritmetică: metoda ipotezelor — fac o ipoteză falsă și raționînd corect asupra ei, ajung la un rezultat corect.

supraordonare. (O altă notație a axiomei este: $a \subset 0$). Se spune că a este într-o poziție de supraordonare față de 0.

Poziția lui a față de clasa tuturor triunghiurilor este o poziție de subordonare: $a \supset 1$.

Care este poziția triunghiurilor ascuțitunghice față de clasa triunghiurilor isoscele?

Pînă acum am vorbit de x, dar nu l-am reprezentat. Îl reprezint: (fig. 1) x este ascuțitunghic; x este isoscel. Ei și? Ai să obiectezi dumneata. Poftim! (fig. 2) x este ascuțitunghic; x nu este isoscel. Fără îndoială, ai dreptate. Concluzia? x este ascuțitunghic, deci x este *poate* isoscel. Notez: $a \wedge i$. (citesc: a intersectează i, adică: unele triunghiuri ascuțitunghice sînt isoscele).

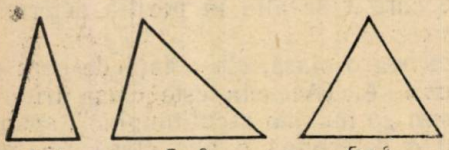


Fig 1 Fig 2 Fig 3

Poziția lui x față de a, $x \in a$, nu e determinantă (caracterizantă) nici pentru x, nici pentru a; x aparține și de alte clase, nu numai de a (de exemplu, de clasa triunghiurilor figurate pe această pagină, de clasa triunghiurilor egale cu x, de clasa triunghiurilor asemenea cu x, de clasa triunghiurilor isoscele); de clasa a aparțin și alte triunghiuri, nu numai x.

Poziția lui a față de o clasă b, dacă e o poziție de subordonare sau supraordonare, de asemenea nu e caracteristică nici pentru a, nici pentru b. a poate fi subordonat și față de alte clase, nu numai față de b (de exemplu față de clasa 1); sau: a poate fi supraordonat și față de alte clase, nu numai față de b (de exemplu, față de clasa 0). Dacă poziția lui a față de b este o poziție de excluziune, atunci poziția lui a față de $\sim b$ este de subordonare: nu e caracteristică.

Nici poziția de intersecție nu e caracteristică. De exemplu, clasa triunghiurilor a se intersectează și cu clasa triunghiurilor scalene, nu numai cu clasa i. Dar e o deosebire: anume, două clase ce se intersectează generează o a treia. Astfel, clasa triunghiurilor isoscele și clasa triunghiurilor ascuțitunghice generează clasa triunghiurilor isoscele ascuțitunghice. Această clasă este identică cu clasa triunghiurilor ascuțitunghice isoscele. O notez cu $a \wedge i$ și scriu: $a \wedge i \equiv i \wedge a$. Notez cu „$\equiv$“ echivalența (identitatea) dintre clase. Două clase se zic echivalente dacă sînt formate din aceleași triunghiuri. De exemplu, clasa triunghiurilor echilaterale și clasa triunghiurilor asemenea cu triunghiul din fig. 3 sînt echivalente (identice).

Poziția intersecției față de clasele a, i este o poziție de subordonare:

$$a \wedge i \supset a$$
$$a \wedge i \supset i$$

Spre deosebire de **poziția** $a \wedge i$, **clasa** $a \wedge i$ e caracterizată atît de a cît și de i: dacă păstrez a, dar schimb pe i cu altă clasă, capăt o clasă diferită de $a \wedge i$ (de exemplu $a \wedge s$); dacă păstrez i dar schimb pe a cu altă clasă, capăt iarăși o clasă diferită de $a \wedge i$. Zic că $a \wedge i$ e funcție de a și de i (funcție de două variabile), iar funcția (operația) logică care mă duce de la clasele a, i la clasa $a \wedge i$ o numesc „conjuncție“ deoarece triunghiurile care aparțin de clasa $a \wedge i$, aparțin și de clasa a **și** de clasa i.

Am definit conjuncția în cazul unei poziții de intersecție, dar această operație logică — conjuncția — este posibilă întotdeauna, nu numai în cazul poziției de intersecție. Într-adevăr, să presupunem poziția de subordonare: $a \supset b$. În acest caz, triunghiurile care aparțin de a, aparțin de b; clasa triunghiurilor care aparțin atît de a cît și de b, este evident a: $a \wedge b \equiv a$. În cazul unei poziții de supraordonare, $b \supset a$, avem: $a \wedge b \equiv b$. În cazul unei poziții de excluziune, fac apel la clasa 0: $a \wedge b \equiv 0$ (triunghiurile care aparțin atît de clasa a cît și de clasa b, în cazul unei poziții de excluziune, sînt exact acele triunghiuri care aparțin de clasa figurilor geometrice care nu sînt triunghiuri!). Rezum: Există o operație logică numită *conjuncție* și exprimată prin semnul logic „$\wedge$" care mă duce de la două clase a, b la o clasă $a \wedge b$, bine determinată cînd cunosc clasele a, b; despre clasa $a \wedge b$ pot spune că:

$$a \wedge b \equiv b \wedge a$$
$$a \wedge b \supset a$$
$$a \wedge b \supset b$$

De asemenea, fiind date trei clase a, b, c operația logică numită conjuncție mă duce la clasa $a \wedge b \wedge c$, anume:

$$a \wedge b \wedge c \equiv [a \wedge b] \wedge c$$
$$a \wedge b \wedge c \equiv a \wedge [b \wedge c]$$

(de exemplu: clasa triunghiurilor ascuțitunghice isoscele din cartea cutare e identică cu clasa triunghiurilor ascuțitunghice și isoscele care sînt în cartea cutare; de asemenea, ea e identică cu clasa triunghiurilor ascuțitunghice care sînt atît isoscele cît și în cartea cutare).

După cum $a \wedge b$ este determinat de a și b, tot așa $\sim a$ este determinat de a; cu deosebirea că $\sim a$ este funcție numai de a (funcție de o variabilă). Operația logică care mă duce de la a la $\sim a$ se numește *negație*, deoarece $\sim a$ este clasa triunghiurilor care **nu** aparțin de a.

Aceste două operații, conjuncția și negația, au un caracter mai elementar decît operațiile din aritmetică, deoarece au un cîmp de aplicabilitate mai general (doar nu se referă numai la clasele de triunghiuri, ci la orice fel de clase) și sînt mai puțin abstracte (noțiunea de clasă e mai puțin abstractă decît noțiunea de număr); ele se pot compune, așa cum se compun operațiile din aritmetică și pot servi la introducerea de operații noi, așa cum, bunăoară, înmulțirea din aritmetică e introdusă (definită) cu ajutorul adunării. De exemplu, se poate defini *disjuncția*: Operația logică cu două clase (funcție logică de două variabile):

$$a \vee b \equiv \sim [\sim a \wedge \sim b]$$

Clasa $a \vee b$ este identică cu totalitatea triunghiurilor care nu aparțin simultan de clasele $\sim a$ și $\sim b$, cu alte cuvinte, este vorba de clasa triunghiurilor care aparțin cel puțin uneia din clasele a sau b.

Se poate verifica ușor:

$$a \wedge [b \vee c] \equiv [a \wedge b] \vee [a \wedge c]$$
$$[a \vee b] \wedge c \equiv [a \wedge c] \vee [b \wedge c]$$

Pe această cale se pot stabili reguli de calcul cu operațiile logice, analoage regulilor de calcul cu operațiile aritmetice; acesta este un calcul al claselor sau propozițiilor; în fond, lucrurile nu stau chiar așa deoarece fiind date două clase a, b scrierea $a \supset b$ semnifică o poziție, nu o clasă nouă; ca atare $a \supset [b \supset c]$ e ceva lipsit de sens, pe cînd $a \vee [b \vee c]$, $a \wedge [b \wedge c]$ au un sens bine precizat și, de asemenea, orice conjuncție sau disjuncție finită de termeni (precum și orice combinație finită de conjuncții, disjuncții și negații). Adevăratul cadru în care operația $\supset$ (numită operația condiționării [1]), este pusă în drepturi egale cu celelalte operații este *calculul propozițiilor*.

Firește, este vorba de un calcul al propozițiilor care nu mai au bogăția de semnificații și implicații din limbajul obișnuit. În limbajul obișnuit, „Ion e obosit și se odihnește", „Ion se odihnește și e obosit" sînt două propoziții distincte („și" nu este comutativ).

Mai mult, în limbajul obișnuit i se cere unei concluzii să decurgă organic din premiză, așa cum fructul decurge din mugure, așa cum efectul decurge din cauză; dar, ca și geometria, logica propozițiilor nu studiază corpurile în spațiul real 4 — dimensional (adică nu se ocupă cu evoluția lor) și — spre dosebire de logica dialectică — nu cunoaște noțiunea de cauză. Ca și geometria, logica propozițiilor nu cunoaște decît *condiția necesară și suficientă* care, în primul rînd e *reversibilă* (dacă a este condiție necesară și suficientă pentru b, atunci b este condiție necesară și suficientă pentru a)[2]), iar în al doilea rînd e *decompozabilă:* există condiții necesare care nu sînt suficiente și există condiții suficiente care nu sînt necesare[3]). Deoarece propoziția „București e capitala Romîniei" e o propoziție adevărată, se poate considera că orice altă propoziție e o condiție suficientă pentru aceasta, indiferent dacă e adevărată sau nu. Deoarece „Planeta artificială e o creație sovietică" este o propoziție adevărată, se poate trage concluzia că orice propoziție adevărată, de exemplu „București e capitala Romîniei" sau „$2 \times 2 = 4$" îi este condiție necesară și suficientă. Un asemenea punct de vedere, aparent paradoxal, a fost promovat de Frege în 1879.

Cu alte cuvinte: există două (și numai două) clase de propoziții: propoziții false și propoziții adevărate. Logica propozițiilor nu se ocupă cu studiul propozițiilor ca atare, ci numai în raport cu caracterul lor adevărat sau fals. Metoda preconizată de Frege este cea axiomatică, cunoscută din geometrie. De altfel, în această privință, Frege nu era original. Ca și Spinoza, Frege nu consideră că axiomele se pot alege la întîmplare, numai să nu se contrazică unele pe altele; nu, el a susținut *caracterul real* (experimental, în sensul larg al cuvîntului) al axiomelor.

Anume, el a propus axiomele [4]):

---

[1]) Importanța condiționării constă și în faptul că servește la definirea echivalenței: $a \equiv b$ se poate defini ca $[a \supset b] \wedge [b \supset a]$

[2]) spre deosebire de cauzalitate care nu e reversibilă; dacă fructul decurge din mugure, mugurele nu decurge din fruct decît în anumite condițiuni și pe altă cale.

[3]) Spre deosebire de cauză care nu este decompozabilă: fructul decurge din mugure și numai din mugure.

[4]) De fapt, *grupe de axiome*, deoarece odată cu $a \supset [b \supset a]$, care este o formulă în care intră a și b, se consideră drept axiome formulele asemănătoare în care intră orice altă pereche de litere sau formule; dacă se consideră că e vorba de axiome individuale, atunci la aceste axiome mai trebuie adăugat principiul *substituției.*

$$a \supset [b \supset a]$$

$$a \supset [b \supset c] \supset \big[[a \supset b] \supset [a \supset c] \big]$$

$$a \supset b \supset [\sim b \supset \sim a]$$

(şi alte trei, despre care mai tîrziu, în 1930, matematicianul polonez Lukasiewicz a arătat că se pot deduce din acestea) considerînd că *operaţiile fundamentale sînt* **condiţionarea** [cuvîntelul *„deci"* de care am pomenit] *şi* **negaţia.** Tot el a introdus noţiunea de funcţie propoziţională, adică a deschis larg ferestrele logicii matematice dincolo de calculul propoziţiilor.

Cele trei axiome de mai sus se numesc: legea afirmaţiei consecventului, legea autodistributivităţii condiţionării şi legea contrapunerii. Orice teoremă din calculul propoziţiilor se demonstrează numai prin aceste trei legi, în baza *principiului detaşării:*

dacă am $[A] \supset [B]$

şi am A

atunci am B

De exemplu, $a \supset a$ se demonstrează precum urmează. Scriu legea autodistributivităţii condiţionării pentru $a, b \supset a, a$:

$$a \supset [[b \supset a] \supset a] \supset [[a \supset [b \supset a]] \supset [a \supset a]$$

Scriu legea afirmaţiei consecventului pentru $a, b \supset a$:

$$a \supset [[b \supset a] \supset a]$$

Ţinînd seama de principiul detaşării, am:

$$[a \supset [b \supset a]] \supset [a \supset a]$$

Scriu legea afirmaţiei consecventului pentru a, b:

$$a \supset [b \supset a]$$

Ţinînd seama din nou de principiul detaşării, am:

$$a \supset a, \quad \text{c. c. t. d.}$$

Disjuncţia poate fi definită cu ajutorul condiţionării, considerînd $a \vee b$ ca o prescurtare pentru $[a \supset b] \supset b$.

Conjuncţia poate fi definită cu ajutorul condiţionării şi negaţiei, considerînd $a \wedge b$ ca o prescurtare pentru

$\sim [a \supset \sim [a \supset b]]$; într-adevăr, definind astfel conjuncţia şi disjuncţia se poate verifica relativ uşor că ele se bucură de proprietăţile descrise mai sus.

De asemenea, dacă mă refer bunăoară la $[a \supset b] \supset b$, aceasta se poate citi astfel: «dacă este adevărat că dacă x aparţine de a, atunci x aparţine de b, atunci e adevărată propoziţia: *„x* aparţine de *b"*», ceea ce dacă stai să te gîndeşti, îţi dai seama că se poate prescurta în felul următor: „în orice caz, x aparţine de a sau cel puţin de b". Aceasta se transcrie simbolic $a \vee b$. (Semnul $\vee$ provine din litera *v*, iniţiala disjuncţiei latine *vel*, care în limba romînă se traduce prin „sau cel puţin"; însă trebuie să ţinem minte că vel e comutativ, adică *„a* vel *b"* e totuna cu *„b* vel *a"*; o traducere mai exactă a lui *„a* vel *b"* este: *„a* sau *b* sau amîndouă").

Lucrarea lui Frege se pare că n-a avut trecere la contemporanii săi. Cercetările au luat o altă direcție, mai direct legată de matematică. În cadrul școlii italiene (Peano și alții) s-a rescris — și s-a regîndit! — întreaga matematică, folosind limbajul și simbolismul logic.

Cercetările abstracte de logică în direcția inițiată de Frege, au fost reluate abia la începutul sec. XX de către B. Russel (matematician și filozof englez în viață, cunoscut în prezent din ziare, ca participant activ la lupta pentru pace). El pe de o parte a extins calculul propozițional, introducînd (după Frege) așa-numitul cvantor al universalității (conjuncția unei infinități de termeni) și așa-numitul cvantor al existenței (disjuncția unei infinități de termeni), iar pe de altă parte a considerat drept fundamentale operațiile de disjuncție și negație, condiționarea definind-o cu ajutorul lor: $a \supset b$ e o prescurtare pentru $\sim a \vee b$ [1]).

Lucrările lui au introdus definitiv în logica matematică metoda axiomatică, iar cartea „Principia Mathematica" (1910, autori Russel și Whitehead) a fost multă vreme considerată ca fundamentală.

Cu toate că și înainte de Revoluție unii matematicieni ruși s-au preocupat de logica matematică (Poreţki, 1884; fizicianul Erenfest — 1910 — a observat primul că logica matematică este susceptibilă de a avea aplicații în tehnică), totuși abia după Octombrie au apărut în U.R.S.S. lucrări interesante, care au constituit puncte cruciale în dezvoltarea logicii matematice.

„Principia Mathematica" era o înșiruire armonioasă și captivantă de teoreme ce se deduceau una din alta după reguli prestabilite; un edificiu fără cea mai mică fisură în care să se încuibeze adevăruri discutabile, un edificiu fascinant pentru orice persoană înzestrată cu simț estetic. Firește că se puteau face anumite obiecții de amănunt, dar în linii generale totul era încheiat.

Matematicianul sovietic Jegalkin a citit „Principia Mathematica" și nu i-a plăcut. I-a adus o obiecție care depășea cadrul fixat. El a spus (1927):

> *„Давая верные результаты, этот метод не содержит никаких указаний, как надо поступать, чтобы получать не только верные результаты, но и ответы на поставленные вопросы. Если взять из* „Principia Mathematica" *на выбор какое-либо доказанное предложение и предложить кому-нибудь доказать его, то наша просьба едва ли будет исполнена.*
>
> *Однако можно, что и является целью этой работы, усовершенствовать технику вычисления предложений так, что получается возможность,* механически применяя раз навсегда установленные правила, убедиться простым вычислением *в истинности или ложности всякого произвольно взятого элементарного предложения."* [2])
>
> *„О технике вычислений предложений в символической логике" И. И Жегалкин (Москва) Матем. сборник, I, 34 в. I, 1927*

---

[1]) Dar conjuncția cum se definește în acest caz?

[2]) Deși dă rezultate adevărate, această metodă nu dă nici un fel de indicații ce trebuie să faci nu numai pentru a ști dacă un rezultat e adevărat sau nu, ci pentru a găsi răspuns la o întrebare dată. Dacă iei din „Principia Mathematica" o propoziție demonstrată oarecare și propui cuiva s-o demonstreze, e puțin probabil s-o poată face.

Însă este posibil, și tocmai acesta este scopul lucrării de față, să perfecționăm tehnica calculului propozițiilor astfel încît *să te poți convinge printr-un calcul simplu* de adevărul sau falsitatea unei propoziții elementare alese după voie, *aplicînd în mod mecanic reguli stabilite odată pentru totdeauna".*

Jegalkin a considerat drept fundamentale operațiile de conjuncție — pentru care a întrebuințat semnul „·" și neechivalență (*a* neechivalent *b* înseamnă „*a* dar nu *b*") pentru care a întrebuințat *semnul* + [1]) ; el a arătat că negația și disjuncția pot fi definite prin intermediul lor și a constantelor — introduse încă de Boole — *O*, 1 (prima reprezentînd o propoziție falsă, a doua — o propoziție adevărată) : negația $\sim p$ poate fi definită ca o prescurtare pentru $1 + p$, iar disjuncția $p \vee q$ poate fi definită ca o prescurtare pentru $p + q + pq$. Are aceasta vreo importanță? Are, deoarece produsul și suma astfel definite se bucură de proprietățile obișnuite ale produsului și sumei în aritmetica modulo 2, adică :

$$O + p = p\,;\ O \cdot p = O,\quad 1 \cdot p = p\,;$$
$$p + p = O,\quad p \cdot p = p.$$

De aceea, orice formulă logică în care intervin operații de negație, conjuncție, disjuncție, condiționare, echivalență, [2] se poate exprima printr-un „polinom Jegalkin", cu ajutorul căruia se poate stabili prin calcul dacă acea formulă este o teoremă sau nu.

De ex. să considerăm formula :

$$[\,[p \equiv q] \wedge [q \equiv r]\,] \supset [p \equiv r]$$

Ea este de forma $A \supset B$, unde

$$A = [p \equiv q] \wedge [q \equiv r]$$
$$B = [p \equiv r]$$

Deoarece $p \supset q$ este o prescurtare pentru $\sim p \vee q$ rezultă că

$$p \supset q = 1 + p + q + (1 + p)\,q = 1 + p + \underline{q} + \underline{q} + pq$$

$$\text{iar } [p \equiv q] = [p \supset q] \wedge [q \supset p] = [p \supset q]\,[q \supset p] =$$
$$= (1 + p + pq)\,(1 + q + pq) = 1 + p + q$$

$$A = (1 + p + q)\,(1 + q + r) = 1 + p + q + r + pq + pr + qr$$
$$B = 1 + p + r$$

$A \supset B = 1 + A + AB = 1$, cu altă terminologie : formula dată este *o teoremă*.

Astfel, Jegalkin a adus în logică problema zisă a rezolubilității, adică problema căutării *algoritmului* unui sistem logic dat.

Algoritmul în matematică e tot atît de vechi ca și matematica însăși. Toți matematicienii și toți elevii de astăzi cunosc, bunăoară, *algoritmul* lui Euclid, care ne spune cum să găsim cel mai mare divizor comun a două numere oarecare ; cunoscînd acest *algoritm*, dumneata poți afla c.m.M.d.c. a două numere întregi oricît de mari și nu încape îndoială că oricare altul, dacă-l cunoaște, va proceda cu cele două numere exact la fel ca și dumneata : se zice că *algoritmul* are un caracter de masă (nu-și schimbă esența dacă înlocuiesc cele două numere inițiale cu oricare alte două) și este categoric (ca să-l aplici, nu-i nevoie de ingeniozitate, ci

---

[1]) Urmînd tradiția lui Leibniz, mulți matematicieni întrebuințează semnul + pentru disjuncție.

[2]) Adică orice „propoziție elementară".

numai de cunoştinţe şi deprinderi). Afară de aceasta, nu încape îndoială că aplicîndu-l obţii rezultatul dorit ; se zice că *algoritmul* este rezultativ (eficient).

Totalitatea regulilor de rezolvare a unei ecuaţii algebrice de gradul I cu o necunoscută constituie de asemenea un algoritm cu caracter de masă, categoric şi eficient, doar atît că este un *algoritm condiţionat* (pentru a-l aplica trebuie să cunoşti alte algoritme ca de pildă algoritmul adunării fracţiilor).

Totalitatea regulilor pe care le aplici dumneata cînd traduci un text dintr-o limbă străină în limba romînă, nu constituie un algoritm [1]).

Totalitatea regulilor care se aplică pentru citirea unei partituri muzicale reprezintă un algoritm.

De foarte multe secole se ocupă matematicienii cu algoritme, mult timp — cel puţin de la Descartes încoace — se ştie că nu numai în matematică, dar în orice ştiinţă lucrul cel mai de seamă este aflarea unor metode generale pentru găsirea de rezultate particulare — adică aflarea de algoritme — dar pînă nu de mult noţiunea însăşi de algoritm era vagă şi neprecisă. Numai în ultimele decenii a apărut necesitatea de a preciza această noţiune. Prin lucrările cunoscuţilor logicieni Skolem, Gödel, Herbrand, Post, Kleene şi Turing' s-a ajuns la mai multe definiţii; s-a dovedit însă că toate sînt echivalente între ele şi echivalează cu noţiunea de *algorim normal* care constituie o precizare a noţiunii generale de algoritm (nu neapărat aritmetic) şi aparţine matematicianului sovietic A. A. Marcov. Începînd cu deceniul al patrulea al secolului nostru s-a format o nouă direcţie în matematică, care se ocupă cu problema *algoritmelor*, adică îşi pune sarcina de a răspunde : ce se poate şi ce nu ? Cu alte cuvinte : care probleme au sens şi care sînt în realitate numai pseudoprobleme ?

Această direcţie este posibilă deoarece s-a dovedit că infinitatea lumii nu poate fi cuprinsă (sesizată, descrisă) de către o singură teorie deductivă. Rezultatul aparţine savantului austriac Kurt Gödel şi se bazează pe aritmetizarea metamatematicii (se numeşte metamatematică acea parte a logicii matematice care se ocupă cu teoria demonstraţiilor matematice, adică-l caută pe „deci" în matematică) ; o expunere populară despre aceasta o dă logiciana maghiară Rósza Pèter în cartea „Jocul cu infinitul".

În această direcţie sînt deosebit de importante rezultatele lui P. S. Novicov şi ale elevilor săi [2]).

Pe de altă parte, s-a pus încă de Aristotel problema încadrării în logică a lui *„poate"*. Logica nu se poate limita la *„da"* şi *„nu"*, adică nu se poate limita să noteze prezenţele şi absenţele în catalogul adevărurilor :

---

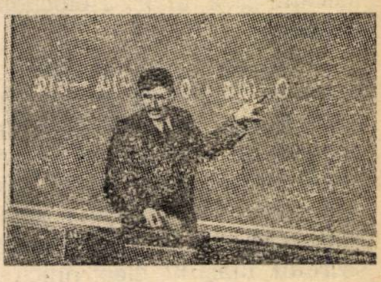
[1]) De ce ?

[2]) Într-un poliedru, două drumuri închise care trec printr-un punct se zic omotopice dacă se pot deforma continuu unul în celălalt. Timp îndelungat (începînd din 1912) s-a căutat un algoritm în această direcţie, adică un criteriu general de recunoaştere a omotopiei. P. S. Novicov a dovedit că nu există un asemenea criteriu general.

Pe baza lucrării lui Noviov s-au obţinut numeroase rezultate cu privire la algoritme şi s-au intensificat cercetările cu privire la probleme de existenţă a algoritmelor.

doar știe toată lumea că oricine poate să fie prezent (de exemplu la o lecție) și totuși absent (cu gîndul) ; se poate întîmpla și contrariul, ca cineva să fie absent și totuși prezent.

A prinde aceste nuanțe și a lucra cu ele așa cum se lucrează în mod obișnuit cu „*da*" și „*nu*" nu este o treabă ușoară ; cu aceasta se ocupă *logica polivalentă* la a cărei dezvoltare a contribuit mult școala poloneză. În acest domeniu este deosebit de interesantă lucrarea lui D. A. Bocivar din 1938[1]) în care se face o distincție între propoziție și judecată. După părerea sa, o judecată poate să fie adevărată sau falsă, dar o propoziție poate să nu fie o judecată, deoarece există și propoziții lipsite de sens. Negația unei propoziții adevărate este o propoziție falsă, negația unei propoziții false este o propoziție adevărată, pe cînd negația unei propoziții lipsite de sens este de asemenea o propoziție lipsită de sens[2]).



P. S. Novicov

Bocivar a demonstrat că acest calcul trivalent este necontradictoriu[3]), și a tras concluzii filozofice cu privire la așa numitele paradoxe logice și matematice, insistînd asupra faptului că matematica nu se deduce din logică, că pentru construirea matematicii sînt necesare axiome suplimentare, care sînt de altă natură decît cea logică ; aceste rezultate expuse în 1941 au fost publicate în 1944[4]). În ultimul timp aceste lucrări sînt intens studiate în U.R.S.S.[5]).

Dintre lucrările apărute în ultimii ani în domeniul logicii polivalente și a întrebuințării ei în teoria mecanismelor automate, sînt importante lucrările academicianului romîn Gr. Moisil și ale savantului sovietic V. I. Șestacov.

În revista „Математика в школе" № 6/1958 și № 1/1959 V. I. Șestacov explică destul de amănunțit și totodată foarte accesibil legăturile dintre logica matematică și automatică. Pe de o parte, în progresul esențial care s-a produs în automatică în ultimul timp, logica matematică are merite considerabile ; pe de altă parte, tocmai dezvoltarea automaticii a chemat la viață multe cercetări de logică, în particular a stabilit necesitatea unei sistematizări a logicii polivalente. O asemenea încercare de sistematizare au întreprins profesorii americani J. B. Rosser și A. R. Turquette (Many-Valued Logics ; Amsterdam, 1952) fără să izbutească decît în parte. O altă încercare în această direcție reprezintă lucrarea lui Iablonski, publicată recent (С. В. Яблонский — Функциональные

1). Д. А. Бочвар: Об одном трехзначном исчислении и его применении к анализу парадоксов классического расширенного функционального исчисления — Мат. сборник 1938, Т. 4/46/ Но. 2 стр. 287.

2). De exemplu: negația propoziției „$2 > 1$" este „$2 \leqslant 1$", negația propoziției „$2 \leqslant 1$" este propoziția „$2 > 1$", negația propoziției „$2 \leqslant$ " este „$2 >$ ".

3). Д. А. Бочвар. К вопросу о непротиворечивости одного трехзначного исчисления. Матем. соборник, 1943, т. 12/34/ Но. 3 стр. 353

4). Д. А. Бочвар: К вопросу о парадоксах математической логики и теории множеств. Матем. сборник 1944. том. 15 (57) Но. 3 стр. 369

5) Логические исследования, Москва 1959 (А. Д. Гетманова și В. И. Шестаков).

построения в κ-значной логике în Труды матем. института Том. 51, Москва 1958).

Legătura logicii cu gramatica a fost cunoscută din vechime. Stoicii considerau că logica este știința despre logos, adică despre cuvinte. Ei o împărțeau în gramatică și dialectică, înțelegînd prin dialectică ceea ce noi numim logică. Mai tîrziu, cele două surori, logica și gramatica, s-au despărțit și relațiile dintre ele s-au răcit. Astăzi însă, nevoia de documentare și informare pe care o resimt toți oamenii pretinde, printre altele, mecanizarea unor asemenea munci intelectuale cum este munca de traducere.

...În vara anului 1955, membrii unei delegații americane care vizita Uniunea Sovietică au fost invitați să asiste la o demonstrație de funcționare a unei mașini electronice sovietice. Experiența traducerii din limba engleză în limba rusă a arătat că mașina sovietică funcționează cu un dicționar de peste 1000 cuvinte și alcătuiește fraze cu o precizie mult mai mare decît mașina americană. În consecință, cunoscutul institut din Massachusetts a însărcinat cinci matematicieni și lingviști să descopere secretul mașinii electronice sovietice. În realitate însă, nu era vorba de nici un fel de secret. Experiențele s-au realizat cu o mașină universală BESM care nu este destinată în mod special traducerilor ; numai că matematicienii și lingviștii sovietici au elaborat metode moderne de programare a traducerii.

Și în acest domeniu, al colaborării logicii cu gramatica (în cadrul lingvisticii matematice), mai sînt multe de făcut, pentru că gramaticile existente se pretează greu la algoritmizare, pentru că o deosebită dificultate o prezintă problema omonimelor și a diferitelor nuanțe ale aceluiași cuvînt și pentru că în multe texte abundă expresiile idiomatice.

Așa dar, ce este logica matematică ? A răspunde la această întrebare, înseamnă a preciza poziția logicii matematice în raport cu logica tradițională și cu logica dialectică, în raport cu mecanizarea muncilor fizice grele și a muncilor intelectuale monotone, în raport cu studiul problemelor economice și sociale ; aceasta ai s-o faci, poate, într-o anumită măsură și dumneata. Eu însă, n-am urmărit aici decît să te invit la o *plimbare în preajma logicii matematice.*

Complemente și exerciții

1. Arătați care din formulele de mai jos sînt teoreme, și care nu :

$$p \supset [[q \supset r] \supset [[p \supset q] \supset r]]$$
$$[[p \supset q] \vee [q \supset r]] \supset [p \supset r]$$
$$[p \supset q] \vee [q \supset p]$$
$$[[p \equiv q] \equiv [p \vee q]] \equiv [\sim p \vee \sim q]$$
$$\sim [p \wedge \sim p]$$
$$p \vee \sim p$$

2. Dacă p este o propoziție adevărată, atunci $\sim p$ este o propoziție falsă; dacă p este o propoziție falsă, atunci $\sim p$ este o propoziție adevărată. Aceasta se reprezintă prin tabela cu două coloane

p	$\sim p$
a	f
f	a

care se numește tabela negației.

Dacă p este o propoziție adevărată, atunci p este o propoziție adevărată; dacă p este o propoziție falsă, atunci p este o propoziție falsă. Aceasta se reprezintă prin tabela cu două coloane

p	p
a	a
f	f

care se numește tabela identității.

În afară de acestea mai există două tabele a două coloane: tabela adevărului

p	a
a	a
f	a

și tabela falsului

p	f
a	f
f	f

Dacă p este o propoziție adevărată, dacă q este o propoziție adevărată, atunci $p \supset q$ este o propoziție adevărată. Dacă p este o propoziție adevărată, dacă q este o propoziție falsă, atunci $p \supset q$ este o propoziție falsă. Dacă p este o propoziție falsă, oricare ar fi q, $p \supset q$ este o propoziție adevărată. Aceasta se reprezintă prin tabela cu trei coloane

p	q	$p \supset q$
a	a	a
a	f	f
f	a	a
f	f	a

numită tabela condiționării.

Răspundeți la următoarele întrebări:

a) care este tabela condiționării inverse: $p \subset q$?

b) care sînt tabelele conjuncției, disjuncției, echivalenței, neechivalenței?

c) cîte tabele cu trei coloane există în total? Dar cu n coloane?

d) sistemul de axiome al condiționării prezentat în text este conform cu tabela condiționării? de ce?

3. În logica clasică (tradițională) se cunosc unele metode de deducție, denumite silogism ipotetic, silogism disjunctiv, dilemă.

Silogismul ipotetic afirmativ este următoarea înlănțuire de propoziții: Dacă A este B, atunci C este D. Dar A este B. Deci C este D.

Silogismul ipotetic negativ este următoarea înlănțuire de propoziții: dacă A este B, atunci C este D. Dar C nu este D. Deci A nu este B.

Silogismul disjunctiv are de asemenea două forme: 1) A este B, sau C este D. Dar A nu este B. Deci C este D.

2) A este B, sau C este D. Dar A este B. Deci C nu este D.

Dilema are patru forme:

1) Dacă A este B_1, atunci C este D. Dacă A este B_2, atunci C este D. Dar A este B_1 sau B_2. *Deci* C este D.

2) Dacă A este B, atunci C este D_1. Dacă A este B, atunci C este D_2. Dar C nu este D_1 sau C nu este D_2. Deci A nu este B.

3) Dacă A este B_1, atunci C este D 1.Dacă A este B_2, atunci C este D_2. Dar A este B_1 sau A este B_2. Deci C este D_1 sau C este D_2.

4) Dacă A este B_1 atunci C este D_1. Dacă A este B_2, atunci C este D_2. Dar C nu este D_1 sau C nu este D_2. Deci A nu este B_1 sau A nu este B_2.

Silogismul ipotetic afirmativ se transcrie în limbajul nostru în felul următor: notez cu p propoziția „A este B", cu q propoziția „C este D". „Dacă A este B, atunci C este D" devine $p \supset q$, „C este D" devine q. Deoarece cele două propoziții se află într-o poziție de coexistență ele se pot uni printr-o conjuncție: $[p \supset q] \wedge q$. Concluzia silogismului este q, iar premiza este $[p \supset q] \wedge q$. Așadar, *silogismul ipotetic afirmativ se transcrie prin:*

$$[[p \supset q] \wedge q] \supset q$$

a) este aceasta o teoremă?

b) să se transcrie în formule logice metodele de deducție înșirate mai sus și să se arate care sînt teoreme.

c) să se transcrie în formulă logică metoda de deducție cunoscută din geometrie sub numele de metoda reducerii la absurd și să se arate că e o teoremă.

4. Se dă tabela cu patru coloane, numită tabela disjuncției condiționate:

p	q	r	$[pqr]$
a	a	a	a
a	a	f	a
a	f	a	a
a	f	f	f
f	a	a	f
f	a	f	f
f	f	a	a
f	f	f	f

a) să se arate că tabela disjuncției condiționate este o compunere a tabelei negației, condiționării și conjuncției în sensul că rezultă în mod firesc dacă se consideră $[p\ q\ r]$ ca o prescurtare pentru

$[q \supset p] \wedge [\sim q \supset r]$;

b) să se arate că orice tabelă de două coloane se poate considera ca o compunere a tabelelor adevărului, falsului și a disjuncției condiționate.

5. Se dau două clase de triunghiuri *a*, *b*. Care este numărul maxim de clase ce se pot obține din ele, prin operații logice? Ce legătură este între exercițiul acesta și exercițiul 2?

6. Ce părere aveți: fiind dată o propoziție *p*, negația ei este totdeauna bine determinată?

A. M.

ASUPRA UNEI PROBLEME

de **GH. PÎSLARU**, profesor, Bacău

In cele ce urmează dau o soluție și generalizarea problemei 3422 din C.M.F.-B.

Fie I intersecția bisectoarelor AA', BB', CC', în triunghiul ABC. Să se arate că avem relația:

$$\frac{AI}{A'I} \cdot A'C + \frac{BI}{B'I} \cdot B'A + \frac{CI}{C'I} C'B = 2p,$$

unde p este semiperimetrul triunghiului ABC.

Soluție. In triunghiul ACA' unde CI este bisectoare, avem:

$$\frac{AI}{A'I} = \frac{b}{A'C} \quad \text{sau} \quad \frac{AI}{A'I} \cdot A'C = b.$$

In triunghiul BAB', unde AI este bisectoare, avem:

$$\frac{BI}{B'I} = \frac{c}{B'A} \quad \text{sau} \quad \frac{BI}{B'I} \cdot B'A = c.$$

In triunghiul CBC', unde BI este bisectoare, avem:

$$\frac{CI}{C'I} = \frac{a}{C'B} \quad \text{sau} \quad \frac{CI}{C'I} \cdot C'B = a.$$

Adunînd aceste trei egalități avem:

$$\frac{AI}{A'I} \cdot A'C + \frac{BI}{B'I} \cdot B'A + \frac{CI}{C'I} \cdot C'B = b + c + a = 2p$$

Observație. In același mod se demonstrează că:

$$\frac{AI}{A'I} \cdot A'B + \frac{BI}{B'I} B'C + \frac{CI}{C'I} C'A = 2p$$

Adunînd aceste două egalități avem:

$$\frac{AI}{A'I}(A'C + A'B) + \frac{BI}{B'I}(B'A + B'C) + \frac{CI}{C'I}(C'B + C'A) = 4p$$

sau :

$$\frac{AI}{A'I}\,a+\frac{BI}{B'I}\,b+\frac{CI}{C'I}\,c=4p.$$

Generalizare. a) O dreaptă ce trece prin vîrful unui triunghi determină pe latura opusă două segmente proporţionale cu cele două arii în care a fost împărţită aria triunghiului şi care se sprijină respectiv pe cele două segmente (fig. 2).

In adevăr :

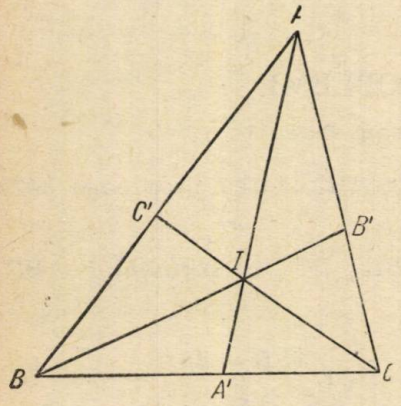


Fig. 1.

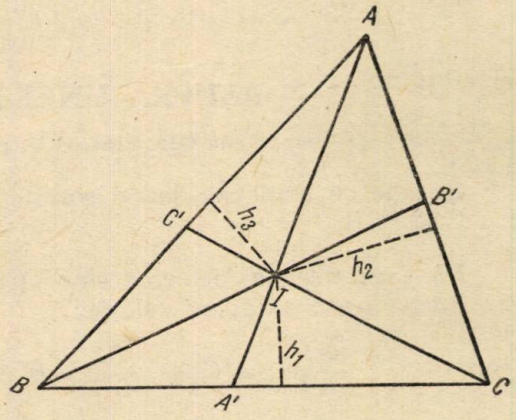


Fig. 2.

$$\frac{A'B}{A'C}=\frac{S_{ABA'}}{S_{ACA'}}$$

deoarece triunghiurile ABA' şi ACA' au aceeaşi înălţime şi deci ariile sînt proporţionale cu bazele.

In particular, dacă AA' este bisectoare, avem :

$$\frac{A'B}{A'C}=\frac{S_{ABA'}}{S_{ACA'}}=\frac{c}{b}$$

deoarece distanţele de la punctul A' de pe bisectoare (vîrf comun al celor două triunghiuri), la laturile AB, AC, considerate ca baze, sînt egale.

b) Fie I punctul de intersecţie a trei drepte concurente AA', BB', CC', în triunghiul ABC. Să se arate că avem relaţia :

$$\frac{AI}{A'I}\cdot S_{IA'C}+\frac{BI}{B'I}\cdot S_{IB'A}+\frac{CI}{C'I}\cdot S_{IC'B}=S_{ABC}$$

In adevăr aplicînd triunghiurilor $CA'A$, $AB'B$, $BC'C$, (fig. 2) relaţia stabilită la punctul (a) de mai sus avem :

$$\frac{AI}{A'I}=\frac{S_{ICA}}{S_{IA'C}}\quad\text{sau :}\quad\frac{AI}{A'I}\cdot S_{IA'C}=S_{ICA}$$

$$\frac{BI}{B'I}=\frac{S_{IAB}}{S_{IB'A}}\quad\text{sau :}\quad\frac{BI}{B'I}\cdot S_{IB'A}=S_{IAB}$$

$$\frac{CI}{C'I} = \frac{S_{IBC}}{S_{IC'B}} \quad \text{sau} \quad \frac{CI}{C'I} \cdot S_{IC'B} = S_{IBC}$$

Adunînd aceste relaţii se obţine:

$$\frac{AI}{A'I} \cdot S_{IA'C} + \frac{BI}{B'I} \cdot S_{IB'A} + \frac{CI}{C'I} \cdot S_{IC'B} = S_{ABC} \qquad (1)$$

Observaţie: In acelaşi mod se arată că:

$$\frac{AI}{A'I} \cdot S_{IA'B} + \frac{BI}{B'I} \cdot S_{IB'C} + \frac{CI}{C'I} \cdot S_{IC'A} = S_{ABC}$$

şi adunîndu-le se obţine:

$$\frac{AI}{A'I} \cdot S_{IBC} + \frac{BI}{B'I} \cdot S_{ICA} + \frac{CI}{C'I} \cdot S_{IAB} = 2S_{ABC} \qquad (2)$$

c) Inlocuind în relaţia (1)

$$S_{IA'C} = \frac{A'C \cdot h_1}{2}\,;\; S_{IB'A} = \frac{B'A \cdot h_2}{2}\,;\; S_{IC'B} = \frac{C'B \cdot h_3}{2},$$

în care h_1, h_2, h_3 sînt distanţele de la punctul I la laturile triunghiului, rezultă:

$$\frac{AI}{A'I} \cdot A'C \cdot h_1 + \frac{BI}{B'I} \cdot B'A \cdot h_2 + \frac{CI}{C'I} \cdot C'B \cdot h_3 = 2S_{ABC}$$

In cazul particular cînd AA', BB', CC', sînt bisectoare, rezultă:

$$h_1 = h_2 = h_3 = r \qquad (r = \text{raza cercului înscris})$$

şi $S = pr$, iar relaţia devine

$$\frac{AI}{A'I} \cdot A'c \cdot r + \frac{BI}{B'I} \cdot B'A \cdot r + \frac{CI}{C'I}\,,\; C'Br = 2pr$$

şi prin simplificare se obţine tocmai relaţia din problema 3422.

Inlocuind:

$$S_{IBC} = \frac{ah_1}{2}\,;\; S_{ICA} = \frac{bh_2}{2}\,;\; S_{IAB} = \frac{ch_3}{2}$$

şi $S = pr$

în relaţia (2) se obţine:

$$\frac{AI}{A'I}\, ah_1 + \frac{BI}{B'I}\, bh_2 + \frac{CI}{C'I}\, ch_3 = 4pr.$$

STABILIREA UNOR IDENTITĂȚI *)

de **CORNELIA POPA** și **M. CĂLIN**, elevi, Piatra Neamț

În articolul „Cîteva corelații în matematici elementare" publicat în G.M.F.-B 11/1957, prof. *C. Ionescu-Țiu* arată o cale pentru stabilirea unor identități algebrice din identitățile trigonometrice și reciproc.

Dacă A, B, C sînt unghiurile unui triunghi, notînd $\operatorname{tg}\frac{A}{2} = m$, $\operatorname{tg}\frac{B}{2} = n$ și $\operatorname{tg}\frac{C}{2} = p$, între m, n și p există relația de condiție $mn + np + pm = 1$.

— Din identitatea cunoscută $\sin A + \sin B + \sin C = 4\cos\frac{A}{2}\cdot\cos\frac{B}{2}\cdot\cos\frac{C}{2}$, în care înlocuind $\sin A = \frac{2\operatorname{tg}\frac{A}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{A}{2}} = \frac{2m}{1+m^2}$; $\sin B = \frac{2n}{1+n^2}$; $\sin C = \frac{2p}{1+p^2}$ și $\cos\frac{A}{2} = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\frac{A}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$; $\cos\frac{B}{2} = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}}$; $\cos\frac{C}{2} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$, deducem identitatea algebrică:

$$\frac{m}{1+m^2}+\frac{n}{1+n^2}+\frac{p}{1+p^2} = \frac{2}{\sqrt{(1+m^2)(1+n^2)(1+p^2)}}$$

condiționată de $mn + np + pm = 1$.

— Invers, dacă $xy + yz + zx = 1$ se arată că avem: $\frac{1-x^2}{1+x^2} + \frac{1-y^2}{1+y^2} + \frac{1-z^2}{1+z^2} = 1 + \frac{4xyz}{\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)}}$, deoarece punînd $x = \operatorname{tg}\frac{B}{2}$, $y = \operatorname{tg}\frac{B}{2}$, $z = \operatorname{tg}\frac{C}{2}$ avem satisfăcută relația de condiție, iar din identitatea propusă obținem:

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2},$$

identitate trigonometrică cunoscută, A, B, C fiind unghiurile unui triunghi.

— Dacă $x + y + z = xyz$, să se arate că avem și:

$$\frac{x^2}{1+x^2}+\frac{y^2}{1+y^2}+\frac{z^2}{1+z^2} = 2\left[1+\frac{1}{(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)}\right]$$

*) Referat ținut la cercul de matematică al școlii medii din Piatra Neamț.

Se pune: $x = \operatorname{ctg}\frac{A}{2}$, $y = \operatorname{ctg}\frac{B}{2}$, $z = \operatorname{ctg}\frac{C}{2}$, deoarece A, B, C fiind unghiurile unui triunghi avem relația cunoscută:

$$\operatorname{ctg}\frac{A}{2} + \operatorname{ctg}\frac{B}{2} + \operatorname{ctg}\frac{C}{2} = \operatorname{ctg}\frac{A}{2}\operatorname{ctg}\frac{B}{2}\operatorname{ctg}\frac{C}{2}$$

Identitatea dată devine identitate trigonometrică:

$$\cos^2\frac{A}{2} + \cos^2\frac{B}{2} + \cos^2\frac{C}{2} = 2\left(1 + \sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}\right).$$

— Dacă $x + y + z = xyz$, atunci avem și:

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{1+z^2} \geqslant \frac{3}{4}.$$

Notînd $x = \operatorname{ctg}\frac{A}{2}$, $y = \operatorname{ctg}\frac{B}{2}$, $z = \operatorname{ctg}\frac{C}{2}$ se obține inegalitatea cunoscută între unghiurile unui triunghi:

$$\sin^2\frac{A}{2} + \sin^2\frac{B}{2} + \sin^2\frac{C}{2} \geqslant \frac{3}{4}.$$

În articolul citat se mai arată și metoda de a obține egalități între elementele unui triunghi, plecînd de la egalități algebrice; la fel pentru inegalități.

Tot astfel, considerînd identitatea algebrică:

$$a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc = (a+b)(b+c)(c+a)$$

și înlocuind $a = r_a$, $b = r_b$, $c = c = r_c$ se obține:

$$\sum r_a(r_b + r_c)^2 - 4\,r_a r_b r_c = (r_a + r_b)(r_b + r_c)(r_c + r_a).$$

Calculînd prima parte a egalității rezultă:

$$2\,r_a r_b r_c + \sum r_a(p^2 - r_b r_c) = p^2 \sum r_a - r_a r_b r_c$$

Dar,

$$r_a r_b r_c = p^2 r \text{ și } \sum r_a = 4R + r.$$

Se obține relația:

$$(r_a + r_b)(r_b + r_c)(r_c + r_a) = 4Rp^2$$

egalitate care mai este demonstrată în paragraful 16.41 din „Geometria triunghiului" de *Tr. Lalescu*, Ed. Tineretului 1958.

Tot în articolul citat se arată calea de a găsi triunghiuri ale căror elemente să fie exprimate prin numere întregi și mai mult, și ale căror bisectoare să fie numere întregi.

Dacă m_1, m_2, n_1, n_2 sînt numere întregi care satisfac relația $m_2 n_2 - m_1 n_1 > 0$, triunghiul care are ca laturi:

(1) $$a = m_1 m_2 (n_1^2 + n_2^2) \quad ; \quad b = n_1 n_2 (m_1^2 + m_2^2) ;$$

$$c = (m_1 n_2 + m_2 n_1) \cdot (m_2 n_2 - m_1 n_1)$$

are toate elementele exprimate în numere întregi.

Bisectoarele sînt exprimate deasemeni prin numere întregi dacă $m_2 n_2 - m_1 n_1 > 0$ în plus, $(m_1^2 + m_2^2)$ și $(n_1^2 + n_2^2)$ sînt patrate perfecte

Exemplu *). Dacă luăm $m_1 = 1$, $m_2 = 4$, $n_1 = 2$, $n_2 = 3$, numere întregi care satisfac relația $m_2 n_2 - m_1 n_1 > 0$, folosind relațiile (1) se obține $a = 52$, $b = 102$, $c = 110$, $p = 132$, $p-a = 80$, $p-b = 30$, $p-c = 22$; $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 2\,640$; $r = \frac{S}{p} = 20$;

$r_a = \frac{S}{p-a} = 33$; $r_b = \frac{S}{p-b} = 88$ și $r_c = \frac{S}{p-c} = 120$.

FOLOSIREA PUTERII PUNCTULUI FAȚĂ DE CERC LA STABILIREA UNOR RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHI

de **GH. CEZAR**, elev, Buzău

În această notă se stabilesc unele relații metrice în triunghi cu ajutorul puterii punctului față de cerc.

Teorema lui Pitagora generalizată. Pe latura BC a triunghiului ABC se ia arbitrar punctul D. Laturile AB și AC mai sînt tăiate de cercurile ACD și ABD respectiv în punctele D' și D''.

Se scriu puterile punctelor B și C respectiv față de cercurile ACD și ABD (fig. 1):

(1) $$BD \cdot BC = BD' \cdot BA \quad ; \quad CD \cdot CB = CD'' \cdot CA$$

Adunînd reațiile se obține:

$$BD \cdot BC + CD \cdot CB = BD' \cdot BA + CD'' \cdot CA, \text{ sau:}$$

$$BC\,(BD + DC) = (AB - AD')\,AB + (AC - AD'') \cdot AC, \text{ de unde:}$$

(2) $$BC^2 = AB^2 + AC^2 - AD' \cdot AB - AD'' \cdot AC.$$

În cazul particular cînd punctul D este piciorul înălțimii din vîrful A, atunci punctele D' și D'' sînt picioarele înălțimilor din vîrfurile C și B, iar patrulaterul $BD'D''C$ este inscriptibil. Se scrie puterea punctului A față de cercul $BD'D''C$:

(3) $$AD' \cdot AB = AD'' \cdot AC.$$

---

*) Alte exemple numerice în care și bisectoarele sînt exprimate prin numere întregi, sau aplicații de stabilirea altor relații interesante, pot fi trimise de colaboratori pentru publicarea lor în G.M.F.-B.

Ținînd seamă de relația (3), relația (1) devine:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\,AD' \cdot AB \quad ; \quad (\sphericalangle A \leqslant 90°)$$
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2\,D'A \cdot AB \quad (\sphericalangle A \geqslant 90°) \tag{4}$$

Relațiile (4) reprezintă teorema lui Pitagora generalizată. Relația (2) reprezintă generalizarea teoremei lui Pitagora generalizată.

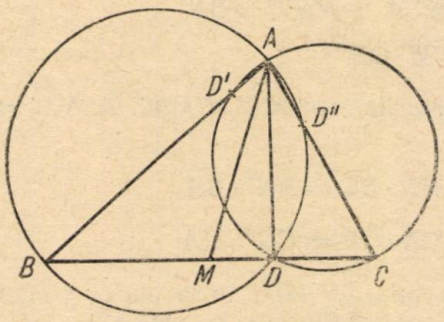


Fig. 1.

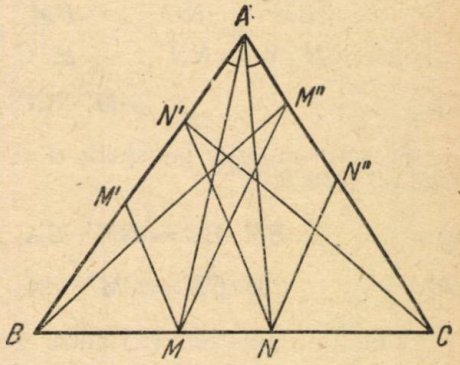


Fig. 2.

2. *Teorema diferenței patratelor a două laturi ale unui triunghi.* Fie punctul M mijlocul laturei BC (fig. 1). Scăzînd relațiile (1) se obține:

$$BD \cdot BC - CD \cdot CB = BD' \cdot BA - CD'' \cdot CA, \text{ sau}$$
$$(BM + MD)\,BC - (CM + MD)\,CB = (AB - AD')\,AB - (AC - AC'')\,AC$$
$$2MD \cdot BC = AB^2 - AC^2 - AD' \cdot AB + AD'' \cdot AC \tag{5}$$

În cazul particular cînd punctul D este piciorul înălțimii din vîrful A, avînd loc reația (3), relația (5) devine:

$$AB^2 - AC^2 = 2\,MD \cdot BC \tag{6}$$

Relația (6) reprezintă cunoscuta teoremă:

Diferența patratelor a două laturi ale unui triunghi este egală cu dublul produsului laturei a treia prin proiecția pe aceasta a medianei corespunzătoare.

Relația (5) reprezintă o generalizare a acestei teoreme.

3. *Teorema lui Steiner.* Pe latura BC a triunghiului ABC se ia punctele M și N astfel ca unghiurile BAM și CAN să fie egale.

Dreptele AM și AN se numesc izogonale. Pe latura AB se iau punctee M' și N', iar pe latura AC se iau punctele M'' și N'', astfel ca patrulaterele $ABMM''$, $ABNN''$, $ACMM'$, $ACNN'$ să fie inscriptibile (fig. 2).

Aceste patrulatere fiind inscriptibile rezultă că triunghiurile BMM', BNN', CMM'', CNN'' sînt invers asemenea cu triunghiul ABC. Din asemănarea triunghiurilor BMM' și $M''MC$ avem:

$$\frac{BM'}{M''C} = \frac{BM}{M''M}$$

iar din asemănarea triunghiurilor BNN' și $N''NC$ avem:

$$\frac{N''C}{BN'} = \frac{NC}{NN'} \tag{7}$$

Patrulaterele $ABMM''$ și $ACNN'$ fiind inscriptibile și dreptele AM și AN fiind izogonale, ținînd seama de relațiile (7) se obține:

$$\sphericalangle BMM'' = \sphericalangle CNN' = 180° - \sphericalangle BAC$$

$$\sphericalangle BM''M = \sphericalangle BAM = \sphericalangle CAN = \sphericalangle CN'N.$$

Din asemănarea triunghiurilor BMM'' și CNN' avem:

$$\frac{BM}{M''M} = \frac{NC}{NN'} \; ; \quad \frac{BM'}{M''C} = \frac{BM}{M''M} = \frac{NC}{NN'} = \frac{N''C}{BN'} \; ;$$

$$(8) \qquad BM' \cdot BN' = CM \cdot CH''$$

Se scriu puterile punctelor B și C față de cercurile $ACMM'$, $ACNN'$ și $ABMM''$ și $ABNN''$:

$$(9) \qquad BM \cdot BC = BM' \cdot BA \; ; \quad BN \cdot BC = BN' \cdot BA$$

$$(10) \qquad CM \cdot CB = CM'' \cdot CA \; ; \quad CN \cdot CB = CN'' \cdot CA$$

Înmulțind relațiile (9) între ele și relațiile (10) între ele și făcînd citul produselor obținute și ținînd seama de relația (8), se obține:

$$(11) \qquad \frac{BM \cdot BN \cdot BC^2}{CM \cdot CN \cdot BC^2} = \frac{BM' \cdot BN \cdot AB^2}{CM'' \cdot CN'' \cdot AC^2} \; ; \quad \frac{BM \cdot BN}{OM \cdot ON} = \frac{AB^2}{AC^2}$$

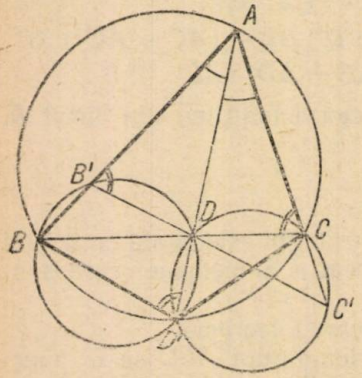


Fig. 3.

Relația (11) reprezintă teorema lui *Steiner*.

Produsul rapoartelor în care două ceviene izogonale împart latura corespunzătoare este egal cu patratul raportului celorlalte laturi.

În cazul particular cînd punctul M este mijlocul laturei BC punctul N este piciorul simedianei vîrfului A și împarte latura BC în raportul:

$$\frac{BN}{CN} = \frac{AB^2}{AC^2}.$$

4. *O teoremă a bisectoarei.* Bisectoarea AD a triunghiului ABC taie cercul ABC în punctul D'. Cercul BDD' mai taie latura AB în punctul B' (fig. 3); avem:

$$(12) \qquad \sphericalangle AB'D = \sphericalangle AD'B = \sphericalangle ACD \; ; \quad \sphericalangle BAD = \sphericalangle CAD$$

Din egalitatea triunghiurilor ADB' și ADC avem:

$$AB' = AC$$

Puterile punctului D față de cercul ABC și punctului A față de cercul BDD' și relația (12) dau:

$$AD \cdot DD' = BD \cdot DC \; ; \quad AB' \cdot AB = AD \cdot AD', \text{ sau}$$

$AB \cdot AC = (AD + DD') \cdot AD$; $AB \cdot AC = AD^2 + AD \cdot DD'$, de unde

$$AB \cdot AC = AD^2 + BD \cdot DC$$

relație care reprezintă o cunoscută teoremă a bisectoarei:

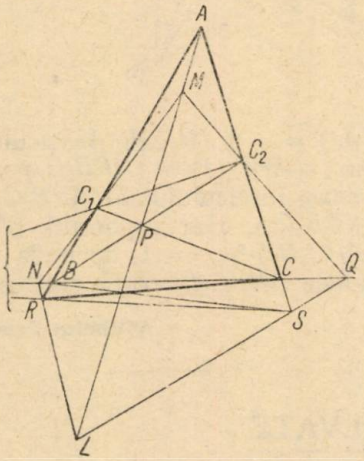
Produsul a două laturi ale unui trunghi este egal cu suma dintre patratul bisectoarei unghiului celor două laturi și dintre produsul segmentelor determinate de bisectoare pe a treia latură.

NOTE MATEMATICE

Generalizarea problemei 3488

Se consideră triunghiul ABC în care P este intersecția cevienelor AA_1, BB_1, CC_1, iar M și L două puncte pe AA_1. Fie punctele $N = (BC ; MC_1)$; $Q = (BC ; MB_1)$; $R = (NL ; AB)$; $S = (QL ; AC)$. Să se arate că dreptele AA_1, BS, CR sînt concurente.

Soluție. Fiindcă dreptele NR, QS, AA_1 sînt concurente triunghiurilor

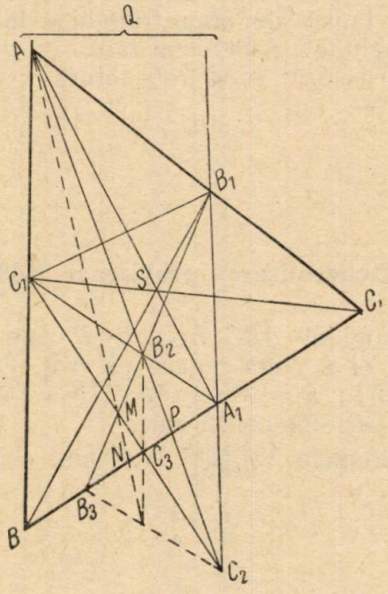


MNQ și ARS sînt omologice și deci dreptele B_1C_1, CB, SR sînt concurente. De aici rezultă că punctele de intersecție ale laturilor omologe ale triunghiului PBC și ARS sînt colineare și deci, triunghiurile PBC și ARS fiind omologice, dreptele AA_1, BS, CR sînt concurente.

Generalizarea problemei 3535

Fie triunghiul ABC și cevienele AA_1, BB_1, CC_1 concurente în S. O dreaptă oarecare ce trece prin A taie dreptele A_1C_1, A_1B_1 respectiv în B_2 și C_2. Fie $B_3 = (BC ; B_1B_2)$, $C_3 = (BC, C_1C_2)$, $M = (B_1B_3 ; C_1C_3)$. Să se arate că dreptele B_2C_3 ; C_2B_3 și AM sînt concurente.

Soluție. Dreptele AM și AB_2 taie pe BC respectiv în N și P, iar dreptele A_1B_1 și AB se taie în Q. Fiindcă C_1 și Q sînt punctele unde diagonalele CS și A_1B_1 ale patrulaterului complet CA_1SAB_1B taie diago-



nala AB, avem $(ABC_1Q) = -1$. Bazele fasciculului $A_1(ABC_1Q)$ tăiate de dreapta AB_2 ne dau: $(ABC_1Q) = (APB_2C_2) = -1$.

Pe de altă parte, razele fasciculului $M(APB_2C_2)$ tăiate de dreapta BC ne dau $(APB_2C_2) = (NPB_3C_3)$. Dar rapoortul (APB_2C_2) fiind armonic, avem: $(APB_2C_2) = (APC_2B_2) = -1$, de unde $(APl_2B_2) = (NPB_3C_3)$ ceea ce ne arată că dreptele AN, C_2B_3, B_2C_3 sînt concurente.

Wilhelm Priess, elev, Caransebeș

PROBLEME REZOLVATE

Problema 2938

Să se arate că pentru n întreg și pozitiv avem:

$$N = (17\,m - 15)^{8n+4} + (17\,m + 1)^{4n+2}$$

este divizibil cu 17, unde m este număr întreg (enunț generalizat).

Soluție. — Avem succesiv:

$$N = (17\,m - 15)^{8n+4} + (17\,m + 1)^{4n+2} =$$
$$= [(17\,m - 15)^4]^{2n+1} + [(17\,m + 1)^2]^{2n+1}$$

și urmează că:

$$N = [(17\,m - 15)^4 + (17\,m + 1)^2] = M\,17 + M\,(15^4 + 1) =$$

$= M\,17 + M\,50626 = M\,17 + M\,17 \cdot 2978 = M\,17.$

Cînd $m = 1$, atunci obținem problema 2938.

Problema 3609

Se dă un triunghi oarecare ABC. Să se arate că mijloacele laturilor AB, BC și proiecția vîrfului B pe bisectoarea unghiului A sînt trei puncte coliniare.

C. Cîșlaru, ș. m. 4 București

Soluție. — Unim mijlocul D al laturii AB cu punctul F (locul de intersecție a bisectoarei unghiului A cu perpendiculara din B pe AB).

Trebuie să arătăm că DF trece prin punctul E (mijlocul laturii BC).

În triunghiul AFB, DF este mediana corespunzătoare ipotenuzei și este egală cu jumătate din ea. Rezultă că triunghiul ADF este isoscel și deci: $\sphericalangle BAF = \sphericalangle AFD$.

Dar $\sphericalangle BAF = \sphericalangle FAC$ prin ipoteză. Rezultă că, $\sphericalangle FAC = \sphericalangle AFD$. adică dreapta DF este paralelă cu AC. Trecînd prin mijlocul laturii AB, ea este linie mijlocie în triunghi și va trece și prin mijlocul laturii BC.

Problema 3648

Se dă expresia:

$$E = \frac{a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(a + b + \sqrt{ab}} = \frac{a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab} - ab}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b} + \sqrt{ab}}$$

Se cere: a) Să se aducă la forma cea mai simplă: b) Să se afle valoarea numerică a expresiei E pentru $a = 2 + \sqrt{3}$; $b = 2 - \sqrt{3}$.

St. Musta, profesor Oradea

Soluție. — Expresia se poate scrie succesiv:

$$E = \frac{(\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3})^2}{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}} - \frac{(\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3})^2 - ab}{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3} + \sqrt{ab}};$$

$$E = \sqrt{a^3} - \sqrt{b^3} - \frac{(\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3} - \sqrt{ab})(\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3} + \sqrt{ab})}{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3} + \sqrt{ab}};$$

$$E = \sqrt{a^3} - \sqrt{b^3} - (\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3} - \sqrt{ab}) = \sqrt{ab}.$$

Pentru valoarea numerică dată: $E = \sqrt{ab} = \sqrt{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$;

$$E = \sqrt{4 - 3}; \quad E = 1.$$

Problema 3652

a) *Să se afle restul împărțirii lui* $x^m + a^m$ *prin* $(x + b)(x + c)$.

b) *Pe baza rezultatului precedent, să se determine restul împărțirii lui* $x^m + a^m$ *prin* $(x + a)^2$.

c) *Ținînd seama de rezultatul obținut la b), să se demonstreze că oricare ar fi numărul întreg și pozitiv* m, *expresia*

$$E = 12^m + (-1)^m (13m - 1)$$

este divizibilă cu 169.

(Olimpiada de matematică 1959, cl. X — O. Sacter)

Soluție. — Notăm cu $px + q$ restul împărțirii unui polinom $P(x)$ prin produsul $(x + b)(x + c)$ și prin B și C resturile împărțirii aceluiași polinom prin $(x + b)$ și $(x + c)$, respectiv. Avem:

$$P(x) = (x + b)(x + c)\,Q(x) + px + q;$$

$$P(-b) = B = -pb + q;$$

$$P(-c) = C = -pc + q.$$

Rezolvînd acest sistem în raport cu p și q se obține:

$$p = \frac{B - C}{c - b}\ ;\quad q = \frac{cB - bC}{c - b}\ ;$$

iar restul căutat va fi:

$$R = \frac{B - C}{c - p}\,x + \frac{cB - bC}{c - b}$$

b) În cazul împărțirii $(x^m + a^m) : (x + b)(x + c)$ se obține:

$$B = (-1)^m b^m + a^m$$

$$C = (-1)^m c^m + a^m$$

$$R = (-1)^m \frac{b^m - c^m}{c - b}\,x + (-1)^m \frac{bc(b^{m-1} - c^{m-1})}{c - b} + a^m$$

Efectuînd împărțirile, restul se poate scrie:

$$R = (-1)^m [-(b^{m-1}) + b^{m-2} c + \cdots + bc^{m-2} + c^{m-1})\,x -$$

$$-(b^{m-1} c + b^{m-2} c^2 + \cdots + b^2 c^{m-2} + bc^{m-1}) + a^m$$

Pentru $b = c = a$ restul devine:

$$R = (-1)^m [-ma^{m-1} x - (m - 1)\,a^m] + a^m$$

Pentru m număr impar, restul va fi: $R_1 = ma^{m-1} x + ma^m$; iar pentru m număr par, restul este $R_2 = -ma^{m-1} x - (m - 2)\,a^m$.

c) Numărul 169 poate fi scris:

$$(12 + 1)^2.$$

Considerînd $x = 12$ și $a = 1$, apoi ținînd seama de rezultatul de la punctul b), restul împărțirii lui $12^m + 1^m$ prin $(12 + 1)^2$ va fi:

$$R_1 = 12m + m = 13m$$

pentru cazul cînd m este impar, și

$$R_2 = -12m - m + 2 = -13m + 2$$

în cazul cînd m este număr par.

Rezultă atunci că expresia $12^m + 1$ se poate scrie:

$$12^m + 1 = \mathfrak{M}\ 169 + 13m;\ (m \text{ impar}) \text{ și}$$

$$12^m + 1 = \mathfrak{M}\ 169 - 13m + 2;\ (m \text{ par}).$$

Se poate arăta acum că expresia dată:

$$E = 12^m + (-1)^m (13m - 1)$$

este divizibilă prin 169.

Într-adevăr, în cazul că numărul m este impar expresia se poate scrie:

$$E_1 = 12^m - 13m + 1 = 12^m + 1 - 13m = \mathfrak{M}\ 169 + 13m - 13m = \mathfrak{M}\ 169;$$

iar în cazul m număr par,

$$E_2 = 12^m + 13m - 1 = 12^m + 1 + 13m - 2 =$$

$$= \mathfrak{M}\ 169 - 13m + 2 + 13m - 2 = \mathfrak{M}\ 169.$$

Deci, în toate cazurile expresia dată este divizibilă prin 169. Punctul c) se poate demonstra ușor și prin metoda inducției complecte.

Soluții bune s-au mai primit de la **Brînzaru Elena** Ș. m. 1 seral București, **Gheorghe Cezar**, Buzău, **Basarab Nicolescu**, Ploești, **Alex. Ioachim**, București și **Andrei Susea**, București.

Problema 3654

Să se arate că dacă

$$\operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b = 1 + \operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b$$

atunci rezultă și relația:

$$\operatorname{sin} a \operatorname{sin} b = \pm \operatorname{sin} 45°.$$

(Olimpiada de matematică 1959, cl. X-a)

Soluție dată de prof. *Gh. Pîslaru*, Bacău. — Înlocuind $\operatorname{tg} a = \frac{\sin a}{\cos a}$ și $\operatorname{tg} b = \frac{\sin b}{\cos b}$ în prima relație și efectuînd calculele se obține:

$$\frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} \cdot \frac{\sin^2 b}{\cos^2 b} = 1 + \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{\sin^2 b}{\cos^2 b}$$

Dar de aci urmează succesiv

$$\sin^2 a \sin^2 b = \cos^2 a \cos^2 b + \sin^2 a \cos^2 b + \sin^2 b \cos^2 a;$$

$$\sin^2 a \sin^2 b = \cos^2 b (\cos^2 a + \sin^2 a) + \sin^2 b \cos^2 a;$$

$$\sin^2 a \sin^2 b = \cos^2 b + \sin^2 b \cos^2 a;$$

$$\sin^2 a \sin^2 b = \cos^2 b + \sin^2 b (1 - \sin^2 a);$$

$$\sin^2 a \sin^2 b = \cos^2 b + \sin^2 b - \sin^2 a \sin^2 b;$$

$$2 \sin^2 a \sin^2 b = 1;$$

$\sin a \sin b = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ ($\sin a \sin b = \pm \sin 45^0$ adică tocmai relația a doua.

Problema 3663

Să se calculeze limita expresiei:

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$$

cînd x tinde către $\frac{\pi}{4}$ radiani.

(Olimpiada de matematică 1959, an II ș.c. maiștri)

Soluția I.— Pentru $x = \frac{\pi}{4}$ expresia nu are sens, căci se prezintă sub forma $\frac{0}{0}$; dar expresia se mai poate scrie:

$$\frac{(\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x)}{\sin \frac{\pi}{4} \cos x - \cos \frac{\pi}{4} \sin x}$$

sau:

$$\frac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)}{-\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x - \cos x)} = \frac{1 + \sin x \cos x}{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

care la limită devine:

$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Soluția II. — Se aplică regula lui L'Hopital:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{3 \sin^2 x \cos x + 3 \cos^2 x \sin x}{-\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} =$$

$$= \frac{3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{-1} = -3\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Problema 3666

În triunghiul ascuțitunghi ABC se duc înălțimile AM, BN. CP și se notează: BM = m; CN = p. Să se demonstreze relația:

$$abmn + bcnp + capm = 4S^2.$$

unde S este aria triunghiului ABC.

Ilioi Constantin, elev Roman

Soluția I-a. — În triunghiul *ABC* aplicăm teorema generalizată a lui Pitagora:

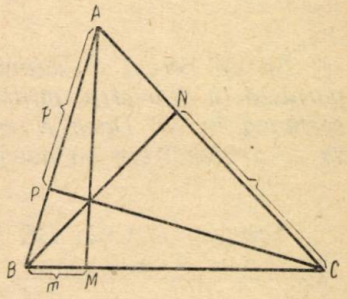
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2cp\,;\ b^2 = a^2 + c^2 - 2am\,;\ c^2 = a^2 + b^2 - 2bn.$$

De aici scoatem:

$$am = \frac{a^2+c^2-b^2}{2}\,;\ bn = \frac{a^2+b^2-c^2}{2}\,;\ cp = \frac{b^2+c^2-a^2}{2}.$$

Relația devine:

$$\frac{a^2+c^2-b^2}{2}\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2} + \frac{a^2+b^2-c^2}{2}\cdot\frac{b+c-a}{2} + \frac{b^2+c^2-a^2}{2}\cdot\frac{a^2+c^2+b^2}{2} =$$



$$= \frac{1}{4}\left[-a^4 - b^4 - c^4 + 2a^2c^2 + b^2c^2 + a^2b^2\right] =$$

$$= \frac{1}{4}\left[a^2b^2 + 2a^2bc + a^2c^2 - a^4 - b^4 + 2b^2c^2 - c^4 + a^2b^2 - 2a^2bc + a^2c^2\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[a^2(b+c)^2 - a^4 - (b^2-c^2)^2 + a^2(b-c)^2\right] =$$

$$= \frac{1}{4}\left[(b+c)^2 - a^2\right]\left[a^2 - (b-c)^2\right] =$$

$$= \frac{1}{4}\left[(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)\right] = \frac{1}{4}\cdot 16S^2 = 4S^2.$$

Soluția II-a. dată de *L. Lupaș*, elev București. — Știm că:

$$\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C$$

de unde:

$$\frac{1}{\operatorname{tg} A\cdot\operatorname{tg} C} + \frac{1}{\operatorname{tg} C\cdot\operatorname{tg} A} + \frac{1}{\operatorname{tg} A\cdot\operatorname{tg} B} = 1 \qquad (1)$$

Relația (1) amplificată cu $4S^2$ devine:

$$\frac{4S^2}{\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C} + \frac{4S^2}{\operatorname{tg} C \cdot \operatorname{tg} A} + \frac{4S^2}{\operatorname{tg} A \cdot \operatorname{tg} B} = 4S^2 \qquad (2)$$

însă:

$$2S = a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c$$

și relația (2) devine:

$$ab \cdot \frac{h_a}{\operatorname{tg} B} \cdot \frac{h_b}{\operatorname{tg} C} + bc \cdot \frac{h_b}{\operatorname{tg} C} \cdot \frac{h_c}{\operatorname{tg} A} + ca \frac{h_c}{\operatorname{tg} A} \cdot \frac{h_a}{\operatorname{tg} B} = 4S^2 \qquad (3)$$

însă:

$$m = \frac{h_a}{\operatorname{tg} B}; \quad n = \frac{h_b}{\operatorname{tg} C}; \quad p = \frac{h_c}{\operatorname{tg} A},$$

deci relația (3) devine:

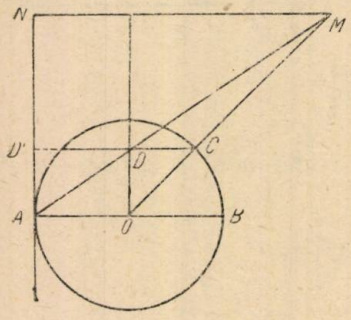
$$abmn + bcnp + camp = 4S^2$$

Problema 3671

Se dă cercul O, diametrul AB, raza OC. Fie coarda dusă prin C paralelă la diametru, mijlocul coardei fiind D. Dreptele AD, OC se intersectează în M. Dacă N este proiecția lui M pe tangenta în A la cerc, să se demonstreze că avem: OM = MN.

Virgil Ghițescu

Soluție. — Cum *DC* și *AB* sînt paralele, rezultă



$$\frac{AM}{AD} = \frac{OM}{OC} \qquad (1)$$

Din asemănarea triunghiurilor dreptunghice *ANM* și *AD'D* avem

$$\frac{AM}{AD} = \frac{MN}{DD'} = \frac{MN}{OA} \qquad (2)$$

Din (1) și (2) rezultă:

$$\frac{OM}{OC} = \frac{MN}{OA}$$

și cum $OC = OA$ rezultă că $OM = MN$.

Problema 3673

Să se demonstreze că numărul

$$(10^n + 1)^2 - 4 \cdot 222 \ldots 2_n\, 444 \ldots 4_n$$

este patrat perfect oricare ar fi n. Numărul $22\ldots 2_n 44\ldots 4_n$ *înseamnă numărul ce se obține scriind cifra 2 de n ori una după alta și n ori cifra 4, una după alta.*

Gh. Buicliu

Soluția I dată de prof. *Sergiu Postolache,* Bacău. — Numărul $22\ldots2_n 44\ldots4_n$ se poate scrie: $2.11\ldots1_n 22\ldots2_n$ sau:

$$2[10^{2n-1}+10^{2n-2}\ldots+10^n)+2(10^{n-1}+10^{n-2}+\ldots+10+1)]$$

sau

$$2[10^n+(10^{n-1}+10^{n-2}+\ldots+1)+2(10^{n-1}+10^{n-2}+\ldots+1)]=$$

$$=(10^n+2)(10^{n-1}+10^{n-2}+\ldots 10+1)=$$

$$=\frac{2(10^n+2)(10^n-1)}{9}$$

paranteza a doua fiind o progresie geometrică cu rația 10.

Numărul dat devine:

$$\frac{(10^{2n}+2\cdot10^n+1)9-8(10^n+2)(10^n-1)}{9}=$$

$$=\frac{10^{2n}+10\cdot10^n+25}{9}=\left(\frac{10^n+5}{3}\right)^2$$

Deci un patrat perfect oricare ar fi n deoarece $10^n=\mathfrak{M}\,3+1$.

Soluția II. dată de *V. Nicola,* București. Numărul E se poate scrie succesiv:

$$E=(10^n+1)^2-4\left[2(\underbrace{111\ldots1}_{2n\text{ ori}})+2(\underbrace{111\ldots1}_{2n\text{ ori}})\right];$$

$$E=10^{2n}+2\cdot10^n+1-8[(10^{2n-1}+10^{2n-2}+10^{2n-3}+$$

$$+\ldots+10+1)+(10^{n-1}+10^{n-2}+\ldots+10+1).$$

In paranteze avem sume de progresii geometrice, deci:

$$E=(10^n+1)^2-8\left(\frac{10^{2n}-1}{9}+\frac{10^n-1}{9}\right);$$

$$E=(10^n+1)^2-\frac{8}{9}(10^{2n}+10^n-2);$$

$$E=10^{2n}+2\cdot10^n+1-\frac{8}{9}\cdot10^{2n}-\frac{8}{9}\cdot10^n+\frac{16}{9};$$

$$E=\frac{10^{2n}}{9}+\frac{10}{9}\cdot10^n+\frac{25}{9};\quad E=\left(\frac{10^n}{3}\right)^2+2\cdot\frac{5}{3}\cdot10^n+\left(\frac{5}{3}\right)^2;$$

$$E=\left(\frac{10^n}{3}+\frac{5}{3}\right)^2;\quad E=\left(\frac{10^n+5}{3}\right)^2.$$

Să arătăm că 10^n+5 este divizibil cu 3.

Deoarece $10=3\cdot3+1$, $10^n=(\mathfrak{M}\,3+1)^n=\mathfrak{M}\,3+1$, deci,

$$10^n+5=\mathfrak{M}\,3+6=\mathfrak{M}\,3.$$

Soluția III dată de elevul *L. Lupaș*, București. — Avem:

$$(10^n + 1)^2 = \underbrace{(100\,000\ldots01)^2}_{n+1} = \underbrace{100\ldots0}_{n}\underbrace{200\ldots001}_{n}$$

iar

$$4\cdot22\ldots2_n44\ldots4_n = \underbrace{88\ldots8}_{n}\underbrace{9777\ldots76}_{n}$$

și atunci numărul dat va fi:

$$\begin{array}{r} 100\ldots0200\ldots001 - \\ 88\ldots8977\ldots776 \\ \hline \underbrace{11\ldots1}_{n\text{ cifre}}\underbrace{222\ldots225}_{n\text{ cifre}} \end{array}$$

Însă acest număr este patratul numărului 333... 35 de n cifre.

Deoarece

$$\begin{array}{r} 3333\ldots35\times \\ 3333\ldots35 \\ \hline 16\ldots675 \\ 100\ldots005 \\ 1000\ldots005 \\ \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \\ 1\ldots\ldots \\ 10\ldots005 \\ \hline \underbrace{11\ldots1}_{n\text{ cifre}}\underbrace{122\ldots225}_{n\text{ cifre}} \end{array}$$

Deci putem scrie $N = \underbrace{(333\ldots335)^2}_{n\text{ cifre}}$.

Problema 3681

La bornele unui generator de curent continuu cu tensiunea de 140 volți se leagă în serie prin sîrmă de legătură cu rezistența neglijabilă, un reostat cu becuri legate în paralel, de 80 ohmi fiecare bec, și apoi un fascicol format din trei ramuri legate în paralel. Prima ramură a fasciculului cuprinde o baie electrolitică de nichelare. Echivalentul electrochimic al nichelului este $k=0{,}3\frac{mg}{C}$. *A doua ramură cuprinde un încălzitor electric cu randamentul de 75% conținînd 1,44 litri apă, iar rezistența lui fiind formată dintr-un fir de nichelină cu rezistența de 0,4* $\frac{ohm\cdot mm^2}{m}$ *cu lungimea de 5 m și secțiunea de 0,1 mm². A treia ramură este formată dintr-un ciocan de lipit cu puterea de 120 W. Se lasă să treacă un curent prin circuit, 16 minute și 40 secunde. Se constată că în*

acest timp greutatea pieselor galvanizate a crescut cu 6 g, iar temperatura apei din vasul electrolitic a crescut cu 10°C.

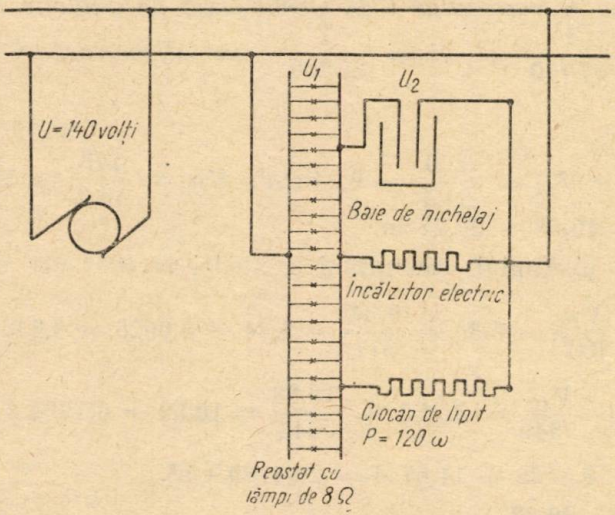
Se cere să se afle: 1. Intensitatea curenților derivați din ramurile fasciculului; 2. Căderile de tensiune în fascicul și reostat; 3. Numărul becurilor din reostat.

Pompiliu Teahe

Soluție. a) Calculul lui i_1.

$$m = \text{k} i_1 t \; ; \quad t = 16 \text{ min } 40 \text{ s} = 16 \cdot 60 + 40 = 1000 \text{ s};$$

$$i_1 = \frac{m}{\text{k}t} = \frac{6000}{0{,}3 \times 1000} = 20 \text{ A}.$$



b) Calculul lui i_2. Căldura necesară pentru a încălzi apa:

$$Q_1 = M\theta = 1440 \cdot 10 = 14400 \text{ cal}$$

Căldura pe care trebuie să o producă încălzitorul:

$$Q_2 = \frac{Q_1}{\eta} = \frac{14400}{0{,}75} = 19200 \text{ cal}; \; r = 0{,}4 \frac{5}{0{,}1} = 4 \cdot 5 = 20 \; \Omega$$

$Q_2 = 0{,}24 \; r \; i_2^2 \; t$; de unde: $i_2 = \sqrt{\frac{Q_2}{0{,}24 \; r \; t}} = \sqrt{\frac{19200}{0{,}24 \times 20 \times 1000}} = 2A$

c) Calculul lui i_3. Avem; $i_3 = \frac{P}{u_2}$; $u_2 = ri_2 = 20 \cdot 2 = 40 \text{ V}$,

deci $i_3 = \frac{120}{40} = 3 \text{ A}$.

d) Intensitatea totală. $I = i_1 + i_2 + i_3 = 20 \text{ A} + 2 \text{ A} + 3 \text{ A} = 25 \text{A}$.

2. $U_2 = 40$ volți (vezi mai sus pct. 1, *c*)

$$U_1 = U - U_2 = 140 - 40 = 100 \text{ volți}.$$

3. Numărul de becuri: n. Rezistența ansamblului de becuri R.

$$R = \frac{U_1}{I} = \frac{100}{25} = 4 \text{ ohmi.}$$

Dar mai avem: $R = \frac{r}{n}$ de unde $n = \frac{r}{R}$; deci $n = \frac{80}{4} = 20$ becuri.

Problema 3683

Un vas de sticlă conține la 0°C o bară de platin cîntărind 200 g și 148 g mercur. El este plin; se încălzește la 100°C și se cere să se determine cantitatea de Hg care iese din vas. Densitatea platinului este de 21,4, iar aceea a mercurului 13,6. Coeficientul de dilatație cubică a platinului este $\frac{1}{37700}$, *al sticlei* $\frac{1}{38700}$, *iar al mercurului* $\frac{1}{5540}$.

* * *

Soluție. — $V_{Pt} = \frac{200}{21,4} = 9,34 \text{ cm}^3$; $V_{Hg} = \frac{148}{13,6} = 10,88 \text{ cm}^3$;
$Vst = 9,34 + 10,88 = 20,22 \text{ cm}^3$.

Volumele platinului, mercurului și sticlei la 100° vor fi:

$$V'_{Pt} = V_{Pt} + \frac{V_{Pt}}{377} = 9,34 + \frac{9,34}{377} = 9,34 + 0,0025 = 9,3425 \text{ cm}^3.$$

$$V'_{Hg} = V_{Hg} + \frac{V_{Hg}}{5540} = 10,88 + \frac{10,88}{5540} = 10,88 + 0,1964 = 11,0764 \text{ cm}^3.$$

$$V'_{Pt} + V_{Hg} = 9,3425 + 11,0764 = 20,4189 \text{ cm}^3.$$

$$V'_{st} = 20,22 + \frac{20,22}{387} = 20,22 + 0,0522 = 20,2722 \text{ cm}^3.$$

Cantitatea de mercur care va ieși din vas va fi:

$$V = 20,4189 - 20,2722 = 0,1467 \text{ cm}^3$$

Problema 3686

Două vase comunicante cilindrice și verticale, avînd respectiv secțiunile de 1 dm² și 15 cm², conțin mercur ($\varrho = 13,6$). *Se toarnă deasupra mercurului în vasul mai larg, doi litri dintr-un lichid* ($\varrho = 1,7$). *Se pune apoi în acest lichid un corp care plutește și cîntărește 800 g.*

Să se afle înălțimea mercurului deasupra suprafeței de separație înainte de introducerea corpului plutitor și după introducerea lui.

* * *

Soluție. — 1. Întrucît lichidul care are un volum de 2 litri este introdus în vasul cu secțiunea de 1 dm² = 100 cm², înălțimea coloanei de lichid va fi de 20 cm. Notînd cu h înălțimea coloanei de lichid și cu h^1

înălțimea coloanei de mercur, vom avea că presiunea în cele două vase comunicante va fi:

$$p = h \cdot \varrho = h' \varrho'$$

de unde:

$$h' = h \frac{\varrho}{\varrho'} = 20 \frac{1,7}{13,6} = \frac{34}{13,6} = \frac{340}{136} = 2,5 \text{ cm.}$$

Înălțimea mercurului în vasul strîmt, cînd în vasul larg este lichid, nu însă și corpul solid, este de 2,5 cm deasupra suprafeței de separație.

2. Dacă introducem și corpul care cîntărește 800 g, presiunea în vasul larg va crește. Vom avea:

$$p = 34 + \frac{800}{100} = 13,6\ h'',$$

unde h'' este înălțimea mercurului în acest din urmă caz. Vom avea deci:

$$h'' = \frac{42}{13,6} = \frac{420}{136} = 3,16 \text{ cm.}$$

Problema E: 1328

O cooperativă agricolă de producție a repartizat tot terenul arabil de 190 ha, pentru următoarele culturi: pentru porumb $\frac{4}{3}$ *din suprafața însămînțată cu grîu; pentru mazăre* $\frac{1}{2}$ *din suprafața rezervată pentru porumb; pentru sfecla de zahăr* $\frac{1}{4}$ *din suprafața rezervată pentru mazăre; iar pentru grădina de zarzavat, o suprafață egală cu suprafața rezervată pentru sfecla de zahăr.*

Cîte hectare au fost repartizate pentru fiecare fel de cultură?

* * *

Soluție dată de elevul *Octavian Persache*, cl. VI. Ș. m. 11 București.

S-au repartizat: — pentru porumb, $\frac{4}{3}$ din suprafața de grîu; — pentru mazăre, $\frac{1}{2}$ din suprafața cu porumb, deci: $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ din suprafața însămînțată cu grîu;

— pentru sfecla de zahăr, $\frac{1}{4}$ din suprafața rezervată pentru mazăre, deci $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$ din suprafața pentru grîu;

Deci, în 190 ha se cuprinde de:

$$\frac{4}{3} + 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 3\frac{1}{3} \text{ ori}$$

suprafața rezervată pentru grîu.

S-au rezervat pentru grîu: $190 : 3\frac{1}{3} = 57$ ha; penttru porumb $57 \cdot \frac{4}{3} = 76$ ha; pentru mazăre $57 \cdot \frac{2}{3} = 38$ ha, iar pentru sfeclă și zarzavaturi, cîte $57 \cdot \frac{1}{6} = 9\frac{1}{2}$ ha.

CHESTIUNI DE EXAMEN

Probleme propuse date la examenul de admitere în Institutul Politehnic București, sept. 1959

4014. Să se rezolve sistemul:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$$

4015. O antenă verticală AB avînd baza în B este văzută din două puncte C și D situate pe semidreapta orizontală Bx sub unghiuri de 45^0 și 30^0. Știind că distanța CD este de 20 m, să se afle înălțimea antenei.

4016. Se dă ecuația

$$x^2 - 2mx + 5 - 3m^2 = 0$$

unde m este un parametru și se cere:

a) Să se determine m astfel ca rădăcinile ecuației să fie tga și $cotga$ și apoi să se calculeze valorile lui a.

b) a avînd valorile determinate la pct. 1, să se formeze ecuația care admite ca rădăcini pe $cotga$ și $tg2a$.

c) Să se determine m astfel ca una dintre rădăcinile ecuației date să fie cuprinsă între -1 și $+1$.

4017. Într-un trapez isoscel $ABCD$ avem baza mare $DC = 4a$, baza mică $AB = 2a$ și unghiurile din D și C de cîte 60^0.

a) Să se calculeze laturile neparalele AD și BC și înălțimea trapezului în funcție de a.

b) Să se arate că diagonala AC este dublul înălțimii trapezului.

c) Să se arate că trapezul este înscris într-un cerc cu raza $R = 2a$.

4018. Se dă un dreptunghi $ABCD$ de laturi $AB = a$ și $BC = b$. Fie M un punct oarecare pe latura AD. Notăm $AM = m$. Paralela din M la diagonala AC intersectează pe CD în N, iar paralelele duse prin M și N la diagonala BD intersectează pe AB în Q și pe BC în P. Se cere:

a) Să se calculeze segmentele QM și MN în funcție de a, b și m.

b) Să se arate că perimetrul paralelogramului $MNPQ$ este constant și nu depinde de poziția punctului M.

4019. O piramidă dreaptă are ca bază dreptunghiul $ABCD$ și vîrful în punctul V. Se cunosc: muchiile bazei $AB = 10$ cm, $BC = 24$ cm și înălțimea $VO = 12$ cm. Să se afle:

a) Aria laterală a piramidei.

b) Muchia laterală calculată cu două zecimale exacte.

c) Unghiul planului VAB cu planul bazei.

4020. Se dă sistemul

$$\frac{1}{2}\log_3 x - \log_3 y = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 1$$

și se cere: *a*) Să se rezolve sistemul dat; *b*) Să se determine progresia aritmetică pentru care valorile lui y^2 și x sînt respectiv termenii de rangul 5 și 12.

4021. Să se transforme în produs expresia:

$$1 + \sin a + \cos a + \operatorname{tg} a.$$

4022. Se dă un trapez isoscel $ABCD$ avînd baza mică $AB = 2a$ și baza mare $DC = 2b$, circumscris unui cerc cu centrul în O.

a) Să se arate că triunghiul AOD este dreptunghic și că raza cercului este media proporțională a semibazelor trapezului.

b) Să se exprime prin a și b înălțimea trapezului.

c) Să se calculeze raportul $\frac{a}{b}$, dacă unghiul de la baza trapezului isoscel este de 60^0.

d) Să se calculeze în acest caz, aria totală și volumul trunchiului de con ce ia naștere prin rotirea trapezului în jurul axei de simetrie.

4023. La lucrările de construcții din jurul Palatului Republicii din București se folosesc macarale electrice care pot ridica la înălțimea de 25 m, plăci prefabricate din beton, lungi de 2 m, late de 1 m și groase de 25 cm. Se cere:

a) Greutatea unei plăci de beton. Se va lua densitatea betonului $d = 2\ g/cm^3$.

b) Lucrul mecanic în kgm și în *Joule* necesar pentru ridicarea unei plăci de beton la 25 m înălțime.

c) Puterea în kW necesară pentru efectuarea acestui lucru mecanic într-un minut.

d) Dacă motorul electric care efectuează acest lucru mecanic are un randament de 0,9 și este alimentat de la o rețea de curent continuu de 220 V, ce intensitate are curentul care trece prin motor?

4024. Un reșou electric consumă o putere de 500 W și lucrează la tensiunea de 110 V. Se cere:

a) Ce valoare are curentul care circulă prin reșou?

b) Ce rezistență electrică are reșoul?

c) Cît timp este necesar pentru a încălzi un litru de apă de la 20°C pînă la temperatura de fierbere ?

d) Cît costă energia electrică consumată în acest caz dacă un kilowattoră costă 0.60 lei ?

4025. Cinci kg calcar cu un conținut de 80% carbonat de calciu se tratează cu o soluție de 10% HCl. Gazul care rezultă este condus într-o soluție 0,5 molară de NaOH. Se cere: a) Scrierea reacțiilor; b) Volumul soluției 10% de HCl necesar în reacție; c) volumul gazului rezultat din reacție; d) Volumul soluției 0,5 molară de NaOH care absoarbe complet gazul.

Greutăți atomice: Ca = 40; C = 12; Cl = 35,5; Na = 23.

4026. Se dă ecuația $x^2 - mx + 2 = 0$, cu rădăcinile x_1 și x_2 și m un parametru. Se cere:

a) Fără să se rezolve ecuația să se arate că expresia:

$$E = x_1^2 + \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_2^2} + x_2^2 + \frac{21}{4}$$

este pozitivă ori care ar fi m.

b) Să se determine parametrul m în așa fel ca expresia E să aibă valoarea cea mai mică.

c) Să se calculeze valoarea expresiei: $E' = \frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1}$. fără a rezolva ecuația.

d) Să se determine m așa fel încît să avem:

$$x_1^4 + x_2^4 > 3m(x_1^3 + x_2^3).$$

4027. Se dă ecuația:

$$x^2 - 2mx + \frac{1}{3} = 0 \tag{1}$$

în care

$$m = \frac{\sin a}{1 + \cos a}$$

Se cere: a) Să se scrie expresia lui m cu ajutorul unei singure funcții trigonometrice și să se discute natura rădăcinilor ecuației (1) pentru toate valorile lui a.

b) x_1 și x_2 fiind rădăcinile ecuației (1) să se determine toate valorile lui a pentru care avem:

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{10}{3}.$$

4028. Să se verifice următoarele identități:

a) $\sin^2\left(\frac{\pi}{8} + a\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8} - a\right) = \frac{\sin 2a}{\sqrt{2}}$

b) $(1 + \sin a)\,\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{a}{2}\right) = \cos a$

4029. Se dă un cerc de rază R și centru O. La distanța $3R$ de centru se ia punctul M. Fie A punctul de contact al tangentei dusă din M la cerc și B punctul cel mai apropiat de M în care dreapta OM intersectează cercul.

a) Să se arate că:

$$\sphericalangle BAM + \frac{1}{2}\sphericalangle BMA = 45°$$

b) Să se calculeze coarda AB în funcție de R.

c) Dacă D este punctul diametral opus lui A, să se arate că dreapta AB trece prin mijlocul segmentului DM.

4030. În semicercul descris pe AB ca diametru, fie MN o coardă de lungime egală cu latura patratului înscris în același cerc, dar variabilă ca poziție, punctul M către A și punctul N către B. Dacă F este intersecția dintre AM și BN, iar I intersecția dintre AN și BM; se cere:

a) Să se arate că patrulaterul $MFNI$ este inscriptibil.

b) Să se arate care sînt locurile geometrice ale punctelor F și I cînd coarda MN variază ca poziție în semicerc.

c) Să se determine poziția punctului I și a coardei MN așa fel încît rapoartele laturilor opuse în patrulaterul $AMNB$ să fie egale.

4031. Se dă trapezul dreptunghiuc $ABCD$ avînd baza mică $AD = a$, baza mare $BC = 2a$, unghiurile drepte în A și B, iar $AB = 2a$.

În punctul O, mijlocul laturii AB, se ridică o perpendiculară pe planul trapezului și se ia pe această perpendiculară segmentul $OV = a$.

a) Să se arate că segmentele VA, VD, CD pot fi laturile unui triunghi dreptunghic.

b) Să se calculeze triunghiurile VAB, VAD, VBC.

c) Să se calculeze aria triunghiului VDC.

4032. Se dă expresia

$$E = \sqrt[3]{\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a^3}}} : \frac{\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}}{\sqrt[4]{a^3\sqrt{a\sqrt{a}}}}$$

Să se aducă expresia E la cea mai simplă formă, prin următoarele metode:

a) Utilizînd calculul cu radicali; b) prin exponenți fracționari; c) utilizînd calculul cu logaritmi.

4033. Dacă ABC este un triunghi dreptunghic în A, cercul cu centrul în B și raza BA intersectează ipotenuza în F, iar cercul cu centrul în B și raza CA intersectează ipotenuza în I. Notînd cu TT' una din tangentele comune la cele două cercuri, $AB = c$ și unghiul $ABC = x$ se cere:

a) Să se calculeze segmentul IF în funcție de c și x;

b) Să se determine x așa încît să avem: $3\,IF = 3 - \sqrt{3})\,AB$.

c) Să se calculeze apoi aria trapezului $BTT'C$.

4034. O piramidă $S.ABCD$ cu fețele laterale triunghiuri echilaterale are baza un patrat cu latura a. Se secționează piramida cu un plan

$MNPQ$, punctele fiind situate: M pe SA; N pe SB; P pe SC; Q pe SD și astfel ca să avem: $SM = SQ = BN = CP = \frac{a}{3}$. Se cere:

a) Să se calculeze unghiul ASC; b) să se calculeze laturile și aria patrulaterului $MNPQ$; c) Să se calculeze volumul piramidei $S.MNPQ$.

4035. Pentru întîia oară în istoria lumii un corp aruncat de pe pămînt a atins luna. Acest corp (conteinerul) a avut la suprafața pămîntului greutatea de 390,2 kg și a fost lansat din U.R.S.S. în ziua de 12 septembrie 1959. Se cere:

a) La cît timp după contactul cu suprafața lunii ar fi ajuns pe pămînt un semnal luminos produs în acel moment. Se va lua distanța pîmînt-lună 384 400 km.

b) Ce greutate va avea pe lună corpul susmenționat? Se dă accelerația gravitației pe lună $g_2 = 162$ cm/s^2.

c) Care va fi greutatea unui metru cub de materie lunară adusă pe pămînt dacă densitatea materiei lunare este de 3,39 g/cm^3.

d) Viteza cu care conteinerul a atins suprafața lunei a fost de 3 km/s. Să se calculeze în Joule, energia cinetică a corpului la atingerea suprafeței lunei.

4036. Pe firele liniilor de transport de energie electrică se formează uneori polei (gheață). Se cere:

a) greutatea gheței pe metru liniar de fir, dacă diametrul firului este de 1 cm și diametrul gheții de 3 cm. Se ia densitatea gheții egală cu 0,9 g/cm^3.

b) Căldura necesară pentru topirea gheței formată pe metru liniar de fir, dacă temperatura gheții este de minus 10°C. Se ia căldura specifică a gheții $c = 0{,}5$ cal/g, iar căldura de topire a acesteia $\lambda = 80$ cal/g.

c) Dacă această căldură este furnizată de un curent electric, ce putere în watti este necesară pentru a topi cantitatea de gheață de pe un metru liniar de fir în timp de un minut.

d) Rezistența electrică a unui fir fiind de 0,3 ohmi pe km, care este intensitatea curentului care circulă prin fir în cazul de la pct. precedent.

PROBLEME PROPUSE *)

4037. Se dă o semisferă de rază r. Printr-un punct P al circomferinței cercului mare care o limitează se duce o tangentă la cerc. Prin această tangentă trece un plan care face un unghi x cu planul cercului mare și taie semisfera după un cerc mic. Să se exprime în funcție de r și x raza cercului mic, de asemenea aria porțiunii de suprafață sferică cuprinsă între cele două plane. Perpendicular pe planul cercului mic și paralel tangentei, se duce un al treilea plan care taie cercul mare în A și B, iar

*) VIII (4039, 4047, 4049, 4054, 4057); IX (4040, 4041, 4043, 4050, 4051, 4053, 4061); X (4038, 4042, 4045, 4046, 4058, 4060); XI (4037, 4044, 4048, 4055, 4056, 4059, 4062).

cercul mic în C și D. Distanța de la P la AB este $\frac{3}{2}r$. Să se arate că aria trapezului $ABCD$ este $F = \frac{3}{4}r^2\sqrt{3}\sin x\,(1+\cos x)$.

Pentru r constant această arie este o funcție de x. Să se afle derivata primă a acestei funcții și să se exprime cu ajutorul lui $\cos x$. Să se studieze variația ariei cînd x variază de la 0^0 la 90^0 și să se spună ce devine în particular trapezul cînd x tinde către 90^0.

(Examen de maturitate, Norvegia, 1958)

4038. Se dă ecuația $\cos 3x = \cos 2x$.

a) Să se afle x în radiani.

b) Notînd $\cos x = y$, să se formeze ecuația corespunzătoare în y și apoi să se rezolve.

c) Folosind rezultatele precedente să se deducă valorile lui $\cos\frac{2\pi}{5}$ și $\cos\frac{4\pi}{5}$, apoi pentru $\cos\frac{\pi}{5}$, $\cos\frac{3\pi}{5}$, $\sin\frac{\pi}{10}$ și $\sin\frac{3\pi}{10}$.

(Journal de mathématiques élémentaires)

4039. Într-un accident de automobil, măsurînd urma cauciucurilor s-a stabilit că automobilul a fost frînat pe distanța de 10 m. Supus la o probă, automobilul aflat în mișcare cu viteza de $15\frac{km}{h}$ a fost frînat pe 2,5 m. Presupunînd că forța de frînare este constantă și aceiași atît în cazul accidentului cît și în cazul probei, să se calculeze viteza avută de automobil în momentul în care a început frînarea în cazul accidentului.

Alexandru Stoenescu

4040. Să se rezolve în numere întregi și pozitive ecuația:

$$x - \sqrt{xy} - 5\sqrt{y} + 3\sqrt{x} - 10 = 0.$$

R. Z. Eftimie

4041. Fie un punct M mobil în interiorul triunghiului ABC. Notînd cu d_a, d_b, d_c distanțele punctului M la laturile BC, AC, AB, să se calculeze minimul expresiei

$$E = \frac{1}{a\,d_a} + \frac{1}{b\,d_b} + \frac{1}{c\,d_c}$$

unde a, b, c sînt laturile triunghiului ABC.

Să se arate ce poziție ocupă punctul M în acest caz.

Tomescu Ion, elev Pitești

4042. Să se rezolve ecuația $x^3 + px - 2 = 0$ știind că

$$x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 18.$$

I. Stamate.

4043. Fie $ABCD$ un patrulater oarecare și E mijlocul laturii CD. Paralela prin E la AC întîlnește pe BD în G și pe BC în M, iar paralela prin E la BD taie pe AC în H și pe AD în N. Să se demonstreze că MH și NG sînt concurente pe latura AB. (În legătură cu problema 3511).

Mircea Capotescu, elev Făget

4044. Pe dreapta AB se iau punctele M și N care împart segmentul AM în rapoartele algebrice α și β. Se ia apoi punctul P care împarte segmentul MN în raportul γ. Să se calculeze raportul în care punctul P împarte segmentul AB.

Caz particular: $\alpha + \beta = 0$, $\gamma = -1$.

C. Coșniță

4045. Să se arate că dacă numerele a, b, c, verifică relația: $a + b + c = 0$, atunci expresia

$$\frac{1}{30}(a^2 + b^2 + c^2)(a^3 + b^3 + c^3)(a^5 + b^5 + c^5)$$

este un patrat perfect, iar expresia

$$\frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2)(a^4 + b^4 + c^4)$$

este un cub perfect.

(Se pot considera a, b, c ca rădăcini ale ecuației $x^3 + px + q = 0$).

C. Coșniță

4046. Pentru care valori ale lui x cuprinse între 0^0 și 360^0, avem:

$$\sqrt{1 - \cos^2 6x} - \sqrt{1 - \sin^2 6x} \cdot \sqrt{\sec^2 6x - 1} = 0$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} + \operatorname{tg} x \sqrt{1 - \sin^2 x} = 0 \text{ și}$$

$$\sin x + \sqrt{\sec^2 x - 1} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 x} = 0$$

C. Ionescu-Țiu

4047. Fie punctele A și B un cerc și P intersecția tangentelor din A și B la cerc. O secantă oarecare din P taie cercul în C și D. (D și P aflîndu-se de aceeași parte a lui AB). Ducem prin C o dreaptă care întîlnește pe AB într-un punct G exterior cercului. Fie E intersecția lui CG cu cercul F intersecția (PA, CE), H intersecția (EA, GP), I intersecția (AB, CD), J intersecția (FI, AC) K intersecția (GJ, PB) și L intersecția (IK, EC).

Să se demonstreze că L, B, D și H sînt colineare.

Tudor Zamfirescu, elev București

4048. Să se afle minimum funcției

$$y = \frac{x(x-13a)^4}{(x+8a)^3(x+5a)^2}$$

și să se scrie ecuația tangentei la curba reprezentativă în punctul de abscisă $x = a$ și în punctele unde curba taie axa x-lor. Aplicație pentru $a=1$, și pentru $a=0$.

C. Ionescu-Țiu

4049. În triunghiul ABC fie B' punctul de contact cu latura AC al cercului ce trece prin B și are centrul pe latura AB, iar C' contactul cu latura AB al cercului ce trece prin C și are centrul pe AC. Să se arate că:

1. Patrulaterul $BCB'C'$ e inscriptibil.
2. Diagonalele BB', CC' sînt perpendiculare.

I. Hadîrcă

4050. Se dă triunghiul ABC a cărui arie este S. Notînd cu p_o semiperimetrul triunghiului său ortic, iar cu R raza cercului circumscris triunghiului ABC, să se arate că există relația $Rp_0 = S$.

Mircea Craioveanu, Sibiu

4051. Să se rezolve în numere întregi ecuația:

$$\frac{13}{xyz} - \frac{3}{yz} - \frac{4}{xz} - \frac{12}{xy} + \frac{1}{x} + \frac{3}{y} + \frac{4}{z} = 0.$$

Anghelache Tudorică, Pitești

4052. În triunghiul ABC se iau două ceviene BN, CP concurente în A_1. O dreaptă care trece prin A taie pe BN, CP, BC respectiv în punctele: C_1, B_1, M.

Fie $A' \equiv (BC;\ NB_1)$; $B' \equiv (AC;\ PC_1)$; $C' \equiv (AB;\ MA_1)$ și $\alpha \equiv \equiv (NP;\ C'C_1)$; $\beta \equiv (MP;\ A'A_1)$; $\gamma \equiv (MN;\ B'B_1)$.

Să se arate că grupele de puncte: (A, α, A_1); (B, β, B_1); $C, \gamma, C_1)$ sînt colineare.

Ene P. Dumitru, elev Ploești

4053. Să se rezolve în numere întregi ecuația

$$6x^2 - 13xy + 6y^2 = 19.$$

Bănică Const., elev C.-Lung Pitești

4054. Într-un triunghi oarecare notăm cu B unghiul a cărui mărime este cuprinsă între $\measuredangle A$ și $\measuredangle C$. Un cerc cu centrul în mijlocul laturii AC și care trece prin B, mai taie dreptele BA în A' și BC în C'. Să se arate că simediana dusă din B este perpendiculară pe $A'C'$.

Gh. Vasiliu, București

4055. Un obiect este iluminat de trei becuri sub unghiurile de 30^0, 45^0 și 60^0. Proiecțiile becurilor pe pământ sînt echidistante față de obiect. Știind că primele două becuri au respectiv 100 și 200 *cd* să se calculeze:

a) intensitatea luminoasă a celui de-al treilea bec, știind că iluminarea sa produsă pe obiect echivalează cu iluminările primelor două becuri pe obiect;

b) iluminarea primită de obiect, cînd proiecțiile becurilor se află la 10 metri de obiect.

Mititelu Ștefan, elev Calafat

4056. Un sistem convergent este alcătuit din două lentile convergente subțiri alăturate cu distanțele focale $f_1 = 8$ cm și $f_2 = 4$ cm. La 10 cm. distanță de acest sistem convergent se află un al doilea sistem convergent compus din două lentile convergente subțiri alăturate cu distanțele focale $f_3 = 6$ cm și $f_4 = 3$ cm.

Un fascicul de raze paralele care vine paralel cu axa comună a celor două sisteme convergente, le străbate și întîlnește îndărătul celui de-al doilea sistem convergent axa comună într-un punct. Să se găsească distanțele acestui punct față de cele două sisteme convergente.

Mititelu Ștefan, elev Calafat

4057. De la ce depărtare de pământ, o rachetă care zboară spre lună nu mai poate cădea înapoi chiar dacă stă pe loc? Se dau: masa pământului $= 5{,}95 \cdot 10^{21}$ tone; masa lunii $= 7{,}298 \cdot 10^{19}$ tone; distanța pământ-lună $= 384\,000$ km.

Adameșteanu Ion, elev Pitești

4058. O baterie de 5 elemente identice alimentează un circuit de rezistență 2,5 ohmi cu un curent de 3 A. Dacă se introduce în circuit un dispozitiv format din 3 rezistențe cuplate în paralel și anume: $R_1 = 2$ ohmi, $R_2 = 4$ ohmi și $R_3 = 1$ ohm curentul scade la 2 A. Să se calculeze f.e.m. și rezistența interioară a unui element.

M. Cărăușu, Suceava

4059. Un tub sonor deschis are lungimea de 0,8 m. Să se calculeze frecvența sunetului fundamental și a primelor 2 armonice produse de tub ca rezonator.

M. Cărăușu, Suceava

4060. Cinci elemente Bunsen care au fiecare o f.e.m. de 1,8 V și 0,2 ohmi rezistență interioară sînt legate în serie. La 10 m de sursă sînt legate 4 lămpi cu incandescență, în paralel, avînd fiecare o rezistență, de 16 ohmi. Ele sînt legate prin fire de cupru cu diametrul de 1,2 mm. Să se afle:

a) rezistența conductorului; b) rezistența circuitului întreg; c) intensitatea curentului; d) tensiunea la bornele bateriei și respectiv a lămpilor.

Perșoiu I. Titus, elev Giurgiu

4061. Să se demonstreze că pe laturile AD, AB ale patrulaterului $ABCD$ se găsesc perechile de puncte B', B'' respectiv D', D'' astfel încît triunghiul BCD să fie echivalent cu fiecare din triunghiurile ACB', ACD', CDB'', CBD''.

Dacă se notează cu Q și P intersecțiile (BB', DD') și (BB'', DD'') și cu A' intersecția (BD, AQ) atunci $A'C$ este paralelă cu AP.

Gh. Buicliu

4062. Agenția sovietică TASS a anunțat experimentarea unei puternice rachete cosmice, destinată lansării unor sateliți grei ai Pămîntului și efectuării de zboruri cosmice spre planetele sistemului solar. Se consideră că penultima treaptă a rachetei va cădea într-o regiune limitată de următoarele coordonate:

$$\varphi_1 = +9^\circ\ 06'\ ;\ \lambda_1 = -\ 170^\circ 47'\ ;$$
$$\varphi_2 = +10^\circ 22'\ ;\ \lambda_2 = -\ 168^\circ 22'\ ;$$
$$\varphi_3 = -6^\circ\ 16'\ ;\ \lambda_3 = -\ 166^\circ 16'\ ;$$
$$\varphi_4 = -5^\circ\ 03'\ ;\ \lambda_4 = -\ 168^\circ 40'.$$

Să se calculeze elementele acestei zone (laturi, unghiuri, arie).

C. V. Costăchescu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU ȘCOALA DE 7 ANI *)

E: 1454. Un grup de cosași a ieșit la cîmp. Cosașii trebuiau să cosească două fînețe, dintre care una era de două ori mai mare ca cealaltă. Jumătate de zi, grupul a cosit fînețea cea mare, iar în a doua jumătate a zilei grupul s-a împărțit în două; o jumătate a rămas să termine fînețea cea mare, iar cealaltă jumătate a început să cosească fînețea cea mică.

Seara fînețea cea mare era cosită, iar din cea mică rămăsese un lot care a fost cosit a doua zi de un singur cosaș, care a lucrat toată ziua. Din cîți cosași era format grupul?

(C. d. P.)

E: 1455. Un înotător înoată pe rîul Neva împotriva curentului. Lîngă podul Republican el pierde o ploscă goală. După ce mai înoată 20 minute împotriva curentului se întoarce înapoi și ajunge plosca lîngă podul Shmit. Să se afle cu ce viteză merge Neva, dacă distanța dintre poduri este de 2 km.

(C. d. P.)

E: 1456. Într-o livadă timp de 18 zile, 64 de boi au păscut iarba de pe 48 arii. În a doua livadă în 30 de zile, 84 boi au păscut iarba de pe 90 de arii. Se întreabă cîți boi vor paște iarba de pe o a treia livadă

*) V (E: 1455, 1457, 1461); VI (E: 1454, 1460, 1468); VII (E: 1456, 1458, 1459 1462, 1463, 1464, 1465, 1466, 1467, 1469, 1470, 1471).

de 60 arii în timp de 20 zile? Iarba crește uniform și boii pasc aceeași cantitate zilnic.

(C. d. P.)

E: 1457. Fără să se facă împărțirea, să se spună dacă 54450 se împarte exact la 2475 și să se arate care este cîtul

Șerban Popescu

E: 1458. Să se arate că

$$E=\frac{x+y}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}}+\frac{y-x}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}+\frac{x\sqrt[3]{x}-y\sqrt[3]{y}}{(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y})}=(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y})^2$$

Șerban Popescu

E: 1459. Să se descompună în produs de factori expresia:

$$E=(x+y)(y+z)(y+2y+z)+(x+y)(x+z)(y+2x+z)+$$
$$+(y+z)(z+x)(x+2z+y)+2(x+y)(y+z)(z+x).$$

V. V. Pravăț, elev Adjud

E: 1460. Raportul a două numere este o, (846153). Dacă scădem $\frac{3}{5}$ al primului număr din $\frac{3}{4}$ al numărului al doilea obținem $3\frac{3}{20}$. Care este diferența celor două numere?

Boris Baieră

E: 1461. O gospodărie agricolă colectivă își are terenul ei arabil împărțit pe culturi, astfel: suprafața cultivată cu porumb întrece cu $\frac{1}{3}$ suprafața cultivată cu grîu; mazărea și floarea soarelui ocupă fiecare cîte $\frac{1}{3}$ din suprafața cultivată cu porumb, suprafața cutlivată cu sfeclă de zahăr este de $2\frac{1}{2}$ ori mai mică decît suprafața cultivată cu porumb, iar lucerna și trifoiul ocupă fiecare cîte $\frac{1}{8}$ din suprafața cultivată cu lucernă.

Se cere aria întregului teren al gospodăriei.

Florea I. Dumitrescu, Bîrza

E: 1462. În triunghiul ABC dreptunghic cu catetele AC = b, AB = c se înscrie un semicerc tangent catetelor și cu diametrul pe ipotenuză. Să se demonstreze că:

1) mijlocul diametrului semicercului este piciorul bisectoarei interioare a unghiului A; 2) raza semicercului este dată de relația

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}.$$

E: **1463.** Într-un trapez isoscel $ABCD$ (AB baza mică, CD baza mare) se cunosc diagonalele $AC = BD = 8$ cm și laturile neparalele $AD = BC = 6$ cm. Știind că $\sphericalangle DAC = \sphericalangle CBD = 90^0$, să se afle:

a) Bazele și înălțimea trapezului; b) se prelungesc laturile neparalele ale trapezului pînă se întînesc în punctul M. Să se afle perimetrul triunghiului AMB; c) suprafața cercului circumscris trapezului.

Clasa VII, OMMF 1959 Reg. Stalin

E: **1464.** Într-un circuit electric se găsește un aparat de încălzit care funcționează la 210 V. Aparatul are rezistența de nichelină 0,5 mm, secțiunea ($\varrho = 0{,}42$). Intensitatea curentului în circuit este de 3,5 A.

Reșoul defectîndu-se se înlocuiește rezistența cu sîrmă de crom-nichel ($\varrho = 0{,}94$) de aceiași secțiune și lungime.

Ce tensiune de alimentare este necesară în acest caz, ca intensitatea în circuit să fie de două ori mai mare.

Clasa VII, OMMF 1959 Reg. Stalin

E: **1465.** Într-un triunghi ascuțitunghi ABC se știe că unghiul A este de 45^0. Se duc înălțimile BB_1 și CC_1 care se taie în H.

a) Să se arate că $CB_1 = B_1H$.

b) Să se demonstreze că segmentul B_1C_1 desparte aria triunghiului ABC în două părți egale.

C. I. Ț.

E: **1466.** Într-un triunghi ascuțitunghi ABC, unghiul A este de 60^0. Se duc înălțimile BB_1 și CC_1 și fie O mijlocul laturii BC.

a) Să se arate că $BC = 2\,B_1C_1$.

b) Triunghiul OB_1C_1 este echilateral, iar triunghiurile OBC_1 și OB_1C sînt isoscele.

C. I. Ț.

E: **1467.** Să se arate că: a) Dacă din produsul a patru numere consecutive se scade dublul produs al numerelor extreme se obține pătratul produsului numerelor extreme:

b) Dacă la produsul a 4 numere consecutive se adaugă dublul produs al numerelor din mijloc se obține pătratul produsului numerelor din mijloc.

Sagani Nusfet, student București

E: **1468.** Să se demonstreze că suma pătratelor a 5 numere consecutive este un multiplu de 5.

Eug. St. Iacob, Orașul Stalin

E: **1469.** Pe laturile BC, CA, AB ale triunghiului echilateral ABC se iau punctele A' B' C' să fie toate fie pe laturi, fie pe prelungiri. Se notează: $M = (AA'\ BB')$; $N = (BB'; CC')$; $P = (CC'; AA')$. Să se găsească locurile geometrice ale punctelor M, N, P cînd A', B' C', variază.

R. Z. Eftimie

E: 1470. Să se arate că expresia:

$$E = \frac{(x+1)(x^2-x+1)(x^6-x^3+1)(x^{18}-x^9+1)(x^{27}-1)}{(x-1)(x^2+x+1)(x^6+x^3+1)(x^{18}+x^9+1)(x^{27}+1)}$$

este independentă de x.

Pavel N. Radu, elev Craiova

E: 1471. Trapezul $ABCD$ înscris în cercul O de $R = 5$ cm, are baza mare de 8 cm și baza mică de 6 cm. Să se afle aria și perimetrul trapezului $ABCD$.

B. Baieră

ASUPRA ACTIVITĂȚII EXTRAȘCOLARE LA MATEMATICĂ LA ȘCOALA MEDIE Nr. 2 CONSTANȚA

In legarea învățămîntului de practică un rol de seamă îl are *matematica și fizica*. De aceea, în școala noastră majoritatea elevilor își însușesc cu conștiinciozitate aceste două discipline, care își spun azi cuvîntul din ce în ce mai mult în practică și în tehnică. Pentru lărgirea orizontului științific al elevilor s-au organizat în școală cercuri de matematică și fizică pe clase.

Cercurile de matematică se bucură de un bun renume, atingîndu-și scopul, datorită muncii susținute a unor tovarăși profesori: M. Frunze, V. Mugioiu, V. Profiriu. Obiectivul cercurilor este, în primul rînd, aprofundarea materiei predată la cursuri, prin prezentarea unor chestiuni alese de matematică, lărgindu-se astfel cunoștințele elevilor, popularizarea G.M.F.-B în rîndul elevilor, precum și prezentarea unor cărți de matematică. S-au organizat cercuri pentru clasele VIII—XI.

Cercul de matematică al claselor a VIII-a, condus de tov. prof. M. Frunze, are o bogată activitate, participînd 28 elevi din cele trei clase a VIII-a.

Cercul își ține ședințele lunar. S-au prezentat o serie de referate privind viața și activitatea unor matematicieni ca: L. Euler, Gh. Țițeica, David Emanuel. S-au mai ținut referate intitulate: *„Euclid și geometria lui"* și *„Geometria lui Lobacevski și Bolyai"*. La fiecare ședință s-au rezolvat o serie de probleme ca aplicații ale temei prezentate. Dintre participanți trebuie menționați cu activitate mai bună: Petcu Zîna, Pogîrneață Doina, Ursu Ioan, Ionescu Mariana.

La cercul claselor a IX-a un fapt negativ este frecvența slabă. Totuși, la cerc s-au discutat o serie de probleme, care i-au interesat pe participanți: teoremele lui Euler, Pappus, Menelaus, Ceva etc., și s-au făcut aplicații referitoare la aceste chestiuni. Spre exemplu, s-a rezolvat problema:

Un patrulater ABCD are una din diagonalele sale BD fixă, iar cealaltă, AC, de lungime constantă, se mișcă paralel cu o direcție dată. Să se găsească locul geometric al vîrfurilor A și C, știind că suma pătratelor laturilor patrulaterului e constantă.

Eleva Zamfir Ecaterina a dat soluția:

Fie M și N mijloacele diagonalelor. Conform cu teorema lui Euler:

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2 + 4\,MN^2,$$

deci MN = constant.

Cum M e fix, rezultă că N descrie un cerc etc.

La cercul claselor a X-a s-a căutat să se discute o serie de probleme legate de materia acestei clase, precum și de materia anilor precedenți. La fiecare ședință se prezintă cîte un referat, iar apoi se rezolvă problemele propuse la ședința precedentă și se dau indicații în legătură cu unele *probleme mai dificile din G.M.F.-B.*

In alegerea temelor s-a avut în vedere materialul bogat din G.M.F.-B și de broșurile apărute în Bliblioteca S.S.M.F. Referatele au fost prezentate mai ales de elevi cu activitate susținută la G.M.F.-B. Astfel, Manole Mihail a ținut referatul *„Despre maxime și minime"*, în care au fost prezentate o serie de teoreme în legătură cu maximele și minimele, unele expuse și în G.M.F.-B nr. 5/1956. Rădulescu Mircea a prezentat referatele *„Metoda inducției matematice și aplicații"* și *„Demonstrarea trigonometrică a unor teoreme din geometria plană"*. In cel de al doilea referat au fost prezentate o serie de teoreme cunoscute din geometria plană, demonstrate pe cale trigonometrică: Dreapta lui Euler, teorema lui Ptolomeu etc., Vasile Mircea a ținut referatul: *„Descompunerea în factori a polinoamelor"* atingînd și problema descompunerii polinomului:

$$P(x) = x^{n-1} + x^{n-2} + \ldots + x^2 + x + 1,$$

arătînd că:

$$P(x) = (x+1)\left(x^2 - 2x\cos\frac{\pi}{m} + 1\right)\left(x^2 - 2x\cos\frac{2\pi}{m} + 1\right)\ldots\left(x^2 - 2x\cos\frac{(m-1)\pi}{m} + 1\right)$$

cînd $x = 2m$ (cu soț), și

$$P(x) = \left(x^2 - 2x\cos\frac{2\pi}{m+1} + 1\right)\left(x^2 - 2x - 2x\cos\frac{4\pi}{2m+1} + 1\right)\ldots\left(x^2 - 2x\cos\frac{2m\pi}{2m+1} + 1\right),$$

cînd $x = 2m + 1$ (fără soț).

Ionescu Mihail a prezentat nota matematică din G.M.F.-B nr. 1/1956, iar apoi s-au rezolvat o serie de probleme în legătură cu proprietatea ce formează obiectul acestei note.

Alte reefrate: *„Cîteva corelații în matematici elementare"* prezentat de Busa Tincuța și *„Demonstrarea geometrică a unor formule trignometrice"*, prezentat de Mudracencu Cornel.

De asemenea, la cerc au fost discutate generalizările unor probleme propuse în G.M.F.-B. Astfel Rădulescu M. a prezentat spre discuție *generalizarea problemelor* 1719, 1768, 2808, iar Manole M. generalizarea problemei 3448 și cîteva observații interesante asupra divizibilității numerelor și polinoamelor.

Dintre problemele propuse, mai interesantă a fost următoarea:
„Să se arate că:

$$2^{2m}\cos^{2m}a = 2\sum_{k=0}^{m-1} C_m^k \cos(m-k)a + C_{2m}^m,$$

căreia Neagu Cornel i-a prezentat următoarea soluție:

Punem $\alpha = \cos a + i \sin a$; atunci

$$\frac{1}{\alpha} = \alpha^{-1} = \cos(-a) + i\sin(-a) = \cos a - i\sin a, \qquad (1)$$

și calculînd după formula binomului, avem:

$$\left(\alpha + \frac{1}{a}\right)^{2m} = \alpha^{2m} + C_{2m}^1 \alpha^{2m-2} + \ldots + C_{2m}^{2m-1}\frac{1}{\alpha^{2m-2}} + \frac{1}{\alpha^{2m}}$$

Grupînd termenii egal depărtați de extremi avem:

$$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^{2m} = \left(\alpha^{2m} + \frac{1}{\alpha^{2m}}\right) + C_m^1\left(\alpha^{2m-2} + \frac{1}{\alpha^{2m-2}}\right) + \ldots\ldots +$$

$$\ldots + C_{2m}^{m-1}\left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}\right) + C_{2m}^m.$$

În baza formulei (1) și a problemei cunoscute: Dacă avem $x + \frac{1}{x} = 2\cos\alpha$, atunci cînd x este întreg, avem și $x^n + \frac{1}{x^n} = 2\cos\alpha^n$, obținem relația de demonstrat.

Analog se poate arăta că:

$$2^{2m}\sin^{2m}a = 2\sum_{k=0}^{m-1}(-1)^{m+k}C_{2m}^k \cos 2(m-k)a + C_{2m}^m$$

Pentru problema:
„Să se arate că polinomul:

$$P(x) = x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2},$$

se divide cu $x^2 + x + 1$, oricare ar fi m, n, p întregi și pozitivi,"

Brătucu Gh. a prezentat următoarea soluție:

Avem $P(x) = (x^{3m} - 1) + x(x^{3n} - 1) + x^2(x^{3p} - 1) + x^2 + x + 1$. Dar, oricare ar fi α întreg și pozitiv, avem:

$$x^{3\alpha-1} = (x^3 - 1)(x^{3(\alpha-1)} + x^{3(\alpha-2)} + \ldots + x^3 + 1) =$$
$$= (x-1)(x^2 + x + 1)(x^{3(\alpha-1)} + x^{(3\alpha-2)} + \ldots + x^3 + 1).$$

Rezultă astfel imediat proprietatea din enunțul problemei.

Activitatea extrașcolară desfășurată a deschis gustul pentru matematică și altor elevi, care și-au exprimat dorința să devină harnici colaboratori ai G.M.F.-B.

Pe viitor vom intensifica munca în aceste cercuri, urmărind ca varietatea temelor să atragă un număr cît mai mare de participanți.

Dorim astfel ca fiecare elev să-și însușească temeinic cunoștințele de matematică, să devină un cetățean de folos patriei noastre în măreața operă de construcție a socialismului.

Rădulescu Gh. Mircea, elev ș. m. 2 — Constanța

POŞTA REDACŢIEI

— *Bulucea Cristina*, Cîmpina, *Moga Ion*, Darabani. Pentru a se publica referatul „Despre activitatea extraşcolară a cercurilor de elevi la matematică şi fizică" din şcoala pe care o urmaţi este nevoie să ne trimiteţi date cît mai concrete, arătînd subiectele ce s-au tratat şi soluţiile date la probleme, pentru a fi de folos şi altor cercuri. Folosiţi ca model pe cele publicate de alte cercuri în anul 1959.

— *Moldoveanu Mircea*, Focşani, *Matei Corneliu*, Cîmpulung Suceava, *Perşoiu Titus*, Giurgiu şi altor corespondenţi. Problemele propuse trebuie să fie însoţite de rezolvarea respectivă, să prezinte un interes pentru rezolvitorii de probleme şi să fie semnate de autori.

— *Carol Szasz*, Cluj, *Piscati Sorin*, Craiova şi *altor corespondenţi*. Chestiunile trimise pentru a fi publicate în G.M.F.-B trebuie să se încadreze în subiectele prevăzute pentru învăţămîntul mediu.

— *Mai multor rezolvitori*. Problemele de fizică rezolvate şi trimise în plic separat pînă la 31 decembrie a.c. vor fi anunţate ulterior. Pe viitor în acelaşi plic se vor trimite probleme rezolvate, de matematică şi de fizică; însă *în ordinea lor numerică*.

Reamintim unor corespondenţi să nu mai trimită mai multe plicuri în cursul aceleiaşi luni şi nici plicuri cu un număr mai mic de probleme decît cel cerut, pentru a nu se îngreuna întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei evidenţiaţilor.

— *Pentru înscrierea şcolilor medii* la întrecerea între cercurile de matematică şi fizică pe 1960, cererile pot fi trimise şi de elevii responsabili de cercuri, însă să fie văzute şi de conducerea şcolilor respective care trebuie să indice numărul total de clase medii: VIII, IX, X reală şi XI reală şi să poarte ştampila şcolii.

— *Adameşteanu Ion*, Piteşti şi *Grigoraş Vasile*, Bacău. Redaţia a luat cunoştinţă de semnalarea erorilor şi vă roagă ca şi pe viitor erorile observate să fie semnalate cît mai devreme pentru a se publica erata, acolo unde e cazul.

Problema 3902 este aceeaşi cu problema 73 C.d.p. Gh. Ţiţeica, iar E: 1390 este şi în Aritmetica recreativă pag. 129, Ed. 1957.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Pînă la 1 decembrie 1959 s-au mai evidenţiat următorii rezolvitori de probleme:

Lupaş Laurenţiu (cl. XI ş.m. 1 Bucureşti), *Grădinaru Neculai* (cl. XI Tulcea), *Virgolici Virgil* (student Inst. c.f.r. Bucureşti), *Mira I. Nicolae* (cl. ş.m. 18 Bucureşti), *Bănică Gh. Constantin* (cl. XI ş.m. 2 Cîmpulung Muscel), *Gheorghiu A. Niculae* (cl. XI ş.m. 1 Ploeşti), *Teodorescu Radu* (cl. IX ş.m. 1 Piteşti), *Ancuţa Mircea* (student matematici Iaşi), *Opriş Ion* (cl. XI ş.m. 1 Ploeşti), *Scarlat C. Nicolae* (cl. XI ş.m. 3 Piteşti), *Udroiu Neagu* (student Politehnica Bucureşti), *Petrea Nicolae* (cl. IX ş.m. 22 Bucureşti), *Bărbulescu Lucia* (cl. XI ş.m. 10 Bucureşti), *Timuş M. Dan* (cl. XI ş.m. 1 Ploeşti), *Vişan Graţiela* (cl. XI ş.m. 10 Bucureşti), *Calistrate D. Ion* (cl. VIII ş.m. 2 Tg. Jiu), *Iacob Alexandru* (cl. XI Zlatna), *Cojocaru Ion* (cl. XI lic. mil. Breaza), *Simpăleanu Marin* (cl. XI Turda), *Pintea M. Tudor* (student Petrol-Gaze Bucureşti), *Ene P. Dumitru* (cl. XI ş.m. 1 Ploeşti), *Miriţescu V. Ion* (cl. X ş.m. 1 Piteşti), *Grosescu Radu* (cl. XI lic. mil. Breaza), *Sender Solomon* (student matematici Iaşi), *Simovici Dan* (cl. XI ş.m. 1 Iaşi), *Diaconescu C. Radu* (cl. X Pucioasa), *Apostoiu A. Victor* (cl. XI R. Vîlcea), *Grigoraş Vasile* (absolvent Bacău), *Burghelea Dan* (cl. XI R. Vîlcea), *Capotescu Mircea* (cl. XI Făget), *Hiriş Viorel* (cl. X ş.m. 1 Timişoara), *Klecner Adrian* (student chimie Bucureşti), *Racoltă Mihail* (absolvent Baia Mare), şi *Moraru Petru* (cl. X Bacău).

Pînă la 1 decembrie 1959 s-au primit soluţii bune la probleme de matematică propuse în G.M.F.-B, după cum urmează:

ADJUD (Sascut Tîrg, Bacău), Ş.m. Cl. VIII. Bagea I. Ion (E: 1355—58, 61, 64—67; 3713). Cl. XI. Gurămultă V. Ion (3719, 32, 33, 37, 52, 53, P), Pravăţ V, Vasile (P).

ALEXNDRIA. Absolvent Nicolae M. Ioan (3648, 54, 56, 58, 60—63, 71, 74, 80, 84, 707, 08, 13, 26, 29, 54, 60, 61, 67, 98, 802, 03, 05—07, 09, 13).

ANINA (Timişoara). Cl. XI. Gruescu Constantin (3734, 36, 48, 57, 67, 85, 90, 803, 05, 28).

ARAD. Cl. X. Papp Erhardt (3690, 94, 707—09, 14, 52—57, 61 63). Cl. XI. Cziszter Kalman (3694—96, 700, 07, 03, 10, 11).

Klein Ladislau (3694, 95, 707, 08, 10, 18, 24, 26, 85).

BACAU. Cl. X. *Moraru Petru* (3689, 713—16, 18—20, 24—27, 29, 30, 33, 38—40, 44, 46, 47, 52—54, 60—62, 70, 72—74, 76, 78—80, 83, 85, 93, 95—97, P). Cl. XI. Lupu Dan (3798, 803, 05—07, 10, 16). Absolvent *Grigoraş Vasile* (3698, 713—16, 18—20, 24—27, 39, 30, 38—40, 44, 46, 47, 52—54, 60—62, 70, 72—74, 76, 78—80, 83, 85, 93, 95—97, P).

Şc. de 7 ani Păuneşti. Cl. VII. Berbece C. Dumitru (3764, 65, 90, E: 1363, 66, 67, 69, 72—74, 80), Moise Gh. Neculai (E: 1359, 66, 67, 69, 70, 72—74, 79, 64), Novac I. Georgeta (1364, E: 1366, 67, 69, 70, 72—74, Novac I. Virginia (E: 1355, 58, 66, 67, 69, 70, 74, 80), Popa Violeta (E: 1329—31, 35, 42, 46, 53, 55), Şerbănescu I. Constanţa (E: 1358, 64—66, 67, 69, 70, 72—74), Vasilache Maria (E: 1366—70, 72—74, 80; 3757).

BAIA DE ARIEŞ (Cluj). Cl. IX. Totolici Gabriel (3700, 05, 08, 11, 34, 35, 43, 56, 57, 64—68, 72, 90, 91, 96, 97).

BAIA MARE. Ş.m.m. Cl. VIII. Buteanu Florin (E: 1364, 66, 67, 73, 74, 80, 84, 87, 88, 93), Olteanu Aurel (E: 1355, 56, 58, 64, 66, 67, 69, 73—75), Pop Maria (E: 1362—66, 73, 74, 78, 80). Absolvent *Racoltă Mihai* (3690, 94—96, 705—10, 13—18, 20, 22, 24, 26, 27, 29, 30, 33—36, 39, 54, 56, 57, 61, 64—66, 70, 78, 80, 83, 85, 90, 91, 93).

BISTRIŢA (Cluj). Ş.m. Cl. X. Armenişan Ioan (3713, 36, 43, 54, 56, 61, 64, 90, 91).

BÎRLAD. Cl. VIII. Baltă Maria (E: 1366, 67, 69, 72—75, 77, 78, 80, 90, 94; 3803, 05), Constantinescu Alexandrina (E: 1381—84, 86—89, 91—94).

BLAJ. Cl. XI .Tarnu Constantin (3773, 77—79, 85, 93, 97).

BOLINTINUL DIN VALE (Bucureşti). Cl. IX Mihuţ I. Octavian (3650, 57, 94, 735, 36, 43, 52, 54, 56, 59, 65, 67, 68, 91, 803, 05, 13, 39, 41, 42).

BOTOŞANI. Cl. X. Grosu Virgil (3735, 36, 57, 61, 64, 66—68, 91). Absolvent Cojocaru Beniamin (3712, 13, 18, 52, 54, 78, 85, 93, 98, 99, 801—03, 05—07, 12, 13, 16, 17, 41—46).

rica (E: 1366, 67, 72—74, 78, 80, 86—88,

BRĂILA. Ş.m.1. Cl. VIII. Gomolea Vio-90).

Şc. de 7 ani nr. 18. Cl. VI. Frangu Octavian (E: 1355, 56, 58, 62, 65—68, 72, 73, 80).

BREAZA. Lic. mil. „D. Cantemir". Cl. XI. *Cojocaru Ion* (3689, 90, 99, 701, 08, 13, 15, 16, 24—27, 29, 34—44, 47, 48, 51, 51, 52, 54, 56, 57, 60, 61, 64, 65, 67, 68, 76, 78—80, 83, 90, 91, 93—96, P), *Grosescu Radu* (3689, 90, 94, 96, 98—702, 05—11, 13—16, 19, 24, 26, 27, 30, 33, 37—39, 44, 45, 47, 52, 54, 60—62, 69, 76—80, 85, 96).

BREZOI (Vîlcea). Tehnician Chiţu G. Vasile (3648—50, 53, 54, 57—61, 66, 80).

BUCUREŞTI. Studenţi. *Klecner I. Adrian* (fac,chim.ind.) (3648, 50—61, 63, 65, 66, 68, 73, 74, 80, 87, 90, 92—94, 97, 99, 700, 01, 05—09, 11, 13, 18, 22, 29, 32, 39, 46, 52, 54, 58, 78, 85, 93, P), Lupeş Mircea (fac.chim.ind.) (3713, 18, 29, 32, 34—36, 39, 41—43, 46, 48, 49, 52, 56, 57, 66), Mititelu St .(Inst.Politehn.) (3712—74, 16, 18, 22, 24, 26, 33, 39, 53, 54, 58, 60—63, 72, 78, 85, 93, 94), Mîrlogeanu Florea (fac.utilaj) (3712, 13, 15, 18, 58—61, 63, 69, 70, 72, 78—81, 84, 85, 91, 94, 96—99, 801, 04—08, 12, 13, 19, 21, 24, 32, 41—43, P), *Pitea M. Tudor* (Inst.petrol-gaze) (3712, 13, 24, 26, 26, 31, 34, 36, 41—44, 48, 49, 54, 56, 63, 93, 95, 96, 801, 03, 05, 28, 38—44, 47, 48, 50—52, 57, 64—68, 86, 90—92), Rizescu Ilie (inst.c.f.r.) (3690, 91, 94, 95, 701, 02, 05—11), Strătescu A. Ioan (Inst.constr.) (3713 20, 24, 36, 56, 57, 64—68, 90—92, 803, 08), Strătescu Ion (inst.constr.) (N, P, E), *Udroiu Neagu* (Inst.Politehn.) (3640, 49—51, 53, 62, 63, 65, 74, 705—08, 10, 11, 24, 35, 45, 48, 06, 24, 38, 39, 41, 42, 47, 48, 79 95), *Vîrgolici Virgil* (inst.c.f.r.) (3692, 712—18, 20, 23—27, 29—31, 33—36, 38—40, 42—48, 52, 54, 56, 57, 60—68, 71—74, 76—81, 83, 85—91, 93—97, P).

Absolvenţi: Iliescu G. Ovidiu (3680, 82, 89, 90, 93—97, 405—15, 18—20, 22—30, 33, 38, 44, 47, 54), Racoveanu Paul (3648, 50, 54, 57—61, 63—65, 80, 82, 94, 756, 97), Ţuţuianu Ovidiu (3734, 35, 41, 48, 56, 57, 64—68, 86, 90, 91, 828, 29, 39, 47, 48).

S.m.1. „Nicolae Bălcescu'. Cl .VIII. Vasilescu Gh. Mihaela (3735, 36, 48, 50, 51, 56, 64—68, 89, 90, 803, 32, 44, 47, 88). Cl. IX. Mihuţ I. Octav (3650, 54, 57, 91, 94, 718, 24, 26, 29, 35, 36, 43, 48, 50, 52, 54, 56, 57, 59, 61, 65—68, 85, 803, 05, 13, 16, 39, 41, 42, 48). Cl. X. Stebţei Nicolae (3713, 43, 56, 60, 64—67, 90, 91, 96, 98, 803, 05, 13, 24, 28, 32, 38). Cl. XI. Bendic Mircea (3687, 89, 90, 93—96, 99, 700, 06, 07), .*Lupaş Laurenţiu* (3677—716, 18, 20—27, 29—52, 54—58, 60—69, 71—80, 83—85, 89—94, 96, 97), Mocanu O. Marcel (3735, 36, 48, 50, 51, 56, 60, 64—68, 89, 90, 803, 32, 44, 47, 88), Petrescu Lucian (3696, 97, 717, 23, 58, 60, 78, 80, 94, 97, P), Piscupescu Gabriel (3798, 803, 05—07, 32, 33, 41—44, 54).

S.m.2, Cl. VIII. Cohn Izinel (E: 1355, 57—60, 63—67, 69).

S.m.3. „Ion Neculce". Cl. VI. Sucitu Alex. (E: 1355, 62, 66, 67, 72, 73, 84—86, 90, 92—94), Popescu C. Radu (E: 1355, 58, 62, 66—68, 84, 86, 90). Cl. IX, Sucitu Gh.

(3713, 25, 47, 52, 54, 72, 96, 98, 803. 13, 32).

S.m.4. „Aurel Vlaicu". Cl. X. Carp Mihai (3648—50, 53, 54, 57—61, 63, 66—68, 70, 71, 73—75, 80, 90, 91. 94, 95, 98—701, 05—11, 13, 39),

S.m.7. „I. L. Caragiale'. Cl. VII. Poenaru Nicolae (E: 1366—69, 72—75, 79, 80), Tocaciu Eugen (E: 1366—69, 72—75, 79—80), Cl. IX. Tatu Gabriel (3693, 705, 07, 08, 11, 13). Cl. X. Duțică Cristian (3734, 35 39, 43, 56, 57, 61, 63, 76, 78, 93, 97, 700, 05—07, 13), Bluoss Hans Ioachim (3690, 92—94, 700, 05—07, 11, 54). Cl. XI. Popescu Liviu (3724, 60, 72, 85, 98—800, 03, 05—07, 41, 44), Ștefănescu D. Mihai (3706, 18, 24, 52, 60, 61, 62, 72, 80, 81, 83, 93, 98—800, 05—07, 11, 16, 20, 35, 41, 42, 44).

S.m.10. Cl. VI. Buciumeanu Delia (E: 1355, 56, 58, 62, 65—67, 72, 73, 80, 84—86, 92, 93), Săndulescu Șerban (E: 1355, 58, 62, 65—67, 69, 73, 74, 80, 84—86, 92, 93), Sibiceanu Cornelia (E: 1355, 58, 62, 65—69, 72—74, 86, 89, 92, 94, 95). Cl. VIII. Marincovici Ruxandra (E: 1367, 73, 86—88, 93, 95, 98, 400, 03), Marinescu E. Emil (E: 1355. 57, 59, 61, 67, 69, 70, 74, 75, 80; 3790). Cl. X. Marini Ileana (3761, 64—68, 78, 85, 90, 91, 96). Cl. XI. *Bărbulescu Lucia* (3718, 44, 60, 61, 64—68. 72, 78, 82, 85, 89—91, 93, 94, 98, 99, 801—06, 08—06, 08—10, 12, 13, 16, 24, 38, 39, 41, 43, 44, 48, 60, 79, 83, 88, P), Ionescu Rodica (3798, 99, 801—07, 09—13, 16, 32, 38, 39, 41, 43, 44, 46, 54, 60, 93), Obadă Hareta (3798, 99, 801—07, 09—13, 16, 32, 38, 39, 41, 43, 48, 51, 53, 54, 60, 83, 93), *Vișan Grațiela* (3673, 713, 24, 29, 59, 72, 82, 85, 89—94, 98, 99, 801—10, 12, 13, 16, 24, 31, 32, 38, 39, 41, 43, 44, 48, 51, 53, 54, 57, 60, 79 83, 88, 93),

S.m.11 „Dimitrie Cantemir". Cl. VI. Medaru Doina (E: 1356, 57, 62, 65—69, 72, 73, 80, 84, 86, 89, 90, 92—95). Cl. VII. Gianni Grigore (E: 1355, 58, 66—70, 72, 73, 76, 79, 80), Țînțăreanu C. (E: 1343, 45, 46, 48, 49, 51, 53, 54; 3658, 65, P). Cl. VIII. Frunzescu Paula (E: 1370, 75, 76). Cl. IX. Demetrescu Anca (3713, 29, 34, 54, 64, 65, 72, 88, 90), Gavrilescu Ioana (3694, 705, 11, 13, 25, 54), Gianni Emanuel (3713, 34—36, 61, 64, 65, 72, 90, 91), Ionescu George (3713, 14, 25, 58, 62, 65, 72, 90, 91), Stănculescu Ion (3705—07, 11, 13), Cl. XI. Cornblum Eugen (3705, 13, 18, 20, 24, 26, 29, 30, 39, 43, 44, 47, 54, 59—61 63, 66—68, 80, 81, 85, 89—90, 96, 97, 825) Georgescu Florin (3690, 95, 96, 700, 01, 05, 06, 09, 11, 13, 18, 24, 26, 27, 29, 30, 38, 44, 52, 54), Melincovici V. Cornel (3714, 18, 20, 24, 58, 60—63, 72, 97).

Ș.m.13 „Mihai Viteazu". Cl. VII. Necula Mihai (E: 1355—58, 64—69, 73, 88, 94, 95).

Ș.m.16 „Gheorghe Coșbuc'. Cl. VIII. Petrescu Adina (E: 1381, 83—95; 3803, 05), Petrescu A. Gabriela (E: 1366—70, 72, 76, 80). Cl. X. Deleanu Denise (3713, 20, 34—36, 43, 54, 56, 57, 64—68, 72, 78 ,89, 90, 91, 95). Cl. XI. Emanoil Alexandru (3711 16, 20, 29, 32, 39, 54, 803, 05, 08, 98, 99).

Ș.m.17 „Matei Basarab". Cl. X. Olteanu Stoica Victor (3713, 15, 18, 26, 27, 30, 32—36, 38, 39, 41—44, 46, 48, 54, 56, 57). Cl. XI. Laurescu Constantin (3688, 90—92, 715, 16, 18, 20, 26, 29, 33, 37—39, 46, 47, 58, 60—63, 74, 77—80, 85, 93, 94, 96, 97).

Ș.m.18 „Mihail Eminescu". Cl. VIII .Arsene Cătălin (3689—701, 05, O7, 13—18, 24—26, 39, 44, 47, 52, 54, P), Buiumovici Alexandru (3690, 99, 700, 05, 07, 11, 13, 15, 25, 28 ,32, 39, 47, 52; E: 1355, 72, 78, 803, 13). Cl. X. *Mira I. Nicolae* (3713, 15, 18—20, 22—26, 33—36, 39, 40, 42—44, 47—51, 54, 56, 58, 60—70, 72—74, 76, 78, 80, 85, 86, 89—94, 96—800, 03—07, 13, 17, 25, 28, 30, 32, 39, 41, 43, 44, 46, 48, 49), Pîrșan Liviu (3659, 74, 80, 90, 93, 94, 700, 05—07, 11 34 37, 39, 54, 56—58, 65, 78, 80, 90, 91, 96, 97, 802, 03, 05, 13, 21, 28, 32, 39, P). Cl. XI. Nicolau A. Cristian (3713, 34—36, 56. 57, 65, 90, 803, 05, 06).

Ș.m.20 „Gheorghe Șincai'. Cl. X. Popa Alexandru (3713, 14, 25, 29, 32, 53, 54, 58, 59, 61—63, 80, 85, 97), Roșulescu Radu (3713, 14, 25, 29, 32, 34, 36, 41, 53, 54, 56, 57). Cl. XI. Stoichescu Alex. Dan (P).

Ș.m.21. Cl. VI. Manu Rodica (E: 1384—86, 89, 90, 92—94).

Ș.m.22. „Gheorghe Lazăr". Cl. IX. *Petrea Nicolae* (3697, 98, 705—07, 11—15, 25, 34—36, 39, 41, 54, 57, 62, 64—68, 72, 76, 90, 91, 96, 98, 800, 03—06, 08, 13, 28, 30, 32, 33, 37, 39, 41, 45, 49). Cl. X. Florescu Dan (3713, 22, 38, 39, 58, 61, 62, 72, 78, 80, 85, 96, 97, 803, 05, 06, 21, 22).

Ș.m.23. Cl. XI. Radu Lucian (3690, 705, 07, 09, 13, 14, 16, 29, 51, 56), Nicula Virgil (3713, 15, 18, 24—27, 29, 33, 38, 44, 47).

Ș.m.25. Cl. VIII. Max Erna (3713, 803, 05, E: 1360, 64, 74, 75, 78, 87, 88). Cl. IX. Predoiu Gheorghe (3690, 99, 705, 07, 08, 11, 26, 54, 61, 62, 72). Cl. XI. Botoacă Vasile (3688, 95, 701, 03, 07, 09, 13, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 30, 47, 52—54, 60, 61, 63, 78, 80, 82, 85, 93, 96, P), Cocoș Marin (3688, 95, 701, 07, 09, 13, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 30, 47, 50, 52—54, 60, 61, 63, 78, 80, 82, 85, 93, 95, 96).

Ș.m. 28 „Dr. Petru Groza". Cl. X. Firu Monica (3690, 94, 95, 97, 98, 701, 05—07, 11). Cl. XI. Răutu N. (3690, 94, 98, 700, 05—07, 72, 80, 82).

Ș.m. 32 „Barbu Delavrancea'. Cl. VI. Florea George (E: 1355, 56, 58, 62, 65—68, 72, 73, 80).

Şc. elem. nr. 82. Cl. VI. Ludwig Alexandru (E: 1362, 65—67, 69, 72, 73, 80, 84, 86, 90, 93—95).

Şc. elem. nr. 119. Cl. VII. Ionescu Barbu (E: 1357, 62, 66, 67, 69, 72, 81, 87, 89).

Şc. tehn. metrolog. An II. Petrescu Al. Alexandru (3689, 90, 92—96, 98, 700, 02, 05—11, 13, 15, 17, 18, 23, 24, 26, 29, 44, 54, 58—63, 72, 76, 78, 80, 85, 94—97).

Şc. tehn. „Iosif Rangheţ". An I. Buruţiu Gh. (3713, 16, 18—20, 24—26, 29, 33, 38, 47, 53, 54, 60, 61, 63, 69, 72, 74, 76, 87—80, 83, 85, 93—96, P).

BUHUŞI (Bacău). Ş.m. cl. IX. Pop N. Eugen (3692, 714—17, 98).

BUZĂU. Cl. VI. Stanciu I. Nicoleta (1366—68, 72, 73, 80, 84—86, 89, 92—95). Cl. VII. Cristudor N. Elena (E: 1360, 67, 68, 72, 73, 80), Glasman I. Nae (E: 1355, 57, 58, 65—69, 72, 73, 80). Cl. X. Cabel Gh. Nicolae (1713, 15, 29, 33, 52—54, 72, 96—98, 800, 02, 03, 05, 06, 13, 21, 32, 33, 45), Cupcea Z. Nicolae (3713, 15, 21, 33, 52—54, 72, 96, 98, 800, 02, 03, 05, 06, 13, 21, 32, 33, 41), Dobrescu C. Const. (3713, 15, 29, 33, 52—54, 72, 96, 98, 800, 02, 03, 05, 06, 13, 21, 32, 33, 41, 45). Cl. XI. Beju Iulian (3690, 94, 98, 701, 05—09, 11, 13—16, 18, 20, 25—27, 29, 33—35, 39, 42—44, 47, 48, 54. Mihalcea Adrian (3700, 05, 07, 08, 11, 13, 18, 29, 52, 61, 76, 78, 80, 85, 94, 96—99, 802, 03, 24, 32).

BUZIAŞ (Timişoara). Cl. X. Işfan Ion (3705, 13, 25, 34, 43, 54, 56, 65—67, 72, 90).

CARANSEBEŞ (Timişoara). Cl. X. Băleanu Dana (3694, 705, 07).

CIMPIA TURZII. Cl. X. Crivi Mircea (3695, 705—08, 11, 20, 61, 72).

CIMPINA. Ş.m. 1 „N. Grigorescu". Cl. VII. Popescu Mihai (E: 1366, 73, 80, 84, 86, 89, 90, 92—94). Cl. X. Băjenaruu Gh. (3713—15, 39, 47, 53, 61, 72, 73, 83, 96, 800, 03, 05, 06, 09, 13, 42), Bohîlţea I. Ion (3713—15, 39, 61, 72, 83, 96, 98, 800, 03, 05, 06, 09, 13, 42). Cl. XI. Dulamă Adriana (3722, 23, 43, 57, 64, 65, 67, 72, 78, 80, 85, 803, 05, 10, 25, 28), Furtună Mihai (3690, 94, 706, 07, 13, 14, 16, 26, 34, 35, 64, 66, 67), Georgescu Radu (3564, 66, 69, 70, 72, 76, 78, 79, 83, 85—90, 92, 95, 618, 25, 30, 35, 37, 39, 48, 49, 54, 57—61, 65, 74, 80, 94, 95), Jireghie Cristian (3718, 22, 23, 32, 43, 48, 56, 57, 64, 65, 80, 85, 90, 803, 05), Mola Ion (3732, 78, 83, 85, 93, 96), Moraru Cornel (3690, 94, 95, 707, 13, 18, 39, 78, 80, 85, 93, 96, 97), Nicolescu Cornel (3699, 01, 05—08, 77, 13, 18, 22—24, 28, 32), Petrescu Cornel (3718, 22—24, 36, 38, 64, 65, 67, 72, 78, 85, 90, 803, 13, 17), Popescu Rodica (3724, 42, 67, 72, 78, 80, 85, 86, 803, 05, 10, 17, 25, 28, 32, 42—45, 48).

Absolvenţi: Scarlat G. (3649, 64, 65, 70, 71, 83, 84, 705—10, 13, 26, 48, 54, 56), Sterie Vasile (3716, 20, 24—26, 30, 53, 60—62, 74, 78, 85).

CÎMPULUNG MUSCEL (Piteşti). Ş.m. 2. Cl. XI. *Bănică Gh. Const.* (3672, 75, 77, 78, 81, 85, 96, 98, 99, 712—20, 22—24, 26, 27, 29—39, 41—44, 46—48, 52—54, 56—59, 61—67, 69, 78, 80, 81, 85, 86, 89—91, 93—97).

CLUJ. Şc. pedag. de învăţători. An II. Dan Florica (E: 1358, 64, 66—69, 72, 73, 75, 78, 80), Fărcaş Viorica (E: 1358, 64, 66—69, 72, 73, 75, 78, 80, 84), Mureşan Sidonia (E: 1358, 66—70, 72, 73, 75, 78, 80. Pleş Iustina (E: 1358, 64, 66—69, 72, 73, 75, 78, 80), Silvescu Erika (E: 1358, 64, 66—69, 72, 73, 75, 78, 80), Soldea Octavian (E: 1358, 64, 66—69, 72, 73, 78, 80).

Ş.m. „Gh. Bariţiu". Cl. X. Boer Ştefan (3754, 61, 83, 85, 93, 98, 99, 802, 03, 05—07, 12, 41, 44). Cl. XI. Pop Corneliu (3734, 51, 54, 58, 64, 66, 67, 85, 98, 803, 05, 44, 48).

Ş.m. 4. Cl. XI. Lungu Şerban (3689, 95, 96, 98—700, 07, 09, 10, 15, 32, 39, 52, 61, 72, 78, 85, 93, 96).

Ş.m. „Gheorghe Şincai". Cl. VI. Marian Iuliu (E: 1355—57, 62, 65). Cl. X. Stoica Aurel (3798, 99, 803—06, 09, 13, 33, 37, 41, 42, P).

Ş.m. „Em. Racoviţă". Cl. VII. Bondrea Tiberiu (E: 1366, 67, 69, 72, 73). Cl. VIII. Peteanu Lelia (E: 3355, 57, 66, 67, 69, 70, 73—75, 80, 87). Cl. XI. Maniu Horia (3692, 95, 706, 07, 09, 11, 24, 26, 47, 61, 72, 78), Patzelt Carol (3690, 92, 94, 95, 701, 05—09, 11).

Şcoala elementară Teaca. Cl. VII. Paşca Maria (E: 66—70, 72—74, 78, 79).

Studenţi: Bîrzan Romanel (Inst. Politehn. Cluj) (3760, 63, 69, 70, 72—74. 78, 80, 81, 93, 94, 98, 99, 802—06, 13, 32, 41—46, 50, 53), Niculescu Vasile (fac. fiz. mat.) (3716. 23, 24, 32, 34, 47, 53, P), Păsculescu Gh. (fac. medicină gen.) (3648, 50, 57—60, 63, 65, 74, 80, 88—90, 96, 97, 707—09, 15, 27, 34—36, 38, 39, 43, 48—51).

CODLEA (Stalin). Ş.m. „Ştefan Gheorghiu". Cl. VIII. Cozan Gh. (E: 1329—31, 34, 37, 42, 46, 48, 50, 52; 3718), Matievski Elena (E: 1329—31, 35, 37, 42, 48, 50—52, 64). Cl. XI. Gladcenko Gh. (3706, 11, 14—18, 26, 72, 85, 93, 99, 803, 05—07, 09, 21, 32, 42, 44).

CONSTANŢA. Ş.m. 1. „Mircea cel Bătrîn". Cl. X. Marulis Mihaela (7650, 51, 65, 70, 73, 74). Cl. XI. Bîrcă Cristian (3690, 93—95, 99, 705, 06, 08, 11, 16, 44), Stavrositu Vasile (3689, 90, 92. 93, 705, 06, 08, 11, 13, 22).

Şcoala de 7 ani Tuzla. Cl. VII. Beotrianu

Gh. (3783, E: 1355, 57—59, 63—65, 69, 78, P).

CRAIOVA. Ş.m. 1. Cl. VIII. Păun Dumitru (3791, 805, 863. E: 1366—68, 72, 80, 88—90, 92—94). Abs. Păpuşoiu Cornelia (3688, 90, 92, 94, 95, 99).

Ş.m. 3. Cl. IX. Stoia Manuela (3734—36, 56, 57, 64, 65, 67. 90, 91). Cl. XI. Cetăţeanu Rodica (3654, 57, 58, 70, 705, 54, 67, 85, 98—800, 02, 03, 06, 21, 41, 42, 43, 44).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Corîci I. Antonie (3690, 705), Greceanu Valeria (E: 1355, 64, 66—70, 72—74).

Şcoala de 7 ani nr. 9. Cl. VI. Nicolaescu Vasile (E: 1355, 56, 58, 62, 64—67, 73, 74), Pelivanu Ileana (E: 1328—31, 35, 42—44, 48, 55), Vasile Ion (E: 1355, 56, 58, 62, 64—67, 73, 74). Cl. VII. Boicescu Vlad (E: 1355, 57, 58, 64—69, 72—74, 80, 88), Ritscher Eduard (E: 1355, 57, 64—69, 72, 73, 80), Sitoris Iulian (E: 1355, 58, 64—66, 68, 69, 72—74, 80, 88).

CURTEA DE ARGEŞ. Cl. VII. Bănărescu M. Vasile (E: 1355, 60, 66—69, 72, 73, 81, 84, 86, 89, 92—95). Cl. X. Oprişan Gh. (3690, 93, 96, 707, 11, 13, 15, 29, 37, 39). Cl. XI. Murărеci P. Nicolae (2693, 705, 08, 11, 15, 22, 26, 29, 38, 39, 47, 54, 72, 77, 96), Zevedei Valeriu (3693, 97. 711, 13, 15, 22, 29, 37—39, 47, 72, 77, 80, 96).

DARABANI (Suceava). Cl. X. Moga Ion (3713, 39, 54, 90, 94. 97, 802, 03, 06, 13, 21).

DEVA. Şc. pedagogică. An. I. Mihalcea Livia (E: 1355, 57—59, 66—70, 72, 74, 75, 80).

DRĂGĂNEŞTI-OLT (Piteşti). Cl. IX. Popescu V. Gabriela (3694, 705, 07—09, 11, 52, 58, 61).

FĂGĂRAŞ. Cl. XI. Marcu Liviu (3687, 88, 90, 93—95, 700, 01, 05—08, 11).

FĂGET (Timişoara). Ş.m. „Traian Vuia". Cl. X. Popa Petru (3690, 93, 705, 11, 52, 54, 80, 96). Cl. XI. *Capotescu Mircea* (3688—90, 92—95, 700, 01, 05—11, 13—18, 20, 24, 26, 29, 32, 33, 38, 47, 52, 54, 58, 60—62, 78, 80, 85, 93, 96), Costea Dumitru (3701, 08, 09, 11, 13, 14, 17, 18, 26, 38, 54, 78, 96), Dan Ioan (3688, 89, 92, 93, 95—97, 700, 05—08, 11).

FĂUREI (Galaţi). Absolvent Tanislav M. Dan (3694—96, 701, 05—09, 11).

FETEŞTI (Constanţa). Cl. X. Tutunaru Ortansa (3723, 35, 52, 65, 68, 70, 803, 06, 09). Cl. XI. Apostoiu Nicuşor (3690, 94, 98, 705, 09, 35, 52), Bobeş Dumitru (3671, 90, 92, 93, 95—97, 99, 701, 05—08, 11 13, 18, 26, 52), Gonciar Andrei (3688, 90, 94, 95, 98, 701, 07—09, 13, 16, 29, 30, 39).

FOCŞANI. Ş.m. 2 „Alex. Ioan Cuza". Cl. VIII. Rozenblum Sorin (3661, 90, 94, 97, 99, 700, 05—08, 11, 31, E: 1324, 28—32, 35, 37, 48—50, 57). Cl. IX. Kramer Eugenia (3690, 94, 706, 07, 11, 13, 39, 52, 54, 59), Segal Zeilic (3650, 90, 94, 99, 700, 05, 06, 08, 11, 39, 54, 72).

Ş.m. „Unirea". Cl. X. Colţaru N. Ovidiu (3650, 54, 57, 80, 99, 707, 23, 56, 64, 66—68, 90, 91).

GALAŢI. Ş.m. 1 „Vasile Alexandri". Cl. VII. Popa Eugen (E: 1355—58, 65—69, 72, 73). Cl. IX. Ender Lucian (3690, 94, 99, 705, 11, 13, 14, 32, 39, 58, 61, 62, 96). Cl. X. Felea A. Victor (3713, 32, 63, 96, 97). Cl. XI. Manea Cornelia (3701, 44, 95, 707, 08).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Bratu Gh. Cornelia (E: 1355, 57, 59, 62—67, 69).

Ş.m. 3. Cl. XI. Bejan Costel (3682, 90, 701, 13, 14, 26, 24, 78, 90, 93).

Lic. mil. „Mihai Viteazu". Cl. X. Dragoş Aurel (3657/754, 57, 80, 94, 713), Gogulenco Anton (3694, 707, 11), Ion Emil (3680, 94, 705, 07, 11, 13, 54, 57), Ionescu B. Bucur (3680, 94, 713, 54), Moişanu Mihai (3694, 713, 54), Niţu Ion (3680, 94, 713, 54, 57), Popescu Octavian (3657, 80, 94, 713, 54, 58, 64, 65, 67), Stan Vasile (3691, 705, 07, 11, 13, 61), Tănase D. Nicolae (3691, 94, 711, 13, 61). Cl. XI. Agafiţei Lucian (3695, 713, 24, 39, 61, 78, 85, 93), Andrei Dan (3705, 61, 63, 72, 78, 85, 93), Ababii Const. (3695, 713, 24, 39, 78, 85), Bardi Const. (3693, 95, 713, 56, 57, 64—67, 78, 85, 88, 90), Burciu Gh. (3695, 724, 39, 61, 78, 85, 93), Cojocaru Mihai (3713, 24, 61, 78, 85, 93), Coman Mircea (3695, 705, 24, 61, 78, 85, 93), Dineţ Ion (3695, 713, 24, 39, 61, 78. 85, 93), Dobrin Gh. (3657—59, 74, 95, 713, 24, 39, 78, 85), Gaiţă Tudor (3695, 714, 78, 85), Herţeg A. Eugen (3695, 714, 78, 85), Manole Ion (3657, 74, 95, 713, 24, 61, 78, 85), Paraschiv Ap. (3657, 74, 95, 713, 24, 85, 93), Petru Al. Cristache (3695, 96, 724, 39, 61, 63, 72, 78, 85).

GHIRDOVENI (Ploeşti). Şc. de 7 ani. Cl. VI. Costache Gh. Stelian (E: 1355, 65—67, 72, 73, 80), Enache I. Nicolae (E: 1365, 67, 73), Frînculescu Ion (E: 1365, 66, 73). Cl. VII. Matei Stelian (E: 1365, 66, 69, 73, 81, 84, 86, 90, 93—95), Niţă Vasile (E: 1356, 57, 65, 66, 69, 73, 86, 90, 93—95).

GIURGIU. Ş.m. 1. Cl. XI. Lăzărescu Gh. (3688, 98, 705, 07, 13).

HAŢEG (Hunedoara). Ş.m. Cl. VII. Cetrin Emil (E: 1366—69, 73, 79, 80).

HUEDIN. Cl. VIII. Popşa Octavian (E: 1355, 57, 58, 61, 62, 64, 67—69, 72, 73, 76, 78).

An II. Popescu Grigore (E: 1355, 58, 64—69, 72—74, 78, 80).

HUŞI. Absolvent, Dolteanu Temistocle (3758, 60—62, 69, 70, 72, 76—79, 82, 83, 85, 93, 97).

IAŞI. Studenţi: *Ancuţa Mircea* (fac. matem.) (3648—50, 58—60, 62, 89, 90, 92,

94—98, 700, 01, 05, 07—09, 11—18, 22—26, 29, 33—35, 38, 47, 78—80, 82, 83, 93—96, 98—801, 03—08, 10—13, 16), Brînzei P. Dan (fac. matem.) (3634—36, 41—43, 48—51, 56, 57, 64—68, 83—86, 88—91, P), Lazariu Victor (fac. electrotehnică) (3694, 95, 99, 705—09, 11, 13, 18), Pop Ioan (fac. matem,) (3692, 96, 712—16, 18, 20—22, 24, 26, 27, 29, 30, 33, 39. 44, 52, 54, 58, 60, 61, 69, 70, 72, 73, 80, 83, 93, 94, 96, P), *Sender Solomon* (fac. matem.) (3648, 50, 52, 54, 58—63, 65, 73, 74, 80, 88—90, 93—96, 99—703, 06—11, 13, 16, 18, 19, 23—26, 29, 30, 39, 44, 54, P), Vitali Gheorghiță (fac. matem.) (3618, 49, 52, 57, 59, 60, 66, 67, 82, 89—91, 94—96, 701, 05—09, 11, 13—15, 18, 23, 24, 29, 47, 51).

Ș.m. 1 „Mihail Sadoveanu". Cl. XI. *Simovici Dan* (3674, 90, 91, 94—97, 701, 05, 06, 08, 11, 13—16, 18, 24, 27, 29, 32, 33, 36, 38, 43, 47, 52, 56—61, 63—67, 78, 85, 93, 96, P).

Ș.m. 3 „C. Negruzzi". Cl. X. Botan Corneliu (3713, 15, 32, 33, 39, 47, 61—63, 72, 76, 96). Cl. XI. Chiriță Mihai (3694, 713, 35, 36, 42, 48, 56, 57, 64—67, 90), Dumitru V. Alexandru (3690, 94, 95, 701, 05—09, 11, 13, 24, 54), Masgras Vasile (3690, 94, 95, 700, 01, 05—11), Muraru Octavian (3690, 94, 95, 701, 05—09, 11, 13, 24, 34).

Ș.m. 6. Cl. X. Dranga Zenovia (3705, 06, 08, 09). Cl. XI. Marcovici Izu (3743, 48, 56, 57, 64, 65, 67, 90—92), Popovici Vasile (3694, 701, 07, 09, 10), Scrieru Ioan (3694, 705, 06, 08, 09, 20, 24).

LIPANEȘTI (Ploești). Absolvent Ene D. (3622, 30, 32, 37, 39, 47—50, 57—59, 61, 65, 71, 90, 93, 705, 06, 11, 13, 33, 34, 35, 36, 57), Ene E, (E: 1328—31, 33—48, 50, 54).

LUGOJ. Ș.m. 1. Cl. VI. Brînda M. Rodica (E: 1355, 56, 58, 62, 65— 69, 72, 73, 79, 80). Cl. IX. Boldea Ioan (3734, 36, 64, 68, 71, 88, 90, 91, 838, 39). Cl. X. Iorga Valeriu (3690, 91, 97, 98, 700, 01, 05, 07—11).

MEDGIDIA (Constanța). Ș.m. 1. Cl. XI. Roșca Nicolae (3694, 95, 99, 705, 06, 08, 11, 13, 26, 54), Zbîrnea Boris (3694, 95, 99, 706, 08, 11, 13, 24, 26, 54).

MORENI (Ploești). Cl. VIII. Anghelina Maria (E: 1355, 57, 58, 62, 74, 66—69, 73, 74, 80; 3790), Bobaru I. Maria (E: 1355, 57, 58, 62, 64, 66—70, 74, 80), Drăgan Mihai (3767, 90, E: 1342—44, 46, 50, 51, 53, 55, 57, 58, 64, 66, 68, 69, 72, 74, 78, 80), Tiron Adrian (3657, 90, E: 1343—46, 48, 50, 51, 54, 55, 57, 58, 64, 66, 67, 69, 72—74, 78)). Cl. XI. Moflic P. Emilian (3579, 82, 620, 23, 24, 26, 31—34, 38—42, 45—47, 55, 56, 58, 60, 62—65, 67, 68, 71, 74, 77).

OCNA MUREȘ (Cluj). Cl. XI. Lupașcu Ecaterina (3688, 90, 91, 94, 98—700, 22, 25).

ODOBEȘTI. Cl. IX. Păncescu Paul (3705, 11, 13, 14, 35, 54, 61, 68, 90).

ORADEA. Abs. Costea Gh. (3700, 02—04, 13—18, 22, 24—27, 29, 30, 33—39, 41—44, 46, 48—57).

Cl. VI. Borcia Florin (3711, E: 1355, 56, 62, 65—67, 72, 73, 80), Cl. X. Hulea Ioan (3690, 92, 94, 705, 07, 13—15, 22, 97).

ORAȘUL STALIN. Ș.m. 1, „Andrei Șaguna". Abs. Hortopan Rodica (3656—63, 74, 94, 713, 24, 54). Cl. IX. Melinte Dionisie (3734—36, 56, 57, 64, 65, 69, 90, 91, 93, 98, 801, 03—06, 13, 39). Cl. X. Garabedian Rodica (3690, 93, 94, 99, 700, 05, 07, 09, 11, 13, 27).

Ș.m.6 „Ștefan Gheorghiu". Cl. VII. Aldea S. (E: 1355, 66—69, 72, 73, 81, 84—86, 89; 92, 93, 95). Cl. VIII. Beșchea Cornelia (713, E :1329—31, 37, 42, 48, 50, 51, 64, 74, 76), Halmăjan Elena (E: 1342, 43, 46, 50—53, 55, 56, 64, 66, 67), Ioana Simona (3713, E: 1350, 55, 57, 62, 64, 67, 73, 74, 76), Nemeș Maria (E: 1342, 43, 46, 50, 51, 53, 55, 56, 58, 64, 67), Onea Ioana (E: 1329—31, 35, 37, 40, 48, 50, 64), Topliceanu Vasilica (E: 1329—31, 35, 37, 46, 48, 50, 51, 61), Voicu Cornelia (3713, E: 1329—31, 37, 42, 48, 50 53 64), Vulpe Victor (3718, E: 1329, 30, 31, 34, 37, 42, 46, 48, 50—52). Cl. X. Brad Doina (3648, 50, 54, 56—58, 61, 80, 94, 95, 713), Grovu Maria (3648, 50, 54, 58, 61, 63, 754, 56, 57, 80, 95). Belcea Marin (3690, 94, 95, 701, 09, 13, 24, 54, 59, 93, 97), Mihailciuc Mihai (3648 50, 52, 54, 58, 61, 63, 80, 90, 95, 754), Pincovici Ioan (3690, 94, 95, 700, 01, 05, 06, 08, 09, 26), Rusu Mircea (3690, 94, 95, 707, 09, 13, 24, 54, 61).

OȚELUL ROȘU (Timișoara). Cl. XI. *Munteanu Ana* (3622, 25, 35, 37, 38, 41, 42, 48, 50, 53, 54, 57—66, 68, 70, 71, 74, 80, 90, 92—95, 700, 01, 05—11, 13, 24, 44).

PETROȘANI (Hunedoara). Ș.m.1. Cl. X. Albu T. Toma (3715, 25, 58, 61, 62, 72, 74, 76, 78, 83, 94, 96, 97). Cl. XI. Brandt Anke (3622, 25, 36, 48, 54, 57—61).

PIETROȘANI (Zimnicea). Bătinețu M. Dumitru (P).

PITEȘTI. Ș.m.1. *Teodorescu Radu* (3522, (3522, 67, 76—78, 80—85, 87—90, 93, 95, 98, 605, 11, 15—19, 22, 24, 26, 29, 30, 32, 35, 37, 47—51, 54, 57—62, 66—68, 71, 73, 80, 82). Cl. X. *Miriței V. Ioan* (3498, 512, 15, 16, 18, 21—28, 31, 42, 46, 50, 56—59, 61—66, 70—74, 76, 79, 83—87, 89—91, 609, 14, 25, 34, 35, 37). Popescu I. Dan (3648—50, 54, 57—63, 70, 71, 90, 94, 95, 701, 05—08, 26). Cl. XI. Adamețteanu Ion (3699, 705—07, 11, 13, 15, 28, 34, 36, 37, 41, 53, 56, 61, 62, 65—67, 72, 76, 90, 95, 98, 803, 04, 13, 14, 32),

Ș.m.3. „Alexandru Odobescu". *Scarlat C.* Nicolae (3758, 60, 61, 63—69, 72, 76, 78, 85, 89, 90—99, 901—07, 09, 10, 12, 13, 17,

21, 29, 30, 32, 33, 35, 38, 39, 41, 43—45, 48, 49, 53—56, 88, 93).

PLOEȘTI. Ș.m.1. „I. L. Caragiale". Cl. X. Andreescu Gheorghe (3753, 61, 72, 74, 78, 83, 85, 96, 98, 800, 03, 05, 06, 13, 39, 56, 71), Apostol Nicolae (3690, 705, 07, 11, 13, 14, 16, 17, 21, 72, 78, 96, 99, 803, 05, 06, 13, 21, 32, 41), Berdan Radu (3713, 24, 29, 39, 52, 54, 59, 78, 802, 03, 05, 08, 13, 24, 32), Constantinescu Josefina (3690, 707, 11, 13, 21, 24, 54, 72, 78, 99, 802—06, 13, 21, 32, 41), Costache Ioan (3713—16, 18, 20, 22, 25, 26, 29, 38, 39, 54), Delinschi Eugenia (3713, 24, 29, 39, 52, 59, 72, 78, 85, 93, 97—99, 502, 03, 05, 06, 08, 13, 21, 22), Drinceanu Iosif (3705, 11, 13, 72, 78, 96, 803, 05—07, 13, 21, 32, 41), Drugea I. G. (3690, 705, 07, 11, 13, 18, 24, 72, 78, 90). Duțescu Florica (3713, 61, 72, 78, 83, 85, 96, 98, 800, 02, 03, 05, 06, 08, 12, 32), Ene Nicolae (3713, 39, 43, 61, 78, 96, 98, 802, 04—06, 08, 21, 32), Ene Traian (3690, 99, 705, 07, 08, 11, 13, 14, 16, 22, 39, 54, 61, 62, 72, 74, 78, 95, 96, 803, 05, 06, 08, 21, 32, 33, 45), Habat I. Paul (3711, 13, 24, 29, 38, 39, 72, 78, 85, 96—98, 803, 05, 06, 08, 13, 21, 32), Iacomi Mircea (3648, 49—54, 57—66, 68, 72, 74, 80), Ionescu Dan (3713, 39, 59, 61, 62, 74, 78, 84, 85, 96, 98, 800, 02—06, 08, 19, 30, 32), Jelea V. Gabriel 3713, 24, 29, 39, 61, 72, 78, 85, 96—98, 803—06, 08, 13, 32), Kiselenska Andrei (3724, 29, 38, 39, 61, 62, 78, 85, 96—98, 802, 06, 08, 32), Lungu Anca (3713, 24, 29, 52, 59, 72, 78, 85, 93, 97—99, 802, 08—06, 08, 13, 21, 32, 37, 41, 43), Marinescu Al. (3713, 24, 29, 52, 59, 62, 72, 74, 76, 78, 79, 93, 96—99, 802—06, 08, 13, 32), Miu Ion (3561, 63, 64, 74, 75, 80, 87, 98, 659, 68, 94, 99, 711, 14, 803, 05), Moldoveanu Const. (3711, 13, 21, 24, 38, 39, 78, 85, 93, 97—99, 802, 05, 06, 13, 21, 32), Nicolaescu Mihaela (714—17, 30, 46, 54, 58, 78, 80), Nicolau Sorin (3694, 729, 36, 39, 56, 57, 64—67), Oniga Sanda (3713, 24, 29, 39, 59, 61, 72, 78, 83, 85, 97), Oprescu Bujor (3711, 13, 18, 24, 29, 39, 46, 54, 61, 78, 80, 85, 95, 803, 05, 06, 08, 13, 21, 32), *Opriș Ion* (3651, 72, 90, 92—94, 99, 700, 05, 07, 08, 11, 13—15, 18, 21, 22, 24, 25, 29, 30, 32, 37, 39, 46, 54, 52, 58, 61, 62, 72, 74, 76, 78, 80, 83, 85, 94—806, 08—09, 13, 16, 19, 21, 32, 33, 37, 41, 44—46, 60, 61, 88, 93), Patrol Al. (3666, 80, 90, 94, 705, 13, 54, 64, 67), Pîrîianu Ion (3713, 24, 29, 39, 61, 62, 72, 78, 85, 96—98, 803—06, 08, 13, 22), Plotogea Mircea (3713, 24, 29, 39, 54, 61, 72, 78, 85, 96—98, 803—06, 08, 13, 32), Podeanu Tudor (3713, 21, 24, 29, 39, 52, 72, 78, 85, 96—99, 802—05), Pop Augustin (3683, 90, 93, 94, 99, 700, 05—08, 11, 13), Popescu C. Ioan (3713, 61, 72, 97, 98, 802—06, 08, 13, 21, 32), Precup I. Augustin (3713, 21, 24, 85, 93, 97—99, 802, 03, 05, 13, 21, 32), Rădulescu Viorel (3713, 24, 52, 59, 72, 78, 85, 93, 96—98, 802, 03, 05, 06, 18), Toboltoc Valerian (3711, 13, 24, 29, 38, 39, 62, 72, 78, 85, 96—98, 803, 05, 08, 13, 21, 22), Trestioreanu Const. (3713, 21, 24, 24, 29, 39, 54, 61, 78, 85, 97—99, 803, 05, 06, 13, 21, 32), Vlanga Florin (3705, 11, 13, 38, 39, 77, 78, 96, 98, 803, 05, 06, 21, 32), Voicu Eugenia (3713, 24, 29, 61, 78, 85, 97—99, 803, 05, 06, 08, 13, 32), Cl. XI. *Ene P. Dumitru* (3595, 98, 612, 18, 44, 51, 59, 71, 76, 88, 91, 92, 88, 700, 02—04, 06, 10, 13—18, 20, 22, 24—27, 29, 30, 33, 37—40, 44, 47, 53, 54, P), *Gheorghiu A. Neculai* (3650, 51, 57—59, 61, 62, 65, 71, 74, 79, 80, 83, 86, 90, 92—94, 99, 700, 05—07, 11, 13—18, 21, 24, 25, 29, 30, 32, 37—39, 52, 54, 61, 62, 64—68, 72, 74, 76, 78, 80, 83, 85, 90, 96—809, 13, 16, 19, 21, 30, 32, 33, 37), *Timuș M. Dan* (3617, 48, 49, 53, 57, 58, 60—62, 65—68, 70, 71, 74, 75, 78, 80, 89, 90, 94, 95, 98, 701, 05—09, 11, 13—18, 22, 24—26, 29, 33, 37—39, 44, P).

Ș.m.2 „A. Toma". Cl. VIII. Iacov Elena (E: 1355, 59, 60, 64, 74, 76, 78, 81, 87, 88), ȘandorSteliana (E: 1355, 59, 60, 64, 74—76, 78, 81, 87, 88). Cl. X. Botezatu Zoe (3769, 70, 90, 98, 801, 06, 07), Cl. XI. Ghițulescu Adrian (3778, 80, 85, 93, 98, 99, 803, 06, 08, 12, 13, 21, 32, 43, 44), Rusu Constantin (3642, 706, 22, 27, 33—36, 38—40, 42, 43, 48, 54, 57, 60, 61, 64—68, 78, 80, 85, 90, 91).

Școala de 7 ani nr. 1. Cl. VII. Leonte Filip (E: 1356, 78, 62, 65, 66, 67, 69, 70, 73, 79, 81, 84, 88, 89, 90, 92, 95).

Școala de 7 ani nr. 9. Cl. VII. Nicolae Silvia (E: 1355, 57, 58, 62, 65—67, 69, 73, 74, 79—81, 84, 86, 90—96).

Școala de 7 ani Halezi. Cl. VII. Cristudor N. Elena (E: 1381, 84—89, 92—96).

PUCIOASA (Ploești). Ș.m. 1. Cl. VII. Popa Tiberiu (E: 1355—57, 62, 65—67, 69, 72, 73, 80). Cl. VIII. Manea V. Ilie (3735, 57—59, 62, 64—67, 69, 73, 87, 88, 90, 93—95). Cl. IX. Bădoiu C. Ivana (3690, 713, 14, 23, 54, 58, 61, 64, 65, 67), Banu N. G. (3687, 90, 91, 94, 713, 23, 54, 58, 59, 82), Brașoveanu Gabriela (3690, 713, 41, 52, 54, 57, 58, 65, 90). *Diaconescu C. Radu* (3714—16, 22, 23, 32, 41, 46, 47, 52—54, 56—58, 61, 64, 65, 67, 68, 72, 80, 83, 89—91, 95, 96, 98—803, 06, 08, 13, 15, 21, 23, 32, 37, 39), Dragomir Filofteia (3690, 711, 13, 54, 56, 57, 65, 68, 90), Grigoriu Anca (3990, 713, 41, 52, 54, 56, 61, 65, 68, 90), Marin I. Victor (3690, 94, 711, 13, 14, 29, 39, 52, 54, 58, 59, 61, 72, 96), Marinescu N. Victor (3690, 94, 711, 13, 14, 34, 41, 52, 54, 56—58, 64, 65, 67, 68, 89—91), Popa I. Nicolae (3690, 706, 08, 11, 13, 14, 29, 34, 35, 41, 52, 54, 56—58, 64, 65, 67, 68, 90), Popescu Gh. (3690, 94, 713, 52, 61, 65, 68, 88, 90,

91), Radu A. Gheorghe (3713, 14, 21—23, 29, 32, 39, 47, 52, 54, 58, 61—63, 72, 80, 96, 98, 802, 04, 05, 08, 13, 30, 32), Savu O. Mihai (3705, 08, 11, 13, 34, 52, 54, 58, 90, 96), Sencovici Mihaela (3690, 713, 14, 23, 54, 57, 58, 61, 64, 65, 67, 68, 88, 90, 91), Şerban Longin (3690, 711, 13, 39, 54, 58, 59, 61, 67, 72, 90). Cl. X. Leotescu Grigore (3713, 32, 39, 43, 54, 56, 58, 65—67, 78, 80, 90, 96, 97, 802, 03, 05, 13, 21), Năstăsescu Const. (3721—23, 26, 27, 30, 32, 33, 37, 38, 47, 52, 53, 58, 60, 61, 63, 72, 74, 76—78, 80, 82, 85, 93, 94, 96, 97, P), *Niţă Constantin* (3713, 14, 22, 24, 25, 29, 32, 34—36, 39, 43, 54, 56—58, 61—68, 72, 78, 80, 85, 90—92, 96, 97, 801, 03, 05, 09, 13, 21, 30, 32, 37—39), Poşchină Ion (3732, 36, 39, 41, 43, 52, 56, 66, 67, 78, 80, 91, 96, 97, 803, 05, 13, 21, 48), Savu O. Mihai (3705, 08, 11, 13, 34, 52, 54, 58, 90, 96). Cl. XI. Manea G. Const. (3713, 32, 34, 41, 46, 47, 51—53, 58, 60—68, 78, 80, 85, 89, 90, 91, 96, 97).

RĂDĂUŢI. Ş.m.2. Cl. VIII. Drach Monica (3803, E: 1381, 83, 84, 86—88, 94, 95), Gottlieb Klara (3803, E :1381, 84—89, 92, 93, 95), Pînzaru M. (3802, E : 1381, 84—89, 92—95), Toniuc Vira (3803, E: 1381, 83, 84, 86—88, 94, 95).

92, 94, 630, 37, 54, 59, 61, 73, 74). Cl. XI.

REŞIŢA (Timişoara). Ş.m. 1. Cl. IX. Boiangiu A. Corneliu (3561, 75, 83, 87, 90, 92, Perianu Dan (3663, 88, 91, 97, 702, 18, 19, 58, 60, 61, 63, 69, 70, 78, 80, 82, 85, 94, 96—99, 801, 03, 05, 06, 19, 21, 22, 24, 32, 41, 45, 46).

RIMNICU SĂRAT. Ş.m.1 „Alexandru Vlahuţă". Cl. XI. Pascu Ion (3689, 94—97, 701, 12, 14, 23, 24).

Ş.m.2 „Ştefan-cel-Mare". Cl. X. Asanache G. Horia (3713, 14, 16, 25, 33, 38, 39, 47, 61, 72, 74, 80, 94, 96, 97, 800, 06).

RIMNICU VILCEA. Ş.m. „Nicolae Bălcescu". Cl. X. Fărtat C. Radu (3798, 99, 802—06, 08, 13, 15—17, 32, 33, 37, 42), Stănuşeanu I. Mihai (3734, 35, 42, 44, 54, 56, 58, 64—67, 78, 80, 84—86, 90—93, 95, 96, 803, 05). Cl. XI. *Apostoloiu A. Victor* (3622, 30, 35, 38, 39, 48, 50, 53, 54, 57, 66, 71, 76, 80, 90—96, 700, 01, 05—13, 15, 18, 23—27, 29, 39, 52), *Burghelea Dan* (3728—58, 60—68, P, N).

ROMAN. Cl. X. Cănilă C. Const. (698, 705—07, 13, 25, 35, 42, 54, 56).

ROŞIORII DE VEDE. Ş.m. „Tudor Vladimirescu". Cl. VIII. Nebunescu I. Alex. (3803, 32, E: 1367—69, 73, 75, 77, 79—81, 84, 88, 89, 95). Cl. XI. Breazu Ioana (3734, 36, 43, 56, 57, 64—68, 87, 88, 90, 91, 839, 40, 51).

SALONTA (Oradea). Cl. VII. Foica Livia (E: 1356, 58, 62, 64, 66—69, 73, 74), Rusu Maria (E: 1356, 58, 62, 64, 66—69, 73, 74). Cl. XI. Satmari Gh. (3713—17, 27, 32, 54, 78, 83, 96, 97).

SATU MARE. Ş.m. „Mihail Eminescu". Cl. X.Habenicht Ewald (3713—16, 18, 34, 36, 41—43, 48, 56, 57).

SIGHIŞOARA. Ş.m.1 Cl. X. Neagu Gh. (3756, 57, 64—68, 90, 91, 98, 803, 05, 25, 38, 39). Cl. XI. Costea Doina (3690, 93—96, 99, 701, 05—08, 11, 13, 18—20, 23, 24, 26, 39, 44, 58, 80, 85, 93, 99 ,803, 05).

ŞTEFĂNEŞTI (Piteşti). Cl. VIII. Liptac V. Florica (E: 1355—70, 72—74, 76, 78—80).

STREHAIA (Craiova). Cl. VII. Bosica Manuela (E: 1338, 62, 64—69, 72, 73, 79, 86, 89, 90), Ilie Ştefan (E: 1338, 62, 64—67, 69, 72, 73, 79, 80, 84, 86, 90, 95). Cl. VIII. Aniţescu Elisabeta (E: 1360—63, 65, 68—70, 73, 74), Constantinescu Ştefania (E : 1366—71, 73, 76, 78—80), Drăgoi Olguţa (E: 1366—74, 77—79), Fianu Virgil (E: 1338, 62, 64—69, 72, 73, 76, 79, 80, 90, 95), Nicola V. Petru (E: 1366—69, 71, 73, 76, 79, 80, 88, 89, 92).

SUCEAVA. Ş.m. 1 „Ştefan-cel-Mare". Cl. VIII. Sarohan Liviu (3713, 61, 72, E: 1357, 58, 64, 67, 69, 73, 74, 79).

TECUCI. Ş.m. 2. Cl. VII. Niculescu Petru (E: 1355, 57, 58, 62, 65—69, 72, 73, 79). Cl. VIII. Glavaschi Vasilica (3803, 82, E: 1366, 67, 69, 73, 74, 86—88, 90, 93—95).

TIMIŞOARA. Stud. Iorga P. Daniel (fac. mecanică) (3648, 50, 53,55—63, 65, 66, 68, 71, 80, 94, 95, 701, 05, 07—11, 29, 52).

Abs. Anuti I. Aurel (3713, 18—22, 29, 33, 52—54, 69, 70, 72, 81, 97—99, 801, 03, 05—07, 11, 16, 17, 41).

Ş.m. 1. Cl. X. Comşulea Corneliu (3648, 57, 58, 61, 80, 705, 13, 52), *Hiriş Viorel* (3690, 94, 98, 700, 05—07, 11, 13, 15, 17, 27, 34—36, 39, 47, 52—54, 56—59, 61, 62, 64—68, 72, 74, 76, 78, 86, 90, 91, 96, 97). Cl. XI. Skack Carol (3648—50, 59, 60, 61, 713, 21, 24—26).

Ş.m. 2. Cl. X. Hoffmann Ernst (3772, 78, 89—800, 03, 05—08, 12, 13, 16, 20, 32, 33, 41, 44—46), Fett Reinhold (3734—36, 41, 43, 56, 57, 64—68, 90, 91).

m.Ş. 3 „Eftimie Murgu". Cl. VI. Ciobanu Sergiu (E: 1355, 58, 62, 65—67, 72, 73, 75, 80).

Ş.m. 5. Cl. VIII. Breban Lucia (3803, E: 1364, 67, 69, 73, 81, 84, 87, 88, 95), Bîrlovan Vasile (3803, 05, E: 1381, 84, 87, 88, 92, 94, 96), Buda Aurel (3803, 05, E: 1381, 84, 86—90, 92, 94), Cătălina I. (3803, E: 1381, 84, 86—88, 92, 94, 95), Costi Ioan (E: 1381, 84, 86—88, 91, 92, 94), Cuzmanov Irinel (3803, 05, E: 1384, 86—90, 92, 94), Demeter Maria (3803, 05, E: 1381, 84, 86—89, 91—94), Gross Eva (3803, E: 1364, 67, 69, 73, 81, 84, 87, 88, 90, 92, 93, 95), Homeag M. Stelian (3803, E: 1384, 87—89, 92—94, 96), Ioviţă Viorica (3802, 05, E:

1381, 87, 88, 91, 92, 94, 96), Honigsberg Estera (3803, 05, E: 1381, 84, 86—88, 90—92), Popazu Florian (3803, 05, E: 1381, 84, 85, 87, 88, 91, 92, 94, 96), Scharf (3803, E: 1381, 84—88, 92—94), Schneider Edita (3803, E: 1364, 67, 69, 73, 84, 87, 88, 95), Schwartz Eva (3003, 05, E: 1384, 86—88, 91—94), Zală Stela (3603, 05, E: 1381, 84, 87, 88, 90, 92, 95), Wenkert Siegfried (3803, 05, E: 1384, 87—90, 92, 94, 96).

Ş.m. 7. Cl. VI. Klein Gabriel (E: 1366—69, 84, 86, 92, 93, 96). Cl. IX. Băleanu Corneliu (3705, 07, 11, 13, 25, 29, 52, 54, 58, 59, 61, 72, 96).

TIRGOVIŞTE. Ş.m. 3 „Nicolae Bălcescu". Cl. IX. Bujiga St. Nicolae (3690, 701, 12, 13, 24, 39, 52, 54, 85, 96, 803, 05, 12, 32, 43, 44). Cl. X. Brezeanu Florin (3622, 24, 25, 30, 35, 37, 38, 48—50, 54, 58—66, 71, 80, 712, 13, 18, 58, 60, 64, 69, 78), Dumitrică Aurel (3607, 11, 14—16, 62, 65, 71, 84, 86, 90—92, 94, 97, 701, 06, 12, 13, 17, 34—36, 43, 48, 51, 56, 57).

Ş.m. 2. Cl. VII. Marineanu Coman (E: 1331, 36, 37, 40, 42, 46, 48, 50—53, 58, 61, 63, 66—70, 72—75).

TIRGU JIU. Ş.m. 1 „Ecaterina Teodoroiu'. Cl. V. Bănică Marian (E: 1362, 66—68, 72, 73, 80, 84—86, 89, 90, 92—94).

Ş.m. 2. Cl. VIII. *Calistrate D. Ion* (3705, 67, 68, 90, 98, 803, 05, E: 1334, 37, 41—43, 48, 55, 57—60, 62, 64—67, 69, 70, 72—76, 78, 81, 83—96). Cl. IX. Sencovici Dan (3694, 705—07, 11, 13, 26, 27, 29, 61, 68).

Ş.m. 3. Cl. V. Băghină Constantin (3803, E: 1384, 88, 95). Cl. VIII. Ionescu C. Vladimir (3705, 06, E: 1355, 57, 58, 63—69, 72—75, 78—80). Cl. IX. Crivăţ M. Doina (3690, 94, 705, 14—18, 78, 85, 93, 94, 98, 99, 802, 03, 06, 13, 21, 24). Cl. X. Aniţescu I. Ion (3713, 20, 22, 39, 52, 78, 80, 85, 93, 94, 99, 802, 03, 05, 09, 13, 21, 24, 32, 42), Berca N. Mihai (3718, 20, 22, 24, 29, 52, 78, 80, 85, 93, 94, 99, 802, 03, 05, 13, 21, 24, 32), Cîrstoiu Gh. Ioan (3713, 18, 20, 22, 24, 39, 43, 57, 60, 64—66, 78, 85, 89, 90, 93, 94, 99, 803, 05, 09, 13, 24, 28, 32), Crivăţ Florian (3713, 17, 18, 20, 22, 24, 29, 60, 78, 80, 85, 93, 94, 99, 802, 03, 05, 09, 13, 24, 32, 41), Mangu Ion (3739, 52, 59, 802, 03, 05, 09, 13, 21, 32), Manta G. G. (3752, 80, 85, 93, 94, 803, 05, 13, 21, 24, 32), Maric S. Ioan (3712, 18, 20, 22, 28, 29, 52, 60, 80, 85, 94, 803, 05, 09, 12, 31, 32), Nicolau P. Dan (3718, 20, 22, 29, 39, 52, 64, 78, 80, 85, 93, 94, 99, 802, 03, 05, 13, 21, 23, 34, 41), Stăncioiu Ioan (3718, 20, 22, 23, 57, 67, 78, 80, 85, 90, 805, 13, 21), Stoenescu Haralambie (3713, 18, 20, 24, 29, 52, 60, 78, 80, 85, 93, 94, 99, 802, 03, 05, 13, 24, 32), Turcilă C. Alex. (3713, 18, 20, 22, 29, 52, 60, 78, 80, 85, 93, 94, 99, 802, 03, 05, 13, 21, 24, 32, 41), Vînătoru N. Dumitru (3713, 18, 20, 24, 52, 60, 78, 80, 85, 93, 94, 99, 802, 03, 05, 13, 21, 24, 32), Cl. XI. Amzuică P. Dan (3688, 90, 92—95, 701, 05—08).

TIRGU MUREŞ. Ş.m. „Unirea". Cl. VIII. Sola Viorica (E: 1355, 58, 62, 64, 66—68, 72—76, 78, 80, 87—89, 92—94).

TIRGU NEAMŢ. Cl. VIII. Gherşin Buzelu (E: 3790, E: 1355, 58, 59, 65—70, 72—75, 80, 90), Vigder Lică (E: 1357, 66, 67, 69, 70, 72—74, 80, 81, 84, 86, 87, 89, 90, 93). Cl. IX. Grimberg Raymond (3713, 53, 54, 59, 80, 98, 99, 801, 03, 05, 08, 32, 41).

TRUSEŞTI (Suceava). Cl. VIII. Iacob Odorica (3735, 68, E: 1355, 66, 67, 73, 81, 80, 84—89, 93). Cl. X. Silion G. Dumitru (3736, 57, 64, 65, 67, 68, 90, 98, 99, 803, 05, 21, 39). Cl. XI. Corodan Mihai (3736, 56, 57, 64, 65, 67, 68, 86, 90, 98, 803, 05, 10, 21, 39), Popovici E. Mihai (3726, 35, 36, 48, 51, 56, 57, 64, 65, 67, 90, 91, 98, 803, 05, 28, 38).

Abs. Mocanu H. Dumitru (3695, 96, 705, 07, 11, 14—16, 18—20, 22—24, 26, 27, 29, 32, 33, 37, 38, 44, 46, 47, 52—55, 60, 78, 80, 85, 93, 95, 97, P).

TULCEA. Ş.m. 1. Cl. XI. *Grădinaru Neculai* (3670, 75, 82, 91, 98, 712—21, 23, 27, 29, 32—44, 47, 48, 52—58, 60, 61, 63—70, 72, 74, 76—80, 83, 85—87, 89—91, 93—97, 99—807, 09—13, 16, 20, 21, 23—26, 28, 30, 32, 33, 35—39, 41—54).

TURDA. Ş.m. „Mihai Viteazu". Cl. VIII. Apostol Sdriana (E: 1355, 57, 64—67, 69, 72—76, 81, 85—88, 93), Filip G. Maria (3803, E: 1355, 56, 59, 64, 66, 67, 69, 70, 72—75, 84—87, 88), Păcuraru Liana (E: 1355—57, 59, 62, 64—69, 72—74, 85, 87, 88). Cl. X. Pop Valer (3713, 54, 72, 80, 803, 05, 13). Cl. XI. *Simpăleanu Marin* (3780, 83—85, 87, 88, 90, 616, 18, 49, 50, 53, 54, 57, 58, 60, 61, 63—67, 70, 71, 90, 94, 95, 97, 701, 05—08, 11, 13, 16, 18, 22, 26, 33, 39, 54, 60, 61, 72, 78, 85, 96).

TURNU MĂGURELE (Bucureşti). Cl. VII. Ghelu St. Pandele (E: 1366, 69, 73, 80, 99, 400, 02).

TURNU SEVERIN. Cl. XI, Atanasie Elena (3690, 94, 95, 700, 01, 05—09, 11, 18, 34—36, 41—43, 48, 54, 56, 57, 64—68, 86, 88, 90, 91), Roată Gh. Radu (3726, 34, 36, 48, 52, 54, 64, 66—68, 90, 91).

ŢINTEA (Ploeşti). Sondor Sterie Vasile 3764—68, 89, 90).

URZICENI (Bucureşti). Cl. XI. Simion G. (3778, 93, 98, 99, 803, 05—08, 10, 43, 44).

VASLUI. Abs. Lupu V. Ioan (3648, 54, 61, 63, 95, 709, 29, 54, 58, 65, 85, 802, 03, 05, 09).

ZELETIN (Bacău). Abs. Moraru Valentin (3716, 24, 26, 60, 78, 80, 85, 98, 99, 803, 04, 06—08, 13, 16, 30, 32, 41—44, P(.

ZLATNA (Hunedoara). Cl. XI. *Iacob Alexandru* (3713—15, 25—27, 32, 34—36, 39, 42, 43, 48, 54, 56—58, 61, 64—68, 72, 85, 88—92, 96, 98, 99, 901, 03, 04, 06, 16, 21, 25, 28, 32, 37—39, 41, 48, P).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Colaboratorii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Plicul va conține cel puțin 10 probleme de matematică și de fizică așezate în ordinea numerică. Soluții la problemele propuse pentru școala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o *notă* rezultată dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\|$, $\perp$, $=\|$, Tr., $\sim$, Δ, $*_*^*$, etc, iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații.

— La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, au dat mai multe metode de rezolvare sau generalizare.

Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică și de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a *„olimpiadelor de matematică și fizică"*, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experiență.

DATELE OLIMPIADELOR DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ 1960

ETAPA LOCALĂ la 21. II, matematica și 28 II, fizica.
ETAPA REGIONALĂ la 23 și 24 III, (primele două zile de vacanță).
ETAPA FINALĂ pe țară, la 24—27 aprilie (probe scrise și orale).

OLIMPIADA MICILOR MATEMATICIENI ȘI FIZICIENI 1960
pentru clasele V—VII

ETAPA PREGĂTITOARE (prin corespondență) pînă la 1 martie.
ETAPA RAIONALĂ la 10 aprilie.

ERATĂ. La problema 3932 în loc de CE se va scrie OE.
La soluția problemei 3601, pag. 48, se va adăoga $x > 3$.

— Autorii sînt rugaţi ca la întocmirea articolelor şi notelor să ţină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri şi pe o singură parte a foii, iar figurile să fie desenate îngrijit şi pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoţite şi de soluţii.

Autorul să semneze clar lucrarea ce trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa şi data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B nu vor fi publicate.

ABONAMENTE — Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R. primeşte abonamente începînd cu nr. 1/1960 la oricare din publicaţiile sale în următoarele condiţii:

Pentru instituţii, şcoli, biblioteci la preţul de lei 60 anual, pentru fiecare din periodicile sale (G.M.F.-A, G.M.F.-B, M.F.L. şi Bulletin Mathématique).

Pentru profesori şi elevi la preţul de lei 18 la G.M.F.-B şi M.F.L.; lei 36 pentru G.M.F.-A şi lei 60 pentru Bulletin Mathématique.

Costul abonamentelor se trimite prin mandat poştal pe adresa Societăţii de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R., la B.R.P.R. Filiala Lenin pentru contul 070.004, Bucureşti. Reclamaţiile de neprimirea revistelor vor fi făcute pe adresa sediului Societăţii, în str. Academiei nr. 14, Bucureşti I.

COLECŢII ŞI NUMERE DIN ANII PRECEDENŢI

Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R. posedă în depozit colecţii vechi din G.M.F.-A şi G.M.F.B, începînd din 1956, precum şi din Bulletin Mathématique de la apariţie.

Cititorii noştri îşi pot procura colecţii ca şi numere disparate, în felul următor:

a) pentru Bucureşti, depunînd banii la poştă prin mandat poştal pe numele Societăţii de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R., strada Academiei nr. 14, contul 0,70.004 la B.R.P.R. Filiala Lenin;

b) pentru cei din provincie, în aceleaşi condiţii ca mai sus, urmînd ca plata cheltuielilor de transport să fie făcută prin ramburs.

Preţul unui exemplar este de lei 3 pentru G.M.F.A, de lei 1,50 pentru G.M.F.-B şi de lei 15 pentru Buletinul Matematic.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R.

1. E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2. A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
3. N. N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4. P. S. ALEXANDROV	Introducere în teoria grupurilor.
5. I. S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6. GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților.
7. H. IONESCU	Calcule numerice.
8. A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9. A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
10. O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
11. ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12. F. I. ZIGHEL	Cometele.
13. S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14. V. ATANASIU	Structura materiei.
15. V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16. O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17. B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18. M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19. A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20. GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
21. A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22. N. STANESCU	Electronul.
23. V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24. G. N. BERMAN	Cicloida.
25. C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26. AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27. M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
28. C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii romîne.
29. I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.
31. C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura internă, originea și evoluția lor.
32. C. DRIMBA	Elemente de mecanică cerească.
33. C. IONESCU BUJOR	Elemente de transformări geometrice (I).
34. NICOLAE MILEA	Elemente de geomagnetism.
35. GH. A. CHIȚEI	Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.
36. G. PETRESCU	Cutremure de pămînt.
37. C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (II).
38. O. SACTER	Olimpiade matematice

Tipografia Învățământului, București — c. 2178. Lei 1,50

E 1426 10 IDT Selimb

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI martie 1960

3

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 3 — martie 1960

SUMARUL

pag.

1. *Zece ani de apariţie neîntreruptă a „Gazetei Matematice şi Fizice" seria B.* de *Prof. univ. Constantin Ionescu-Bujor* 129
2. *Perspective care se deschid tinerilor fizicieni* de *Acad. Eugen Bădărău* 132
3. *Mecanica vitezelor supersonice* de *Prof. univ. Caius Iacob* 135
4. *Rezolvarea unor inegalităţi* de *Prof. C. Ionescu-Ţiu* 148
5. *Aparat pentru măsurat grosimea firelor foarte subţiri* de *Prof. Haralambie Gorcea* 150
6. *Note matematice* de *C. V. Costăchescu şi Mircea Dan* 153
7. *Caleidoscop matematic* de *Eug. St. Iacob şi Silviu Guiaşu* 155
8. *Premiile „Gazetei matematice şi fizice" seria B pe anul 1959* 158
9. *Rezultatul întrecerii între şcolile medii din ţară privind activitatea extraşcolară a cercurilor de elevi la matematică şi fizică pe anul 1959* . 161
10. *Probleme rezolvate (3739; 3745; 3772; 3835; 3836; 3855; 3870; 3960; 3961; 3962)* 163
11. *Chestiuni de examen (4063 — 4072)* 173
12. *Probleme propuse (4073 — 4093)* 175
13. *Exerciţii şi probleme pentru şcoala de 7 ani (E: 1472 — E: 1482)* 178
14. *Rubrica rezolvitorilor de probleme* 180

ANUL XI **3** MARTIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu St.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI, nr. 3 martie 1960

ZECE ANI DE APARIŢIE NEÎNTRERUPTĂ A „GAZETEI MATEMATICE ŞI FIZICE" SERIA B

Prof. univ. CONSTANTIN IONESCU-BUJOR

Director General în Ministerul Învăţământului şi Culturii

Gazeta Matematică şi Fizică seria B împlineşte în martie 1960 zece ani de apariţie regulată.

Publicată de Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R., îndrumată şi sprijinită de Ministerul Învăţământului şi Culturii, Gazeta Matematică şi Fizică seria B are sarcina de a dezvolta pregătirea tineretului din şcolile medii, din şcolile tehnice şi din cele de 7 ani în domeniul matematicii şi fizicii.

„Cuvîntul înainte", publicat în primul număr al revistei, acum zece ani, jalonîndu-i drumul, arăta obiectivele importante pe care ea trebuie să le realizeze astfel:

„revista va fi un stimulent şi ajutor pentru viitorii tehnicieni, constructori ai socialismului în R.P.R. şi pentru viitorii oameni de ştiinţă ieşiţi din popor şi legaţi de năzuinţele poporului".

Putem afirma că îndrumătorii şi colaboratorii revistei s-au străduit şi au izbutit ca, an după an, să îndeplinească tot mai bine această sarcină, contribuind astfel la pregătirea tinerilor specialişti necesari economiei naţionale şi culturii.

Este cunoscută importanţa care se acordă studiului matematicii şi fizicii în şcoala noastră nouă, creată şi dezvoltată prin grija Partidului Muncitoresc Romîn. Temeinica însuşire a acestor două discipline are nu numai o însemnată pondere în procesul de educare a tineretului, în acela de formare a unei concepţii juste materialist-dialectice despre lume prin cunoaşterea şi înţelegerea ştiinţifică a fenomenelor naturii şi a legilor ei, dar dă acestui tineret şi elementele de bază necesare pentru supunerea forţelor naturii, pentru a le utiliza în folosul poporului muncitor.

Patria noastră are bogăţii naturale imense. Altădată aceste bogăţii serveau claselor exploatatoare autohtone şi străine, care realizau profituri uriaşe prin sudoarea clasei muncitoare. În anii regimului democrat-popular, poporul muncitor este stăpînul resurselor naturale ale ţării şi — sub îndrumarea partidului — dezvoltînd vertiginos industria, agricultura, şcoala, ştiinţa şi arta socialistă, îşi ridică necontenit nivelul material şi cultural de viaţă.

Dintr-o țară cu o industrie aproape inexistentă și cu o agricultură înapoiată, Romînia a devenit, datorită politicii înțelepte a Partidului Muncitoresc Romîn și muncii avîntate a poporului, o țară industrial-agrară cu o tehnică înaintată, în plină dezvoltare. Paralel, înflorește știința și cultura socialistă, dînd rod bogat.

Această primăvară plină de sevă sănătoasă și viguroasă a patriei noastre cheamă la muncă susținută tot mai multe forțe noi, specialiști în știință și tehnică din rîndul tineretului.

An după an răspund la această chemare noi contingente de tehnicieni, ingineri, agronomi, de fizicieni, matematicieni și chimiști, care cu un cald patriotism și cu elan se încadrează în rîndurile celor ce înfăptuiesc măreața operă de construire a socialismului.

Acești tineri trebuie să aibă și au o temeinică pregătire de specialitate, ceea ce implică multiple și adînci cunoștințe de matematică și fizică. De aceea școala noastră pune un accent deosebit pe studiul acestor discipline, folosind în acest scop atît programul obișnuit școlar, cît și activitatea extrașcolară din cercurile de elevi.

Pentru atingerea acestor obiective Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. a adus și aduce o contribuție însemnată prin întregul ei plan de muncă și mai ales prin publicarea celor două serii ale Gazetei Matematice și Fizice, prin publicarea lucrărilor din „Biblioteca Societății", prin organizarea Olimpiadelor de matematică și fizică pentru elevi și a concursurilor pentru studenți.

În acest cadru, Gazeta Matematică și Fizică seria B și-a orientat permanent conținutul, pentru atingerea obiectivului ce-i revenea. Ea a publicat un număr însemnat de articole de matematică și de fizică, menite să lărgească orizontul cunoștințelor elevilor în domeniile moderne ale acestor specialități, să completeze și să aprofundeze capitolele studiate la cursuri. Aceste articole formează în prezent o prețioasă colecție pentru studiul elevilor, un bogat material bibliografic pentru tematica cercurilor de elevi. Prin numeroase articole, Gazeta Matematică și Fizică a fost prezentă în ansamblul activității de educare patriotică a elevilor. Revista s-a preocupat și se preocupă continuu de popularizarea realizărilor științei și tehnicii sovietice, realizări care situează U.R.S.S. pe primul loc în lume.

De asemenea revista conține articole în care se prezintă viața și opera oamenilor de știință și ale tehnicienilor romîni.

Trebuie să subliniem faptul că, legarea materialului teoretic de aplicațiile lui practice apare des în paginile revistei. În această privință rubrica „Să construim cu mijloace proprii modele și aparate de fizică", care se publică din anul 1952, este exemplul cel mai potrivit.

Gazeta Matematică și Fizică stimulează și formarea deprinderii de cercetare teoretică la elevi, publicînd rezultatele mai interesante ale muncii lor de început în rubricile „Note Matematice" sau „Probleme și exerciții propuse".

Dar aportul cel mai însemnat al revistei constă în educarea spiritului de muncă independentă al elevilor prin rezolvarea problemelor propuse. Gazeta matematică și fizică, seria B, a publicat în cei 10 ani de la apariție, peste 4000 probleme propuse de matematică și de fizică și peste 1450 exerciții pentru clasele V—VII.

Mii de elevi din toate colțurile țării și-au lărgit cunoștințele rezolvînd numeroase probleme, și-au exersat capacitatea de organizare a gîndirii redactînd și trimițînd revistei soluțiile acestor probleme. La rubrica rezolvitorilor de probleme, care cuprinde 10—16 pagini din volumul fiecărui număr, întîlnim numele elevilor din orașe și din sate, din școli cu tradiție și din școli noi. Aici se întîlnesc într-o frumoasă întrecere elevi ai școlilor din Anina, Baia Mare, Reșița, Petroșani, elevi ai școlilor din București, Cluj, Constanța, Iași, Ploești și Timișoara, elevi din Hunedoara, Cîmpia Turzii, Simeria, Moreni etc.

De asemenea sînt rezolvitori de probleme elevi din școlile tehnice: de la grupul școlar „I. Rangheț" din București, de la școala profesională auto din Craiova, școala horticolă Dragomirești din Vale, școala profesională de construcții din Iași sau grupul școlar electroputere din Craiova etc.

Aceste date demonstrează faptul că preocuparea pentru ridicarea nivelului de pregătire la matematică și fizică cuprinde atît școlile de cultură generală, cît și pe acelea care formează muncitori sau tehnicieni.

Este foarte interesant, cititorule, să urmărești această bogată rubrică a rezolvitorilor de probleme. Ea îți lărgește considerabil, cunoștințele privitoare la geografia școlilor. Astfel afli că la Novaci în regiunea Craiova, la Ianca (Galați) și la Bolintinul din Vale în regiunea București, la Măcin, Fetești, Fierbinți, Plenița — localități în care pe timpul regimului burghezo-moșieresc o mare parte din populație era analfabetă, acum nu numai că funcționează școlii medii, dar elevi ai acestor școli depășesc cadrul obligațiilor școlare și sînt rezolvitori de probleme la Gazeta matematică și fizică.

Se mai constată de asemenea că într-un mare număr de școli, cadre didactice bine pregătite și cu tragere de inimă dintre care numeroși tineri formați în anii regimului democrat-popular, se pricep să cultive la elevii lor dragostea de muncă și interesul pentru matematică și fizică.

Studiul rubricii rezolvitorilor de probleme, ca și examinarea celorlalte rubrici ale Gazetei matematice și fizice seria B, poate duce la concluzii de orientare și pentru organele de îndrumare și control ale școlilor.

Gazeta matematică și fizică, seria B este o revistă vie, interesantă și prin aceea că ea dă elevilor o serie de îndrumări și informații de actualitate, utile și de orientare, cum sînt: problemele propuse la concursurile de admitere în învățămîntul superior, problemele propuse la olimpiade, recenzii de cărți, informări asupra activității unor cercuri de matematică, fizică etc.

Revista se adresează maselor de elevi, fapt care rezultă din tirajul ei ridicat. Ca exemplu, arătăm că în anul 1958 tirajul a fost de 16 000 exemplare.

Sîntem astfel, îndreptățiți să ajungem la concluzia că Gazeta matematică și fizică, seria B își încheie cei 10 ani de la apariție cu un bilanț pozitiv.

Considerăm însă, că activitatea revistei poate și trebuie să fie încă îmbunătățită. Astfel, vor trebui găsite metode pentru ca numărul elevilor

care lucrează la revistă să fie mărit. Vor trebui lichidate întîrzierile cu care apar unele numere ale „Gazetei". De asemenea este necesar să fie întărită legătura cu practica, prin materialele ce se publică.

La intrarea în cea de-a doua decadă de apariție, urăm Gazetei noastre, noi succese în realizarea sarcinilor importante care îi revin!

PERSPECTIVE CARE SE DESCHID TINERILOR FIZICIENI

Acad. EUGEN BĂDĂRĂU

Fără îndoială că în ultimele decenii fizica a început să joace un rol din ce în ce mai mare. În momentul de față, putem spune cu toată hotărîrea, că științele fizice ocupă primul loc între celelalte științe ale naturii. De altfel,această afirmație figurează și în hotărîrea istoricului Congres al XXI-lea al Partidului Comunist al Uniunii Sovietice în care principalele sarcini ale științei sînt definite în felul următor: „Locul de frunte în științele naturii îl ocupă științele fizice, de a căror dezvoltare în bune condițiuni depinde progresul științelor înrudite și al economiei naționale.

Perspectivele de viitor ale progresului tehnic — în prezent — sînt determinate în primul rînd, de realizările obținute în principalele direcții de studii ale științelor fizice".

Această afirmație nu are un caracter local, ci universal.

În patria noastră desfășurăm în mod rapid, construirea unei vieți noi, socialiste, mai drepte, mai frumoase. Realizările mărețe obținute pînă acum în industrie și agricultură dovedesc, pe de o parte munca plină de avînt care se desfășoară sub îndrumarea permanentă a partidului și guvernului, în uzine și pe ogoare, iar pe de altă parte dovedesc rolul important al tehnicii înaintate, rolul pe care știința îl are în dezvoltarea producției, cînd ea este legată de practică, de viață.

În dezvoltarea economiei noastre naționale o contribuție însemnată revine și cercetărilor din domeniul fizicii. În consecință este necesar să avem cît mai multe cadre de fizicieni bine pregătiți din punct de vedere teoretic și experimental. De aceea s-a planificat, pentru ca în scurtă vreme, adică în decurs de numai cîțiva ani, numărul studenților de la Facultatea de Matematică și Fizică să crească considerabil (numai la Facultatea de matematică și fizică de la Universitatea „C. I. Parhon" din București, numărul lor trebuind să ajungă în această perioadă la aproape 3000).

Se pune întrebarea: Care sînt problemele cele mai importante din fizica modernă?

Răspunsul este că, cele mai importante probleme ale fizicii moderne sînt problemele de fizică nucleară, problemele semiconductorilor, problemele de spectroscopie etc.

Aceste probleme au o deosebită importanță și pentru țara noastră. De exemplu, noi avem un mare institut de fizică atomică cu sute și sute de fizicieni; la acest institut există un reactor cu uraniu care furnizează diferiți izotopi radioactivi. În ultimul timp, izotopii încep să joace

un rol din ce în ce mai mare.Cu ajutorul lor se pot verifica calitățile unor produse, ei ușurează forajul în industria petroliferă, ei sînt de mare importanță în medicină, biologie, chimie etc.

Aplicarea în practică a izotopilor în mod just și cu succes, nu poate fi făcută însă, decît de fizicieni și tehnicieni care s-au specializat în acest domeniu. Cîteodată, necesitatea cere ca anumite operații să fie făcute de oameni care nu sînt strict de specialitatea respectivă. Indiferent de capacitatea omului, rezultatele date de el nu vor fi însă la înălțimea așteptărilor, experimentatorului lipsindu-i tocmai baza respectivă de specailitate. Avînd în vedere răspîndirea izotopilor în multe și multe domenii este evident că va fi nevoie de un număr tot mai mare de fizicieni și tehnicieni în specialitatea respectivă.

Acesta este numai un exemplu de perspectivele care se deschid tinerilor fizicieni în viitoarea lor carieră.

Dar și celelalte institute de cercetări științifice din domeniul fizicii, urmînd directiva de a dezvolta fizica mai departe, vor trebui să-și lărgească mereu activitatea și va fi nevoie de crearea unor noi institute de cercetare științifică din domeniul fizicii, cît și din domeniul aplicațiilor acesteia.

Aceasta înseamnă iarăși necesitatea unui numeros lot de tineri fizicieni care sub conducerea unor oameni experimentați în domeniul fizicii, să participe la cercetarea științifică și să devină la rîndul lor, cercetători iscusiți în fizică.

Dar cîte domenii nu mai sînt unde fizicienii trebuie să joace un rol important!

Să luăm de exemplu, analiza spectrală făcută științific, cu mare precizie și cu justă interpretare a rezultatelor obținute. Numai executată în acest fel, analiza spectrală va fi de folos — și — acest lucru nu-l poate face decît un fizician cu o bună pregătire în specialitate.

Unde nu-și găsește azi aplicații analiza spectrală!

În metalurgie — ramura atît de importantă a industriei noastre — analiza spectrală ajută la obținerea de oțeluri de bună calitate; de aceea, în uzinele respective se organizează din ce în ce mai multe și mai bine utilate laboratoare de analiză spectrală. În foarte multe laboratoare de chimie, biologie, medicale, s-a introdus acum analiza spectrală care permite o ușoară identificare și justă dozare a componentelor din substanțele ce se studiază, permite să se constate influența unor factori exteriori asupra acestor substanțe și să se tragă multe și importante concluzii teoretice.

Dacă industria noastră chimico-farmaceutică a reușit în ultimii ani să prepare unele medicamente de mare importanță, aceasta se datorește în bună parte, ajutorului dat de spectroscopiștii noștri atît sub aspect experimental cît și teoretic. (Acesta este cazul penicilinii, hepavitului, diamoxului etc.).

Aceste cîteva exemple arată cît de mare este importanța analizei spectrale pentru economia națională, cît de vast este cîmpul de activitate al fizicienilor cu specializare în spectroscopie.

Alt exemplu care ilustrează necesitatea formării de noi cadre de fizicieni, este acela al ultraacusticii.

Multe probleme stau în fața fizicienilor acusticieni din țara noastră. Construcția sălilor de concerte și conferințe care să corespundă cerințelor moderne, cere cu insistență participarea acusticienilor pentru controlul acusticii acestor săli. În perioada în care trăim, caracterizată prin construcții masive de locuințe pentru poporul muncitor, fizicienii acusticieni aduc și vor aduce din ce în ce mai mult aportul lor, astfel încît confortul acestor locuințe să fie complet (ne referim aci la izolarea fonică a locuințelor necesară pentru a asigura oamenilor muncii odihna binemeritată după munca lor).

Deci, în institutele de proiectări este neecsar un număr mare de acusticieni care să lucreze la găsirea și experimentarea substanțelor absorbante de sunete din materii prime care se găsesc la noi în țară și care să fie și ieftine.

Electronica, un alt capitol modern al fizicii, își găsește din ce în ce mai multe aplicații la noi în țară. Construcția tuburilor și aparatelor electronice, a izvoarelor luminiscente ce ornează atît de frumos Capitala noastră și litoralul Mării Negre, cere în procesul ei de producție. participarea tot mai activă a fizicienilor și tehnicienilor cu o bună pregătire în domeniul electronicii; — și aci este nevoie de un număr mare de cadre de specialitate.

În fine, un capitol extrem de important al fizicii moderne, care interesează foarte mult economia țării noastre, este problema semiconductorilor. Cum se știe, semiconductorii substituie în bună parte tuburile electronice, ei fiind cu mult mai mici, mai rezistenți și mai ieftini. Automatizarea, care se introduce pe scară tot mai largă la noi cere, pentru o rapidă dezvoltare a ei, utilizarea semiconductorilor. Se urmărește confecționarea semiconductorilor existenți (pe bază de germaniu și siliciu), pentru obținerea unor proprietăți superioare și găsirea unor semiconductori de compoziție nouă mai potriviți pentru anumite scopuri.

Deci, este nevoie de cercetări teoretice și experimentale în acest domeniu atît de important pentru economia națională. În acest scop s-a creat și se crează la noi în țară institute noi și diferite unități și colective, ceea ce cere iarăși un lot numeros de fizicieni.

Cum se știe, în școlile medii care au acum 11 clase, se dă o atenție deosebită învățămîntului fizicii, mai ales în clasele superioare. Pentru a evita în viitor unele deficiențe datorite slabei pregătiri a unor elevi în domeniul fizicii, elevi care se prezintă apoi la examenul de admitere în învățămîntul superior cu o pregătire insuficientă este absolut nevoie a se întări puternic învățămîntul fizicii în școala medie. Pentru aceasta, este nevoie în primul rînd ca profesorii de fizică să se perfecționeze necontenit, să-și desăvîrșească măestria pedagogică, să lege cît mai strîns teoria de practică, deoarece numai în acest fel se vor putea obține rezultatele cele mai bune în pregătirea temeinică a tineretului patriei noastre.

★

Din aceste puține exemple expuse mai sus, se vede clar rolul important ce revine fizicii în țara noastră, precum și necesitatea unui foarte mare număr de fizicieni și tehnicieni cu o bună pregătire. De aceea, nu este de mirare numărul mare de fizicieni planificat pentru facultățile de

fizică și matematică. Criteriul adoptat de forurile răspunzătoare, că locurile de fizicieni să fie ocupat numai de fizicieni, este un criteriu imperativ care nu permite nici o abatere, pentru că progresul adevărat al științei și tehnicii nu poate fi obținut decît în aceste condiții. În fața tineretului nostru care va intra în facultățile de fizică și matematică, se deschid perspective mărețe de muncă, de creație științifică, de participare directă, masivă și de o deosebită importanță pentru construirea socialismului la noi în țară.

MECANICA VITEZELOR SUPERSONICE

Prof. univ. CAIUS IACOB
membru corespondent al Academiei R.P.R.

După definiția clasică a marelui matematician Leonhard Euler (1707—1783), mecanica este știința mișcării expusă analitic. Euler este primul care utilizează în mod explicit calculul diferențial și integral ca instrument de cercetare în mecanică.

Principiile de bază ale mecanicii au fost descoperite în secolul al XVII-lea de Galileo Galilei (1564—1642) și Isaac Newton (1642—1727).

Galilei a dedus din experiențe simple, precum și din analiza fenomenului căderii corpurilor la suprafața pămîntului, noțiunea de accelerație; el a enunțat principiul inerției, după care materia nu poate pierde prin ea însăși impulsul ce i se comunică, precum și principiul condițiilor inițiale, conform căruia mișcarea unui mobil nu este determinată numai prin cunoașterea poziției inițiale — cum pretindeau scolasticii — ci și prin aceea a vitezei inițiale.

Newton este acela care a precizat din punct de vedere matematic, cele trei principii de bază ale mecanicii: a) principiul inerției, b) legea care exprimă că forța este egală cu produsul dintre masă și accelerație și c) principiul acțiunii și reacțiunii. La acestea se mai adaugă principiul compunerii forțelor după regula paralelogramului.

În acest cadru Newton și-a clădit mecanica sa, în mod deductiv, adoptînd ipoteza fecundă a atracției universale. Această ipoteză, tradusă în lege matematică precisă, este fructul unei îndelungate meditări și al unei geniale asimilări între fenomenul căderii corpurilor la suprafața pămîntului și mișcarea Lunii în jurul Pămîntului, ipoteză justificată de curînd în mod strălucit pe cale experimentală prin lansarea primilor sateliți ai pămîntului, din Uniunea Sovietică.

Ipoteza atracției universale l-a condus pe Newton la găsirea, numai prin calcul, a valorii accelerației gravitației, în bun acord cu valoarea găsită experimental de Galilei. Acest rezultat care constituie primul din seria marilor succese înregistrate de mecanica newtoniană, revine în fond, la determinarea numai din laborator, cu ajutorul unor experiențe la planul înclinat, a razei pămîntești. El arată că geniul uman a reușit să obțină prin legea atracției universale, o adevărată cheie a tainelor universului.

Pentru stabilirea în mod rațional, a bazelor mecanicii și pentru obținerea primelor ei rezultate deduse ca o consecință logică a principiilor, Newton a fost condus la crearea unui instrument de lucru de o deosebită eficacitate. Acesta este calculul diferențial și integral, o minunată descoperire a minții omenești, care, independent de Newton, a fost obținută și de Leibniz în aceiași epocă.

Cu ajutorul acestui calcul Newton a deschis cele mai variate perspective de dezvoltare mecanicii. El a pus problema de bază a mecanicii cerești: descrierea mișcării sistemului planetar al Soarelui, a creat teoria potențialului, a studiat mișcarea corpurilor în medii rezistente, a pus problema figurilor de echilibru relativ ale corpurilor cerești în rotație, a prevăzut prin calcul că Pămîntul este turtit la poli, a studiat fenomenul mareelor și în fine, s-a ocupat de mișcările fluidelor și de problema rezistenței hidrodinamice, adică de legea care exprimă rezistența pe care o opune aerul unei plăci în mișcare.

Rezultatele lui Newton, expuse în „Principia" — opera sa fundamentală, din anul 1687, sub o formă definitivă, au constituit punctul de plecare al operei marilor mecanicieni ai secolelor al XVIII-lea și al XIX-lea, printre care menționăm pe Mac Laurin, L. Euler, D. Bernoulli, Jean Le Rond D'Alembert, J. L. Lagrange, P. S. Laplace, A. L. Cauchy, H. Helmholtz, Kirchhoff, Jacobi, Hamilton — savanți care au clădit monumentalul edificiu al mecanicii clasice. Mecanica clasică este prima știință a naturii care a îmbrăcat o haină matematică în așa măsură încît să poată fi considerată astăzi, ca un capitol al matematicii. Mecanica prin dezvoltarea ei, a servit de exemplu și altor științe ale naturii: ca optica, electricitatea, căldura, fizica atomică, chimia-fizică — care au înregistrat succese epocale începînd din epoca matematizării lor.

Unul dintre capitolele cele mai importante ale mecanicii îl formează mecanica fluidelor, care cuprinde statica fluidelor și dinamica fluidelor.

În timp ce statica fluidelor (sau hidrostatica) se poate considera ca fondată în antichitate de către Arhimede, dinamica fluidelor formată din hidrodinamică și aerodinamică, adică știința care descrie fenomenele de mișcare ale lichidelor și gazelor, n-a putut să se dezvolte decît după precizarea de către Newton a principiilor de bază ale mecanicii. Încercări de studiu în hidrodinamică și aerodinamică au existat și înainte de Newton, dar ele au fost toate sortite eșecului din cauza necunoașterii legilor dinamicii în general. În special, atenția omului a fost atrasă încă din antichitate, de zborul păsărilor. Problema zborului cu aparate mai grele decît aerul este astfel străveche și mitologia amintește de încercările lui Dedal și Icar; în Evul mediu se menționează planurile călugărului Roger Bacon (1214—1294), supranumit „doctor mirabilis et profundus", iar în epoca modernă, avem experiențele și încercările lui Leonardo da Vinci (1452—1519). De pe atunci se punea marea problemă a rezistenței pe care o opune aerul corpurilor în mișcare.

Alături de Newton, ca pionier al mecanicii fluidelor trebuie socotit Daniel Bernoulli (1700—1782), cunoscutul matematician elvețian, membru al Academiei din Petersburg. D. Bernoulli a publicat primul tratat de mecanica fluidelor în 1738, sub titlul „Hydrodinamica". Leon-

hard Euler (1707—1783) — tot elvețian de origină și care se găsea la Petersburg încă din 1727 și a fost un timp, locotenent de vas în flota rusă și apoi director al Academiei de științe creată încă de Petru cel Mare — a adus complemente importante operei prietenului său Daniel Bernoulli, la fundarea hidrodinamicii.

Euler fixează în general, ecuațiile de mișcare ale fluidelor. Matematicianul J. Le Rond D'Alembert (1717—1783), adaugă acestor ecuații pe aceea a continuității, care exprimă din punct de vedere matematic, conservarea masei.

Ecuațiile de mai sus se raportă la fluidele ideale, adică la acelea pentru care nu există frecare între straturi în timpul mișcării.

În prima parte a secolului al XIX-lea, prin contribuțiile deosebit de importante ale lui A. L. Cauchy (1784—1857) și Navier (1785—1836) se ajunge la formularea ecuațiilor de mișcare ale fluidelor reale, adică a fluidelor în care se ține seama de frecare între straturi.

În felul acesta, matematicienii au reușit să aibă la îndemînă condensate sub formă de ecuații cu derivate parțiale, legile de bază ale mișcării fluidelor. Problema care se punea de acum înainte era doar rezolvarea acestor ecuații cu anumite condiții la frontierele mișcării. Apelul la experiență nu mai era necesar decît pentru compararea rezultatelor teoretice cu realitatea.

Dar rezolvarea ecuațiilor lui Newton reprezintă o spinoasă problemă matematică și ea n-a putut fi dusă la bun sfîrșit decît în prea puține cazuri, chiar dacă aceste ecuații au fost înlocuite prin altele simplificate de către Stokes și Oseen.

De aceea, matematicienii au fost nevoiți să utilizeze tot ecuațiile fluidelor ideale. Însă lucrînd cu aceste ecuații, mult mai ușor de mînuit din punct de vedere matematic și care conduc la multe rezultate utile, matematicienii s-au ciocnit de o dificultate principială gravă. După cum a arătat încă J. Le Rond D'Alembert în 1752, în teoria fluidelor perfecte așa cum a fost concepută de D. Bernoulli și L. Euler, corpurile în mișcare de translație într-un fluid nu întîmpină nici o rezistență la înaintare și nici nu avem o forță de sustentație. Dar această constatare teoretică era în totală contrazicere cu legile experimentale ale lui Newton care stabileau — în cazul plăcilor plane existența unei rezistențe normale la placă, proporționale cu aria plăcii, cu patratul vitezei de deplasare și cu densitatea aerului, adică:

$$R = k \varrho s v^2.$$

Faptul paradoxal semnalat de D'Alembert a constituit o piedică serioasă pentru cercetătorii în hidrodinamică și aerodinamică și de atunci, scopul principal al lor a fost tocmai găsirea unei explicații raționale a fenomenului de rezistență la înaintare și de sustentație, care să fie în acord cu experiența, înlăturîndu-se paradoxul.

Este sigur că paradoxul lui D'Alembert este datorit în primul rînd, neglijării vîscozității fluidelor reale. S-a crezut mult timp, că aceasta este unica sa cauză. Dar teoria fluidelor vîscoase n-a putut nici ea explica în întregime, chiar în cazuri simple, fenomenul rezistenței; în 1917 chiar, s-a dovedit că paradoxul lui D'Alembert subzistă și la fluidele vîscoase dacă se adoptă unele ipoteze de regularitate a mișcării. Este

meritul lui H. Helmholtz (1821—1894) de a fi constatat că ecuațiile fluidelor ideale pot fi utilizate în scopul elucidării, măcar parțiale, a fenomenului de rezistență, dacă se ține seama de felul direct în care apare viscozitatea în vecinătatea corpului în mișcare, perturbînd mișcarea fluidului în jurul său prin formarea de vîrtejuri. Helmholtz a imaginat o primă schemă hidrodinamică, care să conducă, în cadrul teoriei matematice a fluidelor ideale, la o rezistență efectivă la înaintarea corpurilor. Totuși concordanța cu datele experimentale nu era bună.

Alte teorii care să țină seama de prezența viscozității au fost imaginate de atunci încoace. Teoria stratului limită a lui L. Prandtl, care utilizează ecuațiile fluidelor perfecte cu excepția unui strat subțire în vecinătatea corpului unde se aplică ecuațiile fluidelor viscoase, a putut explica rațional anumite fenomene hidrodinamice.

Totuși, problema rezistenței hidro și aerodinamice „disperata enigmă a principiilor mișcării fluidelor" — cum o numea B. de Saint Venant, se punea cu cea mai mare acuitate la sfîrșitul secolului al XIX-lea, cînd introducerea motorului cu abur și apoi a celui cu explozie, deschidea alte perspective problemei sborului decît pe timpul lui Leonardo da Vinci.

Se cunosc încercările de zbor ale lui A. F. Mojaischi (1882), Clement Ader (1889—1897), Otto Lilienthal, Traian Vuia, O. Chanute, frații Wright, Santos—Dumont etc. Încercările acestea erau bazate în primul rînd, pe eroismul și perseverența acestor pionieri ai aviației. Teoria aerodinamicii, în afară de faptul de a fi pus la dispoziție ecuațiile de mișcare ale unui corp solid, n-a contribuit decît prea puțin la progresul zborului pînă în 1905. De la această dată însă, situația s-a schimbat radical, în bună parte datorită contribuției unui aerodinamician genial N. E. Jukovski (1847—1921), profesor la Universitatea din Moscova.

N. E. Jukovski a urmărit cu atenție, încercările precursorilor aviației și a făcut felurite experiențe. El a studiat diferitele evoluții posibile în zbor, a cercetat aparatul lui Lilienthal și cauzele morții acestuia. În 1902 Jukovski construiește primul tunel aerodinamic pentru cercetări experimentale asupra rezistenței și sustentației avioanelor, iar în 1905, ca rezultat al cercetărilor sale teoretice și experimentale, el enunță legea simplă, dar genială a circulației în jurul aripei, ceea ce i-a asigurat celebritatea. Legea lui Jukovski exprimă faptul că sustentația aripei în mișcare este proporțională cu viteza aripei, cu densitatea aerului și cu circulația în jurul ei. Această lege joacă un rol de bază în aerodinamică. Circulația în jurul aripei provine din detașarea de vîrtejuri din bordul de fugă și este un efect al viscozității. Legea lui Jukovski conduce la rezultate în bun acord cu experiența și a permis apoi lui L. Prandtl să dea o teorie a rezistenței la înaintare și a sustentației de o mare eficiență pentru aripile de avion. Pe scurt, Legea lui Jukovski a permis „Calculul avioanelor".

La începutul aviației, aripile care se întrebuințau erau rectangulare. Jucowski are meritul de a fi arătat că aripile curbate prezintă avantagii mai mari și el a dat tot în cadrul teoriei fluidelor ideale, o metodă pentru construirea de profile aerodinamice cît mai favorabile permițînd

o scurgere satisfăcătoare a firelor fluide pe aripă, în vederea micșorării rezistenței la înaintare.

Teoria profilelor de aripi a fost mult dezvoltată între anii 1906—1922 de către S. A. Ciaplighin (1863—1941), colaboratorul cel mai apropiat al lui Jukovski.

Progresul rapid al aviației este datorit în cea mai mare parte dezvoltării teoriei matematice a profilelor și posibilităților de calcul al avioanelor, precum și dezvoltării tehnicii. Vitezele avioanelor au variat apreciabil în decursul timpului. Încă în 1910 recordul de viteză era de 106 km/oră; în 1913 el atinsese 204 km/oră, ca apoi în 1923, să se înregistreze 417 km/oră, iar în 1928 chiar 512 km/oră.

Creșterea aceasta a vitezelor începea să pună noi probleme atît teoreticienilor cît și constructorilor. Pe de o parte, constructorii de motoare au contribuit să realizeze motoare tot mai puternice, iar pe de altă parte ei au trebuit să sporească finețea aripilor și să le construiască din materiale ușoare dar rezistente, să renunțe la sistemul de biplane, care comportă hobanaje exterioare, ce măresc rezistența și în fine, să imagineze trenul de aterizare escamotabil.

Necesitatea construirii de avioane tot mai rapide a produs un reviriment și în preocupările de bază ale mecanicii fluidelor. Ea a dat un impuls deosebit, mecanicii subsonice și mecanicii supersonice, despre care vom vorbi acum.

Teoriile de bază ale aerodinamicii erau încă fondate pe ipoteza incompresibilității aerului. Această ipoteză aduce o considerabilă simplificare matematică a ecuațiilor.

Legătura care există între presiunea p și viteza V a unei particule fluide este dată în cazul ipotezei că aerul este incompresibil, de relația lui Bernoulli:

$$\frac{p}{\varrho} + \frac{1}{2}V^2 = \text{constant},$$

ϱ fiind densitatea, iar p, presiunea.

Dacă însă, vitezele sînt mari nu mai este legitim să considerăm aerul ca incompresibil. Fizica impune ca între presiunea p și densitatea ϱ să adoptăm o lege de compresibilitate, care în cazurile cele mai uzuale, este legea lui Poisson, care spune în termeni obișnuiți, că presiunea aerului este proporțională cu o anumită putere a densității sau invers, că densitatea este proporțională cu o anumită putere a presiunii.

În acest caz, ecuațiile de mișcare atrag consecința ca, atît presiunea, cît și densitatea, să depindă de viteza la patrat. Or, un calcul simplu arată că relația aceasta nu diferă mult de aceea a lui Bernoulli din cazul fluidului incompresibil, dacă raportul dintre viteza V și viteza sunetului este mai mic ca $1/2$. Cum viteza sunetului este de aproximativ 1200 km/oră rezultă că este necesar să se țină seama de influența compresibilității cu începere de la viteze de ordinul de mărime de 600 km/oră.

Se înțelege deci, dece s-a ivit prin anii 1928—30, necesitatea considerării compresibilității în calculul aerodinamic. În acest sens, H. Glauert și L. Prandtl au elaborat o metodă de calcul aproximativ, foarte utilă, și care permite să se folosească rezultatele din domeniul incompresibil cu ajutorul unor factori de corecție. Totuși, se simțea nevoia

unei soluții exacte care să pună în evidență aspectul fenomenului mecanic pentru diferitele scări de viteză. Or, în anul 1931—32, în cursul său de la Sorbona, profesorul H. Villat, acest mare animator în hidrodinamică, a atras atenția asupra faptului că toate elementele unei astfel de teorii au fost stabilite încă cu treizeci de ani înainte de către savantul rus S. A. Ciaplighin, într-o teză de doctorat susținută la Universitatea din Moscova în anul 1902 și care se poate spune, a fost dată uitării. În teza de doctorat a lui Ciaplighin, care este acum universal cunoscută, se dau fundamentele unei metode matematice de studiu a mișcării gazelor, metoda hodografică și se dau primele soluții exacte. Cercetările lui Ciaplighin au arătat clar necesitatea deosebirii mișcărilor gazelor în trei categorii distincte: mișcările subsonice, mișcările supersonice și mișcările transsonice, ca urmare a aspectului matematic diferit al ecuațiilor ce le reprezintă. Deși cercetări matematice asupra unor mișcări particulare ale gazelor au fost efectuate încă cu mult înainte de Ciaplighin, de către marele matematician german Riemann, din Göttingen, (1863), cu care prilej acesta a dezvoltat teoria ecuațiilor de tip hiperbolic, totuși interesul pentru studiul mișcărilor supersonice era redus din cauză că în aerodinamică vitezele întîlnite nu depășeau pînă în 1930, după cum am văzut, nici jumătate din viteza sunetului.

Cum vitezele avioanelor erau mai ales în faza de început a aviației între 50—200 km/oră se înțelege dece teza lui Ciaplighin părea în epoca 1902, de interes pur teoretic și dece cercetările acestui mare învățat n-au găsit continuatori pînă în 1933. Poate că nici Ciaplighin însuși nu și-a dat seama de importanța reală a lucrării sale, deoarece el n-a mai revenit asupra ei, ci s-a mărginit la dezvoltarea aerodinamicii în domeniul fluidelor incompresibile.

Metodele lui Ciaplighin lăsau la o parte o clasă de mișcări supersonice, anume mișcările prin *unde simple*. Or, s-a întîmplat faptul remarcabil, că aceste mișcări au fost considerate cu totul independent de școala de hidrodinamică din Göttingen de sub conducerea lui L. Prandtl (1907—1908). Lucrările lui Steichen, Th. Meyer consacrate dinamicii gazelor au condus de asemenea la separarea mișcărilor în subsonice și supersonice, iar ecuația dată de Steichen a servit ca punct de plecare a metodelor directe pentru studiul acestor mișcări. Ea a fost reluată pentru mișcări subsonice de către O. Jansen (1913) și Rayleigh (1916), iar pentru mișcări supersonice de J. Ackeret (1930), care au simplificat-o în mod convenabil.

Ajunși la acest punct al expunerii se impune încercarea de a prezenta în mod cît mai simplu, dar cît mai sugestiv, deosebirea ce există între mișcările subsonice și cele supersonice.

În aer, care este un fluid compresibil, perturbațiile de presiune provocate într-un punct de presiune p și densitate ϱ se transmit cu viteza sunetului c.

În cazul cînd avem o sursă de perturbare punctuală S plasată într-un curent de aer și care se deplasează rectiliniu și uniform cu viteza W_0 plecînd din punctul P_0, unde se află la momentul $t = 0$, atunci perturbările se propagă în aer cu viteza sunetului c și locul punctelor atinse de perturbare la momentul t este sfera de centru S și cu raza ct.

Astfel, după o secundă, S se află în S' la distanța W_0 de P_0, iar sfera de rază c conține în interior pe P_0, dacă W_0 este mai mic decît c. După 2 secunde, S se află în S'' la distanța de $2W_0$ de P_0, iar locul punctelor atinse de perturbare este sfera de centru S'' și cu raza $2c$ etc. (fig. 1).

Perturbarea se propagă în toate direcțiile și cu timpul poate să

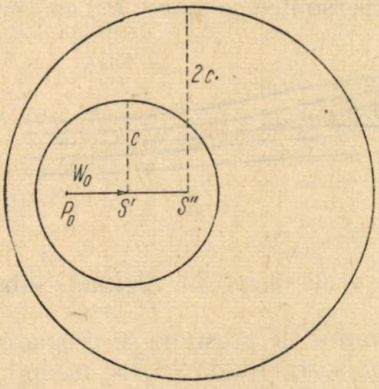


Fig. 1.

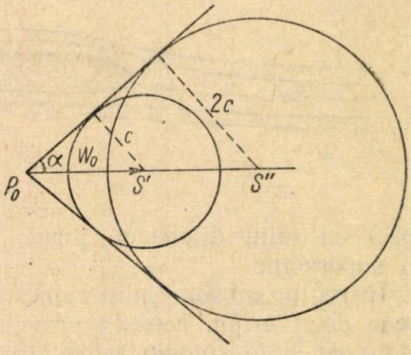


Fig. 2.

atingă orice punct din spațiu. Din contră, dacă W_0 este mai mare decît c, atunci avem cazul din figura 2.

Sferele cu centrele S', S'',... nu pot ieși din interiorul unui semi-con cu vîrful în P^o — care se numește conul lui Mach — avînd ca semi-deschidere unghiul α dat de

$$\sin \alpha = \frac{c}{W}.$$

Urmează că punctele exterioare ale acestui semi-con nu sînt atinse de perturbare.

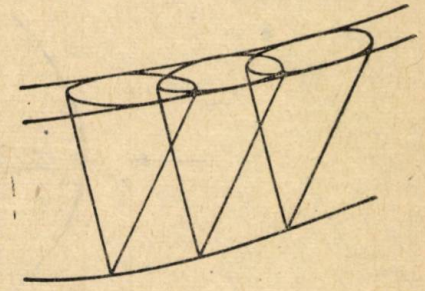


Fig. 3.

Deosebirea profundă dintre aceste două cazuri este de înțeles. In primul caz, sursa de perturbare se deplasează mai încet decît perturbările pe care ea le produce, de aceea acestea se pot extinde pe tot fluidul; în cel de-al doilea caz, sursa de perturbare se deplasează mai repede decît perturbațiile și acestea, antrenate de curent, nu mai pot să se propage în tot fluidul, ci numai într-o anumită zonă.

Dacă în loc de a avea o sursă de perturbare punctuală avem o curbă, loc de surse de perturbație, care are o mișcare de translație supersonică W_0, regiunea în care se întind perturbațiile este înfășurătoarea conurilor lui Mach cu vîrful pe această curbă, avînd axele paralele cu W_0 (fig. 3).

În aerodinamică problema de bază este aceea a mișcării unui corp, de exemplu a aripei sustentatoare în aer. Dacă mișcarea este o translație uniformă, revine la același lucru a presupune că aripa stă pe loc, iar curentul de aer vine din sensul opus cu aceiași viteză.

Constatările de mai sus se pot enunța atunci, sub forma a trei legi simple: 1° legea semnalelor interzise, după care perturbația de viteze cauzată de corpul ce se mișcă supersonic nu poate să ajungă în punctele situate în fața corpului, 2° legea zonei de acțiune, după care perturbarea din fiecare punct se transmite în semi-conul lui *Mach* corespunzător, 3° legea de concentrare a acțiunii, după care acțiunea perturbării de presiune este concentrată în semi-conul lui Mach.

Teoria matematică a mișcărilor supersonice conduce la mișcări de

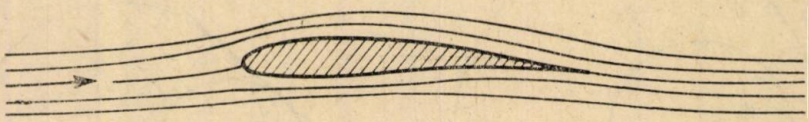


Fig. 4.

aspect cu totul diferit în jurul profilelor de aripi în regimul subsonic sau supersonic.

În regim subsonic, din cauză că variațiile de presiune se propagă mai repede decît aripa, aceasta provoacă o mișcare fluidă în tot mediul, atît în față cît și în spatele aripei. Fluidul este oarecum avertizat de un post telegrafic misterios, să facă loc aripei care trece. Aspectul mișcării relative a aerului în jurul aripei presupuse fixe este atunci cel din figura 4.

Din contră, în cazul mișcării supersonice perturbațiile produse de prezența aripei nu se pot propaga în toate direcțiile, ele fiind antrenate

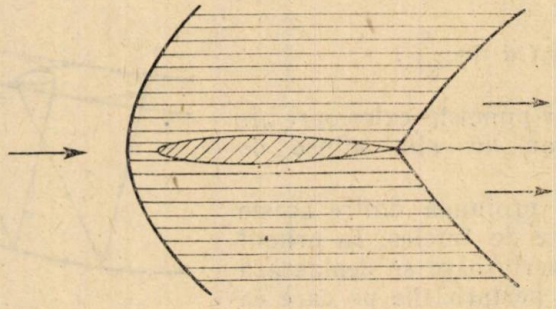


Fig. 5.

de curentul care vine spre aripă cu o viteză mai mare. Astfel zis, considerînd aripa în mișcare în fluid, cu o viteză supersonică, știrile telegrafice ale postului nostru misterios nu au timp să avertizeze trecerea bolidului; particulele de aer nu au timp să se dea la o parte și să-i facă loc, căci acesta trece mai repede decît perturbațiile pe care le produce. De aceea aceste perturbări nu se mai transmit în fața corpului și avem de considerat o înfășurătoare a conului Mach de pe bordul de atac al aripii sau chiar o linie de șoc, care poate fi puțin detașată. Alura mișcării relative a aerului față de aripă este indicată în fig. 5. Zona de perturbare este zona hașurată.

Metodele de studiu ale mișcării supersonice se bazează pe teoremele de racordare ale mișcărilor din diferitele zone de perturbare. Un rol special îl joacă în această teorie, mișcările prin *unde simple*, care se produc prin racordarea cu mișcările uniforme din amontele profilului. Aceste mișcări, numite și mișcări de tipul Prandtl-Meyer, au proprietatea că în zona în care ele au loc există o familie de drepte numite linii Mach, în lungul cărora avem aceiași viteză.

Să considerăm ca exemplu, cazul cînd avem un curent supersonic de aer, care este limitat de un perete orizontal și de un perete înclinat

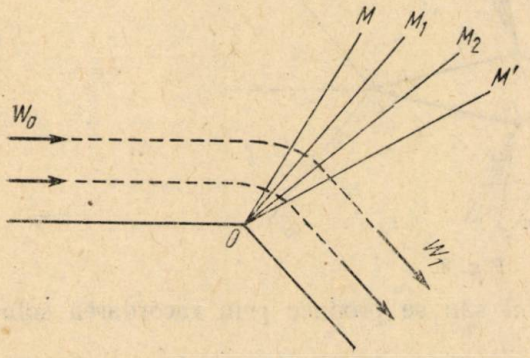


Fig. 6.

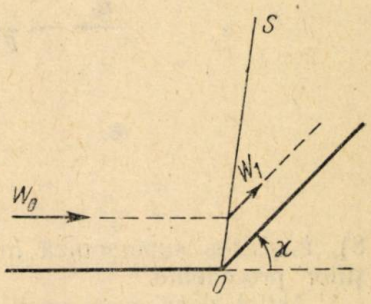


Fig. 7.

față de acesta, așa ca în secțiune să avem un cot ascuțit spre fluidul în mișcare (fig. 6). Curentul de aer care vine din amonte, cu viteza supersonică W_0 este perturbat de prezența vîrfului O. Avem o linie Mach care pleacă din acest punct (mai bine zis, în spațiu o înfășurătoare de conuri Mach) și apoi, mișcarea se racordează cu alta în care vitezele sînt diferite de la o rază la alta (de exemplu, OM_1, OM_2,...) dar așa fel că pe fiecare avem aceiași viteză. Curentul este astfel, deviat și se ajunge la o rază OM' pe care vitezele sînt egale și paralele cu noul perete. Noua viteză W_1 este mai mare decît W_0 și ei îi corespunde o presiune p_1 mai mică decît presiunea p_0 din amonte. Avem cum se mai spune, o *detentă în evantai*.

Construcția grafică a acestor scheme este posibilă datorită unor teoreme simple, pe care nu este cazul să le redăm aici.

Lucrurile se petrec cu totul altfel, dacă al doilea perete face cu primul un cot obtuz de curent (fig. 7). Construcția precedentă nu mai este valabilă căci traiectoriile particulelor de aer construite după regula precedentă, s-ar încăleca unele pe altele. Acesta este cazul cînd se produce *unda de șoc*. Unda de șoc este o linie OS de salt de viteză, de presiune, de densitate și de temperatură, de-a lungul căreia viteza își schimbă aproape brusc direcția și trece la o direcție paralelă cu noul perete.

Determinarea liniei de șoc precum și a variațiilor de presiune, densitate, viteză și temperatură se face prin aplicarea ecuațiilor generale ale mecanicii. Este de observat că în cazul acesta, avem de-a face cu o mărire a presiunii, deci cu o compresiune, fluidul fiind brusc com-

primat spre perete, ceea ce aduce o mărire a densității, o scădere a vitezei și o creștere a temperaturii.

Construcția precedentă este valabilă numai dacă unghiul al doilea al pereților, χ, nu depășește o anumită valoare. În caz contrar, linia de șoc se detașează și vine mai în amonte, ea încetează să mai fie rectilinie.

Odată aceste scheme studiate, ele pot fi aplicate și în cazuri mai generale. Astfel, dacă avem un profil de aripă de formă poligonală (fig.

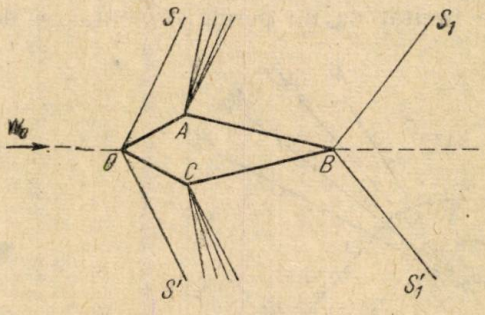


Fig. 8.

8), mișcarea supersonică în jurul său se produce prin racordarea soluțiilor precedente.

Astfel, dacă avem profilul de secțiune $AOBC$ simetric față de direcția vitezei în amonte, totul se întîmplă ca și cum am avea un perete orizontal

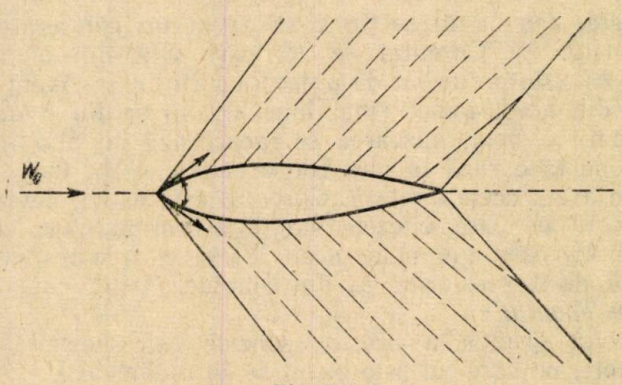


Fig. 9.

paralel cu W_0, ceea ce ne dă apoi, din cauza peretului OA, un șoc de compresiune pe linia OS și la fel unul pe linia OS'. Avem apoi, în jurul lui A, o detentă în evantai, la fel alta în jurul lui C, după care urmează un șoc de compresiune pe linia BS_1 și la fel, pe linia BS_1' și în spate vitezele se racordează devenind din nou o paralelă cu axa de simetrie. Zona de perturbare produsă de aripă, poate fi astfel precis determinată și metoda de cercetare se aplică la fel și în cazul profilelor curbe, printr-o trecere la limită.

Astfel, pentru un profil curb biconvex (fig. 9) simetric față de direcția vitezei supersonice, avem generalizarea cazului precedent. Detenta în evantai este înlocuită prin aceea corespunzătoare faptului că fiecare

punct al profilului este un vîrf de evantai, ceea ce atrage faptul că pe liniile Mach ieșite din fiecare punct al profilului, viteza este aceeași și variază numai de la linie la linie.

Dacă însă unghiul *COA* (fig. 8), sau unghiul semitangentelor la profilul curb depășește o anumită valoare, atunci unda de șoc din față se detașează și devine curbă. Aspectul mișcării este cel dat de figura 10 și tratarea problemei este mai complicată. Mișcarea este în acest

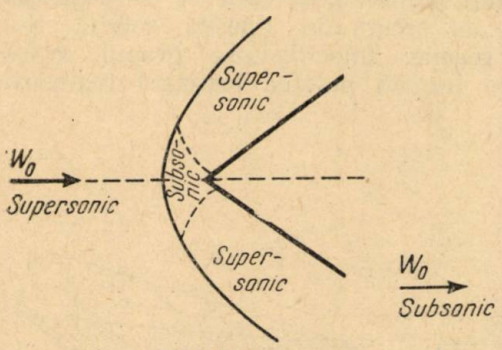


Fig. 10.

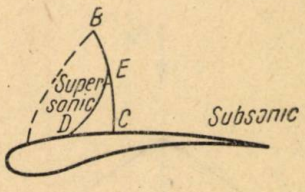


Fig. 11.

caz, transsonică, deoarece ea comportă regimuri de viteze supersonice și regimuri de mișcări subsonice. În tot ce precede, am presupus că viteza în amonte este supersonică.

Dacă viteza W_0 în amonte, este subsonică, atunci mișcarea în jurul profilului poate fi în întregime subsonică pentru W_0 destul de mic sau poate fi transsonică, dacă viteza W_0 depășește o viteză critică. Cazul mișcării subsonice poate fi tratat prin metodele lui C i a p l i g h i n; cazul mișcării transsonice este mai complicat și el face încă, obiectul cercetărilor teoretice ale aerodinamicienilor. Vom menționa în acest sens, pe F. J. F r a n k l, binecunoscutul cercetător sovietic din orașul Frunze, care a publicat recent, importante lucrări asupra mișcărilor transsonice. În cazul acesta, pe aripă se formează o zonă de viteză supersonică care comportă prin revenire la mișcarea subsonică, o linie de șoc *BC*, care poate fi precedată în zona supersonică, de o linie de șoc *ED* (fig. 11), formînd o linie de șoc în formă de λ.

Astfel de regiuni pot să apară și dedesubtul aripei. Savanții sovietici S. A. H r i s t i a n o v i c i, G. F. B u r a g o și I. M. S e r e b r i s k i au întreprins numeroase studii asupra undelor de șoc în formă de λ și asupra felului cum se repercutează prezența lor, asupra rezistenței la înaintare și asupra forței de sustentație.

În timp ce la viteze mici, pentru care se poate neglija compresibilitatea aerului, rezistența la înaintare este proporțională cu pătratul vitezei, la viteze mai mari, datorită compresibilității, ea este mai mare decît pătratul vitezei. Creșterea rezistenței necesită o sporire a puterii motorului, dar acest fapt tot nu este suficient de la un moment dat în colo, deoarece elicea începe să dea randament mai slab și tracțiunea pe care o dă nu mai poate învinge rezistența la înaintare R. Coeficientul de rezistență la înaintare $k = \frac{R}{\varrho s v^2}$, care depinde și de raportul adimensional

V/c dintre viteza avionului și viteza de propagare a sunetului crește brusc de îndată ce V/c trece de la valorile 0,7—0,8 și ajunge la un maximum cam la valoarea 1,1 după care scade puțin păstrînd o valoare mai mare ca la vitezele subsonice, datorită apariției undelor de șoc.

În ansamblu, variația caracteristicilor aerodinamice ale aripei este de cele mai multe ori defavorabilă, atunci cînd viteza depășește viteza critică.

Pentru a evita aceste dificultăți, constituind ceea ce se numește bariera sunetului, aerodinamicienii au recurs la diferite soluții. S-a început utilizarea propulsiei prin reacție, înlocuindu-se grupul motopopulsor clasic care nu mai putea furniza puterea necesară realizării

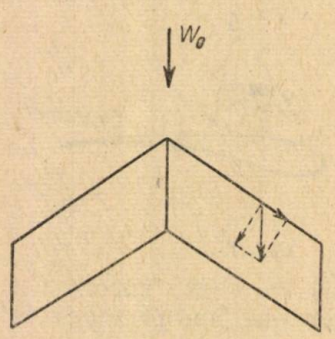


Fig. 12.

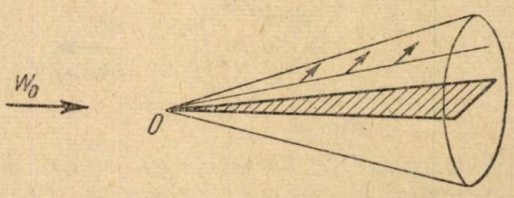


Fig. 13.

marilor viteze. Recordul de viteză de 760 km/oră realizat în 1946 de un avion propulsat prin reacție, ar fi necesitat utilizarea a două motoare clasice de 7500 CP, în timp ce motoarele folosite curent la acea dată, nu depășeau 2500 CP. Datorită turboreactoarelor întrebuințate și care cîntăreau mai puțin de 1700 kg în loc de 7500 kg, cît ar fi fost necesar pentru motoarele cu combustie internă, soluția problemei a fost obținută.

Pentru a evita inconvenientele apariției undelor de șoc pe aripă s-a căutat să se determine o majorare a vitezei critice. Aceasta s-a obținut prin subțierea profilelor de aripă, ceea ce însă pune probleme de construcție mai delicate. Pe de altă parte, această sporire a vitezei critice s-a obținut și prin înlocuirea aripilor rectangulare prin aripi în formă de săgeată. În acest caz, viteza W_0 a curentului de aer se descompune într-o componentă normală la aripă și una în lungul ei (fig. 12). Numai cea normală determină apariția undei de șoc, însă cum ea este mai mică decît W_0, viteza critică ar fi mai greu de atins chiar cu viteze W_0 mai mari.

Cu ajutorul aripilor în formă de săgeată, care pot avea o grosime mai mare, se pot obține construcții rezistente, dar ele au dezavantajul că se adaptează mai greu dispozitivelor necesare de hipersustentație la aterizare, ceea ce necesită să aibă o suprafață mai mare.

O idee nouă utilizată în tehnica aeronautică pentru cazul vitezelor supersonice este aceea a aripilor în formă de delta (Δ) de mică înclinare față de W_0.

Teoria aerodinamică a acestor aripi a fost începută în 1943, de către A. Busemann și a fost făcută în diferite țări ca U.R.S.S., S.U.A. etc.

Primele cercetări de aerodinamică supersonică inițiate în țara noastră de autorul acestor rînduri, s-au raportat tot la acest fel de aripi.

Teoria aripilor în formă de Δ este făcută plecînd de la ipoteza lui A. Busemann, că în interiorul conului Mach al vîrfului (fig. 13) pe fiecare rază avem o viteză constantă în lungul ei, dar variind de la o rază la alta. Mișcările de acest gen sînt denumite mișcări conice. Aripile în formă de Δ pot fi destul de subțiri, deoarece ele se prind de fuselaj pe o lungime mare și deci li se poate asigura rezistența necesară. Totuși, ele necesită o mare suprafață deoarece nu li se pot aplica cu rezultate bune, dispozitive hipersustentatoare și aterizarea la viteze acceptabile, suficient de mici, impune ca suprafața, care figurează în expresia rezistenței și a portanței, să fie destul de mare.

Problema aceasta a asigurării hipersustentației la aterizare fără mărirea suprafeței aripii, deci lăsînd ca sustentația la vitezele mari să fie datorită numai vitezei și nu factorului suprafață, a făcut de altfel, obiectul unei cercetări recente ale lui L. Malavard și a colaboratorilor săi în Franța, ale lui Davidson în Anglia și ale lui N. Patraulea în țară la noi. Studiul teoretic al mișcărilor transsonice și supersonice a permis astăzi aviației să realizeze mari succese. Prin adoptarea unor forme aerodinamice potrivite, prin reducerea suprafeței portante și prin înlăturarea rezistențelor pasive, în fine, prin utilizarea propulsiei prin reacție, vitezele avioanelor au sporit mult. Astăzi, bariera sunetului este depășită, iar vitezele record au ajuns să fie de ordinul a 1800 km/oră.

Avioanele de pasageri echipate cu turboreactoare construite de aerodinamicianul sovietic Tupolev, după ultimele date ale științei, realizînd viteze de croazieră de 800 km/oră, ne dau o imagine reală a ceea ce va fi navigația aeriană în a doua jumătate a secolului nostru.

La aceste progrese, aproape de neînchipuit, care vor schimba fața lumii și vor apropia desigur și mai mult pe oamenii diferitelor continente într-o colaborare pașnică, nu s-ar fi putut ajunge în chiar 50 de ani de existență a aviației, fără stadiul înalt de dezvoltare a matematicii și fără contribuția decisivă a mecanicii vitezelor supersonice, pe care urmașii lui Euler, Lagrange, Cauchy, Jukovski și anume teoreticieni ca Ciaplighin, Prandtl, Ackeret, Karman și alții au clădit-o. Teoriile mecanicii supersonice și experiențele la care au condus ele, au călăuzit ca un far luminos realizările epocale în acest domeniu, în care teoria și practica au fost și vor fi tot mai mult legate.

BIBLIOGRAFIE

1. N. S. Arjanikov — V. N. Maltev, Aerodinamică, Ed. Tehnică, 1954.
2. Caius Iacob, Introducere matematică în mecanica fluidelor, Ed. Acad. R.P.R., 1952.
3. Caius Iacob, „Jukovski și Ciaplighin, fondatori ai Aerodinamicii." „Gazeta matematică și fizică" seria A, vol. IV, nr. 10, 1952.

REZOLVAREA UNOR INEGALITĂŢI

Să rezolvăm inegalitatea $E(x) \geqslant 0$, unde $E(x)$ este produsul unor polinoame de x sau cîtul a două polinoame.

Notăm $E(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$, unde fracţia $\frac{P(x)}{Q(x)}$ este *ireductibilă*, adică $P(x)$ şi $Q(x)$ nu au divizori comuni. În acest caz $E(x)=0$ cînd $P(x)=0$.

Mai putem scrie $E(x)=\frac{P(x)\cdot Q(x)}{[Q(x)]^2}$. Numitorul fiind acum pozitiv pentru orice valori reale ale lui x, inegalitatea $E(x)>0$ este aceeaşi cu inegalitatea $P(x)\cdot Q(x)>0$.

Presupunem polinoamele $P(x)$ şi $Q(x)$ descompuse în factori lineari sau în trinoame de gradul II cu rădăcinile imaginare conjugate.

Exemplu. Fie inegalitatea:

$$(2x+5)(3x-2)x^5(x-2)^3(x+1)^7(1-x)^9(x+3)^4(x+2)(x-3)^5\cdot$$
$$(4-x)(x^2+2x+2)^3(4x^2+1)(-1+x-x^2)^5(x^2+x+1)>0$$

Pentru oricare valori reale ale lui x, expresia $(x+3)^4$ este mereu pozitivă; iar expresiile x^5, $(x+1)^7$, $(1-x)^9$, $(x-3)^5$, $(x^2+2x+2)^3$ şi $(-1+x-x^2)^5$ au respectiv aceleaşi semne ca expresiile x, $(x+1)$, $(1-x)$, $(x-3)$, (x^2+2x+2) şi $(-1+x-x^2)$.

Expresiile (x^2+2x+2), $(4x^2+1)$, $(-1+x-x^2)$ şi (x^2+x+1) egalate cu zero formează ecuaţii cu rădăcini imaginar conjugate, iar aceste expresii păstrează mereu *acelaşi semn* cu coeficientul lui x^2, pentru orice valori reale date lui x. Astfel $(-1+x-x^2)<0$ pentru orice valoarea a lui x cuprinsă între $-\infty$ şi $+\infty$; iar expresiile: (x^2+2x+2), $(4x^2+1)$ şi (x^2+x+1) sînt mereu pozitive. Împărţind inegalitea cu $(-1+x-x^2)$, se schimbă sensul inegalităţii.

Inegalitatea propusă este astfel verificată de aceleaşi valori ale lui x ca şi inegalitatea următoare:

$$(2x+5)(3x-2)x(x-2)(x+1)(1-x)(x+2)(x-3)(4-x)<0$$

Schimbînd semnul factorilor $(1-x)$ şi $(4-x)$, obţinem:

$$y=(2x+5)(3x-2)x(x-2)(x+1)(x-1)(x+2)(x-3)(x-4)<0$$

Egalînd cu zero fiecare factor, partea 1-a a inegalităţii se anulează de 9 ori, respectiv pentru următoarele valori ale lui x:

$$-\frac{5}{2},\ \frac{2}{3},\ 0,\ 2,\ -1,\ 1,\ -2,\ 3 \text{ şi } 4.$$

Partea 1-a a inegalităţii notată cu y este o funcţie continuă de x, iar egalată cu zero formează o ecuaţie cu rădăcini simple. Aşezînd aceste rădăcini *în ordinea lor crescîndă*, în intervalul de la $-\infty$ la $+\infty$, obţinem pentru cele 9 rădăcini, următoarele 10 *intervale*:

$$\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right);\left(-\frac{5}{2},-2\right);$$

$$(-2,-1);\ (-1,0);\left(0,\frac{2}{3}\right);\left(\frac{2}{3},1\right);\ (1,2);\ (2,3);\ (3,4) \text{ şi } (4,+\infty)$$

În fiecare din aceste intervale funcția y păstrează același semn, iar în intervalele vecine funcția y schimbă de semn, rădăcinile fiind simple.

Prin urmare, este suficient să cunoaștem semnul lui y cînd x ia o valoare într-unul din intervale. De exemplu pentru $x = -5$ funcția y este negativă deoarece toți cei 9 factori sînt negativi, de asemenea în intervalul $(4, +\infty)$ pentru $x = 5$ toți factorii fiind pozitivi avem $y > 0$.

Inegalitatea propusă fiind verificată pentru $y < 0$, urmează că valorile lui x care satisfac inegalitatea, sînt cuprinse în intervalele:

$$\left(-\infty, -\frac{5}{2}\right);\ (-2, -1);\ \left(0, \frac{2}{3}\right);\ (1, 2) \text{ și } (3, 4).$$

Se observă că pentru $x = \infty$, adică in intervalul $(4, \infty)$, funcția y este pozitivă toți factorii fiind pozitivi, ceea ce se verifică.

Observare: Cunoscînd semnul funcției y în fiecare din intervale, graficul funcției

$y = x\,(2x+5)\,(x+2)\,(x+1)\,(3x-2)\,(x-1)\,(x-2)\,(x-3)\,(x-4)$, este:

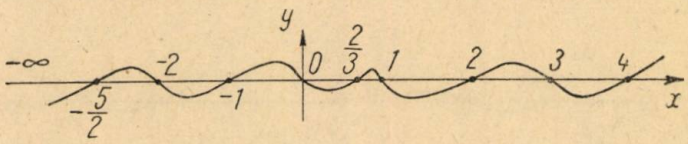


Fig. 1.

Aplicație. a) Pentru *reprezentarea grafică* a funcției

$$y = \frac{(2x+5)\,x\,(x-1)\,(x-2)\,(x-3)}{(x+2)\,(x+1)\,(3x-2)\,(x-4)}$$

ținem seama de următoarele constatări:

Curba taie axa xx' în punctele de abscisă: $-\frac{5}{2}$, 0, 1, 2 și 3.

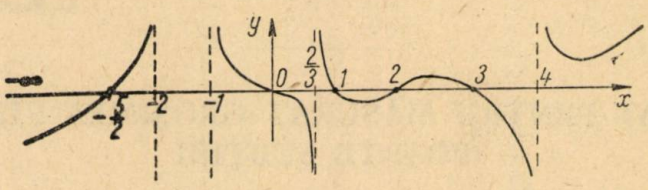


Fig. 2.

Curba admite *asimptote paralele cu axa oy* care trec prin punctele de abscise -2, -1, $\frac{2}{3}$ și 4 unde funcția este *discontinuă*.

După cum am văzut în exemplul precedent, semnul lui y este cunoscut în fiecare interval, astfel curba va fi *deasupra axei xx'* în

intervalele $\left(-\frac{5}{2}, -2\right)$; $(-1, 0)$; $\left(\frac{2}{3}, 1\right)$; și $(4, +\infty)$ și *dedesubtul axei xx'* în celelalte intervale (spre sensul negativ al axei *y y'*).

În desen se vede numai mersul curbei, care poate fi îndreptat prin calculul valorilor lui y în diferite puncte ale intervalelor, ca de exemplu: pentru $x = -4; -3; -1{,}5; -0{,}5; 1{,}5; 2{,}5; 3{,}5; 5$. Astfel pentru $x = -1{,}5$ obținem $y = -\frac{1890}{143}$; pentru $x = 1{,}5$ obținem $y = -\frac{72}{875}$; iar pentru $y = 2{,}5$ obținem $y = \frac{50}{693}$.

După cum se vede în grafic curba admite *maxim* în intervalul $(-2, -1)$ și în intervalul $(2, 3)$; iar în intervalele $(1, 2)$ și $(4, +\infty)$ admite cîte un *minim*.

b) *Fie funcția* $y = \frac{(x+2)(x+1)x(x-3)(x-4)}{(2x+5)(3x-2)(x-1)(x-2)}$.

Semnul lui y este același ca în exemplul precedent în intervalele considerate.

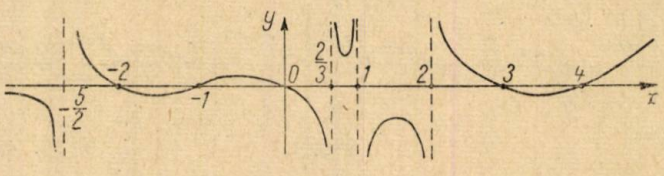


Fig. 3.

Ținînd seama că valorile lui x care anulează numărătorul sînt valorile absciselor punctelor unde curba traversează axa *xx'* și că valorile lui x care anulează numitorul dau punctele de discontinuitate, *curba reprezentativă* (fig. 3) are *minim* în intervalele $(-2, -1)$; $\left(\frac{2}{3}, 1\right)$; $(3,4)$; iar *maxim* în intervalele $(-1, 0)$ și $(1, 2)$.

C. Ionescu-Țiu

APARAT PENTRU MĂSURAT GROSIMEA FIRELOR FOARTE SUBȚIRI

Aparatul constă dintr-un plan înclinat cu baza b fixă și cu înălțimea h variabilă (fig. 1). Firul de măsurat cu grosimea d se așază transversal pe planul înclinat oprind să se rostogolească o bilă cu diametrul D.

Ridicînd progresiv planul înclinat, în momentul cînd verticala centrului de greutate al bilei trece în afara centrului firului acesta se rostogolește peste fir. În acel moment, măsurînd înălțimea h a planului înclinat se deduce diametrul firului.

Notînd cu R raza bilei și cu r raza firului, de pe figura 2 se vede asemănarea triunghiurilor dreptunghice ABC și $OO'N$.

Din proporționalitatea laturilor avem: $\frac{R-r}{R+r} = \frac{h}{\sqrt{b^2+h^2}}$

sau $\frac{R-r}{2R} = \frac{b}{b+\sqrt{b^2+h^2}}$; $R-r = \frac{2bR}{b+\sqrt{b^2+h^2}}$ sau $r = R - \frac{2bR}{b+\sqrt{b^2+h^2}}$ și $r = \frac{R(\sqrt{b^2+h^2}-b)}{\sqrt{b^2+h^2}+b}$; în fine, $r = R\frac{(\sqrt{b^2+h^2}-b)^2}{h^2}$

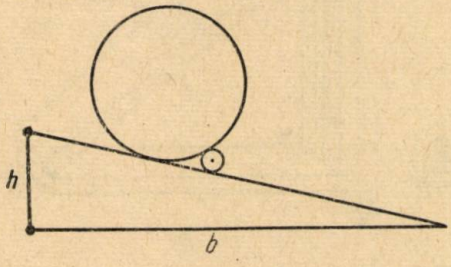


Fig. 1.

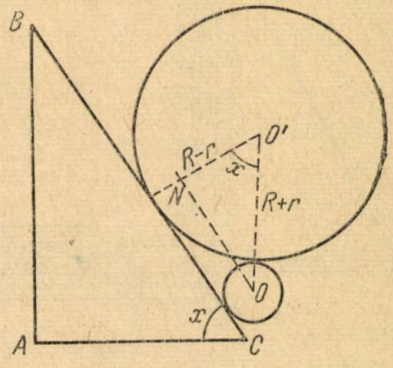


Fig. 2.

și $d = D\frac{(\sqrt{b^2+h^2}-b)}{h^2}$.

Practic se procedează invers, calculîndu-se h pentru diferite valori ce pot avea d începînd cu cele mai mici.

Spre exemplu: considerăm bila cu $D = 4{,}9$ mm și baza planului înclinat $b = 400$ mm. Din figură se deduce:

$$\cos x = \frac{R-r}{R+r}, \text{ iar } h = b \operatorname{tg} x.$$

Întocmim tabelul:

d	0,001	0,002	0,003	0,004	0,01 mm
lg cos x	1,99983	1,99965	1,99947	1,99929	1,99823...
x	$1^0 37'$	$2^0 18'$	$2^0 50'$	$3^0 7'$	$5^0 10'$
lg tg x	2,45061	2,69453	2,758677	2,80674	2,95627
h	11,292	16,068	19,796	22,948	36,168 mm

Pe cateta h a planului înclinat la înălțimile corespunzătoare diferitelor valori ale grosimii firului se face o scală pe care se trec direct valorile

d ale grosimii firului, ce se citesc în momentul cînd, ridicînd planul înclinat, bila trece peste fir.

Aparatul are o mare putere de precizie deoarece după tabel se vede

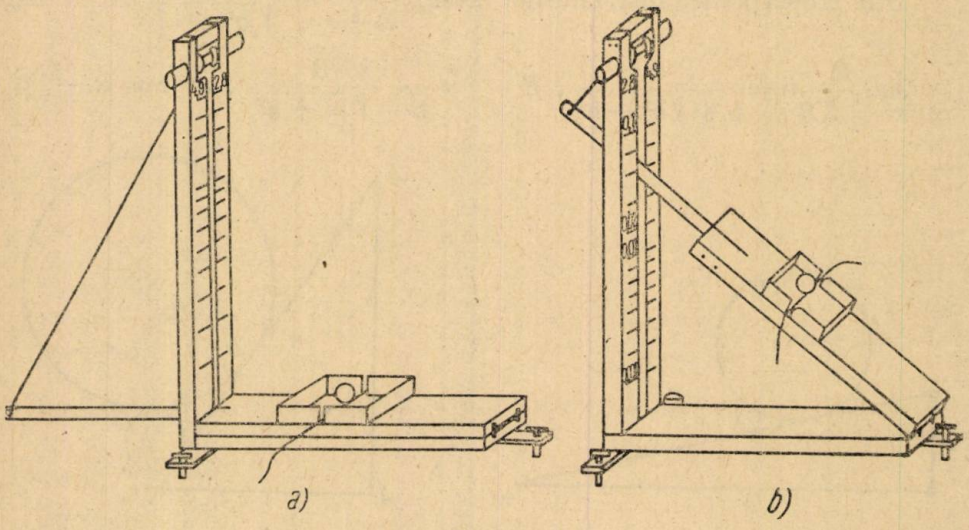


Fig. 3.

că spaţiul dintre două gradaţii pentru grosimi de 1 micron este de circa 2—3 mm. Schema de construcţie la scara 1/5 se vede în figura 3 (a, b), iar fotografia aparatului realizat în figura 4.

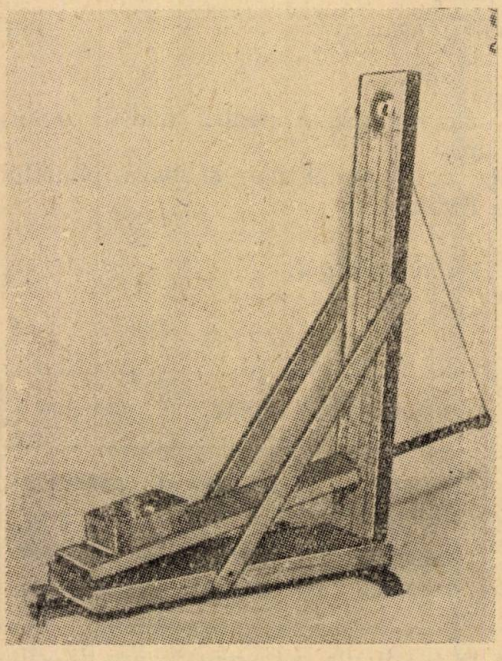


Fig. 4.

Pentru precizia aparatului trebuie luate următoarele măsuri la construirea lui:

1. Porţiunea de plan înclinat ce o folosim să fie făcută dintr-o oglindă, curat întreţinută şi închisă într-o cutiuţă pentru ca bila să nu cadă pe jos după măsurare;

2. Să se utilizeze mai multe bile de diferite dimensiuni pentru diferite grosimi de fir. Fiecare bilă să aibă scala ei pe cateta verticală a planului înclinat:

3. Bilele să fie şlefuite, preferabil din rulmenţi care au fost folosiţi, deci rodaţi;

4. Să se realizeze înclinarea planului înclinat progresivă şi lină:

5. Firul să fie bine netezit şi bine aşezat pe oglindă;

6. Baza planului înclinat să aibă trei picioare cu șuruburi cu care să se poată asigura orizontalitatea.

Nu este necesară bulă de nivel deoarece orizontalitatea se poate constata prin stabilirea unei bile mai mari, pe fața oglinzii, cînd planul este orizontal.

Acest aparat are avantaje față de micrometrul cu șurub, deoarece poate măsura fire oricît de subțiri și folosind bile de dimensiuni mici, greutatea acestora nu strivește firul chiar dacă este făcut din material plastic, pe care presiunea micrometrului cu șurub îl poate deforma în timpul măsurării.

Haralambie Gorcea, profesor P. Neamț

NOTE MATEMATICE

Formula celor trei relevmente

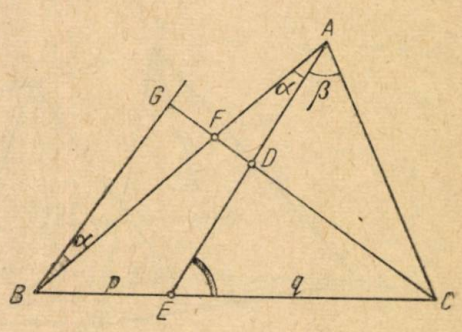
Fie un triunghi ABC. Se duce dreapta AE. Se notează: $BE = p$, $EC = q$, $\sphericalangle BAE = \alpha$, $\sphericalangle EAC = \beta$, $\sphericalangle AEC = E$. Există relația:

$$\operatorname{cotg} E = \frac{p \operatorname{cotg} \alpha - q \operatorname{cotg} \beta}{p + q}$$

Această formulă, numită formula celor trei relevmente, se întrebuințează în navigație pentru rezolvarea anumitor probleme.

O serie de probleme propuse în R. M. F. se pot rezolva întrebuințînd această formulă. Astfel, problema 3817 propusă de prof. C. Ionescu-Țiu, se mai poate rezolva întrebuințînd formula celor trei relevmente.

În R. M. F. vol. XXIII, nr. 4, am dat o demonstrație acestei formule, cu ajutorul Trigonometriei patratice. Voi da acum, o nouă demonstrație diferită de aceia din manualele de Navigație.



Din B se duce o paralelă la AE, iar din C se duse o perpendiculară pe AE. Se obțin punctele D, F, G.

În triunghiurile dreptunghice: ADC, EDC, FAD. BGF, BGC avem:

$$CD = \frac{AD}{\operatorname{cotg} \beta} \quad (1); \quad CD = q \sin E \quad (2); \quad DF = \frac{AD}{\operatorname{cotg} \alpha} \quad (3);$$

$$FG = \frac{BG}{\operatorname{cotg} \alpha} = \frac{(p+q)\cos E}{\operatorname{cotg} \alpha} \quad (4); \qquad CG = (p+q) \sin E \quad (5).$$

Din (1) și (2), $AD = q \sin E \operatorname{cotg} \beta$ (6).

Inlocuind în (3), $DF = \frac{q \sin E \operatorname{cotg} \beta}{\operatorname{cotg} \alpha}$ (7), $CG = CD + DF + FG$.

Inlocuind obținem: $(p + q) \sin E = q \sin E + \frac{q \sin E \operatorname{cotg} \beta}{\operatorname{cotg} \alpha} +$

$$+ \frac{(p + q) \cos E}{\operatorname{cotg} \alpha} \quad (8)$$

Inmulțind relația (8) cu: $\frac{\operatorname{cotg} \alpha}{\sin E}$, obținem

$$(p + q) \operatorname{cotg} \alpha = q \operatorname{cotg} \alpha + q \operatorname{cotg} \beta + (p + q) \operatorname{cotg} E, \text{ sau}$$

$$p \operatorname{cotg} \alpha - q \operatorname{cotg} \beta = (p + q) \operatorname{cotg} E,$$

care este formula celor trei relevmente.

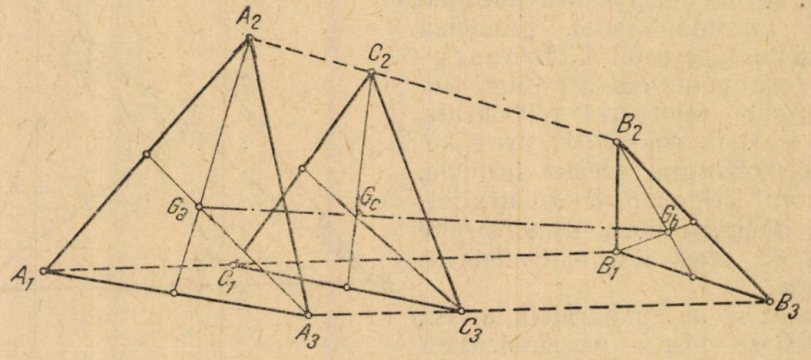
C. V. Costăchescu, căpitan de cursă lungă, Constanța

Asupra unor triunghiuri

Fie $A_1A_2A_3$ și $B_1B_2B_3$ două triunghiuri situate în același plan și C_1, C_2, C_3 punctele care împart segmentele A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 într-un raport k.

Dacă $G_a\,(x_a, y_a)$, $G_b\,(x_b, y_b)$ sînt centrele de greutate ale celor trei triunghiuri, G_c este pe dreapta G_aG_b și împarte segmentul G_aG_b în același raport k.

Fie: $A_1(a_1', a_1'')$; $A_2(a_2', a_2'')$; $A_3(a_3', a_3'')$ și



$B_1(b_1', b_1'')$; $B_2(b_2, b_2'')$; $B_3(b_3', b_3'')$.

Coordonatele vîrfurilor triunghiului $C_1C_2C_3$ sînt:

$$C_1\left(\frac{a_1' + kb_1'}{1 + k}, \frac{a_1'' + kb_1''}{1 + k}\right); \qquad C_2\left(\frac{a_2' + kb_2'}{1 + k}, \frac{a_2'' + kb_2''}{1 + k}\right);$$

$$C_3\left(\frac{a_3' + ka_3'}{1 + k}, \frac{a_3'' + kb_3''}{1 + k}\right).$$

Coordonatele centrului de greutate al unui triunghi fiind date de media aritmetică a coordonatelor vîrfurilor, avem:

$$G_a\left(\frac{a_1'+a_2'+a_3'}{3}, \frac{a_1''+a_2''+a_3''}{3}\right); \quad G_b\left(\frac{b_1'+b_2'+b_3'}{3}, \frac{b_1''+b_2''+b_3''}{3}\right);$$

$$G_c\left(\frac{a_1'+a_2'+a_3'+k(b_1'+b_2'+b_3')}{3(1+k)}, \frac{a_1''+a_2''+a_3''+k(b_1''+h_2''+b_3'')}{3(1+k)}\right).$$

Ecuația dreptei G_aG_b este:

$$\frac{3y-(b_1''+b_2''+b_3'')}{a_1''+a_2''+a_3''-(b_1''+b_2''+b_3'')} = \frac{3x-(b_1'+b_2'+b_3')}{a_1'+a_2'+a_3'-(b_1'+b_2'+b_3')}$$

Înlocuind pe x și y cu coordonatele lui G_c, ecuația dreptei G_aG_b se verifică, deci punctele G_a, G_b, G_c sînt coliniare.

Dacă punctul G_c împarte segmentul G_aG_b într-un raport λ, atunci:

$$\lambda = \frac{x_a - x_c}{x_c - x_b}; \quad \lambda = \frac{y_a - y_c}{y_c - y_b}$$

Înlocuind obținem:

$$\lambda = \frac{\frac{a_1'+a_2'+a_3'}{3} - \frac{a_1'+a_2'+a_3'+k(b_1'+b_2'+b_3')}{3(1+k)}}{\frac{a_1'+a_2'+a_3'+k(b_1'+b_2'+b_3')}{3(1+k)} - \frac{b_1'+b_2'+b_3'}{3}} = k$$

și o relație asemănătoare în a'' și b'', deci același raport k.

Mircea Dan, elev P. Neamț

CALEIDOSCOP MATEMATIC

Curiozități numerice

1. Numărul 37037 are următoarea proprietate:

$37037 \times 1 \times 3 = 111111$
$37037 \times 2 \times 3 = 222222$
$37037 \times 3 \times 3 = 333333$
$37037 \times 4 \times 3 = 444444$
$37037 \times 5 \times 3 = 555555$
$37037 \times 6 \times 3 = 666666$
$37037 \times 7 \times 3 = 777777$
$37037 \times 8 \times 3 = 888888$
$37037 \times 9 \times 3 = 999999$

2. Numărul 15873 se bucură de proprietatea :

$15873 \times 1 \times 7 = 111111$
$15873 \times 2 \times 7 = 222222$
$15873 \times 3 \times 7 = 333333$
$15873 \times 4 \times 7 = 444444$
$15873 \times 5 \times 7 = 555555$
$15873 \times 6 \times 7 = 666666$
$15872 \times 7 \times 7 = 777777$
$15873 \times 8 \times 7 = 888988$
$15873 \times 9 \times 7 = 999999$

Se observă că rezultatele de la punctul 1 şi 2 sînt aceleaşi.

3. Numărul 12345679 are proprietatea :

$12345679 \times 1 \times 9 = 111111111$
$12345679 \times 2 \times 9 = 222222222$
$12345679 \times 3 \times 9 = 333333333$
$12345679 \times 4 \times 9 = 444444444$
$12345679 \times 5 \times 9 = 555555555$
$12345679 \times 6 \times 9 = 666666666$
$12345679 \times 7 \times 9 = 777777777$
$12345679 \times 8 \times 9 = 888888888$
$12345679 \times 9 \times 9 = 999999999$

Eug. Şt. Iacob

Asupra cuadraturii cercului

Există în matematici, probleme despre care s-a demonstrat că nu sînt rezolvabile cu ajutorul unor metode bine delimitate. Din acest domeniu fac parte: cuadratura cercului, trisecţiunea unghiului (împărţirea unui unghi oarecare în trei părţi egale) şi dublarea cubului (construcţia muchiei unui cub care să aibă volumul de două ori mai mare decît cel dat), probleme despre care s-a dovedit că nu pot fi rezolvate numai cu ajutorul riglei şi compasului.

1. Problema cuadraturii cercului este următoarea: să se construiască un patrat a cărui arie să fie egală cu aria unui cerc dat.

Această problemă nu se poate rezolva dacă folosim *numai* rigla şi compasul. Cu alte mijloace însă, ea este rezolvabilă. Astfel încît, la sfîrşitul secolului trecut s-au construit aparate care pot construi mecanic un asemenea patrat prin deformarea continuă a cercului. Pe de altă parte, există construcţii cu rigla şi compasul care ne permit să rezolvăm problema cu *aproximaţie* destul de bună.

Vom da o soluţie grafică, destul de simplă, care ne permite să determinăm latura patratului căutat cu o aproximaţie de 0,0091. Există şi construcţii a căror eroare este mai mică, dar ele se bazează pe operaţii mai complicate.

2. *Construcţie.* In cercul de rază R, ducem latura pentagonului înscris AL (fig. 1). Impărţim arcul suplimentar LFB în două părţi egale. Unim A cu F şi obţinem coarda AF de 126°, care este chiar valoarea căutată cu aproximaţie de 0,0091.

3. *Justificare.* Ducem apotema pentagonului, CM (fig. 2). $CF \perp LB$ prin construcție, deci $\sphericalangle CFN = \sphericalangle MCA$. Cum $AC = CF = R$, rezultă egalitatea triunghiurilor dreptunghice CFN și CMA, și avem: $FN = CM$ și $CN = AM = \frac{AL}{2}$.

Pe figură se vede că $AN =$

$$= AC + CN = R + \frac{AL}{2}.$$

Din triunghiul CFN avem:

$$CM^2 = FN^2 = R^2 - \frac{AL^2}{4}.$$

Din Tr. AFN, teorema lui Pitagora ne dă:

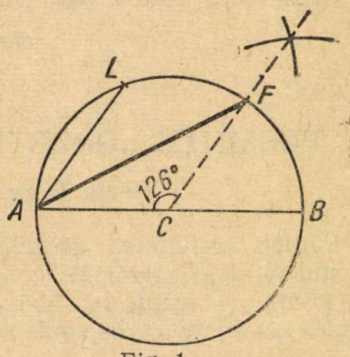


Fig. 1.

$$AF^2 = AN^2 + FN^2 = R^2 + \frac{AL^2}{4} + R \cdot AL + R^2 - \frac{AL^2}{4} = 2R^2 + R \cdot AL.$$

Insă, $AL = l_5 = \frac{R}{2}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$ deci (cu trei zecimale exacte):

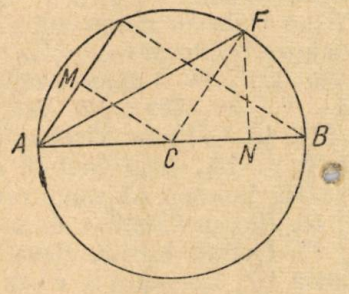


Fig. 2.

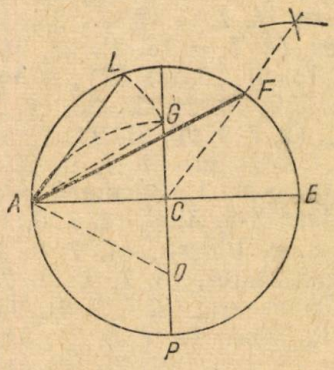


Fig. 3.

$$AF = R\sqrt{2 + \frac{1}{2}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}} = 1{,}781\ R.$$

Cum $\sqrt{\pi} = 1{,}772$ rezultă că diferența pentru o aproximație de trei zecimale dintre AF și $R\sqrt{\pi}$ esfe 0,009, deci:

$$AF \cong R\sqrt{\pi} \quad \text{sau:} \quad AF^2 \cong \pi R^2$$

4. *Observare.* In afară de metoda clasică de construcție a laturii pentagonului AL (a se vedea Geometria pentru cl. IX de C. Coșniță și G. D. Simionescu), se mai poate utiliza următoarea metodă imediată (fig. 3):

Din mijlocul O al razei CP, cu OA ca rază, ducem arcul AG a cărui coardă este latura pentagonului regulat înscris, ceea ce este ușor de demonstrat. Cu A ca centru, ducem arcul GL și obținem pe AL, după care continuăm construcția de la pct. 2.

Guiașu Silviu, student matematici, București

PREMIILE „GAZETEI MATEMATICE ȘI FIZICE"

Seria B pe anul al zecelea (1959).

Pentru activitatea deosebită de către corespondenții evidențiați în volumul X al „Gazetei Matematice și Fizice" seria B, se acordă următoarele premii și mențiuni. Numerele din paranteze arată cărțile din lista anexată acordate corespondentului respectiv.

PREMII

1. Burghelea Dan, clasa X-a Ș.m. 1 R. Vîlcea (4, 6, 7, 8, 9, 16, 21, 23, 28, 51, 52) ; 2. Popescu Paul, student electronică, București (4, 6, 7, 8, 9, 21, 23, 28, 37, 52) ; 3. Gheorghe A. Cezar, clasa X-a, Ș.m. 1, Buzău, (4, 7, 8, 9, 12, 21, 23, 29, 52) ; 4. Strătilă C. Șerban, clasa X-a Ș.m. 1, Pitești, (2, 7, 9, 13, 21, 23, 30, 52) ; 5. Barany Zoltan, clasa XI-a Ș.m. 2, Caransebeș (4, 7, 9, 18, 21, 23, 31, 52) ; 6. Pop Corneliu, clasa XI-a Ș.m. 1. Oradea, (4, 7, 9, 18, 21, 23, 36, 52) ; 7. Sîrbu Mihai, clasa XI-a, Bacău (4, 7, 9, 18, 21, 23, 36, 52) ; 8. Vîrgolici Virgil, student, construcții, București (4, 7, 9, 19, 21, 23, 36, 36, 52) ; 9. Tîrtan Gabriel, absolvent, Găești (Pitești), (2, 7, 9, 20, 21, 23, 36, 52) ; 10. Rădulescu Gh. Mircea, clasa X-a, Ș.m. 2, Constanța, (4, 7, 9, 20, 21, 23, 36, 52) ; 11. Lupaș Laurențiu, clasa X-a, Ș.m. 1, București (4, 7, 20, 21, 23, 36, 52) ; 12. Vrăjitoru Mihai, clasa X-a, Aiud, (2, 7, 9, 21, 23, 36, 51), 13. Căliniac Nicolae, clasa XI-a, Ș.m. 3, Ploești, (4, 7, 9, 21, 23, 37, 51) ; 14. Rusu Ștefan, clasa XI-a, Ocna Mureș, (4, 7, 9, 21, 23, 37, 51) ; 15. Ionescu Alexandru, clasa XI-a, 1, Timișoara, (3, 7, 9, 21, 23, 37, 51) ; 16. Iliescu Cristian, clasa X-a, Ș.m. 1, R.-Vîlcea (4, 7, 9, 21, 34, 37, 51) ; 17. Oproiu Vasile, clasa XI-a, Pucioasa, (4, 7, 10, 21, 23, 39, 51) ; 18. Bănică Gh. Constantin, clasa X-a, Ș.m. 2, C-lung Muscel (4, 7, 10, 21, 23, 39, 51) ; 19. Ciochină S. C. clasa XI-a. Ș.m. 1 Ploești (4, 7, 10, 21, 23, 39, 51) ; 20. Priess Wilhelm, clasa XI-a, Ș.m. 2, Caransebeș (4, 7, 10, 21, 23, 39, 51) ; 21. Mitran Ovidiu, clasa XI-a, Ș.m. 2, Caransebeș, (4, 7, 10, 14, 21, 39, 51) ; 22. Moflic Emilian, clasa X-a, Moreni, (4, 7, 10, 14, 21, 39, 51) ; 23. Brînzei P. Dan, clasa XI-a, Ș.m. 3, Iași, (4, 7, 10, 14, 21, 39, 51) ; 24. Rășcanu Radu, clasa X-a, Ș.m. 1, București (4, 7, 10, 14, 21, 39, 51) ; 25. Grădinaru I. Niculai, clasa IX-a, Tulcea, (4, 7, 10, 14, 21, 39, 51) ; 26. Moflic Sorin, clasa VIII-a, Moreni, (4, 7, 10, 14, 21, 39, 51) ; 27. Nicolescu Basarab, clasa X-a, Ș.m. 1, Ploești, (4, 7, 11, 21, 23, 51) ; 28. Popescu Radu, clasa X-a, Giurgiu, (4, 7, 11, 21, 23, 51) ; 29. Grosescu Radu, clasa X-a, lic. milit. Breaza, (4, 7, 15, 21, 23, 51) ; 30. Popa Nicolae, clasa IX-a, Ș.m. 1, Focșani, (4, 7, 15, 21, 40, 51) ; 31. Mîrlogeanu Florea, clasa Calafat, (4, 7, 15, 21, 41, 51) ; 32. Mititelu Ștefan, clasa XI-a, Cala-

fat, (4, 7, 15, 21, 22, 42) ; 33. Diță Petre, clasa X-a, Ș.m. 1, Pitești, (4, 7, 15, 21, 22, 43) ; 34, Scarlat C. Nicolae, clasa IX-a, Ș.m. 3, Pitești, (4, 7, 15, 21, 23, 44) ; 35. Stan C. Dumitru, student A.T.M. București, (4, 7, 15, 21, 23, 44) ; 36. Susea Andrei, clasa XI-a, Ș.m. 11, București, (4, 7, 15, 21, 23, 44) ;37. Stoican Mircea, clasa X-a, Ș.m. 1, O. Stalin, (4, 7, 15, 21, 23, 45) ; 38. Rîță Teofil, clasa XI-a, Ș.m. 5, Timișoara, (4, 7, 15, 21, 23, 46) ; 39. Florescu Mircea, student, Petroșani, (4, 7, 15, 21, 23, 48) ; 40. Eftimie Z. Radu (clasa XI-a, Ș.m. 18, București, (4, 7, 15, 21 , 23, 48); 41. Adam I. Gheorghe, clasa IX-a Ș.m. 3 ,Tg. Jiu, (7, 15, 21, 23, 24, 48) ; 42. Drăgan Petre, clasa X-a, Giurgiu, (7, 15, 21, 23, 25, 48) ; 43. Tomescu I. Ion, clasa X-a, Ș.m. 1, Ploești, (7, 15, 21, 23, 25, 49) ; 44. Bergthaler Cristian, Clasa XI-a, Petroșani, (7, 15, 21, 23, 25, 49) ; 45. Azzola Giovanni, clasa X-a, Oțelul Roșu (Timișoara), (7, 15, 21, 23, 25, 49).

MENȚIUNI

1. Bîrzan Romanel, student matematici, Cluj, (4, 7, 9, 25, 34, 51) ; 2. Manole Mihai, clasa IX-a, Ș.m. 2, Constanța, (4, 7, 9, 25, 34, 51) ; 3. Sender Solomon, clasa XI-a, Ș.m. 3, Iași, (4, 7, 9, 15, 26, 34) ; 4. Ilioi C. C., clasa XI-a, Roman, (4, 7, 9, 15, 26, 34) ; 5. Wiesler Herwarth, clasa XI-a, Satu Mare, (4, 7, 9, 15, 26, 34) ; 6. Opriș M. Ion ,clasa X-a, Ș.m. 1, Ploești, (4, 5, 9, 21, 26, 34) ; 7. Tătaru Liviu, clasa XI-a ,Cluj, (4, 5, 9, 21, 25, 34) ; 8. Marinescu Dan, clasa X-a, R. Vîlcea (4, 5, 9, 21, 26, 26, 34) ; 9. Luca B. Pătru, clasa XI-a, Ș.m. 2, Tr. Severin, (5, 7, 9, 21, 26, 34) ; 10. Gurămultă V. Ion, clasa X-a, Adjud, (5, 7, 9, 21, 26, 34) ; 11. Manole Corneliu, clasa XI, Ș.m. 1, Iași, (5, 7, 9, 23, 26, 38) ; 12. Pantelimon Anton, clasa VIII-a, Focșani, (5, 7, 9, 23, 26, 38) ; 13. Cîrnu Mircea, clasa XI-a, Ș.m. 3, Tîrgoviște, (5, 7, 21, 23, 27, 38) ; 14. Iacob Alexandru, clasa X-a, Zlatna, (5, 7, 21, 23, 32, 38) ; 15. Anițescu Nicolae, clasa X-a, Ș.m. 2, Tg.-Jiu, (5, 9, 21, 23, 32, 38) ; 16. Calistrate Ștefan ,absolvent, Tg.-Jiu, (5, 9, 21, 23, 32, 38) ; 17. Danciu Viorel, clasa XI-a, Ș.m. 2, Brăila, (5, 9, 21, 23, 32, 38) ; 18. Stratan Gh .Gheorghe, absolvent, Caracal, (5, 9, 21, 23, 32, 38) ; 19. Danciu Iulian, clasa VIII-a, Ș.m. 2, Brăila, (5, 9 ,21, 23, 32, 38) ; 20. Manea Gh. Constantin, clasa IX-a, Pucioasa, (5, 9, 21, 23, 32, 49) ; 21. Mihai Mircea, clasa XI-a, Ș.m. 2, Brăila, (5, 9, 23, 31, 32, 49) ; 22. Anghelache C. Tudorică, clasa X-a, Ș.m. 1, Pitești, (4, 5, 9, 21, 23, 32) ; 23. Gheorghiu A. Nicolae, clasa IX-a, Ș.m. 1, Ploești, (4, 5, 9, 21, 23, 32) ; 24. Ghiță R. Teodor, clasa X-a, Bolentinul de Vale, București, (4, 5, 9, 21, 23, 32) ; 25. Ene P. Dumitru, clasa X-a, Ș.m. 1, Ploești, 4 ,5, 9, 21, 23, 32) ; 26. Vlaheli Dan, clasa IX-a, Ș.m. 1, Ploești, (4, 14, 21, 23, 32) ; 27. Savin Alexandru, clasa VIII-a, C.-Lung-Muscel, (4, 14, 21, 23, 32) ; 28. Diaconescu C. Radu, clasa VIII-a. Pucioasa, (4, 14, 21, 23, 32) ; 29. Bărbulescu Lucia, clasa X-a, Ș.m. 10, București, (4, 14, 21, 23, 32) ; 30. Stoichescu Al. Dan, clasa X-a, Ș.m. 20, București, (4, 14, 21, 23, 32) ; 31. Cartiș Dan, clasa XI-a, Ș.m. 1, Oradea, (4, 14, 21, 23, 32) ; 32. Hiriș Viorel, clasa X-a, Ș.m. 1, Timișoara, (4, 14, 21, 23, 32); 33. Mira I. Nicolae, clasa X-a, Ș.m. 18, București, (4, 14, 23, 32) ; 34. Gianni Emanuel, clasa VIII-a, Ș.m. 11, București, (4, 9, 14, 23) ; 35. Petrescu Iulian, clasa XI-a, Ș.m. 1, București, (4, 9, 14, 23) ; 36. Mușat Mihail, clasa X-a, Ș.m. 4, București, (4, 9, 23, 33); Olteanu S. Victor, clasa IX-a,

Ș.m. 17, București, (4, 9, 23, 33) ; 38. Petrescu F. Gheorghe, clasa X-a, Ș.m. 1, Craiova, (4, 9, 23, 49) ; 39. Popescu G. Domițian, clasa VIII-a, Ș.m. 24, București, (4, 9, 23, 49) ; 40. Ștefănescu Decebal, clasa IX-a, Moreni, (4, 9, 23, 49) ; 41. Persache Octavian, clasa VI-a, Ș.m. 11, București, (4, 9, 23, 49) ; 42. Vlădoiu Gh. Ion, anul III, auto, Craiova, (4, 9, 23, 50) ; 43. Bleichman Harry, clasa VIII-a, Ș.m. 6, Iași, (4, 7, 9, 50) ; 44. Colbeanu Ion, clasa XI-a, Buhuși, (4, 7, 9, 50) ; 45. Costea Gheorghe, clasa XI-a, Ș.m. 1, Ploești, (4, 7, 9, 50) ; 46. Iordănescu C. Silvian, clasa X-a, Ș.m. 1, Pitești, (4, 7, 9, 50) ; 47. Ionescu Mihai, clasa X-a, Ș.m. 2, Constanța, (4, 7, 9, 50) ; 48. Ioachim Alexandru, clasa X-a, Ș.m. 1, București, (4, 7, 9, 50) ; 49. Rădescu E. Eugen, clasa XI-a, Focșani (4, 7, 9, 50) ; 50. Iordănescu M. Șerban, clasa X-a, Șc. medie 1, București, (4, 7, 9, 50) ; 51. Nanu Octavian, clasa XI-a, Ș.m. 3, Iași, (4, 7, 9, 50) ; 52. Neagu Șt .Ioniță, clasa XI-a, Găești, (4, 7, 9, 50) ; 53. Răduță Apolodor, clasa X-a, Bolentinul de Vale, (4, 7, 9, 21) ; 54. Vișan Grațiela, clasa X-a, Ș.m. 10, București, (4, 7, 9, 14) ; 55. Sîmpăleanu I. Marin, clasa X-a, Turda, (4, 7, 9, 14) ; 56. Velicescu Mircea, clasa XI-a, Ș.m. 4, București, (4, 7, 9, 14) ; 57. Gruian Ștefan, absolvent, Alba Iulia, (4, 7, 9, 14) ; 58. Chiriac D. D., clasa X-a, Bacău, (4, 7, 9, 14) ; 59. Niță Constand, clasa X-a, Moreni, (4, 7, 9, 14) ; 60. Badea Constantin, clasa IX Tg. Jiu, (21, 50, 51, 52) ; 61. Munteanu Ionel, clasa VIII-a, Lugoj, (21, 23, 51, 52) ; 62. Paraschivoiu Gh. Ion, clasa VIII-a, Moreni, (14, 21, 51, 52) ; 63. Tudor Gheorghe, clasa X-a, Moreni, (14, 21, 23, 52) ; 64. Vlad I. Valentin, clasa VIII-a, Ș.m. 7, București, (14, 21, 23, 52).

Rugăm pe cei în drept să comunice Societății de științe matematice și fizice din R.P.R., str. Academiei 14, București, printr-o carte poștală, adresa la care urmează să se expedieze cărțile acordate ; iar după primirea acestora, să confirme de asemeni printr-o carte poștală, primirea lor.

LISTA CARȚILOR

1. *Andreev* — Curs elementar de geometrie ; 2. *P. S. Alexandrov* — Introducere în teoria grupurilor ; 3. *M. Botez* — Curs de geometrie descriptivă ; 4. *C. Borș* — Noțiuni de geometrie proiectivă ; 5. *S. Berman* — Cicloida ; 6. *G. Buicliu* — Probleme de construcții geometrice cu rigla și compasul ; 7. *C. Bedreag* — Bibliografia fizicii românești (Biografii) ; 8. *A. Cișman* — Fizica generală II ; 9. *C. Drîmbă* — Elemente de mecanică cerească ; 10. *A. Einstein* — Evoluția fizicii ; 11. *Gnedenco și Hincin* — Introducere elementară în calculul probabilităților ; 12. *M. Grebencea* — Aritmetica ; 13. *Gh. Gheorghiev* — Culegere de probleme de trigonometrie ; 14. *A. O. Ghelfand* — Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi ; 15. *M. Ghermănescu, Tr. Angelescu, I. Sager* — Probleme de matematică ; 16. *A. I. Hincin* — Curs de analiză matematică (l. rusă) ; 17. *G.M.F.*-B/1957 ; 18. *D. V. Ionescu* — Matematici superioare ; 19. *I. Ionescu* — Maxime și minime geometrice ; 20. *Ionescu H.* Calcule numerice ; 21. *A. Kahane* — Elemente de teoria congruențelor de drepte ; 22. *O. Kreindler* — Curs de matematici superioare ; 23. *O. Kreindler* — Elemente de calcul vectorial ; 24. *B. B. Kudriavțev* — Experiențe simple cu ultrasunetele ; 25. *A. I. Marcușevici* — Șiruri recurente ; 26. *A. I. Marcușevici* — Arii și logaritmi ; 27. * * * Tabele și formule matematice ; 28. *Gr. C. Moisil* — Algebra, p. II ; 29. *N. Martalogu* — Curs de fizică teoretică ; 30. *S. I. Novoselov* — Algebră și funcțiile elementare I-II ; 31. *Miron Nicolescu* — Analiza matematică I ; 32. *M. V. Pentkovski* — Nomograme ; 33. *A. F. Planski* — Radio (l. rusă) ; 34. *C. Popovici* — Stelele ; 35. *S. Sanielevici* — Curs de mecanică rațională ; 36. *V. I. Smirnov* — Curs de matematici superioare, II ; III p. II ; 38. *I. S. Sominski* — Metoda inducției matematice ; 39. *V. V. Saronov* — Soarele și observarea lui ; 40. *O. Sacter* — Culegere de probleme ; 41. *S. Stoilow* — David Emanuel ; 42. * * * — Elemente galvanice construite de amatori ; 43. *C. A. Timiriazev* — Clasicii fizicii ruse ; 44. *I. Ursu* — Optica ; 45. *I. M. Vinogradov* — Ba-

zele teoriei numerelor; 46. *S. P. Vinogradov* — Curs de matematici superioare; 47. *Gh. Vrănceanu* — Geometrie analitică și proiectivă; 48. *G. S. Vasețchi* — Concepția filozofică a lui M. V. Lomonosov; 49. *F. I. Zighel* — Cometele; 50. *M. Herovanu* — Introducere în fizica atmosferei; 51. *S. I. Dubnov* — Erori în demonstrațiile geometrice; 52. *G.M.F.-B* (volume vechi).

REZULTATUL ÎNTRECERII ÎNTRE ȘCOLILE MEDII DIN ȚARĂ

privind activitatea extrașcolară a cercurilor de elevi la matematică și fizică, pe anul 1959

La întrecerea din anul 1959 au participat un număr de 30 școli medii. Față de cele 18 școli medii între care s-a disputat întrecerea în anul 1958, se remarcă un progres în această privință; dar referindu-se la numărul mare de școli medii din țară, considerăm participarea încă destul de slabă.

Din cercetarea activității școlilor participante, în conformitate cu regulamentul publicat în G.M.F.-B din ianuarie 1959, a rezultat următoarea clasificare:

1. *Școala medie din Moreni* (reg. Ploești) de la care s-au evidențiat în mod deosebit, elevii: *Moflic Emilian, Moflic Sorin, Ștefănescu Decebal, Niță Constand, Paraschivoiu Al., Paraschivoiu Gh. Ion, Tudor Gheorghe, Butoi Octavian, Rădulescu Spiridon* și *Davidescu Radu.*

2. *Școala medie din Pucioasa* (reg. Ploești) de la care s-au evidențiat elevii: *Oproiu Vasile, Manea Constantin, Diaconescu C. Radu, Radu A. Gheorghe* și *Năstăsescu Constantin;*

3. *Școala medie nr. 1 din Ploești* la care s-au evidențiat elevii: *Ciochină S. Constantin, Nicolaescu Basarab* (premiant și la „Olimpiada internațională de matematică din 1959), *Tomescu I. Ion, Opriș M. Ion, Gheorghiu A. Nicolae, Ene P. Dumitru, Vlaheli Dan, Costea Gheorghe, Fezi Adrian* și *Dumitrescu Vladimir;*

4. *Școala medie nr. 1 din București* la care s-au evidențiat elevii: *Lupaș Laurențiu, Răscanu Radu, Petrescu Iulian, Ioachim Alexandru* și *Iordănescu Șerban;*

5. *Liceul militar din Breaza* (reg. Ploești) de la care s-au evidențiat elevii: *Grosescu Radu* și *Cojocaru Ion;*

6. *Școala medie nr. 3 din Tîrgu Jiu* la care s-au evidențiat elevii: *Adam I. Gheorghe* și *Vîlceanu Sabin;*

7. *Școala medie nr. 10 din București* la care s-au evidențiat elevele: *Bărbulescu Lucia, Vișan Grațiela* și *Fințescu Elena;*

8. *Școala medie din Adjud (reg. Bacău)* la care s-a evidențiat elevul *Gurămultă V. Ion;*

9. *Școala medie nr. 1 din Rîmnicu Vîlcea* la care s-au evidențiat elevii: *Burghelea Dan, Iliescu Cristian, Marinescu Dan* și *Poșircă M. Ion;*

10. *Școala medie nr. 1 din Giurgiu* (reg. București) la care s-au evidențiat elevii: *Popescu O. Radu, Drăgan Petre, Vasilescu Florin* și *Perșoiu Titus;*

11. *Școala medie din Cîmpina (reg. Ploești)* la care s-au evidențiat elevii: *Drăgănescu Aurel, Tănase Mihai* și *Furtună Mihai;*

12. *Școala medie nr. 1 din Lugoj* la care s-a evidențiat elevul *Munteanu Ionel;*

13. *Școala medie din Fetești (reg. Constanța)* la care s-au evidențiat elevii: *Bobeș Dumitru* și *Gonciar Andrei;*

14. *Școala medie nr. 1 din Roman* la care s-a evidențiat elevul *Ilioi C. Constantin;*

15. *Școala medie nr. 2 din Brăila* la care s-au evidențiat elevii: *Danciu Iulian, Danciu Viorel* și *Mihai Mircea;*

16. *Școala medie nr. 2 din Constanța* la care s-au evidențiat elevii: *Rădulescu Gh. Mircea, Manole Mihai* și *Ionescu Mihai.*

— Menționăm și unele școli care, deși nu au obținut un punctaj însemnat, totuși au avut elevi care au fost evidențiați în activitatea lor extrașcolară la matematică și fizică, astfel: Școala medie nr. 1 din Oradea, cu elevii: *Pop Corneliu, Cartiș Dan* și *Șchip Alexandru;* Școala medie nr. 2 din Caransebeș cu elevii: *Barany Zoltan, Priess Wilhelm* și *Mitran Ovidiu;* Școala medie nr. 3 din Tîrgoviște cu elevii: *Cîrnu Mircea, Brezeanu Florin:* Școala medie nr. 1 din Satu Mare cu elevii: *Wiesler Hervarth* și *Sava Nicu;* Școala medie nr. 4 București cu elevii: *Mușat Mihai, Velicescu Mircea, Dumitrescu Elisabeta* și *Cișlaru Cornel* și în fine, Școala medie din Călărași cu elevii: *Aldea Laurențiu, Petruș Octavian, Dumitrescu Ștefan, Sicoie Corneliu* și *Mocanu Nicolae.*

— Arătăm și numele unor școli cu activitate la G.M.F.-B care nu au participat la această întrecere, deși au avut elevi evidențiați pe 1959: Școala medie nr. 1 din Pitești, cu 5 elevi, Școala medie nr. 3 din Iași, cu 4 elevi, Școala medie din Focșani cu 4 elevi, Școala medie nr. 11 din București, cu 3 elevi, Școala medie din Petroșani, cu 3 elevi, Școala medie nr. 1 Timișoara, cu 3 elevi.

— Alte școli medii cu rezolvitori de probleme evidențiați și premiați au mai fost: Școlile medii din: Calafat, Bacău, Cîmpulung Muscel, (ș.m. 2), Bolintinul de Vale (București), Aiud, București (ș.m. 7, 11, 17, 18, 20, 24), Cluj (ș.m. 4), Ocna Mureș, Tulcea, Orașul Stalin, Oțelul Roșu (Timișoara), Turnu Severin (ș.m. 2), Craiova (Școala auto), Buhuși, Găești, Turda, Moinești (Bacău), Caracal și Tecuci.

— S-a mai constatat că mai sînt încă multe școli cu foarte slabă activitate extrașcolară, unele neavînd nici un rezolvitor de probleme din G.M.F.-B pe 1959, ca de exemplu: Școlile medii din București nr. 2, 3, 5, 6, 8, 9, 12, 14, 19, 21 și 29 sau unele școli, din orașele: Cluj, Sibiu, Craiova, Timișoara, Iași, Baia Mare, Suceava.

— *Redacția G.M.F.-B solicită profesorii de matematică și fizică din învățămîntul mediu să popularizeze într-o mai mare măsură „Gazeta matematică și fizică" seria B în rîndurile elevilor, să-i stimuleze pentru o mai activă participare a lor la Gazetă și să-i lămurească asupra însemnătății întrecerilor organizate.*

Dăm mai jos regulamentul întrecerii între cercurile de matematică și fizică pentru anul 1960.

1. Punctajul este următorul:

a) cîte un punct de fiecare problemă rezolvată și anunțată la rubrica rezolvitorilor în cele 12 numere ale G.M.F.-B pe 1960;

b) cîte 10 puncte de fiecare evidențiere a elevilor școlii, în anul 1960;

c) **cîte un punct de fiecare elev participant la etapa locală a olimpiadelor din 1960 ;**

d) **cîte 10 puncte de fiecare elev participant la etapa regională a olimpiadelor din 1960 ;**

e) **cîte 30 de puncte de fiecare elev participant la etapa finală (pe țară) ;**

f) **cîte 50 de puncte de fiecare elev reușit la etapa finală ;**

g) **cîte 50 de puncte de fiecare elev care obține premiu sau mențiune pentru activitatea sa la G.M.F.-B pe anul 1960 ;**

h) **cîte 5 puncte de fiecare ședință de cerc de matematică sau de fizică ținută între** 15 octombrie 1959 și 15 iunie 1960 ;

i) **cîte 2 puncte de fiecare abonat pînă la 15 iunie a.c. la G.M.F.-B pe anul 1960.**

2. Inscrierea la întrecere urmează să fie făcută de profesorii sau elevii conducători de cercuri pînă la 25 iunie 1960, anexînd numărul de clase a VIII-a, a IX-a, a X-a reală și a XI-a reală pe care le are școala, precum și fișa de înscriere care să răspundă la subpunctele c, d, e, f, h, i din prezentul regulament.

3. Fișa suplimentară cu punctajul obținut de școala medie respectivă purtînd viza direcțiunii și ștampila școlii va fi înaintată redacției G.M.F.-B în prima săptămînă după apariția nr. 12 din 1960, cuprinzînd totalul de puncte obținut în cele 12 numere.

4. Completarea fișei cu punctul g) și verificarea ei va fi făcută de redacția G.M.F.-B.

5 Pentru clasificarea școlilor, numărul total de puncte rezultat va fi împărțit la numărul de clase a VIII-a, a IX-a, a X-a reală și a XI-a reală.

6. Rezultatul acestei întreceri se va publica în G.M.F.-B.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 3739

Punctele A_1, B_1, C_1, situate respectiv pe laturile AB, BC, CA ale triunghiului dreptunghic ABC, variază (se mișcă) în același sens pe aceste laturi, astfel ca :

$$AA_1 = BB_1 = CC_1 = x.$$

Notînd cu a ipotenuza BC și cu α unghiul C, se cere :

a. *Să se determine valoarea lui x în funcție de a și α în cazul cînd triunghiul $A_1B_1C_1$ devine dreptunghic ($\sphericalangle A_1 = 90°$).*

b. *Ce valori trebuie să aibă $\sin\alpha$ pentru ca x să fie pozitiv ?*

c. *Să se arate că dacă $\alpha = 45°$, atunci în triunghiul dreptunghic $A_1B_1C_1$ avem relația :* $\operatorname{tg} C_1 = \sin C$.

Gh. Bazacov

Soluție : Notăm cu a, b, c laturile triunghiului dreptunghic ABC. Din triunghiurile AA_1C_1, A_1BB_1, și CC_1B_1 obținem respectiv :

$$A_1C_1^2 = x^2 + (b - x)^2 \; ; \quad A_1B_1^2 = x^2 + (c - x)^2 - 2x\,(c - x)\sin\alpha \text{ și}$$

$$B_1C_1^2 = x^2 + (a - x)^2 - 2x\,(a - x)\cos\alpha$$

În cazul cînd triunghiul $A_1B_1C_1$ devine dreptunghic în A_1, trebuie să avem : $A_1C_1^2 + A_1B_1^2 = B_1C_1^2$; înlocuim valorile lor și avem :

$x^2 + (b-x)^2 + x^2 + (c-x)^2 - 2x\,(c-x)\sin\alpha = x^2 + (a-x)^2 - 2x\,(a-x)\cos\alpha$

de unde obținem :

$$4x^2 + b^2 + c^2 - 2bx - 2cx - 2cx\sin\alpha + 2x^2\sin\alpha =$$

$$= 2x^2 + a^2 - 2ax - 2ax \cos \alpha + 2x^2 \cos \alpha$$

dar $a^2 = b^2 + c^2$ și $2ax \cos \alpha = 2bx$;

atunci egalitatea ia forma :

$$2x^2 - 2cx - 2cx \sin \alpha + 2x^2 \sin \alpha = - 2ax + 2x^2 \cos \alpha$$

simplificînd cu 2 și ordonînd toți termenii în prima parte, obținem ecuația :

$$x^2 (1 + \sin \alpha - \cos \alpha) - x (c - a + c \sin \alpha) = 0$$

exprimăm pe c în funcție de a și α ; atunci

$$x^2 (1 + \sin \alpha - \cos \alpha) - x (a \sin \alpha - a + a \sin^2 \alpha) = 0 \text{ sau}$$

$$x^2 (1 + \sin \alpha - \cos \alpha) - ax (\sin \alpha - \cos^2 \alpha) = 0$$

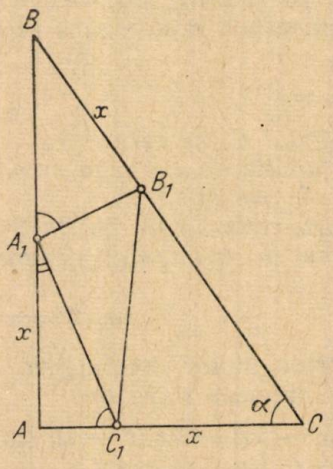
Ecuația are 2 rădăcini : $x = 0$ care ne dă triunghiul inițial ABC. și

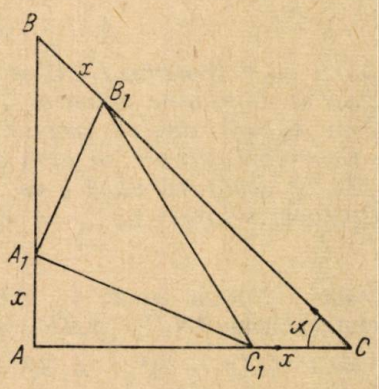
$$x = \frac{\sin \alpha - \cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha - \cos \alpha} \cdot a$$

pentru care obținem triunghiul dreptunghic $A_1B_1C_1$.

2. Expresia $\frac{\sin \alpha - \cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha - \cos \alpha} a$, este pozitivă odată cu expresia trig., de la numărător, întrucît $a > 0$, iar $1 + \sin \alpha - \cos \alpha$ este pozitivă cînd $0° < \alpha < 90°$; această expresie se mai poate scrie :

$\sin \alpha + (1 - \cos \alpha) = \sin \alpha + 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ de unde se vede ușor că





este pozitivă. Rezultă atunci că : $x > 0$ cînd $\sin \alpha - \cos^2 \alpha > 0$, dar $\sin \alpha - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1$ care a luat forma unui trinom de gr. II în $\sin \alpha$. Rădăcinile sînt

$$\sin \alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Intrucît α ia valori între 0 și 90°, $\sin\alpha$ este pozitiv., deci trinomul este pozitiv cînd $\sin\alpha$ ia valori mai mari ca rădăcina pozitivă, deci

$$\sin\alpha > \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

Rezultă că $x > 0$ cînd $\sin\alpha > \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

3. Să calculăm pe $\operatorname{tg} C$, în cazul $\alpha = 45°$. Știm că

$$\operatorname{tg} C_1 = \frac{A_1B_1}{A_1C_1}$$

dar $A_1C_1^2 = (b-x)^2 + x^2$ iar $x = \frac{a}{2}(\sqrt{2}-1) = b - \frac{a}{2} = c - \frac{a}{2}$

$$A_1C_1^2 = \left(b - b + \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4}(\sqrt{2}-1)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}(3-2\sqrt{2}) =$$

$$= \frac{a^2}{4}(4-2\sqrt{2}) \text{ ; Deci } A_1C_1^2 = \frac{a^2}{2}(2-\sqrt{2}).$$

$$A_1B_1^2 = x^2 + (c-x)^2 - 2x(c-x)\sin 45° =$$

$$\frac{a^2}{4}(3-2\sqrt{2}) + \frac{a^2}{4} - \frac{a}{2}(\sqrt{2}-1)\cdot\frac{a}{2}\sqrt{2} =$$

$$= \frac{a^2}{4}(3-2\sqrt{2}+1-2+\sqrt{2}) = \frac{a^2}{4}(2-\sqrt{2}).$$

Atunci $\operatorname{tg}^2 C_1 = \dfrac{\frac{a^2}{4}(2-\sqrt{2})}{\frac{a^2}{2}(2-\sqrt{2})} = \frac{1}{2}$ de unde $\operatorname{tg} C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

dar $\sin C = \sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$, deci $\operatorname{tg} C_1 = \sin C$

Problema 3745

În triunghiul ABC, perpendiculara dusă prin mijlocul M al laturii BC pe bisectoarea interioară AA_1, întîlnește înălțimea AA' în N, iar paralela dusă prin A la BC, în Q. Fie P simetricul lui Q față de mijlocul segmentului MN. Să se afle locul geometric al punctului P, cînd A este constant, iar BC fixă.

Tudor Gh., București

Soluție. Fie $P' \equiv (MN, AA_1)$, $R \equiv (MN, AB)$, $S \equiv (MN, AC)$.

Notăm cu B' și C' punctele unde paralelele duse prin B și C la RS întîlnesc respectiv laturile AC, AB. Întrucît $BC \parallel AQ$, avem

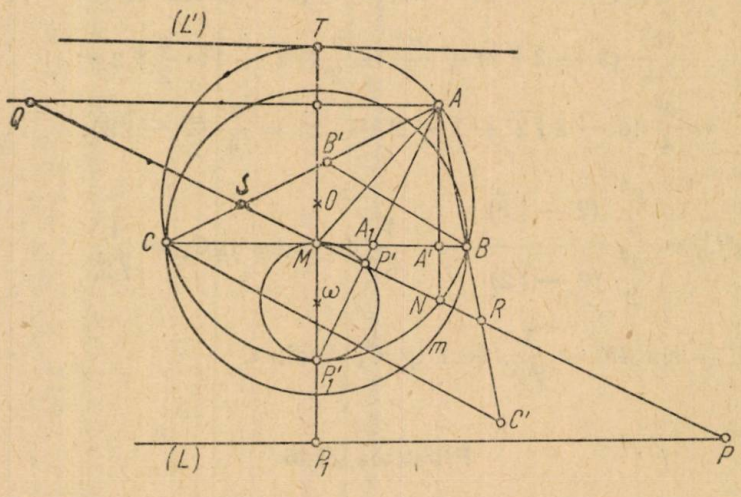
$\sphericalangle A_1MP = \sphericalangle AQP'$, și mai avem; $\sphericalangle QAN = \sphericalangle MP'A_1 = \frac{\pi}{2}$, deci triunghiurile QAN și MA_1P' sînt asemenea de unde $\frac{AQ}{MP'} = \frac{QN}{MA_1}$, sau $MP' \cdot QN = AQ \cdot MA_1$ (1).

Cum însă P e simetricul lui Q față de mijlocul lui MN, avem $QN = MP$ și (1) devine: $MP \cdot MP' = AQ \cdot MA_1$ (2).

Mai avem $\frac{AQ}{MB} = \frac{AR}{BR} = \frac{AB+BR}{BR}$ sau: $AQ = MB \cdot \frac{AB+BR}{BR}$ (3);

$MB = \frac{a}{2}$; BB' și CC' sînt perpendiculare pe bisectoarea AA_1, deci: $AB = AB' = c$, $AC = AC' = b$, deci $BC' = b - c$; cum însă $CM = MB$ iar $MR \parallel CC'$, avem $BR = \frac{b-c}{2}$, și înlocuind în (3):

$$AQ = \frac{a}{2}\left(\frac{c + \frac{b-c}{2}}{\frac{b-c}{2}}\right), \text{ de unde } AQ = \frac{a}{2} \cdot \frac{b+c}{b-c} \quad (4).$$



AA_1 fiind bisectoarea avem $\frac{A_1B}{A_1C} = \frac{c}{b}$ sau $\frac{A_1B}{A_1C + A_1B} = \frac{c}{b+c}$, $A_1B = \frac{ac}{b+c}$; $MA_1 = \frac{a}{2} \cdot \frac{b-c}{b+c}$ (5) Înmulțim (4) cu (5) și obținem: $AQ \cdot MA_1 = \frac{a}{2} \cdot \frac{b+c}{b-c} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{b-c}{b+c} = \left(\frac{a}{2}\right)^2$, și înlocuind în (2), $MP \cdot MP' = \left(\frac{a}{2}\right)^2$ (6).

Iată deci că P și P' sînt inverse în raport cu cercul de diametru BC, fix. Cum A e constant, bisectoarea AA_1 va trece tot timpul prin punctul fix P_1', mijlocul arcului BmC, și cum și M e fix iar $MP' \perp AP_1'$, rezultă că P' descrie cercul de diametru MP_1', (ω). Rezultă că P va descrie o dreaptă (L) perpendiculară pe MP_1', transformata prin inversiune a cercului (ω).

Observare: MP_1' taie a doua oară cercul (0) în T, și fie $P_1 \equiv (MP_1', (L))$ Avem: $MP_1' \cdot MT = \frac{BC^2}{4}$ și $MP_1' \cdot MP_1 = \frac{BC^2}{4}$, de unde $MT = MP_1$; deci, dreapta (L) — locul lui P — se poate construi ușor, fiind simetrica dreptei (L') tangentă în T la cercul (0), față de BC.

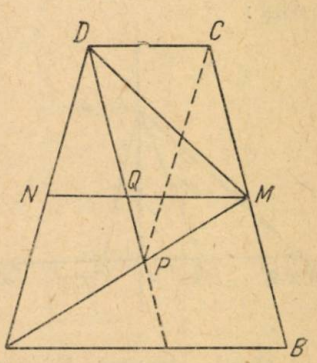
Problema 3772

Se dă un trapez oarecare $ABCD$ (AB este baza mare). Fie M, mijlocul laturii BC și P, intersecția lui AM cu paralela dusă din D la BC. Dîndu-se $AM = AB$, se cere: a) Să se arate că $MD = CP$; b) Ce legătură este între bazele trapezului atunci cînd P este la mijlocul lui AM? c) În cazul cînd $AP = PM$ să se construiască trapezul $ABCD$ cunoscînd $AB = m$ și $DP = n$ și să se arate că AC, DP, MN sînt concurente.

Corneliu Georgescu, Craiova

Soluție. a) Patrulaterul $MCDP$ este trapez isoscel ($MC \parallel DP$, $\sphericalangle C = \sphericalangle M$ avînd același suplement), deci diagonalele MD și CP sînt egale.

b) Cînd P este la mijlocul lui AM, $CD = PM = \frac{AB}{2}$, deci $AB = 2\,CD$.



c) Se construește trapezul isoscel $CDPM$ ale cărui laturi sînt cunoscute, căci: $CD = PM = \frac{m}{2}$, $DP = l$ și $CM = \frac{2}{3}l$ (căci DP și MN sînt mediane în triunghiul ADM și intersecția lor Q dă $DQ = CM = \frac{2}{3}DP$). Prelungind CM cu $MB = CM$ și ducînd $BA = 2\,CD$ și $BA \parallel CD$, găsim trapezul $ABCD$.

— Q fiind centrul de greutate al triunghiului ADM, AQ trebuie să treacă prin mijlocul lui DM, care este centrul paralelogramului $CDQM$, deci AQ trece prin C (sau AC prin Q).

Problema 3835

Fie dat triunghiul ABC între laturile căruia există relația: $5a^2 = 2b^2 + 2c^2$. Notăm cu D piciorul medianei din A și cu M mijlocul ei. Să se arate că mediatoarea segmentului MD trece prin ortocentrul triunghiului.

V. V. Băghină, Breaza

Soluție. Să calculăm lungimea medianei AD. Avem:

$$m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = a^2$$

Deci, lungimea medianei din A este egală cu lungimea laturei BC.

Mediatoarea segmentului MD reprezintă tocmai axa radicală a cercurilor de diametre BC și AD care fiind egale, rezultă că axa lor radicală este tocmai mediatoarea distanței centrelor. Ori cum centrele lor sînt tocmai M și D, afirmația este justă.

Rămîne să arătăm că axa radicală a acestor două cercuri trece prin H.

Considerăm sistemul de axe avînd latura BC ca axă xx', iar înălțimea din A ca axă yy'.

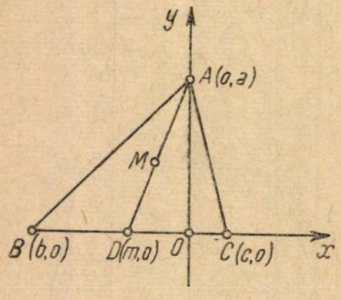
Vom avea $A(o,a)$, $B(b,o)$, $C(c,o)$, $D(m,o)$. Ecuația cercului cu diametrul BC va fi

$$\frac{y}{x-b} \cdot \frac{y}{x-c} + 1 = 0 \text{ sau } y^2 + (x-b)(x-c) = 0$$

Ecuația cercului cu diametrul AD va fi:

$$\frac{y-a}{x} \cdot \frac{y}{x-m} + 1 = 0 \text{ sau } y(y-a) + x(x-m) = 0$$

Căutăm axa lor radicală. Pentru aceasta scriem ecuațiile cercurilor astfel:



$$y^2 - ay + x^2 - mx = 0$$

$$y^2 + x^2 - bx - cx + bc = 0$$

Prin scădere găsim:

$$(b + c - m)x - ay - bc = 0.$$

Ecuația înălțimii din A este $x = 0$.
Scriem și ecuația înălțimii din B.

Panta dreptei AC este $-\frac{a}{c}$. Panta înălțimii din B va fi $\frac{c}{a}$. Deci, ecuația înălțimii BB' este:

$$y = \frac{c}{a}(x-b) \quad sau \quad cx - ay - bc = 0.$$

Va trebui să arătăm că dreptele:

$$(D_1) \quad (b + c - m)x - ay - bc = 0 \qquad (1)$$

$$(D_2) \quad cx - ay - bc = 0 \qquad (2)$$

$$D_3) \quad x = 0 \qquad (3)$$

sînt concurente.

Amplificăm ecuația (2) cu -1 și ecuația (3) cu $m-b$ și apoi le adunăm cu ecuația (1). Vom observa că se obține relația

$$D_1 - D_2 + (m-b)D_3 = 0$$

adică, există între ele o relație de dependență liniară și cele 3 drepte sînt concurente. Cum D_2 și D_3 se intersectează în H rezultă că și D va trece prin H și proprietatea a fost demonstrată.

Problema 3836

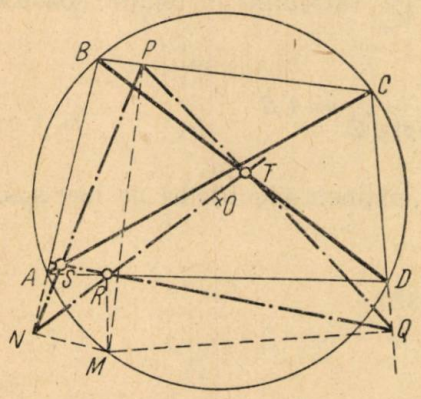
Se consideră patrulaterul $ABCD$ înscris în cercul (O) și M un punct pe acest cerc luat pe arcul AD care nu conține vîrfurile B și C. Fie N, P, Q, R proiecțiile ortogonale ale lui M respectiv pe AB, BC, CD, DA. Se iau punctele $S \equiv (NP; QR)$ și $T \equiv (PQ; NR)$. Se cere:

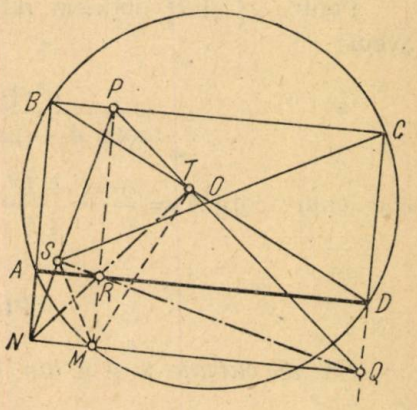
a) *locul punctelor S și T cînd M variază.*

b) *locul ortocentrului triunghiului NPQ în cazul particular: $\sphericalangle DAB = \sphericalangle ABC = 90^0$, dacă M variază.*

R. Eftimie, elev București

Soluție. a) Considerăm triunghiul ACD (fig. 1) înscris în cercul (O). Dreapta RQ este dreapta sa Simson în raport cu M. Deci $MS \perp AC$,





adică S e proiecția lui M pe AC. Dreapta NP fiind dreapta Simson a lui ABC în raport cu M, deducem că S se află pe AC. Deci locul lui S este AC. Analog demonstrăm că locul lui T este diagonala BD.

b) (Fig. 2). Avem cazul dreptunghiului. Notăm punctele:

$$T \equiv (NR; PQ) \text{ și } S \equiv (QR; NP).$$

RQ fiind dreapta Simson a triunghiului ACD în raport cu M avem $MS \perp AC$. Rezultă că patrulaterul $MSCQ$ e inscriptibil. Deoarece și patrulaterul $MPCQ$ este inscriptibil rezultă că pentagonul $MSPCQ$ este inscriptibil. În definitiv: $\sphericalangle PSQ \; \sphericalangle PMQ = 90^0$. Deci QS este o înălțime a triunghiului NPQ care trece prin R. Dar $PM \perp NQ$. Deducem că R este

ortocentrul triunghiului NPQ și el se va afla totdeauna pe latura AD. Deci locul ortocentrului triunghiului NPQ este latura AD.

Problema 3855

Avînd un triunghi ABC se notează cu r_1, r_2 și r_3 razele cercurilor cu centrele A, B și C, ortogonale respectiv cercurilor descrise pe laturile AB, CA și AB ca diametre. Notînd cu a, b și c lungimile laturilor BC, CA și AB, să se arate că:

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{r_1^2+r_2^2+r_3^2}=2$$

Ilie N. Constantinescu, Petroșani

Soluție: Avem $r_1^2+\frac{a^2}{4}=m_a^2$;

$$r_1^2=-\frac{a^2}{4}+\frac{b^2+c^2}{2}-\frac{a^2}{4}=\frac{-a^2+b^2+c^2}{2}=bc\cos A=$$

$$=4R^2\sin B\sin C\cos A=2S\operatorname{cotg} A.$$

Pentru r_2^2 și r_3^2 obținem relații analoge. Înlocuind în relația noastră avem:

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{\operatorname{cotg} A+\operatorname{cotg} B+\operatorname{cotg} C}=4S$$

Dar cum: $\operatorname{cotg} A=\frac{-a^2+b^2+c^2}{4S}$, ..., obținem identitatea de mai sus.

Problema 3870

Să se elimine λ și μ din relațiile:

$$x=\lambda+\frac{m\lambda}{\sqrt{2R(R+\mu)}};\ y=\mu+\frac{m}{2R}\sqrt{2R(R+\mu)}\ \text{și}\ \lambda^2+\mu^2=R^2.$$

Nicolae Șt. Alexandru, student I.P.B.

Soluție. Din a treia relație avem: $\lambda^2=R^2-\mu^2$ sau

$$\lambda^2=(R-\mu)(R+\mu) \tag{4}$$

de unde:

$$R+\mu=\frac{\lambda^2}{R-\mu}.$$

Înlocuind în prima relație obținem

$$x = \lambda + \frac{m}{2R}\sqrt{2R(R-\mu)} \tag{5}$$

și

$$y = \mu + \frac{m}{2R}\sqrt{2R(R+\mu)} \tag{6}$$

Ridicînd la patrat relațiile (5) și (6) avem:

$$x^2 = \lambda^2 + \frac{m^2}{4R^2} \cdot 2R(R-\mu) + \frac{m\lambda}{R}\sqrt{2R(R-\mu)}$$

$$y^2 = \mu^2 + \frac{m^2}{4R^2} \cdot 2R(R+\mu) + \frac{m\mu}{R}\sqrt{2R(R+\mu)}$$

Adunăm și ținem seama că $\lambda^2 + \mu^2 = R^2$:

$$x^2 + y^2 = R^2 + \frac{m^2}{4R^2} \cdot 4R^2 + \frac{m}{R}\sqrt{2R}\,(\lambda\sqrt{R-\mu} + \mu\sqrt{R+\mu})$$

ținînd seama de (4) avem:

$$x^2 + y^2 = R^2 + m^2 + \frac{m}{R}\sqrt{2R}\,(\sqrt{(R-\mu)(R+\mu)} + \mu\sqrt{(R+\mu)}$$

sau:

$$x^2 + y^2 = R^2 + m^2 + \frac{m}{R}\sqrt{2R}\,[(R-\mu)\sqrt{R+\mu} + \mu\sqrt{R+\mu}]$$

$$x^2 + y^2 = R^2 + m^2 + m\sqrt{2R(R+\mu)}$$

de unde scoatem:

$$m\sqrt{2R(R+\mu)} = x^2 + y^2 - (R^2 + m^2) \tag{7}$$

Ridicînd la patrat:

$$m^2(2R^2 + 2R\mu) = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 + y^2)(R^2 + m^2) + R^4 + m^4 + 2m^2R^2$$

de unde:

$$2R\mu = \frac{(x^2 + y^2)^2}{m^2} - 2(x^2 + y^2)\left(1 + \frac{R^2}{m^2}\right) + \frac{R^4 + m^4}{m^2} \tag{8}$$

Relația (6) se mai scrie:

$$2Ry = 2R\mu + m\sqrt{2R(R+\mu)}$$

și ținînd seama de (7) și (8) avem:

$$2Ry = \frac{(x^2 + y^2)^2}{m^2} - 2(x^2 + y^2)\left(1 + \frac{R^2}{m^2}\right) + \frac{R^4 + m^4}{m^2} + x^2 + y^2 - (R^2 + m^2)$$

$$2Ry = \frac{1}{m^2}(x^2+y^2)^2 - (x^2+y^2)\left(1+2\frac{R^2}{m^2}\right) + \frac{R^2(R^2-m^2)}{m^2}$$

sau:

$$(x^2+y^2)^2 - (x^2+y^2)(m^2+2R^2) - 2m^2Ry + R^2(R^2-m^2) = 0$$

adică, o relație numai între x și y, tocmai ceea ce căutam.

Problema 3960

Să se calculeze puterea teoretică a unui motor care consumă 36 kg benzină pe oră. (Puterea calorifică a benzinei este de 11 000 calorii).

Paul Tutungiu, elev Călărași

Soluție. Dacă notăm cu: C_s = consumația pe secundă, 11 000 — puterea calorifică a benzinei, 425 — echivalentul mecanic al caloriei în kilogrametri, 75 — echivalentul în kilogrametri pe secundă al unui C.P. avem:

$$\text{puterea teoretică} = \frac{C_s \cdot 11\,000 \cdot 425}{75};$$

$$\text{consumația pe secundă } (C_s) = \frac{36}{3600};$$

$$\text{puterea teoretică} = \frac{36 \cdot 11\,000 \cdot 425}{3600 \cdot 75} = \frac{1870}{3} = 623\,\frac{1}{3}\,CP$$

Problema 3961

Prin transmisie, o mașină capătă 10 CP. Datorită frecării se pierde 5% din puterea cîștigată. Știind că 60% din căldura produsă prin frecare este înmagazinată de axul pe care se rotește roata de transmisie, să se calculeze în cît timp temperatura axului ajunge la 200°C. Axul cîntărește 20 kg, temperatura normală de lucru este de 40° C, iar căldura specifică a metalului din care e confecționat axul este de 0,11 cal/g grad.

* * *

Soluție. Pe secundă, energia pierdută este

$$W_s = \frac{5 \cdot 10}{100} = 0{,}5 \text{ CP.}$$

$$0{,}5 \text{ CP} = 37{,}5 \text{ kgm/s}$$

Căldura produsă pe secundă prin frecare este

$$C_s = \frac{W_s}{427} = \frac{37{,}5}{427} = 0{,}087 \text{ kcal/s}$$

Din această căldură numai 60% se înmagazinează în ax, adică:

$$Q_{ax} = \frac{60 \cdot 0{,}087}{100} \text{ kcal/s}$$

Într-un timp t va trebui ca temperatura axului să ajungă la 200°C, adică să-și ridice temperatura cu $200 - 40 = 160$°C.

Putem scrie egalitatea:

$$\frac{60 \cdot 0{,}087}{100} \cdot t = m\, c \cdot 160$$

Dar $m = 20$ kg, iar $c = 0{,}11$ cal/g.grad, deci:

$$t = \frac{20 \cdot 0{,}11 \cdot 160 \cdot 100}{60 \cdot 0{,}087}\, s \approx 6743\, s = 1^h 52^m 23^s$$

Problema 3962

Pentru confecționarea unei rezistențe electrice se înfășoară pe un cilindru de porțelan cu diametrul de 5 cm, un fir de nichelină cu secțiunea de 2 mm². Care este numărul spirelor ce trebuie bobinate pentru ca rezistența să fie de 100 ohmi? Rezistivitatea nichelinei este de 0.4.

* * *

Soluție. Lungimea firului care are rezistența de 100 ohmi se determină din relația

$$R = \varrho \frac{l}{s} \text{ și anume, } l = \frac{R\, s}{\varrho}.$$

Înlocuind prin datele cunoscute avem:

$$l = \frac{100 \cdot 2}{0{,}4} = 500\ m = 50\,000\ \text{cm}.$$

Numărul de spire este

$$N = \frac{l}{\pi D} = \frac{50\,000}{3{,}14 \cdot 5} \approx 318 \text{ spire}$$

CHESTIUNI DE EXAMEN

Probleme date la admiterea în Institutul Politehnic Timișoara

4063. O sferă goală de aluminiu cu pereți groși, cîntărește 6,75 kg. Cavitatea din interior are o capacitate de 5 l. Se cere:

a) Forța de apăsare de jos în sus ce acționează asupra sferei scufundată în apă;

b) Forța rezultantă aplicată sferei scufundată în apă (se face abstracție de greutatea aerului din interiorul sferei);

c) Timpul în care sfera lăsată liberă se urcă de la o adîncime de 8 m pînă la suprafața apei.

Densitatea aluminiului 2,7 g/cm³ (se neglijează forțele de rezistență prin frecare).

4064. Se consideră un patrat $ABCD$ de latură a. Pe latura AB și în exteriorul lui $ABCD$ se construiește triunghiul echilateral ABM. Din A și B se duc perpendicularele respective pe DM și CM, care se taie în punctul P.

a) Să se arate că patrulaterul $BMPC$ este romb;

b) Să se calculeze aria acestui romb.

4065. Într-un triunghi dreptunghic, fie $i = 4$ dm, porțiunea din bisectoarea corespunzătoare unghiului drept cuprinsă între vîrf și ipotenuză, iar $c = 8$ dm, lungimea unei catete.

a) Să se calculeze aria triunghiului;

b) Aria și volumul corpului care rezultă din rotația triunghiului în jurul ipotenuzei.

4066. La un semicerc cu diametrul $AB = 2a$, se duce tangenta în B și perpendiculara DE pe raza OB în mijlocul ei D (E pe cerc), precum și secanta AEC (C pe tangenta din B).

Să se calculeze aria laterală a corpului ce ia naștere din rotirea arcului AE și segmentului EC în jurul diametrului AB și să se găsească valoarea unghiului din A.

4067. Să se rezolve un triunghi știind că are o latură $AB = 10$ cm și că unghiurile alăturate ei sînt date de ecuațiile:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta)}{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}\ ;\quad 2\cos B + 1 = 0.$$

4068. Un corp de 2 kg trebuie urcat pe un plan înclinat avînd un unghi de înclinație de 30^0 și lungimea de 90 m. Coeficientul de frecare între corp și plan este de 0,30. Să se afle:

a) Forța necesară pentru a urca corpul într-o mișcare uniformă, b) timpul în care corpul coboară dacă este lăsat liber, din punctul cel mai de sus.

4069. Într-o piramidă $SABC$ care are baza un triunghi echilateral APC cu latura a, vîrful S se proiectează într-un punct I pe înălțimea ce pleacă din vîrful C al triunghiului de bază. Notînd lungimea muchiei SC cu l și știind că proiecția ei pe planul bazei este jumătate din lungimea ei, se cere:

a) Să se exprime celelalte muchii în funcție de a și l; b) volumul piramidei $SABC$; c) Raportul dintre volumul piramidei $SABC$ și volumul unui con circular drept care are ca bază cercul circumscris triunghiului ABC și înălțimea egală cu înălțimea piramidei.

4070. Un triunghi dreptunghic are laturile în progresie aritmetică. Suprafața triunghiului este de 54 cm^2.

a) Care sînt laturile triunghiului. b) Să se determine înălțimea dusă din vîrful unghiului drept; c) Să se calculeze volumul solidului născut prin rotirea triunghiului dreptunghic în jurul catetei mici.

4071. Să se formeze ecuația de gradul al doilea care are ca rădăcini:

$$x_1 = \frac{-2(m+1)}{m+1+\sqrt{3m^2+2m-1}}\ ;$$

$$x_2 = \frac{m+1+\sqrt{3m^2+2m-1}}{m-1}.$$

a) Să se discute natura rădăcinilor acestei ecuații după valorile parametrului m; b) Pentru ce valoare a parametrului m ecuația obținută are o rădăcină egală cu -1?

4072. Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$1 - \frac{\frac{3}{x^2} - 2\left(\frac{1}{x} - \frac{5}{2x}\right)}{\frac{1}{x^2} + 3\left(\frac{2}{x} - \frac{1}{3x}\right)} - y = 0$$

$$\frac{\log(1 - y\sqrt{2}) + \log(1 + y\sqrt{2})}{\log(2 + 3y)} = 1$$

PROBLEME PROPUSE *)

4073. Să se demonstreze că nu există un număr întreg $N > 1$ care este în același timp o sumă de două patrate perfecte consecutive și suma a două puteri perfecte de ordinul patru de numere consecutive, adică să avem:

$$N = x^4 + (x+1)^4 = y^2 + (v+1)^2$$

unde x, y și N să fie întregi.

A. Makowski. Varșovia

4074. Să se arate că dacă a, b, c, d sînt pozitive avem relația:

$$(a^5 + b^5 + c^5 + d^5)(a^3 + b^3 + c^3 + d^3) \geqslant (a^4 + b^4 + c^4 + d^4)^2$$

În ce caz avem egalitatea?

C. Ionescu-Țiu

4075. Să se rezolve ecuația

$$\sqrt[n]{x^n + \sqrt[n+1]{a^n x^{n^2}}} + \sqrt[n]{a^n + \sqrt[n+1]{a^{n^2} x^n}} = b.$$

* * *

4076. Dacă într-un triunghi ABC avem $2a = b + c$, unghiul OIA este drept și reciproc, notațiile fiind cele obișnuite.

C. N. Tudor, student, București

4077. Să se demonstreze că dacă într-un triunghi oarecare înălțimea din A, bisectoarea din B, simediana din C sînt concurente, avem relația:

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2} = \operatorname{ctg}\frac{A-B}{2}\operatorname{tg}\frac{C-B}{2}.$$

Dumitrescu Vladimir, elev Ploești

*) VIII (4073, 4075, 4085, 4086); IX (4080, 4081, 4083, 4087, 4093); X (4074, 4076, 4077, 4082, 4088, 4089, 4092); XI (4078, 4079, 4084, 4090).

4078. Imaginea unei surse luminoase se formează la 20 cm de lentilă în aer și la 30 cm de lentilă cînd sistemul e scufundat în apă. Să se calculeze distanța dintre sursă și lentilă.

Se dă indicele de refracție al apei $\frac{4}{3}$, al sticlei $\frac{3}{2}$.

Dan Brînzei, Iași

4079. Se consideră un triunghi ABC ale cărui laturi sînt conductoare metalice omogene. Producînd o diferență de potențial între două vîrfuri ale triunghiului, prin latura lui încep să circule curenți electrici. Să se calculeze intensitatea cîmpului magnetic rezultant, produs în centrul de greutate al triunghiului ABC de curenții care circulă prin laturile lui.

Tomescu Ion, elev Ploești

4080. Să se elimine λ între relațiile

$$x = \frac{a_0 + \lambda b_0}{(a_0 + \lambda b_0)^2 + (a_1 + \lambda b_1)^2},$$

$$y = \frac{a_1 + \lambda b_1}{(a_0 + \lambda b_0)^2 + (a_1 + \lambda b_1)^2}$$

Ion S. Antoniu

4081. O dreaptă oarecare taie două cercuri O și O' în M, N și M', N' respectiv, iar axa lor radicală în A. Să se arate că:

$$\frac{AM'}{NM'} + \frac{AN'}{MN'} = 1.$$

M. Rădulescu, elev Constanța

4082. Să se arate că:

$$(-1)^{n+1}\left(\frac{a^{-1} - b}{a - b^{-1}}\right)^n \cdot \frac{a^{-n} - b^n}{a^n - b^{-n}} = \left(\frac{a^{-1} + b}{a + b^{-1}}\right)^{2n} = \frac{a^{-2n} + b^{2n}}{a^{2n} + b^{-2n}}$$

$$(-1)^{n+1}\left(\frac{\sin a - \sec b}{\operatorname{cosec} a - \cos b}\right)^n \frac{\sin^n a - \sec^n b}{\operatorname{cosec}^n a - \cos^n b} = \left(\frac{\sin^2 a + \sec^2 b}{\cos^2 b + \operatorname{cosec}^2 a}\right)^n$$

C. Ionescu-Țiu

4083. Dacă se notează cu A_1, A_2; B_1, B_2; C_1, C_2; punctele în care un cerc oarecare (O) taie respectiv laturile BC, CA, AB ale triunghiului APC, atunci avem relația:

$$\frac{A_1B}{A_1C} \cdot \frac{A_2B}{A_2C} \cdot \frac{B_1C}{B_1A} \cdot \frac{B_2C}{B_2A} \cdot \frac{C_1A}{C_1B} \cdot \frac{C_2A}{C_2B} = 1$$

Radu Eftimie, București

4084. Să se afle ce valori ia funcția

$$Z = \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x^2 + y - 2} - \operatorname{tg} \sqrt{(y-1)(x+2)}}{\operatorname{tg}(x^2 - y^2)} \cdot \sin \sqrt{y-1}$$

cînd $M(x, y) \to A(1, 1)$ pe bisectoarea primului cadran.
(În legătură cu problema 3596).

* * *

4085. Se dă dreptunghiul $ABCD$. Se prelungesc laturile AB și BC respectiv cu $BB' = CC' = l$.
Să se găsească locul geometric al proiecției punctului B' pe DC', cînd l variază.

Emil Morțun

4086. În anul 1959, ziua de 23 August a fost într-o duminică. Pînă în anul 2000, de cîte ori va fi tot într-o duminică?

C. V. **Costăchescu**

4087. Fie ABC un triunghi oarecare și $H_aH_bH_c$ triunghiul său ortic. Dacă α, β, γ sînt proiecțiile lui A, B, C respectiv pe H_bH_c, H_aH_c, H_aH_b, să se stabilească relația:

$$\frac{AH_a}{A\alpha} + \frac{AH_a}{B\beta} + \frac{AH_a}{C\gamma} = AB \cdot AC \cdot \frac{H_aC + H_bC}{AC + BC} \cdot \frac{H_aB + H_cB}{AB + CB} \cdot \frac{H_cA + H_bA}{CA + BA}$$

Toma T. Albu, elev Petroșani

4088. Un electrocar funcționează cu ajutorul a 18 acumulatori, fiecare cu forța electromotoare de 8 V și rezistența interioară de 0,10 ohmi, montați astfel încît să dea intensitatea maximă într-un circuit exterior de 0,2 ohmi. Dacă viteza electrocarului este de 1 m/s, să se calculeze forța de tracțiune a sa.

Rădulescu G. Mircea, elev Constanța

4089. Să se arate că rădăcinile ecuației $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$ sînt:

$$x_1 = -\frac{\sin \frac{4\pi}{7}}{\sin \frac{2\pi}{7}}, \quad x_2 = \frac{\sin \frac{2\pi}{7}}{\sin \frac{\pi}{7}}, \quad x_3 = \frac{\sin \frac{\pi}{7}}{\sin \frac{4\pi}{7}}$$

E, **Onofraș**, profesor Huși

4090. Să se afle locul din plan ce conține punctele ale căror coordonate verifică relația:

$$C_x^{n-1} \cdot C_{pn}^{y} - C_{pn-1}^{y} C_x^n = 0$$

pentru orice n natural și orice p prim absolut.

C. **Cotfas**, profesor Giurgiu

4091. Fie $A_1B_1C_1$ triunghiul ortic al triunghiului ABC, $A_2B_2C_2$ triunghiul ortic al triunghiului $A_1B_1C_1$ ș.a.m.d. iar A_{n+1} B_{n+1} C_{n+1} triunghiul ortic al triunghiului A_n B_n C_n. Să se arate că:

$$2^n p_1 S_n = p_{n+1} S$$

unde p_i este semiperimetrul, iar S_i aria triunghiului $A_iB_iC_i$.

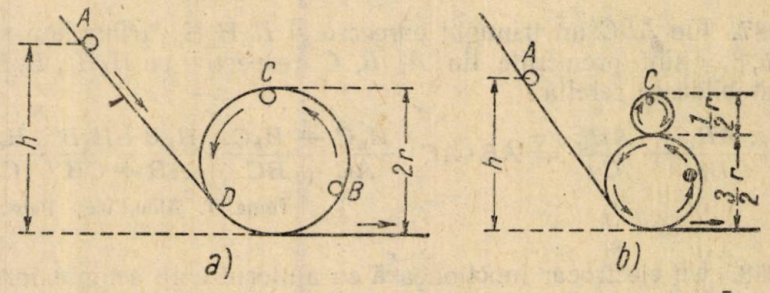
Vîrgolici Virgil, student

4092. Să se calculeze fără tabele:

$$\frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ,$$

Victor K. Smîșleaev, U.R.S.S.

4093. Este cunoscută problema bilei care lăsată liberă în A străbate bucla circulară DBC. Pentru ca această mișcare să fie posibilă trebuie



ca înălțimea h a punctului A să fie cel puțin egală cu $\frac{5}{2} r$ (raza buclei circulare — fig. a).

Să se arate că pentru $h = \frac{17}{8} r$ se poate ajunge la o aceeași poziție C, dacă folosim două bucle circulare de razele date în fig. b. Frecarea și rezistența mediului se vor neglija.

Al. Stoenescu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU ȘCOALA DE 7 ANI *)

E: 1472. O cooperativă avea 10 640 animale: vaci de lapte, boi de muncă, cai, porci și oi merinos. Raportul dintre numărul cailor și al vacilor de lapte era $\frac{5}{9}$ și erau cu 240 vaci mai multe decît cai. Numărul

* V (E: 1473, 1474, 1481; VI (E: 1472, 1477, 1480, 1482; VII (E: 1475, 1476, 1478, 1479).

boilor de muncă era cu 80 mai mic decît dublul numărului vacilor de lapte, iar raportul dintre numărul boilor de muncă și numărul porcilor era $\frac{2}{7}$. Se cere:

Cîte oi merinos avea cooperativa și cîte saivane de cîte 100 de oi își construise ea?

Florea I. Dumitrescu

E: 1473. O G.A.C. din cele 1800 ha, are repartizate pe tarlale: pentru vii și grădini $\frac{1}{3}$; pentru grîu $\frac{1}{4}$; pentru orz $\frac{1}{5}$; pentru porumb $\frac{1}{6}$; iar restul cuprinde suprafața pentru nutreț. Să se afle: 1) suprafața fiecărei tarlale; 2) ce procent reprezintă grădinile și viile din toată suprafața acelei G.A.C.?

B. Baieră

* * *

E: 1474. O școală cumpără 10 mingi de handbal cu camerele respective și un număr de camere de rezervă. Știind că o cameră costă un număr întreg de lei, că se plătește 91 de lei pentru toate camerele cumpărate și că o minge costă cît nouă camere, să se determine numărul total de camere cumpărate, prețul unei camere și costul total al mingilor și camerelor cumpărate.

Lucian Petrescu, elev București

E: 1475. Să se arate că:

$$x^3y\,(xy + 2z^2) + y^3z\,(yz + 2x^2) + z^3x\,(zx + 2y^2) = \\ = (x^2y + y^2z + z^2x)^2$$

* * *

E: 1476. Numărul 343 din sistemul zecimal, într-un alt sistem se scrie 1331. Să se găsească baza noului sistem.

Alex. Lalescu, Cîmpina

E: 1477. Un bloc de metal în formă de paralelipiped dreptunghic, în greutate de 936 kg, are lungimea de 10 dm și lățimea de 3 dm, iar presiunea pe unitate de suprafață — ce o exercită pe una din fețele pe care se sprijină, este de 0,78 kgf/cm^2. Să se afle grosimea blocului, apoi greutatea specifică a metalului.

B. Baieră

E: 1478. Să se arate că:

$$a(a-c)^2 + b(b-c)^2 - (a-c)(b-c)(a+b-c) =$$
$$= b(b-a)^2 + c(c-a)^2 - (b-a)(c-a)(-a+b+c) =$$
$$= c(c-b)^2 + a(a-b)^2 - (c-b)(a-b)(a-b+c)$$

* * *

E: 1479. Fie un punct P pe latura AB a unui paralelogram $ABCD$ prin care ducem două drepte paralele, una la BD care taie latura AD în M și alta la AC care taie pe BC în N. Fie E intersecția diagonalelor AC și BD, iar punctele R și S intersecțiile dreptelor ME și PD, respectiv NE și PC. Să se demonstreze relația:

$$\text{aria } PRS = \text{arie } DMR + \text{arie } CNS.$$

Strătescu Ion

E: 1480. Datorită grijii partidului nostru față de oamenii muncii, un furnalist primește cu 551 lei lunar mai mult decît în 1956. Să se afle cît primea lunar în 1956 furnalistul, știind că s-au făcut două majorări de salarii: prima în 1957 de 48%, iar a doua în 1959, de 10%.

Veronica Stăncescu

E: 1481. Un bazin cu o capacitate de 1960 litri este umplut într-o oră de 7 robinete cu debite de 230 l/oră și de 300 l/oră. Să se afle cîte robinete sînt cu debitul de 230 l/oră și cîte cu debitul de 300 l/oră.

* * *

E: 1482. Să se construiască triunghiul oarecare ABC cunoscînd latura BC și segmentele: OA_2 și A_1A_2 unde O, A_1, A_2 sînt respectiv centrul cercului circumscris, mijlocul laturii BC și piciorul înălțimii din A.

M. Bătineț

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Pînă la 1 ianuarie 1960 s-au evidențiat ca rezolvitori de probleme de matematică din G.M.F.-B, după cum urmează:

1. **Marchitan Gheorghe** (student matem. și fizică Iași); 2. **Munteanu Ioan** (student matem. Iași); 3. **Munteanu Valeriu** (anul I Grupul tehnic Sanit. București); 4. **Danciu Iulian** (cl. IX ș.m. 2 Brăila); 5. **Grosescu Radu** (cl. XI Lic. Mil. Breaza); 6. **Brînzei Dan** (student mat. Iași); 7. **Azzola Giovanni** (cl. XI Oțelul Roșu); 8. **Lustig Gheorghe** (cl. VIII ș.m. 5 Timișoara); 9. **Tudor Gheorghe** (cl. XI Moreni); 10. **Oprișan Gh.** (cl. XI Curtea de Argeș); 11. **Pop Ioan** (student matem. Iași); 12. **Popa Nicolae** (cl. X Focșani); 13. **Pantelimon Radu** (absolv. Cîmpia Turzii); 14. **Pop Corneliu** (student Cluj); 15. **Apostoloiu Victor** (cl. XI. R. Vîlcea); 16. **Simpăleanu Marin** (absolv. Turda); 17. **Crăcea I. Gh.** (cl. X ș.m. 2 Brăila); 18. **Popescu Radu** (cl. X ș.m. 1 Giurgiu); 19. **Alexandru Șt. Cornel** (cl. XI Bolintinul din Vale); 20. **Jipa Gh. Constantin** (cl. VIII Moreni); 21. **Filip Florina** (abs. București); 22. **Ghiță R. Tudor** (cl. VIII Bolintinul din Vale); 23. **Dolteanu Temistocle** (abs. Huși); 24. **Velicescu T. Mircea** (cl. XI ș.m. 4 București); 25. **Murărici P. Nicolae** (cl. XI Curtea de Argeș); 26. **Frankenfeld Georgian** (cl. IX Lic. Mil. Breaza); 27. **Grigoraș Vasile** (absolv. Bacău); 28. **Andraș T. Traian** (cl. X ș.m. 2 Brăila); 29. **Mihuț Octavian** (cl. IX Bolintinul din Vale); 30. **Zevedei Valerian** (cl. XI Curtea de Argeș); 31. **Mateescu Margareta** (abs. București); 32. **Ursu C. Constantin** (cl. X Buhuși); 33. **Ghiță Rodica** (cl. VIII Oradea); 34. **Mo-**

flic Emilian (cl. XI Moreni) ; 35. Fințescu Elena (cl. X. Ș.m. 10 București) ; 36. Stratan Gheorghe (abs. Caracal) ; 37. Vasilache Maria (cl. VII Păunești Adjud).

Pînă la 1 ianuarie 1960 s-au primit soluții bune la problemele de matematică propuse în G.M.F. seria B, după cum urmează :

ADJUD. Cl. VIII. Bogea Ion (3767, 90, E : 1368—70, 72—80).

AFUMAȚI (București). Cl. X. Camburu Cristache (3763—65, 67, 68, 72, 76, 90, 91, 96, 800, 03, 05, 06, 08, 13, 33, 45, 88), Neiner Gh. (3763, 96, 98, 800, 03, 05, 06, 08, 13).

ALBA IULIA. Ș.m. „Horia, Cloșca și Crișan". Cl. VIII. Tapalău Ionel (E : 1355, 57, 66—69, 72—74, 80, 84, 88, 92, 93, 95).

ALEXANDRIA. Ș.m. „Al. I. Cuza". Cl. VIII. Boșteanu I. Liviu (3803, E : 1357, 64, 66—69, 73, 81, 84, 86, 88, 89, 92—95).

ARAD. Ș.m. „Ion Slavici". Cl. IX. Militar Frenț (3761, 72, 80, 98, 802, 03, 05, 09, 13, 16, 24, 32, 33, 41), Malcoci Aurel (3799, 803, 05, 09, 13, 16, 28, 31, 40, 88). Cl. X. Băbăneamț T. (3761, 72, 78, 80, 83, 85, 94, 97—99, 801—03, 05, 06, 13, 24, 32, 33, 48), Macovei Rodica (3764—68, 72, 78, 80, 88, 90, 98, 803, 05, 06, 21, 41, 48), Papp Erhardt (3717, 22, 23, 29, 59, 72, 78, 85, 94, 96, 802—06, 21), Popescu A. Dorel (3714, 16, 22, 47, 53, 58, 61, 63, 72, 76, 78, 80, 85, 93, 94, 96—99, 802, 03, 06, 08, 13, 17, 21, 24, 32, 41, 45, 46, 59, P), Popețiu Dorina (3761, 72, 78, 80, 83, 85, 94, 97—99, 801, 03, 05, 06 13, 24, 33, 41), Toma Dorel (3761, 72, 80, 83, 85, 88, 94, 97—99, 801, 03, 05, 06, 13, 24, 32, 41), Vîrșăndanu Ioan (3734—36, 42, 43, 48, 56, 57, 63, 64, 66—68, 90, 91). Cl. XI. Jurca Virgil (3778, 80, 85, 97, 99, 802, 03, 05—07, 12, 17, 43, 44), Slimac Stere (3778, 80, 85, 93, 94, 97—99, 802, 03, 05—08, 17, 32, 43), Weisz Gavril (3778, 85, 97—99, 802, 03, 05—08, 12, 17, 32, 43).

Ș.m. 2 Cl. VIII. Ardeleanu Ioan (3803, E : 1367, 69, 73, 84, 86—88, 93, 98), Cărămidă Ana (3803, E : 1369, 72—74, 83, E : 1387, 88, 90, 91, 95, 98, 401, 08, 11, 12). Cl. X. Deamtu Lucia (3763, 78, 80, 85, 93, 98, 99, 803, 05, 06, 09, 41). Cl. XI. Ghișa Voica (3778, 80, 85, 93, 94, 97—99, 802, 03, 05, 06, 08, 09, 32, 43, 44).

Șc. prof. „G. Dimitrov". An. I. Schillinger Robert (E : 1366—69, 72—74, 79, 80). An. II. Kaflikiewicz Etelca (3772, 74, 76 80, 96, 98, 841, E : 1376—78), Mindra A. (3772, E : 1337, 69, 74, 77—79, 81, 85, 88), Moț Traian (3742, E : 1367, 69, 76—79, 87—88).

Șc. de 7 ani. Cl. VII. Dan Dorin (E : 1366, 67, 69, 73 81, 84, 86—92, 94, 95).

BABADAG. Cl. IX. Ignat Ion (3764, 65, 68, 72, 89, 90, 91, 96, 803, 13, 29).

BACĂU. Ș.m. 1 „Gh. Bacovia". Cl. X. Dabu Răzvan (3764—68, 72, 78, 90—92, 94, 97—99, 802—04, 06, 13, 28, 32, 37—39, 41, 51), Flachs Iacob (3761, 72, 77, 80, 97, 98, 803—05, 13, 21, 24, 41, 43, 45, 46, 61, 88), Hălănceanu Constantin (3766, 67, 78, 90, 91, 94, 97, 98, 803, 04, 06, 13 21, 28, 37, 39), Moraru Petru (3797, 98, 800, 02—05, 09, 13, 16, 21, 30, 33, 37, 41), Negoescu Nicolae (3772, 97—99, 803—06, 09, 13, 21, 41, 45, 88), Sîrbu Angela (3713, 23, 97, 98, 803, 06). Absolvent **Grigoraș Vasile** (3798—811, 16, 17, 19, 21, 22, 24, 30—33, 37, 41—46, 49, 50, 53—56, 60, 61, 66, 70, 71, 79, 88, 96).

Ș.m. 2 „Vasile Alecsandri". Cl. VII. Cațichi Smaranda (3798, 803—05, E : 1357, 64, 66, 67, 69, 70, 73, 81, 86, 88).

Șc. de 7 ani Păunești-Adjud. Cl. VII. Berbece C. Dumitru (3767,801, 03, E : 1370, 81, 82, 84—99, 402, 06—08), Dodu Virginica (3790, 839, E : 1355, 56, 62, 64—68, 72, 73, 80, 84, 85, 90, 92—94), Moisă Neculai (3765, 82, 90, 91, 801, 03, 05, E : 1360, 77, 81, 82, 84—86, 88—90, 92—402, 06, 13), Novac Georgeta (3765, E : 1300, 76, 79, 81, 84, 86, 88—90, 92—98, 404, 08, 10, 13), Novac I. Virginia (3764, 801, 03, E : 1367, 72, 73, 80, 82, 84, 86, 90—94, 96—98, 401, 08), Popa Violet (E : 1355, 56, 58, 62, 66, 92—94), Șerbănescu G. Const. (3767, E : 1357, 80, 83—86, 88, 92—94), **Vasilache Maria** (3803, E : 1381—405, 07—13).

BAIA DE ARIEȘ (Cluj). Cl. IX. Totolici Gabriel (3798, 803, 08, 13, 21, 32, 38, 39, 41, 45, 48).

BAIA MARE. Duca Carmencita (3761, 78, 97, 99, 802, 03, 05, 20, 21, 41), Vlahovici Neculae (3761, 72, 78, 80, 85, 96—99, 803, 05, 13, 21, 32). Cl. XI. Fazakas Anton (3713, 14, 18, 20, 26, 39, 44, 61, 72, 85, 96, 97).

BÎRLAD. Complexul școlar. Cl. VIII. Aftenie Veronica (E : 1367, 73, 81, 85, 87, 88), Bercu Lelia (3803, 05, E : 1369, 73, 86—88, 90, 93, 95), Călin Lilica (3803, 05, E : 1369, 84, 86—88, 90, 93, 95), Demetriade Marlena (3805, E : 1384—86, 88, 89, 92, 94), Iordan O. Dumitru (E : 1366—69, 72—74, 81, 84, 86—90, 92, 93), Manole Maria (E : 1382, 84—88, 91, 93, 94, 96), Mocanu Maricica (3803, E : 1384—89, 92, 93), Niță Petru (3790, 803, 05, E : 1364, 66, 67, 69, 73, 74, 84, 85, 90), Postolache Liliana (3764, 90, 803, 05, E : 1366, 67, 69, 70, 72, 73, 75, 84, 85, 90), Puiu Maria (E : 1367, 73, 81, 82, 85, 87, 88, 99), Savin Petruța (3803, E : 1385—89, 93). Cl. IX. Cotoranu Virginica (3732, 34, 52, 54, 98, 803,

85, 13). Cl. X. Arsene Grigore (3758, 61, 72, 64, 65, 67, 76—78, 80, 85, 90, 96, 97).

BICAZ. Cl. IX. Savin Mihai (3713, 23, 98, 803—06, 13, 61, 88).

BLAJ. Ş.m. „Iacob Mureşan". Cl. VII. Angelescu Constantin (E: 1366, 68—70, 73, 80, 83, 84, 86, 92, 94). Lodroman Lucia (E: 1366, 67, 69, 80, 92, 94, 406, 10). Olteanu Elisabeta (E: 1362, 66—68, 80, 84, 85, 94, 97, 400), Socol Minerva (E: 1366, 67, 69, 74, 84, 92—94, 96—98, 406). Cl. XI. Tarnu Constantin (3760, 95, 99, 803, 05—07, 09, 10, 12, 13, 16, 17, 32, 43, 46).

BOLINTINUL DE VALE (Bucureşti). Cl. VIII. **Ghiţă R. Tudor** (3658, 91, 700, 01, 16, 18, 19, 24, 29, 36, 41, 48, 52, 56, 57, 60—62, 64—68, 70, 72, 74, 85, 89, 90, 91, 98, 99, 801, 02, 04, 06, 08, 09, 13, 22, 26, 32, 38, 39, 41, 42, 44, 46, 48). Cl. IX. **Mihuţ I. Octavian** (3650, 54, 57, 91, 96, 718, 24, 26, 29, 35, 36, 43, 48, 50, 52, 54, 56, 57, 59, 61, 66—68, 72, 85, 90, 91, 98, 99, 802, 03, 05—07, 13, 16, 38, 39, 41, 42, 46, 48). Cl. X. Năstase D. Ion (3798, 803, 06). Cl. XI. **Alexandru Şt. Cornel** (3650, 58, 64, 66, 82, 90—92, 94, 700, 05, 07—09, 14—19, 24—26, 29, 36, 43, 46, 52, 54, 56, 57, 59, 61, 65, 67, 68, 72, 85, 90, 91, 98, 99, 806, 07, 09, 12, 13, 21, 41, 48, 62).

BOTOŞANI. Ş.m. 2 „M. Eminescu". Cl. X. Constantin Radu (3759, 72, 80, 97—99, 803, 05, 13, 21), Vaiser Gerta (3761, 78, 98, 99, 803, 05, 06, 08, 13, 16, 21, 41, 55, 60).

Şc. de 7 ani Mîndreşti. Cl. VI. Hîrtie G. Vasile (E: 1384—86, 93).

BRĂILA. Ş.m. 2. „N. Bălcescu". Cl. VIII. Bibicu Ion (3803, 32, E: 1397—401, 03, 06—09, 11, 12). Cl. IX. **Danciu Iulian** (3714—17, 20—22, 25, 26, 28, 29, 31—36, 38, 39, 41, 43, 46—48, 51—54, 56—59, 61, 63—68, 72, 76—78, 80—82, 89—94, 97—806, 08, 09, 12, 13, 21, 24, 28, 32, 38, 39, 41, 43, 48), Moţit M. Horia (3713, 16, 20—21, 29, 32, 36, 52, 54, 98, 800, 02, 03, 05, 16, 32, 58), Petcu G. Dan (3713, 36, 52, 56, 57, 59, 65—68, 72, 90, 71, 803, 05, 28, 38, 39, 48). Cl. X. **Andraş I. Traian** (3713—17, 20—22, 26, 29, 32, 34, 36, 38, 39, 48, 51—54, 56, 58, 59, 61, 64, 66, 67, 72, 78, 80, 90, 93, 96, 98, 99, 803—06, 13, 21, 24, 32, 41, 58, P), Chirilă Dumitru (3747, 53, 59, 63, 72, 96, 81, 82, 803, 05, 12, 24), **Crăcea I. Gh.** (3713—17, 20, 22, 26, 29, 30, 34—36, 38, 39, 43, 48, 51—54, 57, 58, 61, 65—68, 72, 77, 78, 80, 90, 91, 96, 98, 99, 802—06, 13, 21, 24, 25, 38, 41, 43, 48).

Şc. de 7 ani nr. 18. Cl. VII. Stănescu I. Toader (E: 1360, 66, 67, 74, 75, 84, 86, 90, 92—94, 400).

BREAZA. Ş.m. „Aurel Vlaicu". Cl. VIII. Aldea Stelian (3790, 03, E: 1366, 67, 69, 70, 72—74, 76, 80, 81, 86—88, 90, 92, 94—96), Băşanu S. Traian (3790, 803, E: 1357, 66, 67, 89, 74, 76, 78, 79, 85—88, 90, 92, 94—96), Borha Stelian (3790, 803, E: 1366, 69, 73—76, 80, 86—88, 90, 92—96), Bucur D. Mihai (3790, 803, E: 1357, 66, 67, 69, 74, 76, 78, 79, 85—88, 90, 92, 94—96), Capşa Alexandru (3713, 90, 803, E: 13, 69, 73—76, 80, 86—88, 90, 92—95), Croicu Emilia (3790, 803, E: 1357, 64, 66, 69, 70, 73, 74, 76, 78, 79, 85, 87, 88, 90, 91, 94, 96), Florescu A. Ilie (3790, 803, E: 66, 67, 69, 70, 73, 76, 78—80, 85, 87, 88, 90, 92, 94—96), Otea I. Valeriu (3790, 803, E: 1357, 59, 62, 64, 66, 67, 69, 70, 73, 74, 78, 81, 87, 88, 93), Petrescu Margareta (3713, 64, 90, 802, 06, 13, E: 1357, 59, 64, 66—70, 72—76, 78—81, 84—88, 90, 91, 94, 96), Sassu Florian (3713, 90, 803, E: 1364, 66, 67, 69, 70, 72—74, 76, 87—90, 92), Soare Şt. Constantin (3790, 803, E: 1369, 73—76, 80, 86—88, 90, 92—95), Toma P. Sarmiza (3713, 90, 803, E: 1357, 64, 66—70, 72—76, 78—81, 84 86—90, 92—96).

Liceul militar „Dimitrie Cantemir". Cl. IX. Apostol Aurel (3705, 13, 46, 54, 59, 96, 98, 802, 03, 05, 13, 16, 24, 35, 42, 46, 47), Boji Vasile (3713, 54, 98, 802, 03, 13, 16, 24, 42, 47), Burlă Dumitru (3713, 34—36, 41, 46, 47, 54, 57, 64, 67, 68, 90, 91, 96, 98, 802, 03, 05, 13, 16, 28, 38—40, 46, 47, 51), Chelaru V. Vasile (3770, 81, 83, 801, 04, 08, 19, 31, 33, 37, 46, 49, 61, 65), Crimpiţa Cristian (3770, 81, 83, 801, 04, 08, 19, 31, 33, 46, 61), **Frankenfeld Georgian** (3713, 34—36, 38, 41, 54, 57, 59, 64, 65, 67, 68, 70, 81, 83, 86, 98, 801—06, 08, 13, 15, 16, 19, 28, 31, 33—39, 41, 42, 45—47), Lazăr V. Mihai (3713, 46, 47, 54, 59, 70, 81, 83, 96, 98, 801—05, 13, 16, 19, 31, 33, 37, 46, 47, 49, 61), Vişan Alexandru (3770, 81, 83, 801, 04, 08, 19, 31, 33, 37, 46, 61, 65). Cl. XI. Andrei Şerban (3761, 70, 72, 78, 96, 97, 99, 801—03, 10, 13, 16, 19, 21, 23, 42—44, 60), Ardeleanu Stelian (3761, 78, 81, 85, 93, 94, 96, 99, 801, 03, 10, 13, 17, 19, 42—44), Battlay Gheorghe (3765, 78, 81, 83, 85, 93, 94, 96, 97, 99, 801—03, 06, 07, 10, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 31, 33, 42—44, 49), Bodonea Ion (3781, 93, 94, 99, 810, 13, 16, 19, 31, 39, 42, 48), Bogdan Constantin (3778, 81, 85, 93, 94, 96, 99, 801—03, 06—08, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 21, 23, 31, 42, 43, 49), Boji V. (3770, 81, 801, 03, 08, 19, 31, 33, 37, 46, 49, 61, 68), Cioran Bujor (3765, 68, 81, 83, 85, 90, 94, 96, 97, 99, 802, 03, 06—08, 10, 13, 16, 17, 19, 23—25, 33, 39, 42, 43, 84), Circoană Ionel (3761, 78, 81, 85, 93, 94, 96, 97, 99, 801—03, 06, 07, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 31, 42—44), Ciurea Iosif (3778, 81, 85, 93, 94, 96, 97, 801—03, 04, 06, 07, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 21, 23, 33, 43, 44), Cuşnoreanu Romulus (3777, 81, 803, 10, 13, 17, 21, 23, 24, 31,

35, 43, 44, 48, 60), Ene C. Ioan (3772, 78, 81, 83, 85, 93, 94, 96, 97, 99, 801—03, 06—08, 10, 11, 13, 15—17, 19, 21, 23—25, 31, 33, 39, 42—44, 49), Gheju Petru (3770, 78, 81, 83, 85, 93, 94, 96, 97, 99, 801—03, 06, 07, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 21, 23, 43, 44, 49), Ghiță Ion (3778, 85, 93, 94, 97, 99, 801, 03, 10, 11, 13, 23, 49), Grigore Ion (3775, 78, 93, 94, 96, 97, 99, 807, 08, 10, 16, 19, 23, 25), **Grosescu Radu** (3734, 36, 40—43, 46, 48, 51, 57, 59, 64, 67, 68, 70, 72, 81, 83, 86, 89, 91, 93, 94, 97—800, 02—10, 12, 13, 15—19, 21—25, 28, 29, 31—33, 35—49, 51, 52, 54), Ilins Jean (3778, 81, 83, 85, 93, 94, 96, 97, 99, 801—03, 06, 07, 11, 13, 16, 17, 19, 21, 23, 32, 33, 42—44, 48), Lencu Cornel (3768, 78, 81, 83, 85, 90, 93, 94, 96, 99, 801, 03, 06—08, 10, 11, 13, 15—17, 19, 23—25, 39, 42—44, 48), Lungulescu D. George (3778, 85, 90, 99, 801—03, 06, 07, 10, 13, 16, 17, 19, 21, 31, 42—44), Morotineanu Theodor (3793, 96, 98, 807, 08, 10, 13, 15, 16, 24, 41, 42), Mihai Cornel (3765, 70, 78, 81, 83, 85, 93, 94, 96, 99, 801—03, 06, 10, 13, 17, 19, 21, 23, 39, 42—44, 48, 81), Nițu Nicolae (3799, 81, 85, 93, 94, 99, 801—03, 06—08, 10, 11, 13, 16, 19, 21, 23, 42—44, 49), Oncioiu Ioan (3761, 65, 78, 81, 85, 93, 94, 96, 99, 801—03, 07, 10, 13, 17, 19, 42—44), Săndulescu Dumitru (3778, 83, 85, 94, 99, 802, 03 10, 17, 19, 23, 44), Tătaru Dan (3765, 78, 81, 85, 93, 94, 99, 801—03, 06, 07, 10, 13, 17, 19, 31, 43, 44).

BUCUREȘTI. **Studenți**: Pantelimon Gh. (fac. mat. fiz.) (3798, 99, 802, 03, 05—07, 09, 13, 16, 32, 42—44, 60, P), Antoniu I. Sorin (fac. electrotehnică) (3713, 18, 24, 26, 64—69, 72, 80, 85, 86, 89, 90—93, 96, P).

Absolvenți: **Filip Floriana** (3760, 61, 64—70, 78—80, 85, 90, 91, 93, 96, 98, 99, 801—03, 05—09, 12, 13, 16, 17, 20, 24, 28, 30, 38, 39, 41—45, 47—49, 51, 52, 54, 55, 60, 78—80, 88, 93), Iliescu Gh. Ovidiu (3772, 74, 76, 78, 80, 82, 84, 85, 93—96, 98, 99, 801—07, 09—13, 16, 17, 21—24, 30—33), Martin Gh. (3798—803, 05—07, 12, 13, 32, 41—44, 46, 54), Mateescu Margareta (3760, 61, 63, 69, 70, 72, 78, 80, 85, 93, 98—803, 05—10, 12, 13, 16, 17, 20, 24, 32, 35, 39, 41—45, 49, 54, 55, 60, 78—80, 88), Miron Liviu (3772, 74, 78—80, 85, 93, 96, 98, 99, 801, 03, 05, 06), Mureșanu Stanca (3798, 803 ,06, 10, 12, 13, 41—44, 50, 54), Tuțuianu Ovidiu (3747, 81, 96, 802, 08—11, 17, 20, 25, 31, 32, 37, 38, 44, 56, 71).

Ș.m. 1 Cl. VIII. Anastasescu Ion (3803, 05, 88, E: 1381, 83, 87, 88, 95, 401, 11, 12).

Ș.m. 3. Cl. VI. Andrei Romulus (E: 1367, 73, 84—86, 89, 90, 92, 93, 97, 99).

Ș.m. 4 „Aurel Vlaicu". Cl. XI. **Velicescu T. Mircea** (3714, 17, 18, 20, 22, 24, 26, 29, 30, 36, 46, 60—68, 72, 76, 80, 85, 86, 93, 94, 98, 99, 801, 03, 04, 06—08, 13, 15, 21, 22, 33, 37, 41, 43, 44, 60, 97, 903,

Ș.m. 7 „I. L. Caragiale". Cl. VII. Marian Emilia (E: 1366, 67, 69, 73, 74, 77, 88, 89, 91, 95). Cl. IX. Tatu Gabriel 3764—68, 89—92, 98, 800, 03, 04, 06, 08, 13, 28, 29, 38—40). Cl. X. Bluos Ioachim (3758, 61, 72, 78, 80, 85, 94, 96—99, 801—04, 06, 08, 13, 16, 21, 32, 33, 35, 37, 41, 42, 55, 88, 91), Vlad Valentin (3713, 14, 56, 57, 59, 64—68, 85, 87, 88, 90, 91, 94, 96, 97, 803, P). Cl. XI. Ștefănescu Mihai (3809, 12, 17, 32, 43, 54, 58, 61, 88, 91, 93).

Ș.m. 10. Cl. VI. Menciu Valentin (E: 1366, 67, 69, 72—74, 85, 94, 97—401, 07, 08), Nicolau Ileana (E: 1384—86, 89, 92—94, 97—99, 06, 08, 15), Simu Teodora (E: 1366, 67, 68, 72, 73, 80, 84—86, 89, 92—94, 98, 400), Clasa X. **Fintescu Elena** (3798, 99, 803, 05, 06, 09, 10, 24, 28, 38—42, 56, 83, 88, 93 97, 903, 14, 26—29, 31, 34, 35, 37, 38, 43, 48, 57, 59—64, 67).

Ș.m. 11 „Dimitrie Cantemir". Cl. VII. Țînțăreanu Cristian (E: 1355, 57, 58, 65—69, 72, 73, 75, 79, 88, 91, 93, 95). Cl. VIII. Groper Jean (E: 1354, 56, 60, 64, 67—70, 73—75, 78—80, 81, 84—90, 92—95), Moga Lucia (3803, E: 1381, 87, 88, 403, 04, 11, 16, 18, 26). Cl. IX. Georgescu Horia (3863, 71, 72, 88, 89, 98, 803—05, 13, 16), Voiculescu Cristian (3772, 98, 803, 05, 13, 16, 63, 71). Cl. XI. Georgescu Florin (3720, 34—36, 39, 41—43, 47, 48, 56—58, 60, 64—68, 70, 72, 74, 76, 78, 80, 84, 85, 89—91, 93—94, 96'.

Ș.m. 12. Cl. X. Sirinian M. Dumitru (3756, 64, 66, 67, 78, 98, 803, 05, 06, 09, 32).

Ș.m. 13 „Mihai Viteazu". Cl. XI. Moga Ion (3798, 802, 03, 06, 07, 13, 17, 21, 43—45).

Ș.m. 16 „Gheorghe Coșbuc". Cl. X. Grișanu Sava (3798, 99, 802, 03, 05, 06, 08—10, 13, 16, 17, 30, 33, 37, 41, 45, 46, 93, 97, 903, 05, 08).

Ș.m. 17 „Matei Basarab". Cl. VI. Mavromatis Aurica (E: 1365, 67—69, 69, 72, 73, 80, 84—86, 89, 90, 92—94). Cl. X. Arsene Al. Cătălin (3749, 58, 60, 61, 63, 72 76, 78—80, 83, 94, 96, 98—803, 05—13, 16, 17, 21, 30—33), Olteanu Stoica Victor (3758, 60, 61, 63—70, 75—79, 85, 90, 91, 96, 97).

Ș.m. 18 „Mihail Eminescu". Cl. VIII. Moldovan Theodora (E: 1366, 68—70, 72—75, 84, 86, 89, 90, 92, 94). Cl. IX. Buiumovici Alexandru (3761, 62, 76, 89, 98, 800, 01, 03, 05, 06, 08, 33, 35, 55, 60, 67, 72, 78, 96), Gugu Adrian (3762, 98, 801—03, 05, 06, 08, 13, 31, 45, 61). Cl. X.

Pîrşanu Liviu (3732, 38, 44, 46, 50, 51, 82, 85, 94, 98, 804, 17, 43, 45, 48, 55, 60, 61, 88).

Ş.m. 20 „Gheorghe Şincai". Cl. X. Lixandru Gh. (3772, 76, 78, 98, 841, 42, 45, 46, 49), Popa Alexandru (3763, 72, 74—76, 78, 88, 91, 96, 98, 99, 803, 05, 21, 25, 28, 29, 40). Cl. XI. Crăciun Mircea (3794, 98, 800, 02—07, 12, 13, 17, 32, 33, 37, 43, 45, 88).

Ş.m. 22 „Gheorghe Lazăr". Cl. X. Ceicu Mirela (3764—68, 72, 76, 78, 85, 90—92, 96).

Ş.m. 23. Cl. XI. Florian N. Emil (3758, 61, 62, 64, 66—68, 78, 80, 85, 90, 91, 93, 96, 97), Nicula Virgil (3758, 60—62, 65—68, 72—74, 76, 78, 80, 81, 83, 85, 89, 90, 93, 96, 842—46, 48, 49, 53, 54).

Ş.m. 24. Cl. IX. Popescu G. Domiţian (3798, 96, 803—06, 08, 09, 13, 16, 32, 45, 46).

Ş.m. 25. Cl. XI. Catrina Dumitru (3710, 47, 81, 99, 800, 12, 43, 46, 48, 56, 60, 71, 79, 84, 88, 98, 903, 05, 08).

Ş.m. 26. „Alexandru Ion Cuza". Cl. VIII. Atanasie Ion (3803, 05, E: 1364, 67, 78, 88, 403, 11, 16, 18, 24, 26).

Ş.m. 27. Cl. VIII. Mikacek Florentina (3713, 90, 803, 05, E: 1359, 64, 70, 74, 78, 81, 87, 88), Baccelea Victoria (3713, 90, 803, 05, E: 1359, 64, 74, 78, 87, 88), Stancu Florifa (3713, 90, 803, 05, E: 1359, 64, 74, 78, 81, 87, 85, 88), Strafalogea Fr. Mihail (3790, 803, 05, E: 1313, 59, 64, 70, 74, 78, 81, 87, 88). Cl. IX. Predoiu Gh. (3798, 803—05, 09, 12, 13, 30, 32, 33, 37, 41). Cl. XI. Bitoacă Vasile (3769, 70, 72, 76, 81, 94, 97—99, 802, 03, 05—07, 12, 13, 17, 21, 23, 32, 41, 43, 44), Cocoş Marin (3772, 76, 81, 94, 97—99, 802, 03, 05—07, 09, 12, 13, 17, 21, 23, 32, 41, 43, 44), Ivănuş Ştefania (3718, 20, 78, 80, 85, 98, 803, 05, 06, 13, 43, 44), Pericle Gheorghe (3760, 78, 80, 85, 98, 99, 802, 03, 05—07, 09, 12, 13, 17, 32, 43, 44).

Ş.m. 32. „Barbu Delavrancea". Cl. VI. Dăncuş Artus (E: 1389, 90, 92, 94, 95, 400, 14, 18, 19). Cl. IX. Dumbravă Mircea (3772, 98, 803—05, 08, 27, 30, 33, 88).

Şc. tehn. Grupul şcolar sanitar. An. I. Munteanu Valeriu (3713, 18, 26, 28, 29, 34—36, 43, 47, 39, 52—54, 56, 57, 60, 61, 66—70, 72, 76, 78—81, 85, 89—93, 95, 96, 98, 99, 801, 03—08, 10, 12, 13, 16, 17, 24, 28, 30, 32, 33, 35, 37—39, 41—50, 52, 54, 55, 56, 58, 59, 70, 72—74, 78—81, 88).

Şc. de 7 ani nr. 124. Cl. VI. Miron Sorin (E: 1389, 90, 92, 94).

Şc. de 7 ani nr. 145. Cl. VII. Alexandru Maria (E: 1355, 56, 58, 64—69, 72, 73), Leontescu Angela (E: 1355, 57, 58, 64—69, 72—74, 88), Mihail Ionel (E: 1356—58, 64—67, 69, 72—74), Solomon Jeni (E: 1362, 64—69, 72, 73, 81, 90, 91), Tătaru Alexandru (E: 1355, 56, 64—66, 68, 81, 84, 88, 97).

Fără indicaţie de şcoală. Cl. VI. Libros Jeanette (E: 1366, 67, 722—74, 84, 89, 90, 93, 94, 97—400, 08).

BUHUŞI. Cl. X. Ursu C. Constantin (3758, 60—62, 64—68, 72, 79, 82, 83, 88, 90, 91, 94, 96—801, 03—06, 08, 09, 13, 17, 21, 28, 32, 37—39, 41, 45, 46, 48, 56, 71, 83, 88, 93).

BUZĂU. Cl. VIII. Ionescu N. Bogdan (3803, 05, E: 1381, 84, 87, 92, 95). Cl. X. Frînculescu Iulian (3713—18, 24, 29, 34, 39, 42, 43, 47, 52, 54, 56, 61, 63—68, 80, 85, 86, 93, 94, 97, 828, 40, 47, 48).

Şcoala de 7 ani Hales. Cl. VI. Stanciu Nicoleta (E: 1397—401, 06—09). Cl. VII. Cristudor N. Elena (E: 1397—404, 06—12).

BUZIAŞ (Timişoara). Cl. VI. Grofşoreanu Cornel (E: 1333, 37, 66, 67, 72, 80, 84—86, 62, 98—400, 07, 09). Cl. VII. Popescu Viorel (E: 1366, 67, 69, 73, 80, 84, 86, 89, 90, 92—96, 98). Cl. X. Goanţă Magdalena (3748, 72, 88, 90, 800, 03, 05, 09, 13, 28), Pisat Ana (3764—67, 98, 800, 02—05, 09, 41), Toma Ioan (3760, 64, 67, 98, 99, 800, 03, 04, 06, 13, 16, 28, 48, 84). Cl. XI. Clepcioc Ioan (3765, 67, 68, 72, 90, 98, 802, 03, 05—07, 09, 13, 16, 20, 39, 48), Lepădat Romulus (3764—68, 72, 89, 90, 98, 802, 03, 05—07, 16, 28, 48).

CĂLĂRAŞI. Ş.m. 1. Cl. VII. Apostol Dan (E: 1366, 67, 69, 72, 80, 84, 86, 88, 94, 97, 401), Negreanu Mircea (E: 1366, 67, 69, 72, 80, 86, 88, 94, 97, 99, 401). Cl. IX. Farmache Gheorghe (3758, 60, 61, 72, 78, 85, 93, 96, 98).

Ş.m. 2. Cl. IX. Istrate Constantin (3721, 39, 53, 58, 61, 62, 72, 74, 96, 98, 805, 08, 13, 16, 56, 58, 88). Cl. X. Bucur Corina (3758, 61—65, 67, 74, 80, 90, 91, 98, 99, 801—03, 05, 08, 16, 21, 28), Burcu Victoria (3758, 61, 63—67, 74, 80, 88, 90—92, 98, 99, 802—05, 07, 08, 12, 28, 48), Gheorghe Violeta (3758, 61—62, 72, 74, 80, 98, 800—03, 05, 08, 16, 21), Mitache Cristina (3758, 61, 62, 74, 80, 98—803, 05, 08, 16, 21), Prodan Florica (3758, 61—63, 74, 80, 98—806, 08, 13, 21, 41), Sîrbu Mircea (3758, 61—63, 72, 74, 98—806, 08, 21), Vlad C. Rodica (3758, 61—63, 74, 80, 98—801, 03, 05, 06, 08, 21).

CARACAL. Absolvent Stratan Gheorghe (3713, 15, 16, 20, 25, 26, 33, 58, 61, 62, 64—69, 72, 74, 76, 78, 80, 85—87, 89—92, 94, 96—99, 803—08, 12, 14, 16).

CĂLIMĂNEŞTI (Piteşti). Şc. de 7 ani. Cl. V. Tarncencu Al. (E: 1397, 98, 401, 06, 08, 11).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1. Cl. XI. Gruia Dan (3781, 94, 95, 98—803, 05, 06, 13, 41, 44).

CHIŞINEU CRIŞ. Absolvent Grigore

Gheorghe (3717, 18, 25, 34, 44, 54, 56, 57, 64—66, 68, 78, 85, 90, 91, 93, 98, 99, 801—03, 06, 21, 28, 30, 32, 41—44).

CIMPIA TURZII. Cl. VIII. Mîndruțiu Eleonora (3803, E: 1362, 64, 67, 70, 73, 77, 85, 88, 91), Plămădeală Lidia (1364, 67, 69, 73, 77, 81, 85, 88, 91).

Absolvent **Pantelimon Radu** (3798—808, 10, 13, 16, 17, 21, 23, 30, 32, 33, 35, 37, 41—46, 49, 53, 55, 56, 60, 63, 64, 71, 85, 91, 93, 97, 98, 901—06, 11, 12, 17, 19).

CIMPINA. Ș.m. 1. „Nicolae Grigorescu", Cl. VII. Grădinaru Victor (E: 1355—58, 62, 67—69, 72, 84—86, 90, 92, 93). Cl. X. Ciuciu I. Cornel (3713, 15, 33, 39, 47, 53, 61, 72, 74, 76, 83, 86, 98, 800, 03, 05, 06, 13, 42).

CIMPULUNG MUSCEL. Ș.m. 1. Cl. X. Scărlătescu N. Doru (3764—68, 72, 90—92, 96, 98, 802, 05, 06, 28, 33, 38, 39, 41, 48, 88).

Ș.m. 2. Cl. XI. Gănică Gh. Constantin (P, N).

Șc. de 7 ani. Cl. VII. Ionescu Mariana (E: 1366, 67, 69, 72, 81, 85, 86, 93—95, 97, 98, 400).

Șc. pedagogică, an. I. Antonie Gh. Ilinca (3803, 05, 06, E: 1366, 67, 69, 72, 73, 75, 79, 80, 88), Aurel D. Viorica (3803, 06, E: 1366, 67, 69, 72, 73, 75, 79, 80, 86, 93), Boștenaru Ruxandra (3803, 05, 06, E: 1369, 72, 74, 79, 80), Ciutacu Ana (3803, 05, 06, E: 1366, 67, 69, 73—75, 79, 80, 86, 88, 93), Ciutacu Elena (3803, 05, E: 1366, 67, 69, 72—75, 79, 80, 86, 88, 93), Gulie Liliana (3768, 03, 05, 06, E: 1360—69, 72, 73, 80, 93, 94), Ilinca Vasilica (3803, 05, 06, E: 1369, 72—75, 79, 88), Leș Alexandrina (3803, 05, 06, E: 1366, 67, 69, 72—75, 79, 80, 86, 88, 93), Sterian Steliana 3803, 05, E: 1366, 67, 69, 73—75, 80, 88, 93), Tudose Jeana (3803, 05, 06, E: 1367, 69, 72, 73, 86, 93), Vișinescu N. Gherghina (3803, 05, 06, E: 1366, 67, 68, 72—74, 80, 93, 94).

CIMPULUNG (Suceava). Lic. mil. „Ștefan-cel-Mare". Cl. XI. Paraschiv Ioan (3798, 99, 801, 03—06, 13, 16, 32, 41, 43, 48).

CLUJ. Studenți: Bîrzan Romanel (Inst. Polit.) (3807, 09, 11, 16, 20, 21, 31, 33, 45, 54, 55, 58—63, 66, 70, 78, 91, 94, 96, P), Karpati Gheorghe (Mat. fiz.) (3758, 60, 69, 70, 78, 80, 83, 85, 93, 94, 96, 97), Moldovan Grigore (Mat. fiz.) (3713, 15, 18, 20, 24, 26, 38, 46, 47, 63, 72, 78), **Pop Corneliu** (3690, 701, 02, 05, 07—10, 13, 15, 18, 20, 22, 24, 26, 27, 33, 37—39, 54, 60, 61, 69, 72, 73, 76, 78, 80, 85, 93, 94, 96—99, 802, 03, 05, 06, 12, 13, 16, 17, 21, 31, 34, 35, 37, 41, 43—45, 54, 59, 60).

Ș.m. 4. „Emil Racoviță". Cl. VI. Ilian Virgil (E: 1362, 66—68, 72, 73, 80, 84—86, 90, 93), Maxim Al. (E: 1367, 72, 73, 84—86, 90, 93—94, 97—400, 06). Cl. VII. Andrei Adrian (3752, 803, E: 1357, 64, 66, 67, 69, 70, 74, 75, 84, 87, 88, 91, 95), Balaș Constantin (3790, 803, E: 1357, 67, 69, 70, 73—75, 81, 82, 87, 88, 90, 95, 98), Decanovici Leonid (3790, 803, E: 1367, 69, 72, 73, 81, 86, 88, 95, 97, 98, 401, 08, 11, 12), Feuer Reghina (E: 1367, 69, 73, 81, 87, 95, 88, 98, 401, 12), Florescu Manuela (3803, E: 1366, 67, 69, 73, 75, 75, 79, 87, 88, 98, 401, 08, 11—13), Lupean Mariana (E: 1366, 67, 69, 74, 75, 78, 84, 85, 87, 88, 98, 408), Maxim Lucia (3752, 803, 32, E: 1357, 61, 62, 64, 67, 70, 75, 76, 81, 87, 88, 95), Mușatescu Grigore (3752, 803, E: 1357, 62, 64, 66, 67, 69, 74, 75, 78, 79, 81, 87, 88, 91, 95), Pop Corniș (3790, 803, E: 1361, 64, 73, 74, 76—78, 81, 87, 88—90, 92), Radu Valeria (3803, E: 1366, 67, 69, 74, 84—88, 95, 97, 98, 408), Tăpălagă Livia (3803, E: 1366, 67, 69, 73—75, 79, 84, 87, 88, 90, 93, 97, 98, 408, 12). Cl. X. Pop Florin (3724, 34, 35, 43, 48, 51, 52, 56, 57, 64, 64—67, 72, 78, 85, 86, 90, 98, 803—06, 48, 88). Cl. XI. Lungu Șerban (3722, 23, 69, 80, 97, 98, 802, 03, 13, 17, 24, 43, 44, 60).

Ș.m. 8 „Nicolae Bălcescu. Cl. VIII. Paven Ovidiu (3803, 09, 37, E: 1381, 84—88, 91, 95, 416, 26). Cl. XI. Cimoca Gh. (3689, 90, 93—95, 712, 21, 24, 29, 34, 39, 52, 54, 64—68, 78, 86, 90, 91, 94, 96, 98, 802, 03, 06, 08, 20, 25, 28, 32, 38, 39, 41—43, 48).

CONSTANȚA Absolvent Encica Mihai (3758, 78, 96—99, 801, 03, 05, 06, 08, 09, 13, 73).

Ș.m. 1. Cl. VI. Predescu Ligia (E: 1384—86, 89, 90, 92—94, 97—400, 406—08). Cl. IX. Roitman Mose (3758, 61, 62, 64—68, 71, 72, 77, 82, 90—92, 96). Cl. X. Bacalbașa Nicolae (3758, 85, 87, 90, 93, 97, 99, 801, 09, 13, 21, 24, 32, 42, 43, 60, 66), Bugescu Const. (3761, 85, 93, 97, 99, 803, 06, 09, 813, 21, 24, 32, 43, 60), Buhăniță Ion (3798, 99, 601—03, 05, 06, 08, 09, 13, 21, 32, 44, 49, 55, 60, 71, 73), Ciocan Gh. (3799, 801, 03, 06, 09, 13, 21, 24, 32, 43, 44, 66), Iancu Elisabeta (3778, 80, 82, 96, 97, 800, 01, 03, 05, 09, 13, 44, 55, 66, 88), Murulis Mihaela (3690, 95, 797, 99, 803, 09, 13, 21, 24, 43, 42), Nițulescu Al. (3718, 24, 39, 63, 80, 85, 93, 97, 99, 803, 05, 06, 09, 42, 43), Silvestru Cezar (3768, 71, 97—99, 801, 03, 05, 06, 09, 832, 42, 44, 49, 55, 66, 73, 88). Cl. XI. Stavrositu Vasile (3764—68, 89—92, 825, 38, 39), Vlădăreanu Cornel (3694, 95, 707, 10, 13, 24, 34, 35, 38, 61, 64, 65, 78, 85, 90, 91, 93, 98, 99, 802, 03, 05, 13, 17, 25, 38, 41, 43, 44, 48).

Ș.m. 3. Cl. VII. Ruse Octavian (3790, 803, E: 1367, 73, 87, 88, 97, 98, 400, 11),

Sobinevski Mihai (3790, 803, E : 1378, 73, 87, 85, 88, 98, 400, 11). Cl. IX. Grădinaru Gh. (3761, 72, 96, 98, 855, 58, 71, 88).

COSTEȘTI. Cl. X. Stănescu A. (3714, 18, 19, 24, 53, 54, 58, 60—68, 72, 78, 80, 83, 90, 94, 96, 97, 803, 13).

CRAIOVA. Ș.m. 4. Cl. VIII. Corîciu I. Antonie (3803, 06, E : 1355, 57—59, 65—70, 72, 76, 79, 87—89, 91, 92, 94—96, 98, 401, 03, 10, 11, 12, 64, 90), Nica N. Maria (3764, 68, 90, 805, 13, E : 1372, 95, 98, 402, 07, 08, 10, 11, 13), Nica N. Marin (3303, 06, E : 3303, 06, E : 1355, 57—59, 65—70, 72, 76, 79, 87—89, 91, 92, 94, 95), Rădulescu Mihaela (E : 1373, 77, 79, 84—89, 92, 93, 97, 98, 404, 11), Șipoteanu Elvira (E : 1396, 402, 407, 10, 13).

Șc. de 7 ani nr. 9. Cl. VI. Iancu Sanda E : 1372, 73, 80, 84—86, 93, 90, 94, 97, 406, 08). Cl. VII. Badea Dumitru (E : 1367, 69, 72, 73, 80, 85, 86, 88, 90, 95—97, 99, 401, 12), Cazacu C. Speranța (E : 1355—58, 62, 64—67, 69, 72, 73, 80, 84—86, 89, 90, 92, 97, 99, 401, 06, 08, 11, 12), Călina D. Ion (E : 1355, 58, 62, 64—67, 69, 72, 73, 80, 81, 84—86, 88, 90, 91, 92—96, 99, 401, 11), Zorlescu Augustin (E : 1367, 73, 81, 84—86, 88, 89, 90, 95—97, 99, 401, 12).

Șc. de 7 ani nr. 10 „Tudor Vladimirescu". Cl. VI. Bîscă Octavian (E : 1355, 62, 65—69, 72, 73, 84), Nicolaescu Vasile (E : 1368, 69, 72, 76, 80, 84, 89, 92, 94, 96), Vasile Ioan (E : 1368, 69, 72, 76, 80, 84, 86—89, 91—94, 96). Cl. VII. Boicescu Vlad (E : 1381, 84, 86—90, 92—96, Olteanu M. Marin (E : 1367, 69, 72, 79, 80, 86, 88, 92, 94, 96, 97, 99, 401, 08, 10, 12), Popa T. Mihail (E : 1355, 64, 65, 69, 74, 87, 88, 90, 92, 93), Popescu Mihai (E : 1355, 65, 67, 72, 73, 79, 84, 86, 92—94), Rirscher Eduard (E : 1374, 81, 84, 86—96, 98, 400, 08).

CURTEA DE ARGEȘ. Cl. VIII serală. Ionescu Ilie (3803, 88, E : 1370, 75—78, 81, 87, 88, 91, 403, 04, 11, 12). Cl. IX. Manda T. Mihai (3713, 58, 59, 61, 64, 65, 67, 68, 72, 88—92, 98, 800, 02—05, 13, 28, 32, 42, 45, 46, 49, 51, 89), **Oprișan Gh.** (3758, 59, 61, 62, 64, 65, 67, 68, 72, 74, 76, 77, 80, 88—92, 94, 96—98, 800, 02—05, 08, 13, 21—24, 28, 30—33, 35, 37, 39—42, 45, 49, 55, 58, 61, 63, 71, 77, 88, 917). Cl. X. Bălescu Horia (3798, 99, 801, 03—05, 08, 11, 13), Bălășoiu I. Victor (3773, 82, 83, 98, 99, 801, 03, 05, 06), Manolache G. Doru (3789, 99, 801, 02, 03, 05, 06, 08, 10, 13, 21, 33). Cl. XI. **Murăreci P. Nicolae** (3718, 23, 25, 29, 32, 33, 58, 60—62, 74, 76, 78, 85, 94, 98—506, 08, 12, 13, 17, 21—23, 32, 33, 43, 45, 46, 55, 60, 61, 63, 69, 71, 77, 85), Zevedei A. Valerian (3718, 23, 24, 29, 32, 33, 58, 60—62, 74, 76, 78, 85, 94, 98—806, 08, 12, 13, 17, 21—23, 30—33, 37, 43, 45, 46, 49, 55, 58, 60, 61, 63, 69, 71, 77, 88).

Șc. de 7 ani Ciopingeni. Cl. VI. Florescu Nicolae (E : 1366, 67, 72, 73, 80, 84—86, 98, 90, 92—94, 97—99, 406, 08).

DARABANI (Suceava). Cl. X. Moga Victoria (3758, 59, 78, 95, 97, 99, 803, 96, 16, 21).

DEJ. Cl. X. Szabo Carol (3764—67, 90, 883).

DEVA. Cl. V. Faur Rodica (E: 1366, 67, 72, 73, 80, 84, 89, 93, 94, 98). Cl. VII. Jula Doina (E: 1381, 84, 86—88, 98—401, 06), Oprișu Aurora (E: 1366—69, 84, 88, 90, 92, 93, 95), Popovici Maria (E: 1345, 57, 64, 69, 74—76, 87, 88, 91, 94), Voicu Dora (E: 1357, 58, 66, 67, 69, 72, 84, 88, 90, 95). Cl. VIII. Ciorobîtei Mihai (E: 1355—58, 60, 64—67, 69, 73—75), Răgălie Ștefan (E: 1366, 67, 72, 73, 84—86, 90, 92—95, 97—99). Cl. X. Clipii T. (3767, 98, 99, 803, 05, 06, 24, 25, 28, 39—41, 48, 83, 91, 924).

Școala pedagogică. Cl. VII. Aștefaniei Georgeta (E: 1366—70, 72, 73, 81, 83, 91). An I. Maglașiu Otilia (E: 1381, 58—88, 90, 93—96), Mihalcea Livia (E: 1386—88, 90, 92—95, 97, 401, 03, 11), Păunescu C. Florin (E: 1367, 69, 72, 75, 86—88, 90, 93, 94), Roman Vladimir (E: 1355, 57—60, 67, 69, 73—75).

DRĂGĂȘANI (Pitești). Cl. VII. Stănescu Cezar (3803, 13, 32, E: 1367, 69, 73, 87, 88, 90, 98, 406, 08, 11). Cl. VIII. Jianu Maria (3803, 13, 32, E: 1384, 85, 87, 88, 90, 92), Stănescu I. Cicerone (3734, 41, 56, 67, 64, 65, 67, 68, 72, 91, 803, 05, 06, 09, 13, 32, 38, 41, 48, 916). Cl. X. Blidaru Ion (3772, 85, 98, 99, 803, 05, 06, 13, 32, 44). Cl. XI. Pîrvulescu Ovidiu (3760, 61, 69, 70, 72, 85, 97, 99, 803, 05, 06, 13, 32, 44).

FĂGĂRAȘ. Absolvent Săbăduș Mihai (3778, 85, 98—803, 05—07, 10, 13, 16, 17, 32, 33, 41—46, 53, 54, 61, 72, P). Cl. XI. Dan Ioan (3715, 16, 24, 38, 39, 44, 60, 61, 78, 80, 93, 95, 98, 99, 801—07, 09, 12, 13, 17, 21, 28, 32, 38, 39, 41, 43, 44, 46, 48, 49, 52—54).

FĂGET (Timișoara). Ș.m. „Traian Vuia". Cl. X. Ghiju Petru (3761, 63, 72, 76, 80, 83, 96—98, 802, 03, 05, 06, 13, 21, 30, 37, 41, 45, 49), Popa D. Petru (3758, 61, 63, 72, 76, 83, 97, 98, 802, 03, 05, 06, 08, 13, 16, 21, 32, 45). Cl. XI. Capotescu Mircea (3725, 63, 72, 74, 76, 77, 83, 94, 97—800, 02, 03, 05, 06, 08, 12, 13, 16, 17, 21, 22, 24, 30, 32, 33, 35—37, 43—46, 49), Costea Dumitru (3758, 60, 61, 72, 80, 85, 98, 801—03, 05, 06, 08, 13, 16, 24, 31, 32, 43).

FETEȘTI-gară. Absolvent Tanislav M. Dan (3713, 18, 24, 27, 29, 52, 54, 85, 93). Cl. VI. Gonciar Ștefan (E : 1366, 67, 69, 72, 73, 79, 80, 84, 86, 90, 93—95, 98, 400, 01, 06).

Cl. IX. Albulescu Evlampia (3723, 25, 35, 67, 68, 90, 803, 05, 06, 13, 24, 39), Bălan Steluța (3725, 35, 65, 67, 90, 98, 803, 05, 06, 09, 13, 16, 24, 39, 52), Bectemir Ozden (3765—67, 68, 90, 98, 803, 06, 09, 13, 16, 24, 32, 39), Driga Mircea (3764, 65, 67, 90, 98, 803, 05, 13, 16, 24, 39), Mitroi Victoria (3723, 25, 35, 65, 67, 90, 98, 803, 05, 06, 09, 13, 16, 24, 32, 38, 39), Mocanu Constantin (3735, 39, 52, 65, 64, 67, 90, 98, 803, 09, 13, 34, 32, 52), Răcaru Margareta (3723, 35, 52, 65, 67, 68, 90, 803, 05, 06, 09, 13, 16, 24, 39, 42). Cl. XI. Apostoiu Nicușor (3736, 42, 43, 48, 56, 57, 64—68, 81, 85, 87, 89, 90, 91, 98, 99, 801, 03, 06, 08, 13, 41, 44), Bobeș Dumitru (3756—58, 61, 64, 65, 67, 68, 72, 85, 91, 97, 98, 800—06, 13, 32, 35, 39, 44, 45, 48), Chiran C. Aurel (3718, 34, 52, 64, 65, 67, 85, 90, 98, 801, 03, 05, 06, 13, 24, 32, 39, 43, 44), Gonciar Andrei (3718, 34, 36, 48, 52, 56, 58, 64, 65, 76, 90, 98, 801—06, 12, 13, 16, 32, 44).

FOCȘANI. Ș.m. 1 „Unirea". Cl. VII. Colțaru Neculai (3803, E: 1369, 78, 88, 90, 92, 93, 97, 98, 411, 13, 14). Cl. X. Colțaru N. Ovidiu (3785, 90, 801—03, 05, 09, 20, 58, 73, 89, 99, P), Paraschiv Florin (3707, 11, 13—17, 33, 54, 96, 98, 802, 05, 07, 21), Popa Nicolae (3758, 60—62, 69, 70, 72, 74, 76—81, 85, 93—810, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 30, 32—34, 37, 41—46, 49, 54).

GALAȚI. Ș.m. 1 „Vasile Alecsandri". Cl. VII. Popa Eugen (E: 1375, 79, 84, 86, 89, 92—95, 400). Cl. VIII. Grigore Elena (E: 1355, 58, 59, 65, 67, 69, 73, 74, 77, 803), Solomon Ludwig (3803, E: 1367, 73, 85—90, 92, 93, 95, 97, 98, 408, 12).

Student **Vidrașcu Traian** (Inst. Pedag.) (3712, 13, 17, 26, 34—36, 43, 44, 50, 51, 56, 64, 68, 76, 78, 85, 86, 90, 91, 93, 94, P).

Ș.m. 2. „Mihail Kogălniceanu". Cl. VIII. Iacobovici Sorin (E: 1364, 66—69, 73, 76, 78, 87, 88), Storișteanu Lila (3803, E: 1355, 62, 64, 65, 67, 74, 77, 88, 90). Cl. XI. Barbu Irina (3690, 707, 12, 23, 27, 97, 98, 803, 06, 13).

Ș.m. 3 „Alexandru Ion Cuza". Cl. VII. Munteanu Dorina (E: 1373, 80, 81, 84, 87, 88, 93, 98, 400, 01, 08, 11). Cl. VIII. Dima Victoria (E: 1366—70, 72—80), Rosenthal Bonica (1366—69, 72—79, 80, 98, 99). Cl. XI. Bejan Costel (3718, 27, 47, 58, 60, 61, 63, 72, 74, 76,77, 80, 83, 85, 94, 96—99, 801, 03, 05—09, 13, 17, 21, 24, 32, 43, 45, 46, 56, 60, 80, P). Bîgu Margareta (3760, 61, 72, 77, 78, 85, 94, 96, 98, 802, 03, 05, 06, 13), Botușeanu Lucia (3758, 60, 61, 76, 78, 83, 85, 97, 803, 05, 09, 12, 16, 20, 44). Ghidalison Mia (3758, 60—63, 69, 70, 72, 76—78, 80, 81, 83, 85, 90, 93, 94, 96, 97), Gîlcă Biorica (3758, 60, 61, 78, 83, 85, 97, 803, 05, 09, 11, 16, 20, 44), Ioan Teodor (3713, 18, 26, 69, 80, 85, 98, 99, 801, 03, 05—07, 60, P), Ivanov Adriana (3760, 72, 85, 98, 99, 801—03, 05—07, 09, 13, 32, 31, 44, 88), Leintz Margareta (3705, 07, 08, 11, 18, 20, 26, 54, 58, 60, 61, 72, 76, 78, 85, 98, 99, 801, 03, 05, 06, 09), Lupu Victor (3758, 60, 61, 63, 69, 70, 72, 74, 76—78, 80, 81, 83, 85, 93, 94, 96, 97), Popoiu Const. (3758, 60, 61, 63, 69, 72, 74, 76—78, 80, 81, 83, 85, 94, 95, 83).

Șc. de 7 ani. Cl. VII. Dinu Gheorghina (E: 1373, 81, 84, 86—88, 92—95, Marcu Iosif (E: 1369, 81, 85, 87, 88, 95, 97, 401, 09, 11, 13), Mărăcineanu Maria (E: 1373, 81, 84—88, 93, 401, 11, 12), Pahrile Teodor (E: 1366, 69, 73, 84, 87—89, 92, 94).

GHIRDOVENI (Ploești). Șc. de 7 ani. Cl. VI. Păunescu Gh. (E: 1365—67, 72, 80, 84, 86, 90, 92, 94). Cl. VII. Alexandru Ion (E: 1366, 69, 73, 81, 85, 86, 90, 93—95), Tufeanu Florin (E: 1365, 66, 69, 83, 92, 93, 95).

GIURGIU. Absolvent Negut I. Ioan (3665, 734, 36, 48, 56, 64—68, 90, 838, 47, P).

Ș.m. 1. Cl. X. Perșoiu I. Titus (3719, 20, 22, 32, 37, 40, 58, 60—63, 69, 76, 78, 80, 85, 93, 94, 96—801, 03—05, 08, 09, 42), **Popescu O. Radu** (3712, 14, 19, 32, 34—36, 41—43, 48, 51, 56—58, 60—69, 78, 80, 85—87, 90—94, 96—801, 03,—09, 28).

HAȚEG (Hunedoara). Ș.m. Cl. VII. Petriu Emil. (3803, E: 1385, 93, 94, 96, 97, 99, 400, 13).

HOREZU (Pitești). Ș.m. Cl. X. Murgescu Mihai (3764, 66, 67, 90, 98, 802—06, 13, 48), Tănăsescu Miron (3764. 66—68, 90, 91, 98, 802, 03, 05, 06, 09, 13, 48).

HUEDIN (Cluj). Ș.m. Cl. VIII. Bîlc Eugen (3790, E: 1373, 81, 84—88, 90, 92, 94—98, 408), Goia Gavril (E: 1384—90, 92—95), Iszak Mauriții (E: 1366—69, 84—89, 92, 93, 803), Olaru Gh. Ioan (E: 1384—90, 92—94, 96), Popșa Octavian (3816, E: 1369, 74, 75, 81, 84—90, 92, 94—98, 400, 01, 03, 06—08, 11, 12).

HUNEDOARA. Șc. prod. C.S.H. An. II. Popescu Grigore (E: 1355, 58, 64—69, 72—74, 78, 80, 89, 90, 92—95).

Ș.m. Cl. IX. Cuș Ioan (3764, 65, 68, 90, 91, 98, 803—05, 08, 09, 13, 30, 33, 38, 39, 88, 89).

HUȘI (Iași). Ș.m. „Cuza Vodă". Cl. VIII. Gheorghiu Marioara (3803, E: 1384, 87, 88, 94), Moraru Georgel (E: 1382, 85—88, 90, 419), Pătruș M. Mihai (3803, E: 1384, 86—89, 92—94, 96).

Absolvent Dolteanu Temistocle (3798—812, 15—17, 20, 30, 31, 33, 37, 41—46, 48, 49, 53, 54, 59, 61, 64, 65—67, 73, 79, 82, 86, 88—91, 93, 94, 96).

IAȘI. Studenți: **Brînzei P. Dan** (Mat. fiz.) (3712—18, 20—22, 24, 27, 30—33, 37—40, 44, 46, 47, 52, 55, 60—63, 71—84, 92—804,

06—09, 11—13, 15—18, 20, 21, P), **Marchitan Gheorghe** (Mat. fiz.) (3713—18, 20, 22—27, 29, 30, 32—40, 42—54, 57, 58, 60—81, 83, 85, 86, 89—91, 93, 94, 96—809, 12, 13, 15—17, 19—21, 23—26, 28, 30, 32, 33, 35—39, 41—49, 51—54), **Munteanu Ioan** (Mat. fiz.) (3713—18, 20, 22—27, 29, 30, 32—40, 43—48, 50—58, 60, 61, 63—69, 76—83, 85, 86, 89—91, 93, 94, 96—803, 05—09, 12, 13, 15—17, 19—21, 23—25, 30, 32, 33, 35, 41—44, 47, 48, 53, 60, 75), **Pop Ioan** (Mat. fiz.) (3723, 38, 46, 47, 62, 74, 76, 78, 79, 81, 98—810, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 23—25, 28—30, 32—35, 37—39, 41—49, 53, 54, 2P), **Gheorghiță Vitali** (Mat. fiz.) (3692, 700, 12, 16, 17, 19, 20, 22, 26, 30, 33, 38, 39, 44, 52—54, 58, 60, 61, 64, 69, 70, 72, 78, 80, 81, 85, 93, 94, 96, 805, 43).

Ș.m. 1 „Mihail Sadoveanu". Cl. IX. Peiu Mihai (3756, 57 ,64, 65, 67, 68, 72, 90, 91, 93, 800, 03, 05, 13, 28, 39, 45, 48, 72, 98, 800, 03, 05, 13, 42), Roșu Emil (3764—68, 72, 88, 90, 91, 98, 800, 03, 05, 13, 28, 39, 45, 56, 57, 63, 88), Weininger Marius (3758, 64, 65, 67,, 68, 72, 88, 89, 91, 92, 98, 800, 03, 05, 13, 28 35, 39, 45). Cl. X. Dascălu Paul (3764—68, 72, 82, 83, 90, 91, 93).

Ș.m. 3 „Costache Negruzi". Cl. X. Antohi Dan (3764, 67, 68, 78, 90, 91, 803, 04, 28, 83), Boțan Corneliu (3798, 800, 03, 04, 06, 11), Mărculescu Sorin (3758, 61—67, 74, 76, 77, 85, 90—92, 94, 96). Cl. XI. Masgras Vasile (3713, 14, 24, 26, 27, 29, 32, 39, 44, 47, 54, 60, 61, 72, 78, 85, 93, 96, P).

Ș.m. 5. Cl. X. Pavel Nicolae (3772, 96, 98, 803, 05, 06, 10, 13, 16, 21, 23, 32, 33, 41, 55, 56, 88).

LUGOJ. Șc. de 7 ani nr. 5. Cl. VI. Brînda M. Rodica (E: 1384—86, 89, 90, 92—98, 400, 01, 06), Cl. VII. Friedlander Gh. (3803, E: 1366, 67, 73, 85, 88, 93), Popoviciu I. Mariana (E: 1355, 57, 58, 62, 64, 65, 67, 74, 76—78, 88).

Ș.m. 1. Cl. X. Barboni Mircea (3758, 65, 67, 90, 97—800, 03, 05, 06, 08, 13, 17, 21, 24, 44, 47, 60), Cheresevan Traian (3764, 67, 98—01, 03, 05, 08, 13, 17, 21, 24, 43, 44, 47, 61), Galiciu Z. Doru (3718, 58, 65, 67, 80, 90, 97, 800, 03, 05, 08, 13 21, 43, 61), Iorga Valeriu (3712—18, 24—27, 29, 37, 38, 40, 47, 54, 58, 60—62, 70, 72, 76—78, 80, 85, 93, 94, 96, 97), Jurcă Aurelian (3713, 25, 34, 43, 47, 52, 56, 61, 65—68, 78, 83, 98, 99, 803, 05, 13), Nemet Doina (3712, 18, 35, 39, 42, 43, 48, 53, 58, 61, 65, 66, 67, 68, 90, 96, 803, 05, 21, 24, 32, 44), Pop Marius (3713, 18, 29, 52, 72, 77, 80, 83, 86, 96, 97, 803, 05, 13). Rămăneanțu Ana. Buziaș (3766, 67, 90 98, 99, 802, 03, 05, 06, 09, 13, 16, 20, 828, 48). Sarmuș Dan (3713, 18, 29, 52, 58, 70, 72, 77, 78, 80, 92, 96, 97, 99, 803, 05, 13), Seleanu Vasile (3713, 52, 54, 58, 61, 72, 77, 78, 83, 96—800, 03, 05, 13), Sfetcu Ioan (3698, 712, 13, 15, 18, 24—26, 29, 33, 37, 53, 54, 58, 60—62, 70, 72, 77, 78, 80, 82, 85, 94, 96, 97), Turcanu Virgil (3713, 18, 72, 77, 78, 96, 97, 803, 05, 06, 13), locotenent Pupăzan Nicolae (3762, 74, 78, 85, 93, 98, 810, 13, 17, 24, 30—33, 41, 43—46, 60, 61).

MEDGIDIA (Constanța). Ș.m. Cl. XI. Roșca Nicolae (3764—68, 88, 90, 98, 99, 803, 05—07, 12, 13, 16, 28, 41, 44, 48, 50, 79), Zbîrnea Boris (3798, 99, 803, 05—07, 16, 43, 44, 79).

MORENI (Ploești). Cl. VI. Bitică N. Vasile (E: 1366—69, 72, 73, 80, 84, 86, 90, 92—94, 98, 400), Niță D. Traian (E: 1366—69, 72, 73, 80, 84—86, 90, 92—94). Cl. VII. Predescu I. Maria (3803, E: 1366—70, 72—74, 79—81, 84, 88, 92, 94—96), Roșu C. Maria (E: 1366—70, 72—74, 79, 80, 84, 86, 88, 90—93, 95), Cl. VIII. **Jipa Gh. Constantin** (3713, 39, 57, 64, 68, 90, 803, 05, 48, E: 1355, 57—60, 62, 64—75, 78—81, 83—96), Cl. VIII. Șerbănescu Nicolae (3648, 57, 65, 80, 734—36, 56, 57, 64, 65, 67, 68, 90, 91, 803, 39, E: 1343, 44, 48, 50, 57, 62, 64, 66, 67, 69, 70, 72, 74, 81, 84—90, 92, 93, 95), Cl. IX. Davidescu Radu (3648, 49, 57—62, 71, 83, 86, 705, 06, 11, 13, 34—36, 56, 57), Moflic Sorin (3622, 31—34, 39—41, 45—47, 58, 60—62, 64, 65, 74, 81, 83, 85, 90, 9., 705, 07, 11, 13, 14, 34—36, 39), Moraru Ion (3648, 49, 61, 64, 706, 34, 56, 57, 64—68, 88, 90, 91, 838), Stanciu Petre (3637, 48, 49, 57—62, 65, 71, 80, 86, 90, 94, 705—08, 11, 13, 34—36, 39, 56, 57), Ștefănescu Decebal (3648—50, 57—62, 65, 71, 80, 86, 90, 94, 705—08, 11, 13, 34—36, 39, 41, 56, 57), Cl. IX. Călărașu I. Florin (3648, 61, 94, 705, 08, 98, 802, 03, 05—08, 13, 16, 32), Moflic Emilian (3672, 81, 83, 85, 88, 90, 91, 94—96, 700—02, 05—11, 13—18, 20, 21, 23, 24. 26, 27, 30, 31, 33—37, 39, 43, 47, 48, P), **Tudor Gheorghe** (3603, 05, 08, 22, 25, 29, 35—37, 43, 48—54, 57—61, 62, 67, 71, 80, 90, 94, 96, 705, 07—09, 11, 13, 18, 24, 26, 44, 58, 60—64, 76, 79, 93, 95—97, 800—03, 08, 13, 16, 17, 21, 24, 32, 33, 42—44).

MURGENI (Iași). Cl. VIII. Balmuș Gh. Marin (3803, E: 1384, 86—89, 92—94, 96—401, 06—08, 11, 12), Bucătaru Dumitru (3803, E: 1381, 84, 86—88, 90, 92—95, 97—401, 04, 06, 08, 11, 12), Istrate Gheorghe (3803, E: 1383, 84, 86—89, 92, 94, 97—401, 06—08, 11, 12), Ursu Emanoil (3809, E: 1381, 86—88, 90, 92—96).

NOVACI (Craiova). Ș.m. Cl. X. Niculescu Cornel (3800, 03, 05, 08, 12, 32).

ODOBEȘTI. (Galați). Brusalis Teodor (3803, E: 1381, 87, 88, 403, 04, 11, 12, 16, 26).

ORADEA. Cl. VI. Borcia Sorin (E : 1369, 74, 84, 86, 89, 90, 92—95). Cl. VII. Coandă V. Virgil (E : 1358, 59, 62, 64—67, 69, 72, 73, 78, 87, 88, 96). Cl. VIII. **Ghiţea Rodica** 3713, 39, 803, 05, 32, E : 1355—58, 60—62, 64, 66—69, 72—95), Goia Traian (3713, 65, 803, E : 1357, 64, 66—70, 72, 74, 76—78, 86—88, 90, 91), Toma L. Dragomir (3818, E : 1366—70, 72—75, 79, 97—99, 403, 07, 08, 11). Cl. X. Bărbulescu Aurelia (3758, 61, 62, 72, 78, 80, 94, 97, 803, 21, 41), Farkaş Maria (3758, 63, 78, 80, 94, 97, 98, 803, 21).

ORAVIŢA. Cl. VII. Muşat Orlando (3803, E : 1367, 69, 70, 72, 73, 84, 87—89, 91, 92, 98, 401, 08, 11, 12). Cl. X. Iuca Mircea (3758, 60, 78, 80, 82, 85, 97, 99, 801—07).

ORAŞUL STALIN. Ş.m. 1. Cl. X. Garabedian Rodica (3692, 713—17, 27, 30, 37—39, 54, 59—61, 72, 80, 94, 96—99, 803, 05, 06, 21, 32, 41), Şerban Doina (2718, 39, 54, 61, 72, 80, 85, 96—98, 803, 05, 06, 13, 16, 21, 32, 41).

Ş.m. muncitorească nr. 6 „Ştefan Gheorghiu". Cl. VII. Pincovici Matei (E : 1357, 58, 62, 64—69, 72, 83, 84, 86—88, 90, 95). Cl. VIII. Cazan Gheorghe (3713, 90, 803, E : 1367, 69, 70, 73, 84, 86, 88—90, 92—94), Constantin Maria (3713, 803, E : 1364, 65, 69, 72, 84, 86—90, 92—94), Grama Maria (3790, E 1362, 64, 67, 69, 73, 76, 83, 84, 86, 88, 89, 92, 93), Klausner Eugen (3805, E : 1358, 62, 64, 68, 69, 72, 73, 86—88, 90, 92, 94, 95). Onca Ioana (3790, 803, E : 1362, 64, 65, 67, 69, 84, 86—88, 90, 93, 92, 96, 98). Rotaru Valentin (3713, 90, E : 1357, 58, 65, 69, 72, 84, 86, 88—90, 92—94), Simionescu Cătălina (3736, 64, 65, 88, 90, 92, 803, E : 1357, 59, 71, 73, 76—78, 85—88, 90), Vulpe Victor (3803, E : 1357, 58, 62, 64, 66—69, 72—74, 76, 84, 88—90, 92). Cl. X. Brad Doina (3661, 701, 05, 16, 54, 56, 57, 64, 67, 68, 93, 96, 97, 803, 06), Grozavu Maria (3706, 07, 16, 24, 26, 43, 48, 64, 67, 68, 90, 93, 97, 803, 05, 44). Cl. XI. Belcea Marin (3702, 14—16, 18, 24, 32, 39, 44, 54), Bicher Iacob (3748, 64—67, 85, 90, 98, 99, 803, 05, 06, 25, 44). Bozoşan Marcela (3754, 64—69, 72, 90, 98, 99, 803, 05, 16, 41). Mihalciuc Mihai (3716, 24, 36, 42, 43, 54, 60, 64, 65, 67, 90, 93, 97, 803, 44). Pincovici Ioan (3711, 14—16, 24, 34, 35, 42, 43, 54, 64, 65, 67, 68, 93, 98). Roşca Ioan (3724, 39, 48, 54, 56—58, 64, 65, 90, 98, 803, 05, 16, 44). Vişinoiu Mariana (3705—09, 11, 13, 24, 36, 44, 54, 64, 65, 90, 93, 98).

ORBENI (Bacău). Şc. de 7 ani. Cl. VII. Grosu Ştefan (E : 1381, 87, 88, 90, 91, 93—95, 98, 99, 408).

OŢELUL ROŞU (Timişoara). Cl. XI. Azzola Giovani (3622—25, 29, 30, 33—38, 43, 44, 48—68, 70, 71, 73—75, 77—79, 80, 82, 90—92, 94—96, 99—701, 05—11, 13—16, 18—20, 24, 26, 27, 29, 30, 33, 37—39).

PETROŞANI (Hunedoara). Ş.m. 1 Cl. X. Coşulschi S. Mircea (3798, 99, 803, 04, 06, 08, 13, 33, 55, 63, 88).

PITEŞTI. Ş.m. 1 „Nicolae Bălcescu". Absolvent Chiva N. Petre (3767, 91, 803, 04, 05, 08, 13, 32, 40, 41, 45). Dimoiu G. I. (3758, 60, 61, 62, 69, 70, 73, 74, 76, 78, 80, 81, 85, 93—96). Cl. IX. Pătraşcu I. Gh. (3767, 68, 91, 98, 802, 03, 05, 08, 13, 40, 41).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Liptac V. Florica (E : 1371, 81—88, 95, 96, 402, 05, 10, 13).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Ghica Anton (3803, E : 1381, 84, 86—88, 90, 91, 93—95).

PLOEŞTI. Ş.m. 1 „I. L. Caragiale". Cl. VIII. Costache Tudor (3790, E : 1366—70, 72—75, 77—79, 81, 87, 88). Leonte Emilia (3803, 05, 30, E : 1369, 70, 74, 78, 81, 87—89, 97, 403, 04, 08, 11, 12). Cl. IX. Băluţă Eugenia (3764, 65, 67, 68, 98, 803, 05, 13, 16). Ciornei Lucian (3734, 35, 56, 64, 66, 67, 72, 90, 91, 98, 803, 13, 32). Culin Iosif (3713, 72, 98, 802, 03, 05, 13, 41, 61, 64, 69, 90). Dragomir V. Emilia (3764, 65, 67, 68, 72, 90, 91, 98, 803, 05, 13, 16). Enescu Mihail (3772, 80, 96, 98, 802, 03, 05, 13, 24, 88). Lazea Adrian (3764, 68, 72, 90, 91, 802, 03, 05, 09, 13, 41, 47, 88) Maxim Dan (3772, 98, 803—06, 09, 13, 15, 55, 61), Nuţescu Dorin (3764, 67,98, 803—05, 09, 13, 16, 19, 23, 32, 39, 41), Rădulescu Larisa (3714, 72, 80, 96, 98, 802—05, 13, 24, 41, 61, 63, 69, 71, 88). Semiatinski Lucia (3705, 13, 14, 72, 80, 96, 98, 802—05, 18, 24, 41, 63). Szekely Steliana (3705, 13, 72, 98, 803—05, 41, 61, 63, 69, 88). Ştefan C. Gh. (3761, 98, 800, 02, 03, 05, 06, 08, 13, 16), Tomescu Dumitru (3764—68, 90—92, 98, 803, 05), Vasilescu M. Dumitru (3764, 68, 90, 98, 803, 05, 09, 13, 41, 47), Voiculescu Elena (3713, 64, 67, 72, 90, 802, 03, 05, 13, 32, 39), Cl. X. Costache Gh. Ioan (3761, 64—68, 72, 78, 85, 89, 90—92, 94, 96), Coşoianu Traian (3761, 62, 72, 76, 78, 96—98, 803), Drugea I. Gh. (3715—17, 21, 29, 38, 80, 98, 803, 05, 06, 08, 13, 21, 30, 32, 33, 41, 45, 46). Duţă Petre (3761, 64—68, 77, 78, 82, 89, 90, 94), Nicorescu Rodica (3713, 14, 80, 98, 802—05, 13, 24, 41, 61, 63, 69, 72), Pechiu Traian (3721, 90, 98, 99, 802, 03, 05, 06, 08, 13, 21, 29, 30, 32, 38, 39, 45), Cl XI. Georgescu V. Teodor (3760, 61, 70, 78, 81, 85, 98, 801, 03, 05, 06, 13, 16, 32, 43).

Ş.m. 2 „Al. Toma". Cl. XI. Botezatu Zoe (3766—68, 72, 816, 41, 42, 44).

PREDEAL. Cl. VI. Ioniţă I. Maria (E : 1366—69, 72, 73, 80, 84, 90, 93).

PUCIOASA. Cl. VIII. Manea V. Ilie (3790, 803, 05, E : 1368, 72, 74—78, 83—86, 89—92). Cl. IX. Longin Şerban (3764, 65, 91, 96, 98, 800, 02—05, 08, 09, 13, 39,

48, 58). Cl. X. Popescu S. Gh. (3761, 64—68, 80, 90—92, 98, 800, 02—06, 09, 13, 28, 32, 38, 39, 48, 58, 63, 70, 88).

REȘIȚA. Cl. VI. Stiopu Magda (E: 1358, 62, 65—67, 72, 73, 80, 86, 90, 93, 94, 97—99, 407, 18). Cl. VIII. Bîrău Nicolae (3752, 803, 32, E: 1362, 66, 67, 73, 74, 76, 84, 86—89, 92—94), Foral Iosif (3713, 803, E: 1355, 57, 58, 64, 66—90), Trifu Nicolae (E: 1365, 66, 68, 69, 73, 81, 84, 86, 88—90, 92—96, 401). Cl. X. Boiangiu A. Corneliu (3692, 94, 700, 11, 13—17, 54, 85, 97, 98, 803, 05).

RIMNICU SĂRAT. Ș.m. 2 „Ștefan cel Mare". Cl. VIII. Nelepcu Grigore (3790, E: 1369, 73—75, 78, 81, 87, 88, 94, 95, 401, 03, 08). Cl. XI. Mirică N. Ștefan (3757, 58, 60, 61, 63, 72, 78—81, 98, 99, 801, 03).

RIMNICU VILCEA. Ș.m. 2 „N. Bălcescu". Cl. X. Ilie A. Dumitru (3714, 18, 22, 30, 32, 33, 38, 39, 43, 44, 46—48, 52—54, 58, 60, 64—67, 72, 78, 80, 85, 90—92, 94, 97), Poșircă M. Ion (3714, 18, 20, 22—24, 30, 32, 43, 38, 44, 46, 47, 53, 58, 60, 62, 63, 72, 74, 77, 78, 80—83, 85, 94—97, 801—03, 05). Cl. XI. Apostoloiu A. Victor (3720, 30, 33—35, 38, 42—44, 47, 48, 53—58, 60—67, 72, 73, 76—78, 80, 81, 83, 85, 86, 90—99, 802, 05, 06, 17, 32, 43, 48). Cl. VIII. Borcea Valeria (3803, E: 1360, 84, 86—90, 93—95, 98, 400, 01, 12), David Floarea (3803, E: 1367, 73, 80, 84, 87—89, 92—94, 97, 400), Drăgan Viorica (3803 E: 1373, 86—88, 93, 94, 98, 400), Filip Voichița (3803, E: 1367, 73, 74, 80, 84, 88, 92, 94, 97, 98, 401, 11), Guiașu Eugen (E: 1369, 73, 80, 87, 88, 92, 94, 98, 400, 01, 06, 08, 11, 12), Matei Stela (3803, E: 1366, 67, 72—74, 84, 86—88, 92—94, 98, 411), Mărgineanu Florian (3803, E: 1338, 66, 67, 73, 80, 84, 87, 92, 94, 98, 401, 11), Uveges Valeria (3803, E: 1369, 73, 80, 84, 87, 89, 92—95, 97, 98, 411). Cl. IX. Steinbrenner Gh. (3764—68, 75, 88—92).

SIBIU. Cl. VI. Bucur Delia (E: 1366, 67, 72, 73, 86, 90, 93, 94, 97—400, 06—08). Cl. IX. Santu Ionel (3768, 72, 90, 91, 96, 803, 05, 13, 33, 71, 88). Cl. X. Micu Doina (3772, 78, 80, 83, 98, 99, 803, 05, 06, 13, 30).

SIGHIȘOARA. Cl. IX. Dumitrescu Paul (3764, 65, 67, 68, 75, 88—92, 828, 29, 38—40, 83), Mola Georgeta (3764, 65, 67, 68, 88, 89, 90, 91, 825, 28, 29, 38, 39, 40, 83). Cl. XI. Lang Hugo (3760, 61, 78, 80, 85, 93, 99, 801, 03, 05, 11, 13, 17, 21, 32, 41).

SINICOLAUL MARE. Cl. VIII. Costăchel A. Alexandru (3803, 32, E: 1367, 69, 78, 81, 87, 88, 95, 401, 11).

SINTANA (Oradea). Șc. prof. „G. Dimitrov". An. I. Martin Pavel (3772, E: 1369, 74, 76—79, 87, 88, 95).

STREHAIA (Craiova) Cl. VIII. Nicola V. Petre (E: 1381, 84, 87, 88, 90, 91, 93—96, 418), Muscalu G. Al. (P).

SUCEAVA. Absolvent Bortă G. Dan (3363, 70, 80, 94, 95, 701, 05—09, 85).

TEAHA (Cluj). Șc. de 7 ani. Cl. VII. Pașca Maria (3803, E: 1381, 84—86, 90—94).

TECUCI. Ș.m. 2. Cl. VII. Ecea Gheorghe (E: 1366—69, 72—74, 79, 84, 86—88, 90, 91, 97, 411), Juverdeanu Viorel (E: 1367—69, 72—74, 84, 87, 89—92, 94—998, 411), Niculescu Dan (E: 1366—69, 72, 73, 79, 81, 84, 86, 87, 90, 91, 93—95), Tătaru Ioan (E: 1366—69, 72—74, 79, 85, 87, 88, 90, 91, 93, 94, 98, 411, 12), Velicu Corneliu (E: 1366—69, 72—74, 79, 84, 86 88, 90, 91, 94, 97, 411). Cl. VIII. Botez Dionisia (3790, 803, 05, E: 1364, 66, 67, 69, 73—75, 81, 86, 88, 93, 94), Halpern Elias (3768, 90, 803, 32, E: 1364, 66, 67, 69, 73, 74, 80, 84, 87, 88, 92—95), Moman Mariana (3803, 05, E: 1364, 66, 67, 69, 73—75, 81, 86, 88, 90, 93, 94), Munteanu Georgeta (3790, 803, 32, E: 1366, 67, 69, 73—75, 81, 86, 88, 93—95), Sigler Bebe (3803, 32, E: 1366, 67, 69, 72, 73, 80, 81, 87, 88, 93—95, 98).

TIMIȘOARA. Studenți: Cipău Radu (chim. ind.) (3764—67, 86, 90, 828, 39, 47, 48), Ionescu Alexandru (mec.) (3713, 29, 56—58, 60, 61, 63—68, 77, 78, 80, 83, 85, 90, 93, 96, 98, 802, 03, 05—07, 16, 21, 44, P). Ș.m. 1 „Nikos Beloianis". Cl. V. Gheorghiu Doina Rodica (E: 1366, 73, 80, 85, 86, 90, 92—94), Cl. VII. Giurgiu Mircea (E: 1384, 85, 87, 89, 90, 92, 94, 96, 98, 400—02, 11), Todoran Voicu (E: 1401, 04, 17, 84, 88, 90, 92, 94, 98).

Ș.m. 2 „Nikolaus Lenau". Cl. VIII. Csejka Gerhardt (3803, 09, E: 1381, 84, 87, 88, 92, 94, 95, 98, 401, 03, 08, 11, 12), Schorscher Hans (3803, 32, E: 1381, 84, 87, 88, 91—95, 98, 401, 03, 11, 12), Cl. XI. Grassl Erich (3798, 99—801, 03, 05—08, 12, 13, 16, 20, 32, 33, 41, 42, 44—46), Rastätter Walter (3798—801, 03, 05—08, 12, 13, 16, 20, 32, 41, 43, 45).

Ș.m. 5. Cl. VIII. Costi Ioan (E: 1398, 400, 01, 03, 06, 08, 11, 12). Csaki Tiberiu (3803, 05, E: 1367, 84, 87—89, 91, 94), König Tiberiu (3803, E: 1384—86, 88—90, 92, 94), Königsberg Estera (E: 1367, 68, 73, 78, 80, 93, 94, 98, 401, 08, 11, 12), **Listig Gheorghe** (3690, 705, 06, 26, 90, 801—03, 05, 12, 32, E: 1355, 58, 62, 64—68, 72—76, 78—81, 84—99, 401—03, 05—13), Miuța Grigore (E: 1397, 98, 400, 01, 03, 06, 08, 11, 12), Popazu Florian (E: 1367, 97, 98, 400, 01, 03, 06, 11—13), XI. X. Popovici Volker

(3734—36, 42, 43, 48, 56, 64—68, 88, 90, 91, 825, 28, 38, 39, 48).

Ş.m. 7. Cl. VIII. Andru Dorina (3803, E: 1366, 67, 69, 73, 74, 86—88, 93, 94, 97, 98, 401, 03, 08, 11), Biţă Gheorghe (3803, E: 1384, 86, 87, 88, 90, 92, 93, 95—98, 400, 01, 06, 08), Culic Maria, (3803, E : 1367, 70, 73, 74, 86—88, 91, 93—95, 98, 408), Curta Aurel (3803, E: 1383, 84, 87—89, 92, 96—98, 403, 08, 11—13), Dandea Zeno (3803, 05, E: 1366, 69, 70, 72, 75, 87, 88, 98, 401, 03, 08, 11, 12), Dobrescu Alexandra (E: 1384—88, 90, 92, 94, 97, 98, 400, 01, 08, 11), Herşcovici Tiberiu (3803, E: 1384—89, 92—400, 03, 04, 06, 08—12), Mînzaru Mariana (3803, E: 1367, 73, 74, 87, 88, 91, 93—95, 98, 408, 11), Proşteanu Mariana (3803, E: 1366, 67, 73, 79, 87, 88, 93, 94, 97, 98, 401, 03, 08, 11), Sobolovici Eva (3803, E : 1367, 70, 73, 74, 86—88, 91, 93, 95), Spitzer Eva (3803, E: 1367, 69, 73, 74, 87, 88, 93, 97—400, 03, 08, 11), Stern Tana (3803, E: 1366, 67, 69, 72—74, 85, 87, 88, 94, 98, 403, 08, 19), Soukup Luise (3713, 18, 72, 85, 96—800, 03, 06, 07, 12, 20, 35, 41, 43, 44, 81, 97, 903).

TIRGOVIŞTE. Cl. VI. Niculescu P. Const. (E: 1362, 66, 73, 82, 84, 86, 90, 92, 93, 96), Cl. IX. Creţu G. Dumitru (3715—17, 61, 72, 81, 98, 803, 13), Cl. X. Dumitrică Aurel (3761, 64—68, 72, 81, 90, 91, 97, 98, 802, 13, 38, 39, 48), Ionel Aurel (2718, 20, 26, 38, 46, 54, 85).

Şc. metalurgică. Cl. VIII. Bratu I. Const. (E: 1367, 72, 78, 84—88, 90, 92, 94, 95, 97, 98, 401, 03, 14), Bucurescu A. Valeriu (3803, E: 1367, 68, 73, 74, 81, 86—88, 92, 97, 400, 02, 12), Marinoiu I. Nicolae (3803, E : 1367, 81, 84, 86—88, 92, 97,—99, 401, 06, 08, 11, 12).

TIRGU JIU. Ş.m. 1 „Ecaterina Teodoroiu". Absolvent Pupăzeanu Gh. (3760, 64—68, 72, 78, 85, 88, 90—93). Cl. IX. Demetrescu Rodica (3772, 80, 98, 802, 03, 05, 06, 09), Cl. X. Cancer N. Anca (3761, 64, 67, 72, 80, 90, 91, 92, 96, 98, 99, 802, 05, 06, 13, 16, 21, 32, 41, 44).

TIRGU NEAMŢ. Cl. VIII. Scharf Wolf (3790, E: 1355, 57, 58, 65—70, 72—75, 80), Cl. X. Grimberg Raymond (3758, 61, 66—68, 813, 16, 17, 25, 28, 38—40, 48, 63).

TIRGU MUREŞ. Cl. VIII. Teodorescu Anca (E: 1381, 83—86, 95—97, 400, 01, 03, 06, 07, 09, 11).

TURDA. Ş.m. 1 „Mihai Viteazu". Absolvent Simpleanu Marin (3734—36, 41—43, 48, 56, 57, 64—68 88, 90, 91, 98, 99, 801, 03, 05—07, 09, 10, 12, 13, 15—17, 21, 25, 28—31, 33, 38, 41, 43—45, 47, 48, 50—54). Cl. VIII. Moldovan Florin (E: 1366—69, 81, 84—86, 93—95, 97—99), Radu Emil (E: 1366, 67, 73, 74, 84, 86—88, 90, 93, 94, 98, 401, 06, 08).

TURNU MĂGURELE. Cl. VIII. Păun Cornelis (3768, 90, 803, 32, E: 1366, 67, 68, 74, 78, 84, 87, 88, 96—98, 401). Cl. X. Pietrosu Mioara (3754—58, 94, 96—98, 801, 03, 05, 06, 13, 21, 41), Cl. XI. Păun Iuliu (3764—68, 89, 90, 98, 99, 802—05, 08, 12, 13, 15, 24, 25, 30, 32, 38, 39, 44, 45, 48, 52).

TURNU SEVERIN. Ş.m. 1 „Traian". Absolvent Civitu C. Nicolae (3760, 64, 65, 67, 68, 78, 80, 85, 90—92), Moşteoru Nicolae (3778, 96, 98, 803, 04, 06, 13, 17, 30, 46, 88), Cl. VIII. Croitoru Traian (E: 1366, 67, 69, 73, 74, 78), Dela Claudia (E: 1367, 68, 70, 73—75), Ogăşanu Olguţa (E : 1366, 67, 69, 73, 80), Cl. IX. Costea Nicolae (3725, 39, 45, 72, 90, 91, 98, 800, 03, 04, 08, 09, 13, 28, 33—36, 38, 48, 64, 65), Guiu Nicolae (3764—68, 88, 90, 91, 98, 802, 03, 05, 28, 39, 48), Miduş Florentin (3764—68, 88, 90, 91, 98, 802, 03, 05, 28, 39, 48), Cl. X. Bundan Mircea (3764—68, 87—89, 90, 91, 825, 26, 28, 29, 38, 39, 48, 52), Surdulescu Barbu (3764—67, 87, 89, 90, 91, 825, 27—29, 38, 48, 51, 52, 81), Cl. XI. Roată Gh. Radu (3760, 85, 98, 98, 801, 03, 06, 07, 24, 28, 38, 39).

Ş.m. 2. Cl. VII. Ghigulescu Mihai (E: 1414, 15, 20, 21, 25, 66, 67, 69, 81, 88, 90, 92—94, 96), Reznic Sorin (E : 1367—70, 84, 86, 89, 90, 92, 95, 96, 406, 10), Surdei Maria E: 1366, 73, 81, 88, 90, 93, 95, 400, 01, 08, 12, 14, 24). Cl. IX. Mocioiu I. Doru (3798, 802, 05, 13, 24). Cl. XI. Nănuţ Ion (3765, 72, 78, 81, 85, 90, 98, 802, 03, 05, 06, 12, 39, 60, 79).

TINTEA (Ploeşti). Absolvent Sterie Vasile (P).

URLAŢI. Cl. VI. Mihail Cristian (E: 1397—402, 06—10, 14, 15, 18, 19, 21, 23, 25), Mihalache Maria (E : 1397—402, 06—10, 14, 15, 18, 19, 21).

VASILE ROAITA (Constanţa). Cl. VII. Bechianu Gh. (E: 1381, 83—88, 90, 91, 97, 401, 11).

VRANCEA (Galaţi). Şc. elem. de 7 ani Năruja. Cl. VII. Creţu Petrea (E: 1366, 67, 69, 72, 73, 80, 93, 97, 98, 400, 02, 03, 12), Panţuş Itoica (E: 1366, 67, 69, 72, 73, 80, 93, 97, 98, 400).

ZLATNA (Hunedoara). Cl. VIII. Bunea Bănică (3803, E: 1366, 69, 72—74, 76, 78, 81, 86—88, 90, 93—95).

KÖNYVTÁR ORSZÁGOS

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Colaboratorii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Se primesc soluţii numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea şi şcoala pe care o urmează rezolvitorul, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei celor evidenţiaţi. Plicul va conţine cel puţin 10 probleme de matematică şi de fizică aşezate în ordinea numerică. Soluţii la problemele propuse pentru şcoala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate şi este îndemnat să încerce să schiţeze cîte o *notă* rezultată dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară şi concisă*. Figurile să fie făcute separat. In redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel$, $\perp$, $=\parallel$, Tr., $\sim$, Δ $\star\star\star$, etc, iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări uşor desfăşurarea unei demonstraţii.

— La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă, au dat mai multe metode de rezolvare sau generalizare.

Tovarăşii colaboratori elevi sînt rugaţi să ne trimită date asupra activităţii lor extraşcolare la matematică şi la fizică, asupra activităţii cercurilor de matematică şi de fizică la care iau parte şi asupra modului de desfăşurare a *„olimpiadelor de matematică şi fizică"*, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experienţă.

DATELE OLIMPIADELOR DE MATEMATICA ŞI FIZICA 1960

ETAPA REGIONALĂ la 23 şi 24 III, (primele două zile de vacanţă).
ETAPA FINALĂ pe ţară, la 24—27 aprilie (probe scrise şi orale).

OLIMPIADA MICILOR MATEMATICIENI ŞI FIZICIENI 1960
pentru clasele V—VII

ETAPA REGIONALĂ la 10 aprilie.

★

ERATĂ. La problema 4051 în loc de $\frac{1}{x}$, $\frac{4}{z}$ şi 0, se va scrie respectiv $\frac{4}{x}$, $\frac{1}{z}$ şi 1.

— La pag. 149 la fig. 2 în intervalul (—2, —1) trebuie trasată o ramură de curbă de felul celei din fig. 3 din intervalul (1, 2).

— Autorii sînt rugaţi ca la întocmirea articolelor şi notelor să ţină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri şi pe o singură parte a foii, iar figurile să fie desenate îngrijit şi pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoţite şi de soluţii.

Autorul să semneze clar lucrarea ce trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa şi data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B nu vor fi publicate.

ABONAMENTE — Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R. primeşte abonamente începînd cu nr. 1/1960 la oricare din publicaţiile sale în următoarele condiţii:

Pentru instituţii, şcoli, biblioteci la preţul de lei 60 anual, pentru fiecare din periodicile: G.M.F.-A, G.M.F.-B, M.F.L., Bulletin Mathématique şi 40 lei anual pentru „Mathematica".

Pentru profesori şi elevi la preţul de lei 18 la G.M.F.-B şi M.F.L.; lei 36 pentru G.M.F.-A, lei 60 pentru Bulletin Mathématique şi lei 40 pentru „Mathematica".

Costul abonamentelor se trimite prin mandat poştal pe adresa Societăţii de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R., la B.R.P.R. Filiala Lenin pentru contul 070.004, Bucureşti. Reclamaţiile de neprimirea revistelor vor fi făcute pe adresa sediului Societăţii, în str. Academiei nr. 14, Bucureşti I.

COLECŢII ŞI NUMERE DIN ANII PRECEDENŢI

Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R. posedă în depozit colecţii vechi din G.M.F.-A şi G.M.F.-B, începînd din 1956, precum şi din Bulletin Mathématique de la apariţie.

Cititorii noştri îşi pot procura colecţii, precum şi numere disparate, în felul următor:

a) pentru Bucureşti, depunînd banii la poştă prin mandat poştal pe numele Societăţii de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R., strada Academiei nr. 14, contul 0,70.004 la B.R.P.R. Filiala Lenin;

b) pentru cei din provincie, în aceleaşi condiţii ca mai sus, urmînd ca plata cheltuielilor de transport să fie făcută prin ramburs.

Preţul unui exemplar este de lei 3 pentru G.M.F.-A. de lei 1,50 pentru G.M.F.-B şi de lei 15 pentru Buletinul Matematic.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R. P. R.

1. E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2. A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
3. N. N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4. P. S. ALEXANDROV	Introducere în teoria grupurilor.
5. I. S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6. GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților.
7. H. IONESCU	Calcule numerice.
8. A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9. A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
10. O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
11. ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12. F. I. ZIGHEL	Cometele.
13. S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14. V. ATANASIU	Structura materiei.
15. V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16. O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17. B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18. M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19. A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20. GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
21. A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22. N. STANESCU	Electronul.
23. V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24. G. N. BERMAN	Cicloida.
25. C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26. AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27. M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
28. C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii romîne.
29. I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.
31. C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura internă, originea și evoluția lor.
32. C. DRIMBA	Elemente de mecanică cerească.
33. C. IONESCU BUJOR	Elemente de transformări geometrice (I).
34. NICOLAE MILEA	Elemente de geomagnetism.
35. GH. A. CHIȚEI	Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.
36. G. PETRESCU	Cutremure de pămînt.
37. C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (II).
38. O. SACTER	Olimpiade matematice.
40. A. I. HINCIN	Fracții continue.

Tipografia Învățământului, București — c. 5088. Lei 1,50

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI aprilie 1960

4

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 4 — aprilie 1960

SUMARUL

pag.

1. *Nouăzeci de ani de la naşterea lui Vladimir Ilici Lenin* de Conf. univ. Aurel Pop 193
2. *Telegramă către C.C. al P.M.R.* 198
3. *Legi cantitative în limbă* de S. Marcus 199
4. *Lunik III* de Alexandru Stoenescu 209
5. *Unele consideraţii în legătură cu problema 2744* de Mihai Popescu 211
6. *Despre punctul critic al materiei* de Alexandru Butucelea 215
7. *Caleidoscop matematic şi fizic* 218
8. *Note matematice* de Gh. Buicliu şi M. Grünbaum . . 222
9. *Din viaţa Societăţii* 227
10. *Probleme rezolvate (3484; 3500; 3519; 3522; 3526; 3543; 3544; 3556; 3580; 3590; 3602; 3608; 3611; 3615; 3617; 3618; 3619; E: 1118)* 231
11. *Chestiuni de examen (4094—4101)* 245
12. *Probleme propuse (4102—4130)* 247
13. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1483—E: 1498)* 251
14. *Din activitatea cercului de matematici de la şcoala medie nr. 3, Tîrgu Jiu* de Sabin Vîlceanu 254
15. *Rubrica rezolvitorilor de probleme* 255

ANUL XI **4** APRILIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu Şt.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARA PENTRU TINERET

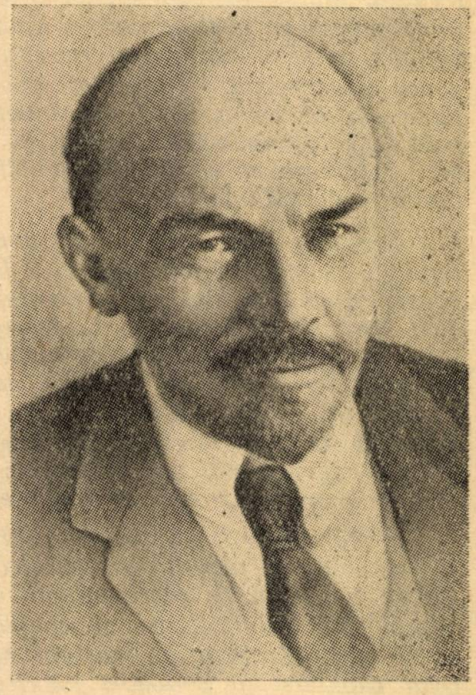
Anul XI, nr. 4 aprilie 1960

NOUĂZECI DE ANI DE LA NAȘTEREA LUI VLADIMIR ILICI LENIN

de conf. univ. **AUREL POP**, Institutul Pedagogic de 3 ani, București.

În acest an, la 22 aprilie, poporul nostru, alături de întreaga omenire muncitoare și progresistă, sărbătorește într-un cadru solemn, împlinirea a 90 de ani de la nașterea uriașei personalități a contemporaneității — Vladimir Ilici Lenin.

Încă de tînăr, ca elev și apoi student, V. I. Lenin s-a dovedit a fi o personalitate deosebită prin inteligența sa genială, prin cultura sa temeinică, multilaterală, rezultat al unei munci sistematice și energice. Provenind dintr-o familie de revoluționari, urmărit și prigonit de ohrana țaristă, el primește de tînăr botezul focului revoluționar, devine un desăvîrșit cunoscător al doctrinei marxiste, a istoriei realităților social-economice ale Rusiei, închinîndu-și întreaga sa energie clocotitoare luptei pentru victoria cauzei socialismului.



Marea personalitate a lui Lenin, care apare tot mai măreață odată cu trecerea timpului, este strîns legată de cea mai hotărîtoare cotitură din istoria omenirii, produsă prin victoria Marei Revoluții Socialiste din Octombrie, în direcția trecerii de la lumea veche la lumea nouă, de la o societate bazată pe asuprire și exploatare a omului de către om, la societatea comunistă, care asigură dezvoltarea nestingherită și multilaterală a omului, a întregii societăți.

Sărbătorind figura de gigant a lui V. I. Lenin, oamenii muncii din toate țările văd în ea, deopotrivă pe marele teoretician și strateg, cît și

pe militantul neobosit, care, înrolîndu-se în lupta proletariatului — unica clasă consecvent revoluționară a societății moderne — a creat Partidul Comunist al Uniunii Sovietice, creerul, cinstea și onoarea epocii noastre — a condus pe căi nebătătorite lupta poporului sovietic pentru construcția statului, economiei, culturii socialiste, devenind prin învățătura și lupta sa, dascălul și conducătorul iubit al proletariatului internațional și al oamenilor muncii de pretutindeni.

Adept credincios al marxismului, V. I. Lenin a dus o luptă susținută împotriva revizionismului, a oricăror forme de manifestare a oportunismului — fenomene recrudescente după moartea lui Marx și Engels și proprii imperialismului — apărînd marxismul de orice tentativă de vulgarizare, denaturare, falsificare. În jurul lui Lenin, a bolșevicilor, s-au grupat toate forțele revoluționare pe plan mondial, iar Internaționala a III-a, creată de el, a devenit farul îndrumător și centrul organizator, de a cărui activitate rodnică este legată creșterea și dezvoltarea mișcării comuniste internaționale, la primele începuturi. Astăzi, mișcarea comunistă internațională, care cuprinde peste 33 de milioane de luptători conștienți și curajoși, constituie o forță uriașă, care acționează în direcția asigurării păcii și progresului social al omenirii, a dezvoltării ei spre socialism.

Genial marxist creator, Lenin a generalizat în mod științific elementele noi, esențiale, pe care le-a adus cu sine procesul trecerii capitalismului în ultimul său stadiu de dezvoltare — imperialismul. Printr-un uriaș proces de abstractizare a datelor celor mai noi ale științelor de pe vremea sa și a experienței mișcării revoluționare proletare dobîndite în epoca imperialistă — ajun al revoluției socialiste — Lenin a dezvoltat toate părțile componente ale învățăturii marxiste: filozofia, economia-politică și comunismul științific — dînd răspuns prin operele sale, celor mai arzătoare și complicate probleme ridicate în fața mișcării revoluționare internaționale.

Genialele teze leniniste în domeniul filozofiei, referitoare la caracterul inepuizabil al materiei și al formelor ei variate de mișcare — elaborate acum mai bine de o jumătate de veac — sînt astăzi verificate în mod strălucit de toate marile descoperiri ale fizicii moderne. S-a demonstrat în mod practic că fenomenele micronucleare sînt supuse legilor generale ale dezvoltării materiei, dar altor legi decît legile proprii fizicii clasice, ori legilor exprimate prin formulele mecanicii cuantice; fizica modernă confirmă tezele leniniste potrivit cărora materia este inepuizabilă atît în macrocosmos, cît și în microcosmos și variabilă în formele prin care se manifestă mișcarea materiei.

Faptul că U.R.S.S. ocupă astăzi primul loc în lume în principalele și hotărîtoarele ramuri ale științei moderne — situație care pune în uimire și derută pe reprezentanții burgheziei — nu este rezultatul unor împrejurări întîmplătoare și conjuncturi norocoase, ci consecința logică și firească, căreia îi dă naștere modul de producție socialist, superior celui capitalist, a perioadei istorice pe care o străbate astăzi Uniunea Sovietică, în procesul de trecere de la socialism la comunism. Acest fapt pune în mod necesar și obiectiv în fața științei sovietice numeroase și deosebit de complicate probleme, pe care le poate soluționa pentru că

statul sovietic asigură toate condițiile pentru progresul științei. Dar ceea ce nu pot înțelege apologeții burgheziei imperialiste, este o problemă de ordin calitativ, și anume faptul că știința sovietică se găsește în avangarda științei mondiale, deoarece ea este călăuzită de tezele filozofiei leniniste, de metodologia dialecticei materialiste, că acest lucru constituie un ajutor de neprețuit în orientarea cercetărilor științifice, în momentele critice prin care trec de obicei marile descoperiri.

Indicațiile lui Lenin — date deopotrivă savanților și filozofilor de a studia legile generale ale mișcării materiei, exprimate în dialectica materialistă, precum și legile și datele concrete ale științelor particulare — sînt deosebit de actuale astăzi, cînd importanța filozofiei marxist leniniste crește, în condițiile ramificării și specializării tot mai accentuate a științelor, a pătrunderii științelor tot mai profund și în cele mai complexe domenii ale lumii materiale, a frontului cercetărilor științifice care se lărgește continuu; în aceste condiții, lupta împotriva primejdiei unilateralității, care pîndește pe orice om de știință, ca și lupta împotriva pozitivismului — care, negînd obiectul și rostul filozofiei marxiste deschide căile influenței idialiste — nu se poate înfăptui decît prin înarmarea oamenilor de știință cu concepția materialismului dialectic.

Criticînd idealismul „fizic" — reprezentat de W. Ostwald „mare chimist și mic filozof" — Lenin arăta cum prelucrarea matematică a datelor științelor, latură pozitivă și necesară pentru progresul științelor, este folosită de reacțiune, de idealism, pentru a reduce lumea obiectivă la formule matematice, a le considera pe acestea ca produse doar ale intelectului, ca simboluri pentru a face ordine în haosul fenomenelor, a trage concluzia că îndărătul ecuațiilor nu există o lume materială obiectivă — concepție de care a dat dovadă idealistul matematician Poincaré.

Caracterul realist-științific al învățămîntului nostru, în cadrul căruia științele naturii și cu deosebire fizica, chimia, și alături de ele matematica, au o pondere deosebită, modul în care Partidul Muncitoresc Romîn conduce activitatea didactic-educativă din școli, este o dovadă a fidelității partidului nostru față de tezele filozofiei leniniste. Partidul Muncitoresc Romîn subliniază necesitatea legăturii dintre școală și viață și poartă o grijă deosebită dezvoltării științei în strînsă legătură cu practica construirii socialismului în țara noastră.

V. I. Lenin este dascălul iubit al tineretului muncitor; el a călăuzit cu dragoste părintească pașii lui spre o viață liberă și fericită. Sfătuindu-l să se pregătească temeinic pentru a putea contribui la progresul științei în strînsă legătură cu pratica construirii socialismului, Lenin recomandă tineretului, generația cea mai interesată în victoria orînduirii noi, socialiste: „Dacă știu că știu puțin, voi izbuti să cunosc mai mult; dar dacă cineva va spune că este comunist și că nu are nevoie să cunoască ceva temeinic, apoi n-o să iasă din el nimic care să aducă a comunist" [1]*). Sub conducerea partidului lui Lenin, comsomoliștii sînt educați în spiritul moralei noi, comuniste, în spiritul respectului față de știință, a devotamentului față de cauza socialismului, a unei atitudini socialiste față de muncă și avutului obștesc, pentru învingerea greutăților de orice natură care stau*

1) V. I. Lenin. „Despre învățămîntul public" — pag. 416.

în calea construirii vieții noi, pentru punerea pe primul plan a intereselor colectivității, a patriei socialiste.

Revizionismul contemporan a declarat de nenumărate ori că leninismul este desmințit de practica socială, că, între leninism și marxism este o ruptură categorică; denaturîndu-l și falsificîndu-l în mod grosolan, scutierii imperialismului au prezentat leninismul fie ca o credință fanatică a unui grup de conspiratori, fie ca o strategie și tactică a Moscovei bazată pe „exportul armat al revoluției", fie ca un fenomen, pur rusesc, și ca o doctrină concepută după nevoile și măsura Orientului, dar inaplicabilă Occidentului „civilizat".

Cuvintele profetice ale lui Lenin despre valabilitatea universală a bolșevismului, despre „exemplul rus" ca fenomen de importanță istorico-mondială ce „arată tuturor țărilor cîte ceva — dar cu totul esențial — din viitorul lor inevitabil și apropiat" [1]) *răsună astăzi mai viu și mai convingător ca niciodată în conștiința popoarelor lumii. Căci istoria contemporană — ca un laborator de verificare a legilor sociale — a demonstrat și demonsterază, fără putință de tăgadă, justețea învățăturii leniniste, genialitatea previziunii lui Lenin despre dezvoltarea inevitabilă a omenirii în direcția comunismului. Conținutul esențial al întregului proces de dezvoltare a epocei contemporane este determinat de trecerea treptată a omenirii de la capitalism la socialism, de transformarea socialismului în sistem mondial, ca și de rezultatele întrecerii economice pașnice dintre cele două sisteme sociale opuse. Sistemul mondial al socialismului — măreața realitate a zilelor noastre — exercită o forță uriașă de atracție asupra popoarelor lumii care aspiră către pace și progres social. Oamenii muncii din toate țările se conving, în ciuda propagandei reacțiunii, că țările socialiste, dezvoltînd forțele de producție într-un ritm extrem de rapid și într-o proporție de masă — fenomene inaccesibile pentru capitalism — asigură ridicarea continuă a nivelului material și cultural al popoarelor acestor țări. Istoria a verificat de asemenea justețea tezelor leniniste potrivit cărora apropierea economică, politică și culturală a popoarelor — în procesul necesar al dezvoltării vieții mondiale — nu se poate realiza prin metodele tîlhărești practicate de imperialism în colonii și țările dependente, ci numai pe baza unirii de bună voie a popoarelor în spiritul principiilor socialismului. Viața contemporană este mărturie că, în vreme ce sistemul mondial al capitalismului este ros de grave contradicții, iar sistemul său colonial se află în plin proces de destrămare, în țările sistemului mondial al socialismului s-au statornicit relații de tip nou, necunoscute pînă acum în istorie, relații de colaborare și întrajutorare tovărășească, de cooperare economică, de schimburi culturale, tehnice precum și de apărare în comun a cuceririlor revoluționare.*

Principiul leninist al coexistenței pașnice, promovat pe o scară tot mai largă în practica relațiilor dintre state, întruchipează aspirațiile către pace și bunăstare ale umanității, ca și perspectiva victoriei definitive a socialismului în întrecerea economică cu sistemul capitalist. Prin îndeplinirea septenalului U.R.S.S., ca și a planurilor de perspectivă ale celorlalte țări socialiste, potrivit prevederilor și calculelor, încă în 1965 țările

---

[1]) V. I. Lenin, „Stîngismul", boala copilăriei comunismului", Editura pentru literatură politică, 1953, pag. 6.

din sistemul mondial al socialismului vor produce mai mult de jumătate din volumul producției industriale mondiale, ceea ce va constitui o victorie de importanță hotărîtoare pentru destinele întregii omeniri.

Partidul nostru s-a călăuzit și se călăuzește în întreaga sa activitate revoluționară după atotbiruitoarea învățătură leninistă. Tov. Gheorghe Gheorghiu-Dej ne arată „Noi, comuniștii din Republica Populară Română, socotim că succesele obținute de partidul nostru, de poporul nostru muncitor în înfăptuirea revoluției proletare, în construirea socialismului se datoresc faptului că ne-am călăuzit și ne călăuzim de învățătura lui Marx, Engels, Lenin, că am învățat și învățăm neîncetat din experiența P.C.U.S. — exemplu luminos al fidelității nestrămutate față de marxism-leninism, al înaltei principialități comuniste, al capacității de a întări necontenit legătura cu masele și de a le mobiliza în lupta pentru victoria socialismului și comunismului". [1])

* * *

Subliniind uriașa transformare a ideilor înaintate, Karl Marx scrie „Teoria revoluționară devine o forță materială dacă cuprinde masele". Istoria contemporană confirmă întrutotul această teză. Leninismul — marxismul epocii imperialismului și al revoluțiilor proletare — este steagul atotbiruitor sub care luptă peste 950 milioane de oameni pentru construirea socialismului și comunismului. El este forța materială uriașă care însuflețește alte sute și sute de milioane de oameni din restul țărilor lumii, în lupta pentru pace, democrație și socialism. Leninismul este învățătura revoluționară justă și de aceea este atotbiruitoare.

---

[1]) Gh. Gheorghiu-Dej, „Articole și cuvîntări" ediția 1959, p. 633—634.

TELEGRAMA ADRESATĂ COMITETULUI CENTRAL AL PARTIDULUI MUNCITORESC ROMÎN ȘI GUVERNULUI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE DE CĂTRE CEA DE A DOUA COFERINȚĂ PE ȚARĂ A SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R.

Către

COMITETUL CENTRAL AL PARTIDULUI MUNCITORESC ROMÎN

Tovarășului **GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ**

și

CONSILIUL DE MINIȘTRI AL R.P.R.

Tovarășului **CHIVU STOICA**

Membrii delegați ai filialelor și subfilialelor Societății de științe matematice și fizice din R.P.R. întruniți în Conferința pe țară din 13—14 februarie 1960, își exprimă recunoștința și dragostea față de Comitetul Central al Partidului Muncitoresc Romîn și Guvernul Republicii Populare Romîne pentru sprijinul și îndrumarea continuă acordată Societății noastre în dezvoltarea activității pe tărîmul științific și al învățămîntului în patria noastră.

Lucrările Conferinței au scos în evidență că sub conducerea și îndrumarea Partidului Muncitoresc Romîn oamenii de știință și lucrătorii din învățămînt au desfășurat o activitate rodnică axată pe ridicarea continuă a nivelului științelor matematice și fizice din țara noastră, al predării acestor discipline în școlile de toate gradele și al legării teoriei de practica construcției socialiste.

Transformările revoluționare, fără precedent, în economia națională a țării noastre în scopul creșterii continue a nivelului de trai material și cultural al oamenilor muncii, pun în fața matematicienilor și fizicienilor, ca și tuturor cadrelor didactice, importante sarcini privind asigurarea unei bune pregătiri a tineretului în vederea muncii productive, ca și acordarea unui sprijin mai amplu în rezolvarea problemelor ridicate de producție.

Membrii Societății de științe matematice și fizice din R.P.R. alături de toți oamenii muncii și sub înțeleapta conducere a Partidului, își iau angajamentul de a-și îndeplini cu abnegație sarcinile care le revin, contribuind astfel la opera de construire a socialismului în țara noastră.

Președintele Societății de Științe Matematice și Fizice din R.P.R.

Acad. Gr. C. Moisil

LEGI CANTITATIVE ÎN LIMBĂ

S. MARCUS

Candidat în științe fizico-matematice

1. Introducere

În discuțiile zilnice pe care le avem acasă, la școală, într-un magazin, pe stradă, la cinematograf, pe un teren de sport, înțelegerea dintre noi și semenii noștri este posibilă datorită faptului că vorbim cu toții aceeași limbă: limba romînă. Fenomenul de sinonimie, larg răspîndit în limbă, dă posibilitatea fiecăruia să imprime limbii anumite particularități care se manifestă într-un anumit mod de exprimare a ideilor, un anumit fel de construire a frazelor, o anumită preferință pentru unele cuvinte în dauna altora. Posibilitățile limbii romîne de a furniza noi combinații de cuvinte, noi modalități, atunci cînd este necesară exprimarea unor idei și sentimente inedite sînt inepuizabile. Particularitățile de stil ies cu deosebire în evidență în limba marilor scriitori. Astfel, oricine cunoaște cît de cît literatura romînă contemporană va identifica o poezie a lui Arghezi sau Beniuc, o povestire a lui Sadoveanu, un reportaj al lui Geo Bogza, un articol al lui G. Călinescu. Marea varietate de stiluri posibile precum și impresia pe care o avem că dispunem de o largă libertate în ce privește modul de a ne exprima, de a ne face înțeleși, nu contrazic regularitatea existentă în limbă, caracterul sistematic al limbii. Sunetele nu se combină la întîmplare atunci cînd, cu ajutorul lor, se alcătuiesc cuvinte; cuvintele nu se combină nici ele la întîmplare într-o frază. Posibilitățile noastre de a folosi limba într-un fel sau altul au anumite limite. De exemplu, nu putem să ne exprimăm, să ne facem înțeleși, fără a folosi conjuncții sau prepoziții, fără a respecta o anumită ordine a cuvintelor în frază, anumite reguli de acord. Caracterul sistematic al limbii nu se reduce numai la aceste trăsături vizibile pentru oricine a învățat puțină gramatică, puțină morfologie și sintaxă; lingviștii au identificat o seamă de fapte mai puțin vizibile care dezvăluie legăturile reciproce complexe existente între diversele laturi, diversele aspecte ale limbii. Astfel, s-a observat că cuvintele cele mai des utilizate sînt cuvintele vechi din limbă, în special cele moștenite din latină și cele împrumutate din slavă. Pe măsură ce un cuvînt devine mai des întrebuințat, apar modificări ale sensurilor acestui cuvînt și modificări în pronunțarea cuvîntului. De asemenea s-a observat, cel puțin la anumite limbi, că există o anumită legătură între gradul de utilizare a unui cuvînt și natura sunetelor din care este format cuvîntul. În limba franceză de exemplu, în cuvintele des întrebuințate se manifestă o ușoară preponderență a labialelor *). Toate aceste trăsături se manifestă la orice vorbitor, independent de dorința și personalitatea acestuia.

După cum vedem, caracterul sistematic al limbii revine uneori la anumite situații cantitative determinate, la anumite proporții între diversele elemente ale limbii. Această constatare ne duce la bănuiala că matematica ar avea un cuvînt de spus în această problemă. După cum se

*) Labialele sînt acele sunete care se emit cu participarea buzelor la articulație. Exemplu de labiale: vocalele O, U; consoanele B, F, M, P, V.

știe, aspectele cantitative ale fenomenelor sînt studiate de matematică. Un studiu cantitativ care ar evita folosirea numerelor ar fi un studiu ciuntit, lipsit de precizie. Pe de altă parte, nu trebuie să cădem nici în cealaltă extremă și să forțăm orice aspect cantitativ pe care îl prezintă limba, obligîndu-l să intre în cadrul strîmt al unei formule matematice.

2. Precizări numerice în cîteva chestiuni de vocabular

Regularitatea existentă în limbă, din punctul de vedere al aspectelor cantitative, se manifestă uneori într-un fel mai ascuns ; pentru a o pune în evidență este nevoie de studiul a numeroase texte, de unele statistici destul de migăloase, de calcule, de grafice și, uneori, de studiul anumitor formule. În acest paragraf și în cel următor vom da cîteva exemple în acest sens.

Cercetările statistice efectuate asupra mai multor limbi au dus la unele constatări interesante în ce privește repartiția cuvintelor într-un text oarecare. Să notăm cu f numărul de ori de care apare un cuvînt într-un anumit text și să numim f, frecvența cuvîntului în text. S-a constatat că dacă așezăm cuvintele unui text, în ordinea frecvenței lor, primul cuvînt din listă avînd frecvența cea mai mare, atunci primele 15 cuvinte din listă acoperă aproximativ un sfert din text, primele 66 cuvinte din listă acoperă aproximativ jumătate din text, iar primele 320 cuvinte acoperă aproximativ 72% din text. Prezența cuvîntului „aproximativ" în formulările de mai sus arată că este vorba aici de niște adevăruri nu riguros exacte, ci valabile cu o anumită aproximație. Însă cu cît textul în cauză este mai lung, cu atît aproximația este mai bună, adică eroarea este mai mică, această eroare devenind oricît de mică dorim, dacă textul este destul de lung. Astfel de adevăruri se numesc „adevăruri statistice". Toate legile despre care va fi vorba în cele ce urmează au un caracter statistic.

Din cele spuse mai sus urmează că, într-un text dat, un foarte mic număr de cuvinte furnizează partea cea mai mare a textului. Se poate merge mai departe și pune problema dacă din ansamblul cuvintelor care alcătuiesc lexicul unei limbi nu se pot extrage un număr redus de cuvinte care să acopere partea cea mai mare a *oricărui* text. Rezolvarea unei astfel de probleme este mult mai dificilă și cere o seamă de studii preliminare. Este de ajuns să ținem seamă că lexicul unei limbi moderne a unui popor cu un înalt grad de civilizație se ridică la cîteva zeci de mii de cuvinte și depășește, uneori, o sută de mii. Astfel, dicționarul limbii romîne moderne, editat de Academia R.P.R. în 1958, conține peste 50 000 cuvinte. Pentru unele limbi s-au alcătuit așa numitele dicționare de frecvențe, adică dicționare în care cuvintele sînt înscrise cu frecvențele lor în limbă. Prin frecvența unui cuvînt în limbă se înțelege o medie a frecvențelor sale în texte aparținînd diverselor stiluri: beletristic, științific, juridic, ziaristic etc. Cu cît numărul și lungimea textelor luate în considerație sînt mai mari și cu cît aceste texte sînt mai variate ca stil, cu atît obținem cu o aproximație mai bună frecvența cuvintelor în limbă. Dicționarul de frecvențe cuprinde doar o mică parte (cel mult cîteva mii de cuvinte) din lexicul limbii. Cuvintele se înscriu în ordinea descrescătoare a frecvențelor, deci în așa fel încît cuvintele cu cea mai

mare frecvență în limbă să figureze în număr cît mai mare. Alcătuirea dicționarelor de frecvențe a dus la unele constatări deosebit de interesante. Astfel, primele o sută de cuvinte din dicționarul de frecvențe acoperă 60% din orice text; primele o mie de cuvinte din dicționar acoperă 85% din orice text; iar primele 4 000 de cuvinte din dicționarul de frecvențe acoperă 97,5% din orice text. Desigur că se știa și înainte că o mare parte din cuvintele unei limbi au o întrebuințare extrem de rară; adevărurile statistice enunțate mai sus aduc precizia numerică în cunoașterea acestui fenomen.

Metoda statistică scoate în evidență unele particularități interesante ale diferitelor stiluri. Pentru a da numai un exemplu, vom cita aici cercetările întreprinse în ultimii ani în Uniunea Sovietică de către V. A. Nikonov, care a arătat că, în limba rusă, în textele politice și științifice substantivele preferă cazul genetiv pe cînd în textele literare substantivele preferă cazul nominativ. (Amintim că, în limba rusă, spre deosebire de limba romînă, sînt șase cazuri). Iată cîteva date în acest sens:

	Nominativ	Genetiv		Nominativ	Genetiv
Lenin	26,0	36,7	Karamzin	33,0	17,7
Timiriazev	26,7	45,7	Pușkin	33,8	18,6
Pavlov	21,9	36,2	Cehov	33,7	17,1
Ioffe	20,6	39,2	Gorki	33,0	16,7

Datele de mai sus trebuie interpretate în modul următor: din 100 substantive luate la întîmplare din texte ale lui Pavlov, 22 sînt la nominativ iar 36 sînt la genetiv; din 100 substantive luate la întîmplare din texte ale lui Cehov 34 sînt la nominativ și numai 17 sînt la genetiv.

Iată deci, că deosebirile care există între procedeele artistice ale lui Karamzin Pușkin, Cehov și Gorki, faptul că fiecare dintre aceștia se conturează ca o personalitate puternică, ca un scriitor deosebit de original, pe care îl recunoaștem ușor din cîteva pasagii, nu împiedică existența unor puternice trăsături comune, care se înfățișează ca expresie a unei legi, a unei caracteristici a textelor literare. Observații asemănătoare se pot face și în ceea ce privește textele politice și științifice.

Repetăm însă și aici o observație pe care am mai făcut-o. Adevărurile de mai sus au un caracter statistic. S-ar putea ca, luînd numai o pagină din Gorki, proporția dintre substantivele la nominativ și cele la genetiv să nu corespundă cu cea din tabelul de mai sus. Pe măsură, însă, ce lungimea textelor luate în considerație va crește, cifrele de mai sus vor căpăta o confirmare din ce în ce mai exactă.

Cititorii ar putea verifica în ce măsură se verifică în limba romînă legea descoperită de V. A. Nikonov pentru limba rusă. S-ar putea compara,

în acest sens, rezultatele obținute din texte aparținînd manualelor de fizică, chimie, științe naturale cu cele obținute din texte literare.

Este ușor de înțeles importanța studiilor statistice pentru alcătuirea manualelor de limbi străine. Ele permit ca vocabularul introdus într-un astfel de manual să fie selecționat pe baze științifice, solicitîndu-se memoria cititorului într-o măsură cît mai mică.

Dar investigațiile statistice asupra limbii nu se opresc aici. Este important să se studieze frecvența fiecărei litere și a fiecărui grup de litere, frecvența fiecărui sunet și a fiecărui grup de sunete, frecvența fiecărei părți de vorbire (substantiv, adjectiv, verb etc), frecvența modurilor și timpurilor, frecvența diverselor configurații sintactice. Acest studiu se poate face pentru diverși autori, pentru diverse stiluri. De exemplu, ar fi interesant să se întreprindă studii statistice comparative pe diverse manuale școlare: matematică, fizică, științe naturale, istorie, romînă etc.

3. Fenomene de limbă care ascultă de anumite formule

Să ne dăm un număr natural L și să considerăm totalitatea textelor de lungime L. Prin *lungimea* unui text înțelegem numărul cuvintelor din care este el format, fiecare cuvînt fiind numărat de atîtea ori de cîte ori apare*). Prin *vocabularul* unui text se înțelege numărul V al cuvintelor distincte care apar în text.

Să presupunem că, cuvintele unui text oarecare de lungime L au fost așezate în ordinea descrescîndă a frecvenței în text, cuvintele cu aceeași frecvență fiind așezate într-o ordine arbitrară. Numărul de ordine al unui cuvînt într-o astfel de listă se numește rangul cuvîntului în text. O lege fundamentală, poate cea mai importantă dintre legile statistice ale vocabularului, afirmă că produsul dintre rangul unui cuvînt și frecvența acestui cuvînt este constant**). Această lege trebuie interpretată în sensul că produsul dintre rangul și frecvența unui cuvînt oarecare dintr-un text arbitrar de lungime L are totdeauna aceeași valoare. Însă această valoare se schimbă de îndată ce se schimbă lungimea textului și exactitatea cu care se verifică legea este cu atît mai mare cu cît L este mai mare. Notînd cu $K(L)$ valoarea constantei corespunzătoare lungimii L, axem:

$$1 \cdot f_1 = K(L), \quad 2 \cdot f_2 = K(L), \quad 3 \cdot f_3 = K(L), \ldots, \quad v \cdot f_v = K(L)$$

unde f este frecvența cuvîntului de rang i. Deducem:

$$i \cdot f_i = f_1 \quad (i = 1, 2, \ldots, v).$$

Putem deci scrie:

$$L = f_1 + f_2 + \ldots + f_i + \ldots + f_v =$$

$$= f_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{i} + \ldots + \frac{1}{v}\right)$$

*) Două forme flexionare distincte ale unui cuvînt sînt considerate cuvinte diferite.

**) Această lege a fost semnalată în 1916 de J. B. Estoup, autor al unui manual de stenografie, și confirmată în 1949 de G. K. Zipf. De aceea se numește legea Estoup-Zipf.

În paranteza din membrul al doilea al egalității obținute apar primii V termeni ai unei serii celebre: seria armonică. Putem deci spune că vocabularul unui text este distribuit după o serie armonică.

Legea pusă în evidență mai sus se numește legea rang-frecvență. Într-un sistem de coordonate carteziene în care rangul reprezintă abscisa, iar frecvența reprezintă ordonata, această lege se reprezintă printr-o iperbolă echilaterală (fig. 1).

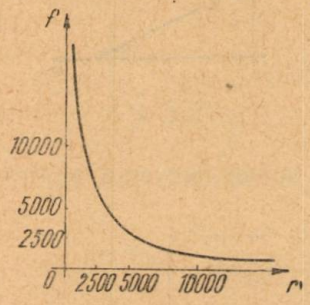


Fig. 1.

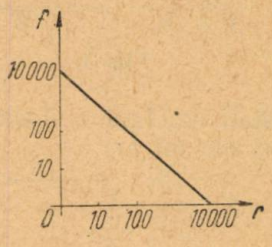


Fig. 2.

Se obișnuiește însă, pentru a se micșora dimensiunile graficului, să se lucreze cu așa numitele coordonate logaritmice, care revin la a reprezenta pe axa abciselor, nu pe r ci pe $\log_{10} \cdot r$, iar pe axa ordonatelor nu pe f, ci pe $\log_{10} f$. Într-un astfel de sistem de coordonate, legea rang-frecvență se reprezintă printr-o linie dreaptă de pantă -1 (fig. 2).

Iată o ilustrare a legii rang-frecvență pe un text de lungime egală cu 60 000:

rang	frecvență	rang × frecvență
10	2.653	26.530
100	265	26.500
1000	26	26.000
10000	2	20.000
29000	1	29.000

Înrudită cu legea rang-frecvență este legea număr-frecvență, care afirmă că fiecărui număr natural L îi corespunde un număr C_L astfel încît, în orice text de lungime L, produsul dintre pătratul unui număr f și numărul n_f al cuvintelor de frecvență egală cu f în textul respectiv este egal cu C_L, oricare ar fi numărul natural f inferior sau egal cu frecvența cuvîntului de rang 1:

$$n_f \cdot f^2 = C_L.$$

Iată reprezentarea grafică a legii număr-frecvență, atît în coordonate carteziene obișnuite (fig. 3), cît și coordonate logaritmice (fig. 4).

Se poate arăta că această lege este o consecință a legii rang-frecvență și, ca și aceasta, nu este adevărată decît aproximativ, avînd un

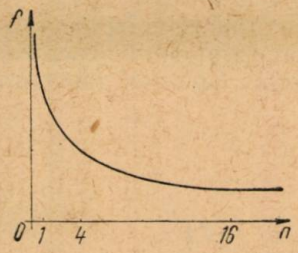


Fig. 3.

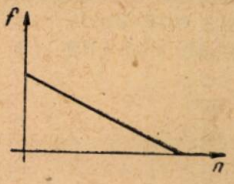


Fig. 4.

caracter statistic. Iată o ilustrare a legii număr-frecvență pentru primele zece valori ale lui f:

f	n_f	$n_f \cdot f^2$
1	16.432	16.432
2	4.776	19.000
3	2.194	19.600
4	1.400	20.239
5	900	22.400
6	770	22.700
7	480	23.500
8	370	23.600
9	300	24.300
10	220	22.000

Ar fi interesant de verificat legea rang-frecvență și legea număr-frecvență pe texte luate la întîmplare din manualele școlare, confruntîndu-se graficele obținute cu graficele teoretice de mai sus. Este recomandabil să se lucreze pe hîrtie milimetrică și, dacă textele sînt foarte lungi, să se folosească coordonate logaritmice pentru ca graficul să fie cît mai încăpător.

După cum se vede din tabelele de mai sus, legile rang-frecvență și număr-frecvență se verifică uneori destul de slab, cel puțin pentru valorile mici ale rangului, respectiv frecvenței.

O descriere mai fidelă a dependenței frecvenței de rang este dată de relația:

$$f_r \cdot r^{\alpha} = K(L),$$

unde f_r este frecvența cuvîntului de rang r, α este un număr apropiat de 1 (de obicei mai mare ca 1), iar valoarea $K(L)$ depinde de lungimea L a textului. În acest caz avem:

$$L = f_1 + f_2 + \ldots + f_i + \ldots + f_v =$$

$$= K(L)\left[\frac{1}{1^{\alpha}} + \frac{1}{2^{\alpha}} + \ldots + \frac{1}{i^{\alpha}} + \ldots + \frac{1}{v^{\alpha}}\right]$$

deci putem spune că vocabularul unui text este distribuit după o serie armonică generalizată. Se știe că o astfel de serie este convergentă pentru $\alpha > 1$ și divergentă pentru $\alpha \leqslant 1$. Dacă $\alpha > 1$ atunci, cu cît diferența $\alpha - 1$ este mai mică, cu atît seria converge mai încet, încît, pentru valorile foarte mici ale lui $\alpha - 1$, seria este, practic, divergentă. Or, tocmai acesta este cazul aici, deoarece valorile lui α sînt, pentru majoritatea textelor, foarte apropiate de 1.

Seria $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ a fost studiată de Riemann. Suma ei este o funcție de α. Această funcție se notează, de obicei, cu litera grecească ζ (dzeta) și se numește *funcția ζ a lui Riemann.*

B. Mandelbrot a ameliorat legea rang-frecvență, propunînd pentru frecvență următoarea funcție de rang, pe care o vom numi și *funcția lui Estoup, Zipf și Mandelbrot:*

$$f(r) = PL\ (r + \varrho)^{-\beta}, \qquad (1)$$

unde L este lungimea textului, adică numărul tuturor cuvintelor (distincte sau nu) din text, β și ϱ sînt doi parametri ale căror valori depind de text ($\beta > 0$), iar P este dat de formula:

$$\frac{1}{P} = (1 + \varrho)^{-\beta} + (2 + \varrho)^{-\beta} + \ldots + (v + \varrho)^{-\beta}, \qquad (2)$$

unde V este numărul cuvintelor distincte din text. O descriere în mare a unui text se capătă tocmai studiind parametrii β, ϱ și V, care determină funcția lui Estoup, Zipf și Mandelbrot aplicabilă textului în cauză.

Deci, spre deosebire de formula lui Estoup și Zipf, care depinde de lungimea textului dar nu și de text, formula propusă de Mandelbrot angajează specificul textului, în primul rînd limba în care este scris și autorul.

În studiile sale experimentale, Zipf a dat o deosebită atenție unor texte care se caracterizează printr-o deosebită varietate. Însă se poate arăta că tocmai datorită varietății vocabularului acestor texte, valoarea lui β este foarte apropiată de unu, ceea ce apropie, pentru r mare, formula (1) de forma inițială dată de Estoup, formă căreia în mod greșit Zipf i-a acordat o valabilitate generală. De altfel, dintre parametrii care apar în formula (1), β este cel mai important. Semnificația lui deosebită apare mai cu seamă în cazul $\beta > 1$, ceea ce se întîmplă în majoritatea textelor. În acest caz, cu cît β este mai mic, adică mai aproape de unu, deci cu cît $\frac{1}{\beta}$ este mai mare, cu atît textul respectiv prezintă un vocabular mai bogat, mai variat, numeroase cuvinte rare intrînd cu o frecvență apreciabilă. Pentru acest motiv, numărul $\frac{1}{\beta}$ se numește *temperatura de informare* a textului. Textele scrise într-un stil care utilizează procedee variate și un vocabular bogat se caracterizează printr-o temperatură de informare foarte mare (adică foarte apropiată de unu). Temperatura de informare a textelor aparținînd copiilor este scăzută, dar se apropie de unu pe măsură ce cresc și li se dezvoltă inteligența.

Sînt foarte puține textele în care valoarea lui β este inferioară lui unu. Acest lucru se poate totuși întîmpla, atunci cînd există intenția de a se transmite o informație cît mai bogată într-un text cît mai scurt.

Iată cum arată, într-un sistem de coordonate logaritmice, curba rang-frecvență, așa cum rezultă din funcția lui Estoup, Zipf și Mandelbrot (fig. 5) (graficul punctat este cel al legii Estoup-Zipf).

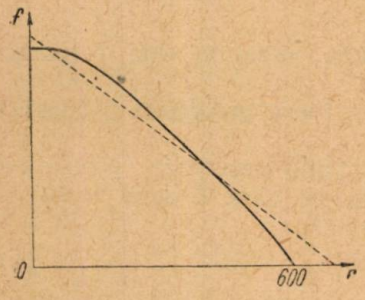


Fig. 5.

Se observă că, pe măsură ce r crește, graficul funcție, $f(r)$ devine din ce în ce mai asimilabil cu o linie dreaptă. Acest lucru rezultă dintr-un mic calcul. Într-adevăr, avem :

$$\log f(r) = \log (PL) - \log (r + \varrho);$$

însă cu cît r este mai mare, cu atît relația

$$\log (r + \varrho) = \log r$$

este adevărată cu o eroare mai mică. Deci, pe măsură ce r crește, funcția lui Estoup, Zipf și Mandelbrot se apropie, în coordonate logaritmice, de o funcție lineară, anume de funcția $\log f(r) = \log (PL) - \beta \log r$ al cărei grafic este o dreaptă de pantă egală cu $-\beta$. Prezența parametrului ϱ are ca efect, pentru r mic, o anumită abatere a funcției lui Estoup, Zipf și Mandelbrot de la o funcție lineară.

Presupunînd că $\beta > 1$, ceea ce, după cum am arătat, se întîmplă în majoritatea textelor, funcția :

$$f(x) = \frac{1}{(x + \varrho)^{\beta}}$$

este descrescătoare pentru x pozitiv, deci :

$$\frac{1}{(n + \varrho)^{\beta}} \leqslant \int_{n-1}^{n} \frac{dx}{(x + \varrho)^{\beta}} \leqslant \frac{1}{(n - 1 + \varrho)^{\beta}}.$$

Ținînd seama că aceste inegalități sînt valabile pentru orice valoare întreagă a lui n, cuprinsă între 1 și V, deducem, prin însumare,

$$\sum_{n=1}^{v} \frac{1}{(n + \varrho)^{\beta}} \leqslant \int_{0}^{v} \frac{dx}{(x + \varrho)^{\beta}} \leqslant \sum_{n=1}^{v} \frac{1}{(n - 1 + \varrho)^{\beta}}$$

deci,

$$0 \leqslant \int_{0}^{v} \frac{dx}{(x + \varrho)^{\beta}} - \sum_{n=1}^{v} \frac{1}{(n + \varrho)^{\beta}} \leqslant \frac{1}{\varrho^{\beta}}$$

sau, ținînd seama de relația (2)

$$0 \leqslant \int_{0}^{v} \frac{dx}{(x + \varrho)^{\beta}} - \frac{1}{P} \leqslant \frac{1}{\varrho^{\beta}},$$

deci eroarea pe care o comitem luînd pe P egal cu $\frac{1}{\int_0^v \frac{dx}{(x+\varrho)^\beta}}$ este inferioară lui $\frac{1}{\varrho^\beta}$.

Iată acum, tot în coordonate logaritmice, cîteva curbe rang-frecvență construite de C. K. Zipf pe baza unor date numerice corespunzătoare unor texte pe care le-a studiat (fig. 6).

După cum vedem, funcția lui Estoup, Zipf și Mandelbrot corespunde mai bine fenomenului real decît funcția lui Estoup și Zipf.

Se știe că unele cuvinte pot avea mai multe sensuri. În dicționarul limbii romîne moderne, ca și în majoritatea dicționarelor, sensurile unui cuvînt sînt numerotate. Analiza dicționarului arată că numărul n_s al cuvintelor care au un număr s determinat de sensuri este invers proporțional pătratului numărului de sensuri:

$$n_s \cdot s^2 = C.$$

Și această lege are un caracter statistic, iar cantitatea C care figurează în membrul al doilea al relației de mai sus depinde de numărul cuvintelor din dicționar, deci variază de la dicționar la dicționar.

Dacă nu avem răbdare să facem verificarea pe întregul dicționar, o putem face pe un dicționar mai mic, adică pe un număr de cuvinte alese la întîmplare din dicționar. Iată, de exemplu, rezultatul obținut pentru 545 cuvinte alese la întîmplare dintr-un dicționar:

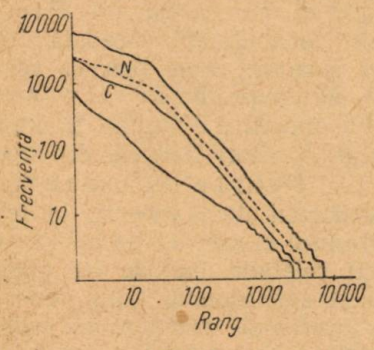


Fig. 6.

s	n_s	$s^2 \cdot n_s$
1	364	364
2	100	400
3	37	333
4	21	336
5	8	200
6	9	324
7	3	147
8	1	64
9	0	0
10	1	100
16	1	156

Cititorul ar putea verifica legea de mai sus pe dicționarul limbii romîne moderne, luînd la întîmplare 600 de cuvinte din dicționar. De exemplu, se poate lua, de pe fiecare pagină, ultimul cuvînt.

4. Preocupări și perspective în studiul statistic al limbii romîne.

Încercările de a se folosi unele metode matematice în studiul limbii romîne sînt de dată recentă, deși unele anticipări se găsesc încă la B. P. Hajdeu, în lucrarea sa „Limba în circulațiune". Așa se face că nu dispunem încă de un dicționar de frecvențe al limbii romîne. Confruntarea limbii romîne cu legile statistice generale ale lexicului se află, încă, într-o

fază incipientă. Majoritatea studiilor statistice efectuate pînă acum se referă la limba romînă scrisă. În legătură cu statistica limbii romîne vorbite citãm lucrarea lui Dimitrie Macrea: „*Frecvența fonemelor în limba romînă*", în „Dacoromania", 1941, X, p. 40.

În 1954 apare lucrarea acad. Al. Graur: „Încercare asupra fondului principal lexical al limbii romîne" (Editura Academiei R.P.R., București), în care metoda statistică este folosită ca un auxiliar pentru determinarea structurii lexicale a limbii romîne. După cum arată autorul, metoda statistică a dezvăluit noi fapte privitoare la structura etimologică a lexicului limbii romîne ; anume, s-a constatat că cuvintele slave sînt prezente în număr mare (peste o cincime) în însuși fondul principal al limbii romîne.

La sfîrșitul anului 1958, din inițiativa acad. Al. Rosetti, a luat ființă, în cadrul Institutului de lingvistică al Academiei R.P.R., un cerc de lingvistică matematică. În revista „Studii și cercetări lingvistice", editată de acest Institut, au și apărut unele articole în acest sens, ca: „Observații asupra frecvenței cuvintelor în operele unor scriitori romîni" de Valeriu Șuteu (vol. 10, nr. 3, 1959, p. 419—443). În acest articol se studiază frecvența cuvintelor la 10 scriitori romîni din prima jumătate a secolului nostru. Se constată unele disproporții între frecvența cuvintelor și repartiția lor, prin „repartiție" înțelegîndu-se numărul de autori la care cuvîntul apare cel puțin odată.

Studiile statistice asupra vocabularului au atras și atenția acad. Tudor Vianu, care, în articolul „Statistica lexicală și o problemă a vocabularului eminescian", publicat în revista „Limba romînă" (anul 8, nr. 3, 1959, p. 25—33) face unele considerații în legătură cu cartea lui Pierre Guiraud: „Les caractères statistiques du vocabulaire". Această carte, apărută la Paris în 1954, a stîrnit discuții aprinse, unele rezerve venind chiar din partea unor matematicieni ca B. Mandelbrot. Guiraud merge foarte departe cu utilizarea aparatului statistic, ajungînd la formulări îndrăznețe în legătură cu stilul unor mari scriitori francezi din trecut. În orice caz, respingerea în bloc a ideilor lui Pierre Guiraud, ar fi o greșeală. Absolutizarea anumitor considerații duce, uneori, la temerea că se atentează la complexitatea și conținutul emotiv al limbii literare. Însă metoda statistică trebuie împletită cu celelalte metode de investigație, iar rezultatele ar trebui interpretate și subordonate unui punct de vedere atotcuprinzător. Atîta vreme cît vom încerca să transformăm metoda statistică într-o metodă exhaustivă de cercetare a limbii lui Eminescu, vom constata, evident, că aspecte dintre cele mai interesante scapă studiului ; ceea ce constituie o limită naturală a metodei va apărea, în mod greșit, ca o deficiență de neiertat.

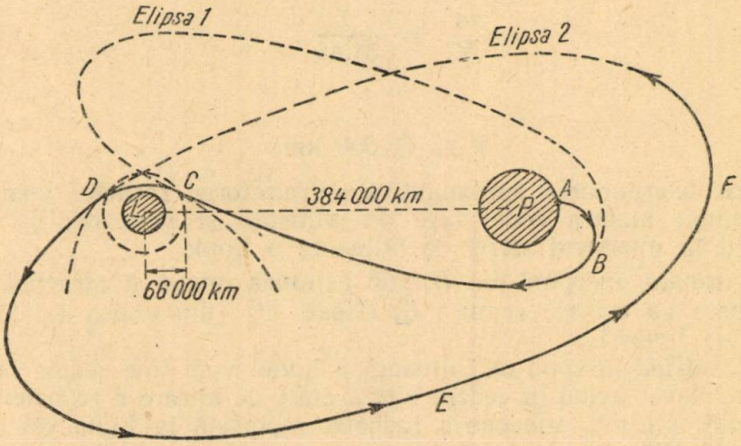
LUNIK III

ALEXANDRU STOENESCU

Lunik III este cea de-a treia rachetă cosmică sovietică. Ea a fost lansată la 4 octombrie 1959. Greutatea ultimei trepte a rachetei a fost de 1553 kgf, iar greutatea stației interplanetare de 278,5 kgf.

La 6 octombrie 1959 ora 16^h17^m (ora R.P.R.) stația a trecut la circa 7000 km de Lună. La 7 octombrie 1959 ora 5^h30^m (ora R.P.R.) aparatele stației au fotografiat Luna (partea nevăzută de pe Pământ) timp de circa televiziune pe Pământ, fotografii ale părții nevăzute a Lunii.

La 10 octombrie 1959 a ajuns la apogeu la 470 000 km depărtare de



Pământ, iar la 18 octombrie 1959, stația interplanetară a transmis prin televiziune pe Pământ, fotografii ale părții nevăzute a Lunii.

Cu ajutorul acestor fotografii savanții sovietici au putut întocmi harta întreagă a Lunii ; au apărut astfel, pe partea nevăzută a Lunii, o mare întinsă cu un diametru de 300 km, *Marea Moscovei,* având și un golf denumit *Golful Astronauților,* craterul *Țiolkovski,* craterul *Lomonosov,* craterul *Jolliot-Curie, Munții Sovietici* și *Marea Visului.*

Ceea ce este extraordinar, fără precedent, este legătura care s-a putut menține între stația interplanetară și Pământ, întrucît fotografierea Lunii precum și transmisia ulterioară a acestor fotografii au fost începute în urma ordinelor primite de pe Pământ.

Traiectoria stației interplanetare este dată în figura 1, prin curba ABCDEF trasă cu linie groasă ; această traiectorie, după cum se vede, este destul de complicată și adesea mi s-a pus întrebarea, de ce are forma din figură.

Voi căuta să explic aceasta în prezentul articol, în modul cel mai simplu posibil.

Pe mica porțiune *AB,* traiectoria este străbătută cu motoarele în funcțiune — este traiectoria *activă* teleghidată.

Începînd din *B,* racheta își urmează drumul numai sub acțiunea forțelor de atracție ale Pământului, Lunii, Soarelui etc. — acest drum alcătuiește traiectoria *pasivă.*

Analizînd aceste forțe de atracție putem constata că, într-o primă aproximație putem neglija forța de atracție a Soarelui, iar zona de influență importantă a Lunii este o sferă cu centrul în centrul Lunii și cu raza dată de relația

$$r = d\left(\frac{m}{M}\right)^{\frac{2}{5}}$$

în care $d = 384\,000$ km reprezintă distanța de la Pămînt la Lună, m reprezintă masa Lunii iar M masa Pămîntului.

Ținînd seama că :

$$\frac{m}{M} = \frac{1}{81{,}45},$$

obținem :

$$r \cong 66\,000 \text{ km}.$$

Pentru determinarea aproximativă a traiectoriei rachetei, vom neglija atracția Lunii înafara zonei sale de influență și vom neglija atracția Pămîntului în interiorul sferei de influență a Lunii.

Prin urmare, începînd din *B*, sub acțiunea numai a atracției Pămîntului racheta va descrie ramura de elipsă *BC* (din elipsa totală notată cu nr. 1 pe figură).

În *C*, intrînd în zona de influență a Lunii, vom ține seama numai de atracția acesteia ; avînd în vedere viteza mare de intrare a rachetei în zona de influență a Lunii, traiectoria rachetei raportată la Lună este ramura de hiperbolă *DC*.

Racheta părăsește deci elipsa 1 în momentul cînd trece în zona de influență a Lunii.

Dar în *D*, racheta scapă de această influență și cade din nou în zona de atracție a Pămîntului.

Rezultă pentru rachetă drept traiectorie, o altă ramură de elipsă DEF (din elipsa totală notată cu nr. 2 pe figură).

Reiese astfel, o explicație a traiectoriei pasive BCDEF a rachetei.

Desigur savanții sovietici nu au procedat în acest fel ; ei au plecat de la ecuațiile generale ale mișcării rachetei și au ținut seama tot timpul atît de atracția Pămîntului, cît și de aceea a Lunii.

Întrucît aceste ecuații nu pot fi rezolvate matematic prin integrare, soluția s-a obținut prin calcul direct numeric cu ajutorul unor mașini electronice de calcul cu funcționare rapidă.

Și acum, ca încheiere, trebuie să menționez că un autor nu mai are timp să-și încheie o notă despre o victorie a științei și tehnicii sovietice întrucît în interval intervine o nouă și epocală realizare a aceleeași științe și tehnice.

Acum sîntem în măsură de a lua cunoștință de noua realizare sovietică din *20 ianuarie 1960 :* o rachetă balistică cu mai multe trepte, a străbătut distanța de 12 500 km cu o aproximație mai mică de 2 km.

Ceea ce mi se pare deosebit de important la această rachetă este faptul că ultima treaptă a fost *adaptată pentru a trece prin straturile*

dense ale atmosferei Pămîntului și a putut fi recuperată în apropierea punctului de cădere stabilit prin calcul.

Aceasta ar rezolva problema cea mai importantă a zborului omului în cosmos și anume, readucerea lui nevătămată pe Pămînt.

Clipa mult așteptată a zborului omului în cosmos se apropie ; întreaga omenire așteaptă această clipă. Ea va sosi neîntîrziat adusă ca un dar omenirii iubitoare de pace și de libertate, de prima țară a socialismului biruitor: U n i u n e a S o v i e t i c ă.

UNELE CONSIDERAŢII ÎN LEGĂTURĂ CU PROBLEMA 2744

de **MIHAI POPESCU**, profesor, Slatina

În „Gazeta Matematică și Fizică" seria B 1958, nr. 8, este dată problema :

Fie cercul O circumscris triunghiului ABC, iar I un punct variabil în plan. Dreptele CI și BI taie cercul în M și N, iar pe AB și AC respectiv în E și F. Se cere locul geometric al intersecției dreptelor MN și EF.

O soluție dată prin omografie acestei probleme, conduce la generalizarea ei și enunțarea altor probleme interesante. Enunțul generalizat al acestei probleme este :

1. *Dacă în planul unui patrulater oarecare ABCD, I este un punct variabil, iar M și N intersecțiile dintre AI și DI cu conica circumscrisă lui și E(DC ; AI), F(AB ; DI), atunci locul geometric al punctului L(MN ; EF) este dreapta BC.*

Acest adevăr rezultă imediat după soluția următoarei probleme :

2. *Dacă* Γ *este o conică circumscrisă pentagonului MDNBC, iar A un punct mobil pe conică și E(AM ; DC), F(AB ; DN) atunci dreptele MN și EF se întîlnesc pe BC.*

Într-adevăr, E și F (fig. 1) descrie pe CD și ND două diviziuni omografice, deoarece MA taie pe CD într-un singur punct E, iar BA taie pe ND într-un singur punct F ; construcția este făcută numai cu drepte și conica dată.

În plus, cînd E vine în D și F, vine tot în D, aceasta arată că EF trece printr-un punct fix. Se observă că dacă A vine mai întîi în N și apoi în B, atunci EF se confundă respectiv cu MN și BC, deci, punctul fix prin care trece EF se află atît pe MN cît și pe BC, adică la intersecția lor. Concluzia este că intersecția L dintre MN și EF se găsește pe BC.

Revenind la problema (1) nu este greu să considerăm patrulaterul $ABCD$ oarecare (fig. 1), iar punctul $I(AM ; DN)$ oarecare în plan și astfel să ne convingem de justețea ei.

O altă problemă ce se desprinde din (2) este următoarea :

3. *Se consideră pentagonul MDNBC, iar F un punct mobil pe dreapta DN, notînd cu L(BC ; MN), E(DC ; LF) și A(ME ; BF) punctul A descrie o conică.*

În cazul cînd punctele B și C se confundă, dreapta CL devine tangentă la conică în punctul C și astfel rezultă problema :

4. *Intersecțiile dintre laturile unui pentagon stelat și diagonalele unui pentagon convex format de laturile acestuia se găsesc pe cîte o tangentă la conica circumscrisă pentagonului stelat în vîrfurile lui.*

Pentru o înțelegere justă a enunțului, luăm fig. 2 în care linia punctată reprezintă tangenta la conica circumscrisă pentagonului stelat, iar *I*

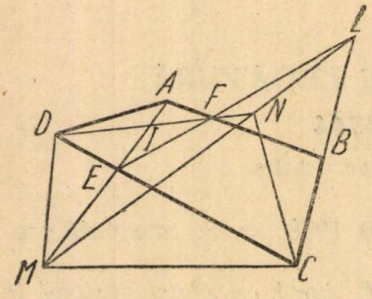
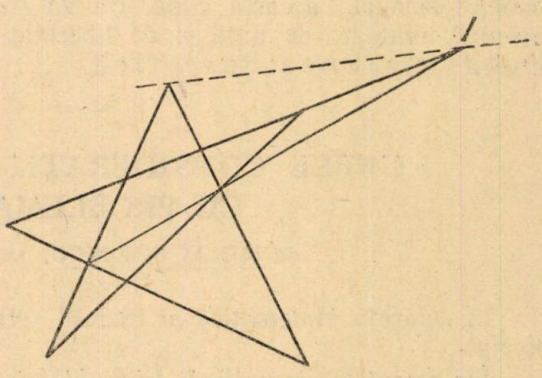


Fig. 1.



Flg. 2.

intersecția dintre latura pentagonului stelat și diagonala pentagonului convex ce se găsește pe această tangentă.

Teorema cunoscută: Punctele unei drepte ce trece prin vîrful unui unghi au aceiași polară triliniară față de aceasta și problema 4 conduce la următorul enunț:

5. *Dacă* Γ *este o conică circumscrisă triunghiului oarecare ABC, iar I un punct variabil în plan și* $E(\Gamma; CI)$, $F(\Gamma; BI)$, $M(CI; AB)$, $N(AC; BI)$, $R(AM; EF)$, $P(AC; EF)$, *atunci locul geometric al punctului* $L(RN; NP)$ *este o dreaptă ce trece prin A.*

Într-adevăr, faptul că problema 4, arată că intersecția $(MN; EF)$ se găsește pe tangentă în *A* la conică, dovedește că punctul *L* aparține polarei triliniare acestei tangente față de *BAC*. Înlocuind conica cu un cerc, polara triliniară devine simediană.

Din problema 1, mai sîntem conduși la următoarea problemă:

6. *Se consideră în planul patrulaterului oarecare ABCD, un punct oarecare I. Să se arate că dacă* A_1 $(AI; DC)$, $A_2(AI; BC)$, $B_1(BI; AD)$, B_2 (BI, DC), C_1 (CI, AB), C_2 (CI, AD), D_1 (DI, AB), D_2 (DI, BC), M $(A_2 B_1, DC)$, N $(B_2 C_1; AD)$, P $(C_2D_2; AB)$, Q $(A_1D_1; BC)$, *atunci punctele M, N, P, Q sînt colineare.*

În scopul demonstrării acestei probleme vom arăta mai întîi că punctele *Q, I, N* sînt colineare. Pentru aceasta facem construcția ajutătoare (fig. 3), $F(A_1C_1; BD)$, $E(D_1B_2; AC)$.

În baza unei teoreme cunoscute, de colinearitate (v. de ex. G.M.F.-B 2, 1958, p. 89), putem spune că grupele de puncte *Q, E, I, N, F, I* sînt colineare.

Din aceste trei grupe de puncte colineare rezultă foarte ușor, că punctele *P, Q, I, N* sînt colineare. Astfel, rămîne să arătăm că punctele *P, Q, I* sînt colineare; aceasta este evident deoarece intersecțiile laturilor omoloage din triunghiurile BB_1Q și AIC_2 se găsesc pe latura *CD*.

Analog vom arăta că punctele M, I, N sînt colineare (triunghiurile omologice CA_1I și B_2ND). Teorema care justifică aceste afirmații poartă numele lui *Desargues* și are următorul enunț: *Dacă laturile omoloage ale triunghiurilor ABC și $A_1B_1C_1$ se intersectează în puncte colineare, drep-*

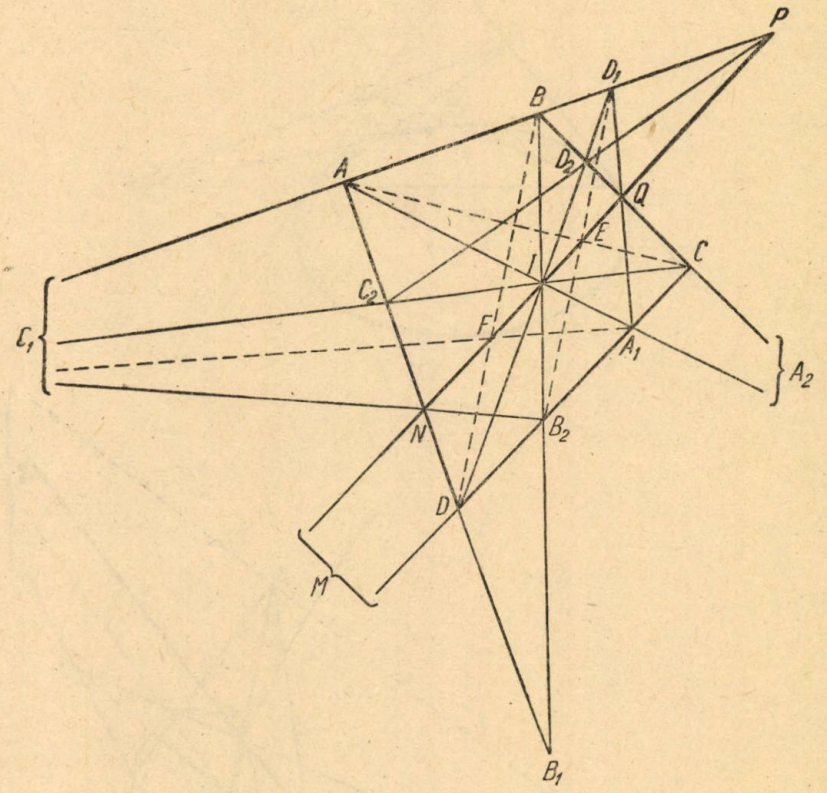


Fig. 3.

tele care unesc vîrfurile omoloage ale acestor triunghiuri sînt concurente. Acum este ușor de înțeles de ce P, Q, I sînt colineare.

Din grupele de puncte colineare: Q, I, N; P, Q, I; M, I, N rezultă că punctele M, N, P, Q sînt colineare, adică ceea ce trebuia demonstrat.

Din această problemă și din 1, rezultă o altă problemă interesantă și anume:

7. *Dacă în planul patrulaterului oarecare $ABCD$, I este un punct oarecare, iar $A_1B_1C_1D_1$ intersecțiile dintre AI, BI, CI, DI și o conică circumscrisă lui, atunci iintersecțiile*: (BC, A_1D_1), (AB, C_1D_1), $(AD_1; B_1C_1)$, $(BC; A_1D_1)$ *sînt pe o dreaptă ce trece prin I.*

Diferite cazuri particulare ale problemei 1 conduc la probleme interesante. Unul dintre aceste cazuri particulare poate fi și acela cînd punctele B și C se confundă respectiv cu punctele A și D. În acest caz direcțiile laturilor AB și DC sînt date de tangentele la conică în punctele A și D. Enunțul în acest caz particular poate fi următorul:

8. *Dacă prin două puncte fixe trece o conică variabilă și două drepte de asemenea variabile care taie conica în M și N, iar tangentele la conică în puncte fixe, în E și F, atunci locul geometric al intersecției dreptelor MN și EF este dreapta determinată de punctele fixe* (fig. 4).

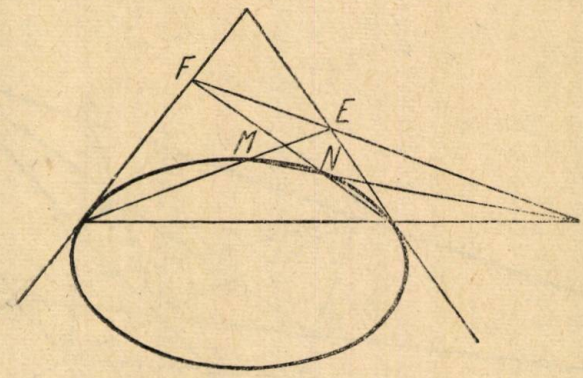


Fig. 4.

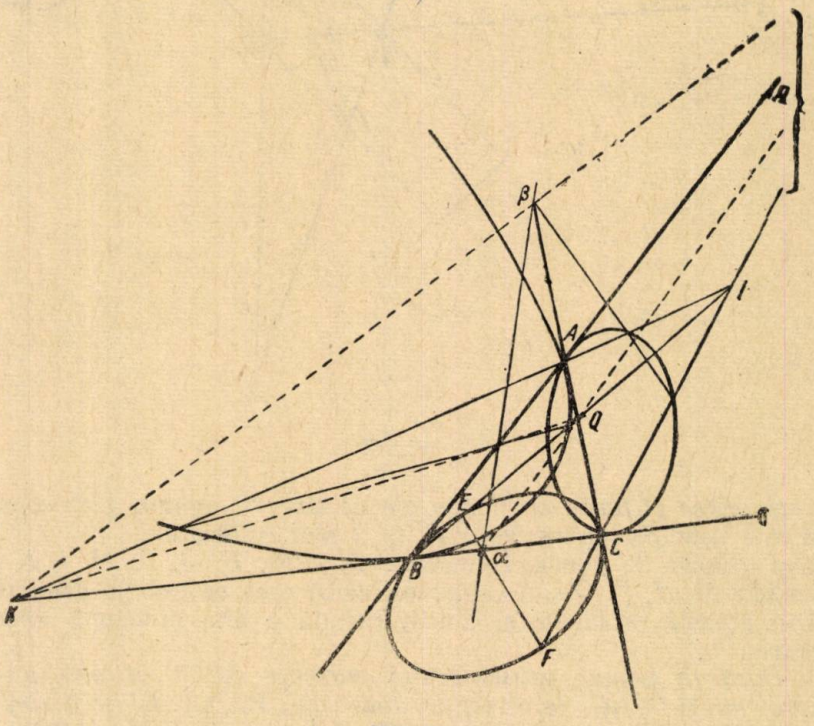


Fig. 5.

Această problemă permite și enunțarea următoarei probleme:

9. Se consideră triunghiul oarecare *ABC* și *I* un punct în planul său; dreptele *BI* și *CI* taie conica tangentă în *B* și *C* la laturile unghiului *A*, în *E* și *F*, iar *EF* pe *BC* în α Să se arate că α și punctele β și γ ce se obțin analog, sînt colineare (fig. 5).

Într-adevăr, dreptele *AI*, *BI*, *CI* taie pe *BC*, *AC* și *AB* respectiv în *K*, *Q*, *R*, iar *KQ* și *EF* se întîlnesc în α pe *BC*; analog se obțin punctele β și γ care sînt colineare cu α ca fiind intersecțiile laturilor omoloage ale triunghiurilor *KQR* și *ABC*, care sînt omologice.

În această problemă considerînd în loc de conice cercuri, se obține problema cunoscută:

10. *Trei cercuri egale ce au un punct comun P se mai întîlnesc două cîte două în trei puncte A, B, C, egal depărtate de P. Dacă I este un punct oarecare în planul lor și AI, BI taie cercul APB în E și F, iar EF pe BC în* α, *atunci* α *și punctele omoloage* β *și* γ *sînt colineare.*

PENTRU CERCURILE DE FIZICĂ

DESPRE PUNCTUL CRITIC AL MATERIEI

În teoria cinetico-moleculară se face distincție între un gaz perfect și un gaz real nu numai prin corecțiile ce se aduc în ecuațiile caracteristice ale celui dintîi, ci și prin comportarea diferită a acestora în diferite condiții exterioare.

Un gaz perfect poate atinge temperatura de zero absolut fără a se lichefia, lucru care în realitate nu este posibil. Comprimarea izotermică a gazelor perfecte și reale este diferită. La cele din urmă, la presiuni mari, comprimarea se face mai greu ca la gazele perfecte. La presiuni mici, deci și densități mici, gazele reale se aseamănă foarte mult în diferite proprietăți, cu gazele perfecte. Experimental s-a observat că acele gaze care se pot lichefia ușor prezintă abateri mai mari de la legile gazelor perfecte.

Se știe că legea generală a gazelor perfecte este dată de ecuația lui Mendeleev-Clapeyron:

$$pV = RT \qquad (1)$$

care, pentru transformări izoterme (T=constant) se reduce la ecuația Boyle-Mariotte, pV=constant. Să reprezentăm ecuația Clapeyron într-un sistem de axe ortogonale p, V. Se obține o familie de isoterme reprezentate prin hiperbole echilatere pentru diferite temperaturi (T_1, T_2, T_3, . . .). Pentru fiecare din aceste temperaturi constanta pV este diferită (fig. 1).

Experiența arată însă, că pentru gazele reale lucrurile nu se petrec așa de simplu. Se poate trasa experimental, o izotermă pentru un gaz real la o temperatură destul de joasă. În acest caz, aspectul izotermei nu mai este cel din figura 1, ci cu totul altul, datorită apariției fenomenului lichefierii gazului. Legea esențială a acestui fenomen constă în aceea că pe tot timpul desfășurării lui (la o temperatură constantă), presiunea rămîne constantă în timp ce volumul scade și procesul de lichefiere crește. În acest caz, aspectul unei izoterme este dat în fig. 2; ea este compusă dintr-o porțiune de hiperbolă *AB* corespunzătoare stării gazoase în care se poate aplica destul de bine legea Boyle-Mariotte. Porțiunea *CD*

reprezintă o curbă repede crescătoare corespunzătoare stării lichide puțin compresibile. Dreapta BC corespunde lichefierii. În B, tot fluidul este în stare de vapori saturanți (la temperatura studiată). În D, fluidul se află în stare lichidă, în echilibru cu vaporii săi.

Aceste fapte experimentale au pus problema modificării formulei lui Clapeyron în așa fel ca să se apropie cel mai mult de realitate. De-

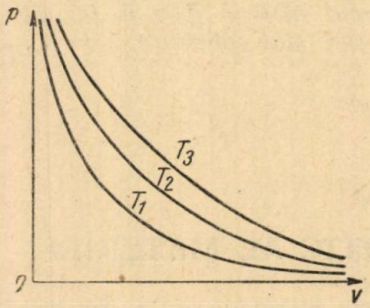


Fig. 1.

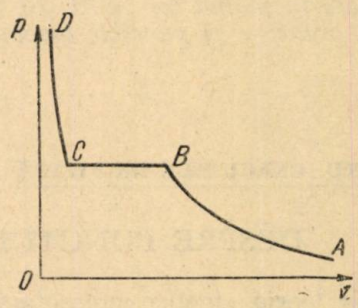


Fig. 2.

sigur că luarea în considerație a dimensiunilor moleculare (care au un rol însemnat în comportarea gazului la presiuni mari) și a forțelor de interacțiune existente între moleculele unui gaz (care dau naștere la așa numita „presiune internă") era un drum pentru îmbunătățirea acestei ecuații. Numeroasele încercări făcute pe această cale au condus la ecuații de stare, care, fără a reprezenta faptele cu o exactitate riguroasă, dau o privire de ansamblu asupra proprietăților reale ale unui gaz. Cea mai veche și cea mai cunoscută din aceste încercări este aceea a lui van der Waals. Ecuația lui Van der Waals este:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \qquad (2)$$

unde a și b sînt doi coeficienți ai gazului (b reprezentînd totalitatea volumelor moleculelor sau covolumul gazului, iar termenul a/V^2 fiind presiunea internă a gazului).

Reprezentarea grafică a ecuației van der Waals pentru diferite temperaturi $T_1, T_2, T_3, \ldots$ este cea din fig. 3. Izotermele prezintă aici pentru temperaturi joase maxime și minime, iar pentru temperaturi înalte aspectul lor este asemănător cu izotermele gazelor perfecte. Se observă că izoterma unei temperaturi joase, T_1 de exemplu, poate fi comparată cu izoterma experimentală descrisă mai sus (fig. 2), dacă se consideră că din punctul B în C (fig. 3) presiunea a rămas constantă. În acest caz, pentru o presiune dată p_1 volumului îi corespund 3 valori V_1', V_1'', V_1''' pe abscisă. Acest lucru este firesc, deoarece ecuația van der Waals este o ecuație de gradul III în V (pentru p și T constante):

$$V^3 - \left(\frac{RT}{b} + p\right)V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} = 0 \qquad (3)$$

După cum se știe, cele 3 valori pentru V ale acestei ecuații pot fi ușor confundate. Valorile lui p și T pentru care ecuația (3) are rădăcinile V_1, V_1'', V_1''' confundate se numesc respectiv *presiune critică* (Pc) și *temperatura critică* (Tc); valoarea comună a celor trei valori ale volumului se numește *volum critic* (Vc). Punctul din planul p, V, care are ca proiecții pe axe p_c și V_c se numește punct critic al substanței respective, iar izoterma trecînd prin punctul critic — *izoterma critică* (T_c).

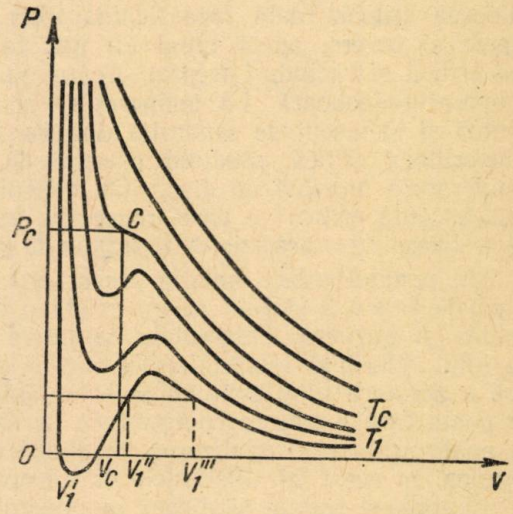


Fig. 3.

În 1869, printr-o serie de experiențe interesante, Andrews a demonstrat că fiecare gaz are punctul său critic.

Să privim din punct de vedere fizic semnificația punctului critic. Figura 3 ne arată că deasupra temperaturii critice (izotermei critice T_c) oricît am comprima un gaz el nu ajunge în faza lichidă. Dimpotrivă, cu cît temperatura la care se face comprimarea este mai mică de T_c, cu atît trecerea în faza lichidă se face mai ușor, sub o presiune mai mică. Acesta este faptul pentru care înainte de cercetările lui Andrews unele gaze erau considerate „permanente" (heliul, azotul, oxigenul etc.), iar altele, „vapori" (apa, bioxidul de carbon etc.). Gazele „permanente" nu puteau fi lichefiate, deoarece nu erau răcite sub temperatura lor critică, deși erau comprimate pentru presiunea critică. În tabloul următor se dau constantele critice pentru cîteva gaze:

Gazul	T_c	P_c
Heliu	— 268,1°C	2,75 cm
Hidrogen	— 239,91°C	12,80 „
Azot	— 147,13°C	33,49 „
Oxigen	— 118,8°C	49,71 „
Bioxid de carbon	+ 31,1°C	73,05 „
Apa	+ 375°C	225

Aceste valori se pot calcula și prin relațiile:

$$T_c = \frac{8a}{27bR}\ ;\ P_c = \frac{a}{27b^2}\ ;\ V_e = 3b \qquad (4)$$

unde a, b și R au semnificațiile indicate mai sus.

Experimental, valorile critice se pot determina cu ajutorul unor tuburi Natterer. Un tub Natterer este un tub închis, de volum V, în care

se închide o masă M dintr-un fluid oarecare. Dacă volumul specific al fluidului $v = \frac{V}{M}$ este convenabil ales și dacă temperatura este menținută sub temperatura critică, fluidul se separă în două părți, lichidă și gazoasă, separate printr-un menisc. Urcarea înceată a temperaturii face ca meniscul să coboare. În momentul cînd meniscul dispare, temperatura a ajuns la valoarea critică, toată faza lichidă trece în vapori. Experiența se poate repeta și invers, adică luînd un gaz la temperatură mai ridicată decît cea critică și răcindu-l treptat. Apare un menisc care urcă pe măsură ce temperatura coboară. La temperatura critică tot gazul a trecut în stare lichidă și meniscul de separație dispare. Se poate determina experimental temperatura critică, studiind o serie de tuburi Natterer și căutînd temperatura maximă de dispariție a meniscului, cînd se produce așa zisa „opalescență critică" a cărei reapariție în cursul unei răciri lente permite să se fixeze cu o precizie de o sutime de grad valoarea temperaturii critice.

În punctul critic, materia are o serie de proprietăți remarcabile. D. I. Mendeleev a stabilit că nu există o deosebire principială între stările lichidă și gazoasă. Diferențele calitative dintre lichid și gaz sînt legate de rolul diferit al interacțiunilor dintre molecule și atomi, mișcarea haotică a acestora fiind comună ambelor stări. În apropierea punctului critic se poate face o trecere continuă de la lichid la gaz sau invers, lucru ce se poate arăta prin egalizarea densităților lichidului și gazului în această regiune. În acest fel, diferențele dintre proprietățile fazei lichide și gazoase se micșorează treptat și dispar în punctul critic. În punctul critic căldura lentă de transformare se anulează, iar căldura specifică devine infinită. Tensiunea superficială existentă la limita de separație lichid-gaz dispare și ea în acest punct.

În afară de cele relatate mai sus, cunoașterea punctului critic și a fenomenului de opalescență critică, a permis lui Jean Perrin determinarea valorii numărului lui Avogadro. Concordanța valorilor teoretice cu cele experimentale în ceea ce privește proprietățile materiei în punctul critic și în vecinătatea acestuia, constituie încă o dovadă a realității structurii moleculare a materiei.

Alexandru Butucelea, student, București

CALEIDOSCOP MATEMATIC

Numere mari

1. Care este cel mai mare număr scris cu 4 cifre ?

Acest număr este 9^{9^9}.

Ca să ne facem o idee despre mărimea acestui număr încercăm să-l calculăm: Avem:

$$9^9 = 3874420488\,;\quad 9^{9^9} = 9^{3874420488}$$

Logaritmînd acest din urmă număr putem evalua numărul de cifre din care se compune el. Obținem: 369693 cifre. Presupunînd că putem

scrie 4 cifre pe un centimetru, numărul ar avea o lungime de aproximativ $124^1/_2$ mile geografice. Acest număr este exponentul celui de-al patrulea 9.

Cel din urmă număr poate fi materializat în felul următor:

Considerăm $124^1/_2$ bile de apă, fiecare bilă avînd un diametru de 10^{12} ani lumină, iar 1 mm^3 de apă conținînd 10^7 infuzori. Numărul total de infuzori este aproximativ 9^{9^9}.

(Din „**Mathematische Kurzweil**", de L. Mittenzwerg)

2. Se spune că Napoleon trebuind să părăsească Franța pentru a pleca în exil la Sf. Elena, a rugat pe prietenul său devotat, mareșalul Ney, ca în fiecare an să toarne în mare un pahar de apă pariziană.

A ajuns o parte din această apă la Sf. Elena? Răspunsul este afirmativ.

Într-adevăr, fie un pahar de 1/10 l capacitate. Greutatea moleculară a apei este 18, deci 100 cm^3 H_2O conține aproximativ $6 \cdot 10^{23}$ molecule, iar 1/10 l = 100 cm^3 H_2O conține $33{,}3 \cdot 10^{23}$ molecule.

Această apă din pahar se amestecă cu toată hidrosfera. Suprafața hidrosferei este aproximativ 370.10^6 km^2, adîncimea medie a oceanului 3,6 km, deci volumul hidrosferei aproximativ 13.10^8 km^3 sau 13.10^{23} cm^3. Fiecare cm^3 al hidrosferei va conține deci, mai mult de 2,5 molecule, iar un pahar de apă de mare, 250 molecule apă pariziană.

(Din „**Bausteine der Körperwelt**". Th. Wulf).

Prof. **E. Bucovski**, Sighișoara

CALEIDOSCOP FIZIC

Mașina solară. O mașină solară cu abur seamănă cu o gigantică floare de clopoțel: o corolă din oglinzi și o stamină dintr-un cazan de vapori cilindrici (fig. 1). Corola se mișcă după drumul soarelui, iar razele reflectate de oglinzi sînt îndreptate asupra cazanului. O mie șapte sute de oglinzi formează petalele și tot atîtea fascicule sînt reflectate asupra cazanului de jur împrejur. Apa în cazan fierbe de la răsăritul pînă la apusul soarelui, iar aburul produs pune în funcțiune o mașină, care la rîndul ei produce un lucru mecanic, de exemplu, pune în mișcare o puternică pompă.

Dacă s-ar planta cu astfel de flori tot deșertul Saharei, energia rezultată ar fi suficientă pentru întreg globul.

Un mijloc curios de a fierbe apa. Tăiați dintr-o hîrtie rezistentă o formă circulară cu diametrul de 15 cm. Dintr-o bucată de sîrmă de fier formați un inel cu diametrul de 7 cm. La un capăt, curbați în formă de toartă sîrma, astfel încît inelul să aibă o poziție orizontală cînd se va înfășura restul de sîrmă pe o lumînare, așa după cum se vede în figura 2. Printr-un ac cu gămălie înfipt în lumînare sub elicea de sîrmă se poate menține sîrma de fier în poziția voită.

Bombați puțin hîrtia pentru a i se da o formă concavă și așezați-o pe inel avînd grijă să rămînă o margine de aproximativ 2 cm hîrtie deasupra inelului. Această precauție vă permite să turnați în forma de hîrtie destulă apă pentru ca nivelul ei să urce puțin deasupra inelului de fier,

condiție indispensabilă pentru a se asigura succesul experienței. În fine, aprindeți lumînarea și reglați înălțimea inelului astfel încît, vîrful flacării să ajungă în centrul hîrtiei. După puțin timp apa va începe să fiarbă însă hîrtia va rămîne intactă deși este atinsă de flacără.

Explicația constă în faptul că toată căldura flacării este absorbită de apă pentru a trece din starea lichidă în stare de vapori.

Adăpătoare automată pentru păsări. Apa necesară pentru păsări este pusă de obicei în vase și așezată în curte. Această apă este însă repede

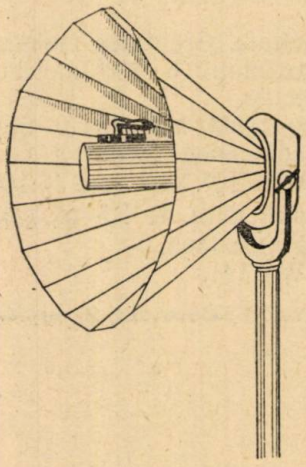


Fig. 1.

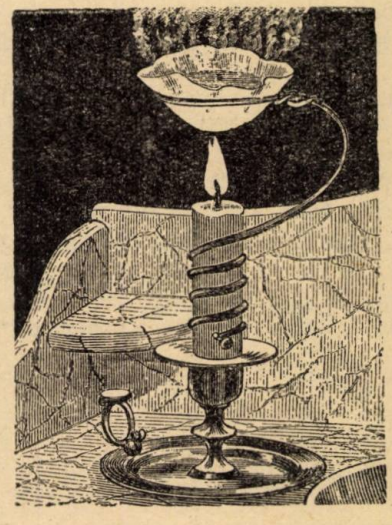


Fig. 2.

murdărită, deoarece în general păsările intră cu picioarele în ea. Mai mult încă, această apă se evaporă destul de repede datorită căldurii solare și deci trebuie să fie mereu reînoită.

În cele ce urmează se va descrie un dispozitiv lesne de realizat prin care se asigură păsărilor, pe măsură ce au nevoie, apa de băut. Pentru aceasta este deajuns să se fixeze la un perete (zid, gard) o sticlă plină cu apă, răsturnată deasupra unui vas plat, după cum se vede în figura 3; gura sticlei nu trebuie să atingă fundul plat al vasului, dar va trebui să fie sub nivelul marginii vasului. Din sticlă va curge în vas o cantitate de apă și anume pînă cînd lichidul ajunge la nivelul gurii sticlei. Dacă vasul e mai mare se poate pune inițial în aceasta, o cantitate de apă pentru a nu se consuma de la început prea multă apă din sticlă. Cînd gura sticlei ajunge în totalitatea ei suprafața apei din vas, apa din sticlă nu mai curge, deoarece aerul nu mai poate intra în sticlă. Dacă păsările consumă atîta apă încît fac să scadă nivelul apei din vas, astfel încît să poată intra cîteva bule de aer în sticlă, atunci o nouă cantitate de apă curge din sticlă în vas și lichidul ajunge iarăși la nivelul gurii sticlei și curgerea încetează. Lucrurile se întîmplă la fel dacă scăderea nivelului apei din vas este provocată de fenomenul evaporării.

Instalate la umbră una sau mai multe astfel de adăpători, se poate asigura pe timp mai îndelungat, o apă curată și pe măsura necesității de consum a păsărilor.

Fîntîna lui Heron. O construcție simplă și care nu necesită un material pretențios poate să reproducă bine cunoscuta fîntînă a lui Heron *). Cîteva bucăți de paie de secară și coji de ou sînt deajuns pentru a con-

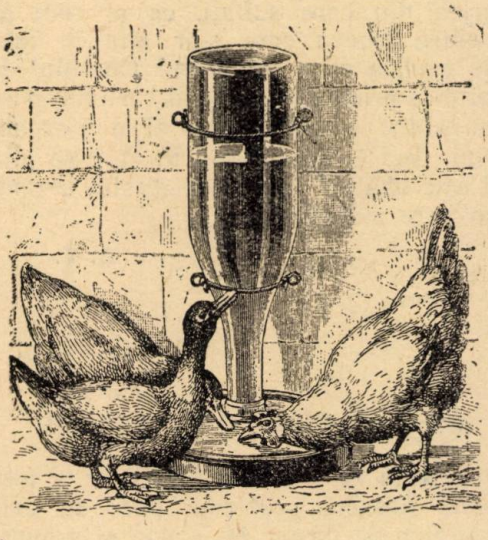


Fig. 3.

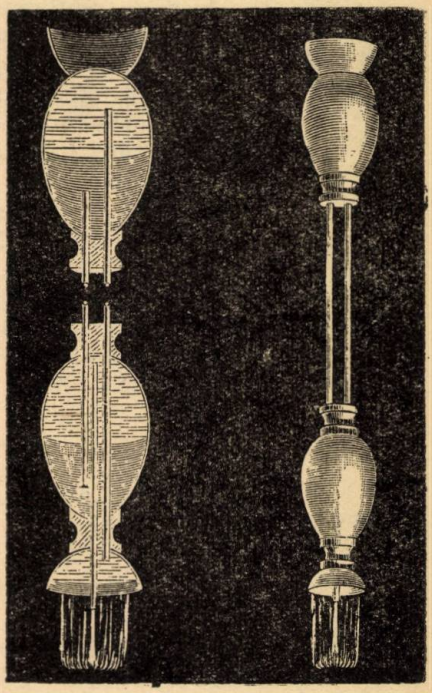


Fig. 4.

fecționa acest dispozitiv cu ajutorul căruia se poate realiza un joc de apă foarte frumos. Funcționarea dispozitivului nu este condiționată de nici un mecanism, iar construcția este destul de clar reprezentată în figura 4 pentru a ne scuti de o lungă explicație.

Asamblarea cojilor de ou cu paiele respective se realizează prin intermediul unor bucăți de dop tăiate după dorință, iar cu ceară roșie se asigură etanșeitatea. Paiul care servește pentru ieșirea jetului de apă va fi de un diametru mai mic decît celelalte, iar capătul lui va fi strîmtat cu ajutorul unui mic dop de ceară care apoi se va găuri cu un ac subțire încălzit la foc.

Iată cum funcționează. Trebuie mai întîi amorsat turnînd apă în cochilia superioară. Pentru aceasta nu avem decît să injectăm această apă cu gura prin mica deschidere a tubului care servește pentru scurgere. După

*) Fîntîna lui Heron este astfel numită după numele inventatorului care a trăit în Alexandria cu 120 ani î.e.n.

ce am umplut cu apă cuva, lichidul va coborî în cochilia de jos și va goni aerul puțin cîte puțin. Acest aer, îngrămădit în cochilia superioară prin cel de-al doilea tub (pai) se va comprima din ce în ce mai mult și va face să țîșnească apa din cochilia superioară prin mica deschidere. Acest jet de apă durează cîteva minute și se va ridica cu atît mai sus cu cît distanța dintre cele două cochilii va fi mai mare.

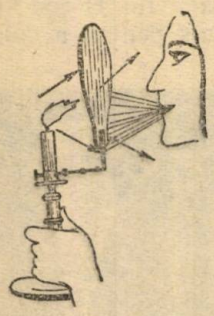


Fig. 5.

Suflarea unei lumînări. Încercați să suflați asupra unui cartonaș interpus între voi și o lumînare aprinsă (fig. 5). Evident lumînarea nu se va stinge, deoarece curentul de aer nu poate să traverseze cartonul. Se va produce însă, un fapt curios: flacăra lumînării se va îndrepta spre voi înclinîndu-și vîrful spre partea din care suflați, ca și cum ar fi suflată de către cineva care s-ar afla în fața voastră. Cum se explică acest fenomen? Curentul de aer pe care-l formați prin suflare lovind cartonașul se reflectă spre voi cu destulă putere pentru a antrena cu el o oarecare cantitate de aer din jurul cartonașului, deci și din spațiul în care se află lumînarea și astfel flacăra lumînării este abătută în sensul acestui curent, adică într-un sens invers aceluia în care suflați.

A. V.

NOTE MATEMATICE

Generalizarea problemei 3732

Enunțul acestei probleme se găsește în G. M. F.-B 7/1957 și a fost propus de Prof. *Alexandru Stoenescu*. Această problemă pune în evidență o frumoasă proprietate a numerelor de forma $44\ldots445$ și anume, că dacă se adună 1 atît la toate cifrele acestui număr, cît și la acelea ale patratului său se obțin două numere care sînt unul patratul celuilalt. De exemplu:

$$445^2 = 198\,025 \text{ și } 556^2 = 198\,025 + 111\,111 = 309\,136$$

Această proprietate admite o interesantă generalizare și anume:

Există numere N și cifre a, b astfel că dacă se adună cifra a la toate cifrele lui N și cifra b la toate cifrele lui N^2 se obțin două numere care sînt unul patratul celuilalt.

Iată și soluția acestei generalizări.

Dacă n este numărul cifrelor lui N, atunci N^2 poate avea $2n-1$ sau $2n$ cifre. Deci, sînt de examinat două cazuri.

Cazul I. Numărul N^2 are $2n-1$ cifre. Sporind fiecare cifră a lui N cu a, mărim numărul cu $11\ldots 1_n \times a$. Enunțul cere ca patratul numărului astfel format, adică patratul numărului $N + 11\ldots 1_n \times a$ trebuie să fie egal cu N^2 sporit cu $11\ldots 1_{2n-1} \times b$. Trebuie deci să avem:

$$(N + 11\ldots 1_n \times a)^2 = N^2 + 11\ldots 1_{2n-1} \times b$$

de unde rezultă:

$$N = \frac{11..1_{2n-1} \times b - 11..1_n^2 \times a^2}{2 \times 11..1_n \times a} \qquad (1)$$

Se observă că pentru $n > 1$, numărul $11..1_n$ de la numitor divide partea a doua a diferenței de la numărător, dar nu divide prima parte. Deci, (1) nu are soluții întregi pentru $n > 1$, iar pentru $n = 1$ se scoate din (1)

$$N = \frac{b - a^2}{2a}$$

care dă, pentru $N < 10$, soluțiile 1, 2, 3 și 4 și anume:

$N = 1$; { cu $a = 1, b = 3$ căci $(N+1)^2 = N^2 + 3 = 4$
{ cu $a = 2, b = 8$ „ $(N+2)^2 = N^2 + 8 = 9$
$N = 2$ cu $a = 1, b = 5$ „ $(N+1)^2 = N^2 + 5 = 9$
$N = 3$ cu $a = 1, b = 7$ „ $(N+1)^2 = N^2 + 7 = 16$
$N = 4$ cu $a = 1, b = 9$ „ $(N+1)^2 = N^2 + 9 = 25.$

Cazul II. N^2 are $2n$ cifre. Raționînd ca la I se găsește:

$$N = \frac{11..1_{2n} \times b - 11..1_n^2 \times a^2}{2 \times 11..1_n \times a} \quad \frac{(10^n+1) + b - 11..1_n \times a^2}{2a} \qquad (2)$$

Pentru ca N să fie întreg și *soluție* a problemei este necesar și suficient ca a și b să fie de aceiași paritate, iar membrul al doilea din (2) să aibă n cifre. Sînt deci de examinat două subcazuri: 1) a și b perechi și 2) a și b neperechi.

1) a și b sînt perechi. În acest caz nu putem avea pentru N din (2) decît

$a = 2$, 2 sau 4.

$b = 4$, 8 sau 8.

Numai prima și ultima coloană din aceste valori sînt valabile căci pentru coloana a doua membrul doi al egalității (2) are $n + 1$ cifre. Rezultă că pentru subcazul 1) avem soluțiile:

$$N = (10^n + 1)\,2 - 11..1_n = 88..8_{n-2}\,90$$

$$N = 10^n + 1 - 11..1 \times 2 = 77..7_{n-1}\,9$$

Exemple pentru $n = 3$:

$N = 890$, $N^2 = 792100$ cu $N + 222 = 1112$ și $N^2 + 444444 = 1112^2 = 1236544$

$N = 779$, $N^2 = 606841$ cu $N + 444 = 1223$ și $N^2 + 888888 = 1223^2 = 1495729$.

2) a și b sînt neperechi. Introducînd în (2) toate combinațiile posibile de cifre neperechi, se găsesc soluțiile:

$N = 44...45$ pentru $a = b = 1$ și $N = 33...34$ pentru $a = b = 3$.

De exemplu: $N = 334$, $N^2 = 111556$ cu $N + 333 = 667$ și $N^2 + 333333 = 444889 = 667^2$.

Se observă și curiozitatea că la aceste ultime două soluții, două numere de cîte n cifre diferă între ele cu $11 \ldots 1_n$.

Problema se poate examina la fel, ea are soluții și pentru alte baze de numerație, precum pentru a și b mai mari decît 10.

Gh. Buicliu

O teoremă și unele aplicații

Fie M, N, P, trei puncte ale căror proiecții pe laturile triunghiului ABC sînt trei puncte coliniare sau picioarele a 3 ceviene, și H_1, H_2, H_3 ortocentrele triunghiurilor BMC, CNA, APB. Fie A_1, B_1, C_1 picioarele a trei ceviene sau trei puncte coliniare pe laturile triunghiului ABC. Perpendicularele duse prin H_1, H_2, H_3 pe dreptele MA_1, NB_1, PC_1 determină pe laturile triunghiului ABC picioarele a trei ceviene sau trei puncte colineare, după natura punctelor A, B, C.

Soluție.— În adevăr, fie A', B', C' proiecțiile punctelor M, N, P, respectiv pe BC, CA, AB. Perpendicularele duse prin H_1, H_2, H_3 pe dreptele MA_1, NB_1, PC_1 taie laturile BC, CA, AB respectiv în A_1', B_1' C_1'. Cercul descris pe H_1M ca diametru taie latura BC în F (cînd aceasta nu taie latura BC teorema încă subzistă).

Triunghiurile $M'A'C$ și $H_1A'B$, sînt asemenea deoarece sînt dreptunghice și

$\sphericalangle MCA' = \sphericalangle BH_1A'$, deci $\frac{A'C}{MA'} = \frac{A'H_1}{A'B}$ sau $A'C \cdot A'B = A'M \cdot A'H_1 = A'F^2$ deci, $A'B \cdot A'C = A'F^2$; dar analog, $A'F^2 = A'A_1' \cdot A'A_1$, deci $A'B \cdot A'C = A'A_1' \cdot A'A_1$ și A' se află pe axul radical a două cercuri trecînd respectiv prin perechile de puncte B, C și A_1', A_2.

Conform teoremei lui *Steiner* generalizată, putem scrie:

$$\frac{A'B}{A'C} = \frac{A_1B}{A_1C} \cdot \frac{A_1'B}{A_1'C}$$

Analog putem scrie relațiile analoage:

$$\frac{B'C}{B'A} = \frac{B_1'C}{B_1'A} \cdot \frac{B_1C}{B_1A} \quad \text{și} \quad \frac{C'A}{C'B} = \frac{C'A}{C'B} \cdot \frac{C_1'A}{C_1'B}.$$

Prin înmulțire avem:

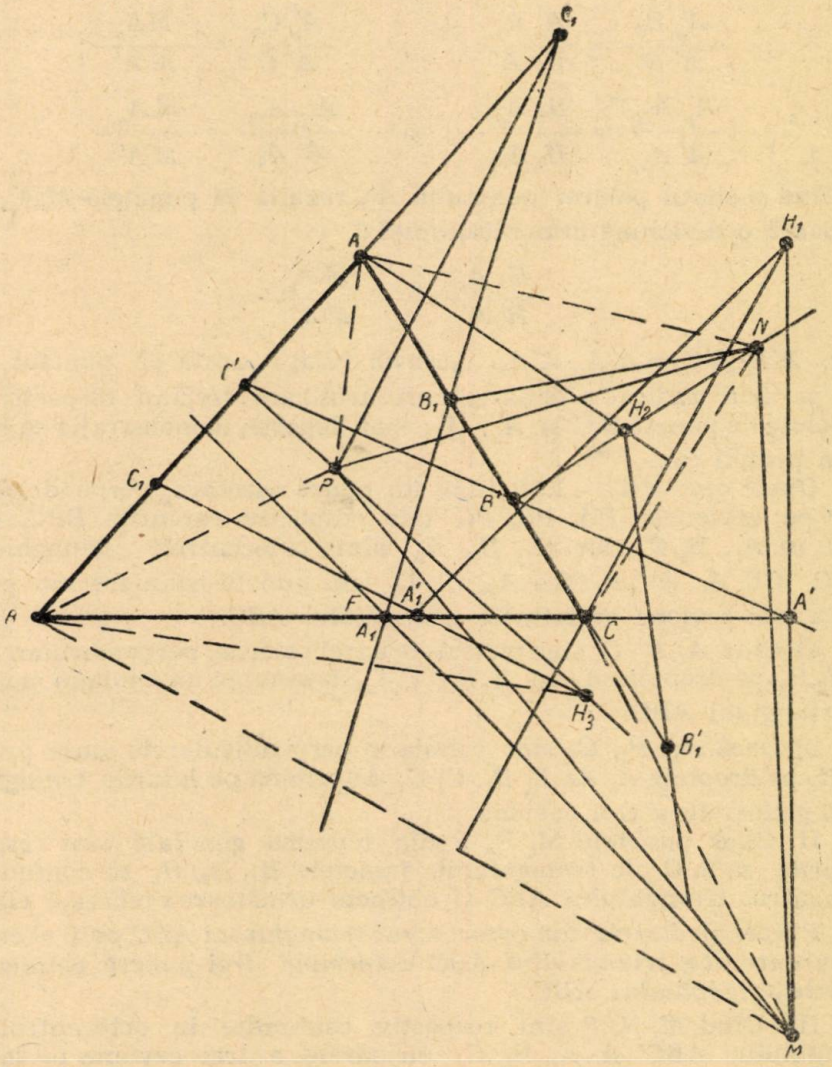
$$\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = \frac{A_1B}{A_1C} \cdot \frac{A_1'B}{A_1'C} \cdot \frac{B_1C}{B_1A} \cdot \frac{B_1'C}{B_1'A} \cdot \frac{C_1A}{C_1B} \cdot \frac{C_1'A}{C_1'B}.$$

Deci, cînd A', B', C' sînt picioarele a trei ceviene:

a) Dacă AA_1, BB_1, CC_1 sînt concurente, punctele A_1', B_1', C_1' sînt coliniare:

b) Dacă A, B, C sînt coliniare, dreptele AA_1', BB_1', CC_1' sînt concurente.

Cînd A', B', C' sînt colineare punctele A_1, A_1', B_1, B_1', C, C_1' sînt situate pe o conică și cînd A_1, B_1, C_1 sînt picioarele a trei ceviene sau trei puncte coliniare pe laturile triunghiului ABC rezultă că și A_1', B_1', C_1' sînt picioarele a trei ceviene sau trei puncte coliniare.



În demonstrarea teoremei de mai sus intervenea cercul descris pe H_1M ca diametru care tăia laturile BC în F.

Teorema subzistă chiar în cazul cînd acest cerc nu taie latura BC. Cînd cercul descris pe H_1M ca diametru nu taie latura BC, polara punctului A' în raport cu cercul descris pe H_1M ca diametru, taie cercul (H_1M) în F_p; iar dreptele H_1A', H_1B, H_1A_1, MC și MA_1' taie

polara considerată în A'_p, B_p, A_{1p}, C_p și A'_1. Polara taie cercul și H_1 este ortocentrul triunghiului MB_pC_p; deci sîntem în cazul demonstrat pentru care avem:

$$A'_pB_p \cdot A'_pC_p = A'_pA'_1 \cdot A'_pA_{1p}.$$

Observăm că

$$\frac{A'_pB_p}{A'B} = \frac{A_1A'_p}{H_1A'} \quad ; \quad \frac{A'_pC_p}{A'C} = \frac{MA'_p}{MA'} \; ;$$

$$\frac{A'_pA_{1p}}{A'A_1} = \frac{H_1A'_p}{H_1A'} \quad \text{și} \quad \frac{A_{1p}A'_{1p}}{A'A'_1} = \frac{MA'_p}{MA'}$$

A'_p fiind piciorul polarei punctului A', rezultă că punctele M, A'_p, H_1, A' formează o diviziune armonică, adică:

$$\frac{H_1A'_p}{H_1A'} = -\frac{MA'_p}{MA'}.$$

Deci, $A'B \cdot A'C = A'A'_1 \cdot A'A_1$. Această relație arată că punctul A' se află pe axul radical a două cercuri arbitrare trecînd respectiv prin perechile de puncte B,C și A'_1, A_1; mai departe, demonstrația se repetă ca în primul caz.

Unele aplicații. — 1. P fiind un punct oarecare, perpendicularele în P pe cevienele PA, PB, PC taie respectiv cercurile BPC, CPA, APB în A'_1, $B'_1C'_1$, iar H_1, H_2, H_3 sînt ortocentrele triunghiurilor BA'_1C, CB'_1A, AC'_1B. Fie A_1, B_1, C_1 trei puncte coliniare sau picioarele a trei ceviene pe laturile triunghiului ABC.

a) Cînd A_1, B_1, C_1 sînt picioarele a trei ceviene, perpendicularele din H_1, H_2, H_3 pe dreptele A'_1A_1, B'_1B_1, C'_1C_1 determină un triunghi omologic cu triunghiul ABC.

b) Dacă A_1, B_1, C_1 sînt coliniare perpendicularele duse prin H_1, H_2, H_3 pe dreptele A'_1A_1, B'_1B_1, C'_1C_1 determină pe laturile triunghiului ABC picioarele a trei ceviene.

II. Cînd punctele M, N, P din teorema generală sînt respectiv vîrfurile A, B, C ale triunghiului, punctele H_1, H_2, H_3 se confundă cu ortocentrul triunghiului ABC și obținem următoarea teoremă clasică:

Perpendicularele din ortocentrul triunghiului ABC pe trei ceviene concurente ale triunghiului ABC determină trei puncte coliniare pe laturile triunghiului ABC.

III. Cînd M, N, P sînt respectiv confundte în ortocentrul H al triunghiului ABC și A_1, B_1, C_1 picioarele a trei ceviene pe laturile triunghiului ABC, ortocentrele triunghiurilor MBC, NCA și APB sînt respectiv A, B, C și obținem:

a) A_1, B_1, C_1 fiind picioarele a trei ceviene pe laturile triunghiului ABC al cărui ortocentru este H, perpendicularele din A, B, C respectiv pe HA_1, HB_1, HC_1 formează un triunghi omologic și circumscris triunghiului ABC.

Reciproca acestei propoziții este:

b) Perpendicularele din ortocentrul H al triunghiului ABC pe laturile unui triunghi omologic și circumscris triunghiului ABC determină pe laturile triunghiului ABC, picioarele a trei ceviene.

IV. Q fiind un punct în planul triunghiului ABC, o dreaptă ce trece prin Q taie cercurile BQC, CQA și AQB respectiv în M,N,P. Fie H_1, H_2, H_3 ortocentrele triunghiurilor BMC, CNA, APB și fie A_1, B_1, C_1 picioarele a trei ceviene sau trei puncte coliniare pe laturile triunghiului ABC. Perpendicularele din H_1, H_2, H_3 respectiv pe MA_1, NB_1, PC_1 determină pe laturile triunghiului ABC picioarele a trei ceviene sau trei puncte coliniare, după natura punctelo A_1, B_1, C_1.

Micu Grunbaum

Rezultatele de mai sus au mai fost publicate de același autor în broșura: „Contribuții la Geometria triunghiului" apărută în anul 1926.

DIN VIAȚA SOCIETĂȚII

Cea de-a doua conferință pe țară a Societății de științe matematice și fizice din R.P.R. din 13—14 februarie 1960

În zilele de 13 și 14 februarie 1960, au avut loc la București, lucrările Conferinței pe țară, organul suprem de conducere al S.S.M.F.

Conferința a fost precedată de cea de-a treia sesiune științifică a S.S.M.F.. Lucrările Conferinței s-au desfășurat după următoarea ordine de zi: darea de seamă asupra activității S.S.M.F. pe perioada 1957—1959; modificarea statutului; planul de muncă pe anul 1960; alegerea noului consiliu și a biroului S.S.M.F.

În ziua de 14 februarie s-a sărbătorit la „Casa Universitarilor", într-un cadru solemn, împlinirea a zece ani de activitate a Societății de științe matematice și fizice din R.P.R.

La această sărbătorire au luat cuvîntul următorii tovarăși: acad. *Gr. C. Moisil*, președintele S.S.M.F., prof. *Petre Drăgoescu*, președintele Consiliului Superior al Școlilor, prof. univ. *Caius Iacob*, membru corespondent al Academiei R.P.R., acad. *Eugen Bădărău*, directorul Institutului de fizică, prof. univ. *Tib. Popoviciu*, membru corespondent al Academiei R.P.R. din partea Filialei S.S.M.F. Cluj, prof. univ. *C. Mihul*, din partea filialei S.S.M.F. Iași, conf. univ. *I. Bitea*, din partea filialei S.S.M.F. Timișoara, prof. *Florica Bucurescu* din partea subfilialei S.S.M.F. Arad, prof. *I. Grigore*, din partea filialei S.S.M.F. Ploești, prof. *St. Mărculescu* din partea filialei S.S.M.F. Orașul Stalin și elevul *Nicolescu Basarab*, din Ploești.

Consiliul S.S.M.F.

ales de Conferința pe țară din 14 februarie 1960

1. *Margareta Ailincăi* (prof. fizică); 2. *Virgil Atanasiu* (lector fizică); 3. Acad. *Eugen Bădărău;* 4. *Mariana Bratu* (prof. mat.; 5. *Florin Diac* (prof. mat.); 6. *Constantin Dinculescu* (m.c. Acad.); 7. *Constantin Drîmbă* (prof. univ. mat.); 8. *Olimpia Gheorghiu* (prof. mat.); 9. *Traian Gheorghiu* (m.c Acad.); 10. *A. Hollinger* (prof. emerit); 11. Acad. *Horia Hulubei;* 12. *Caius Iacob* (m.c. Acad.); 13. *Tereza Ignat* (prof. mat.); 14. *Ilie Ilasievici* (cercetător); 15. *Constantin Ionescu Bujor* (prof. univ. mat.); 16. *Constantin Ionescu Țiu* (prof. mat.); 17. *Stela Manolescu* (prof. fiz.); 18. *Nicolae Martalogu* (conf. univ. fiz.); 19. *Nicolae Mihăilă* (conf. univ. mat.); 20. *Gheorghe Mihoc* (m.c. Acad.); 21. Acad. *Gr. C. Moisil;* 22. *Aurel Munteanu* (conf. univ. fiz.); 23. Acad. *Ilie Murgulescu;* 24. *Angela Negulescu* (prof. fiz.); 25. Acad. *Miron Nicolescu;* 26. *Valer Novacu* (m.c Acad.); 27. *Ion Petrea* (lector fiz.); 28. *Aurel Petrovanu* (prof. fiz.); 29. *Călin Popovici* (prof. univ. astr.); 30. *Andrei Popovici* (prof.

univ. fiz.); 31. *Georgeta Pop* (prof. fiz.); 32. *Tiberiu Roman* (conf. univ. mat.); 33. *Octav Sacter* (conf. univ. mat.); 34. *Gheorghe Simionescu* (conf. univ. mat.); 35. Acad. *Simion Stoilov;* 36. *Nicolae Teodorescu* (m. c. Acad.); 37. Acad. *Şerban Ţiţeica;* 38. Acad. *Gheorghe Vrănceanu;* 39. *Aglaia Cîrje* (prof. mat. Bacău); 40. *Lucia Iordăchescu* (prof. fiz. Bacău); 41. *Ştefan Berţi* (prof. mat. Sighet); 42. *Savin Popescu* (prof. fiz. Giurgiu); 43. *Dumitru V. Ionescu* (prof. univ. mat. Cluj); 44. *Ştefan Man* (prof. emerit Cluj); 45. *Tiberiu Popoviciu* (m. c. Acad. Cluj); 46. *Zoltan Demeny* (prof. mat. Aiud); 47. *Koloman Kovacs* (conf. univ. mat. Cluj); 48. *Voichiţa Dragu* (prof. fiz. Constanţa); 49. *Ion Zaharia* (prof. mat. Constanţa); 50. *Victor Apostol* (prof. fiz. Craiova); 51. *Petre Boldescu* (lector mat. Craiova); 52. *Gheorghe A. Chiţei* (prof. mat. Deva); 53. *Aurelia Clipii* (prof. fiz. Deva); 54. *Ion Sălăjean* (conf. mat. Petroşani); 55. *Cornel Rusescu* (conf. fiz. Galaţi); 56. *Ion Creangă* (prof. univ. mat. Iaşi); 57. *Adolf Haimovici* (prof. univ. mat. Iaşi; 58. *Constantin Mihul* (prof. univ. fiz. Iaşi); 59. Acad. *Alexandru Myller* (Iaşi); 60. *Ilie Popa* (prof. univ. mat. Iaşi); 61. *Teofil Vescan* (prof. univ. fiz. Iaşi); 62. *Gheorghe Gilcă* (prof. fiz. Bîrlad); 63. *Victor Rusu* (prof. fiz. Oradea); 64. *Emil Morţun* (prof. emerit Piteşti); 65. *Valentina Predescu* (prof. mat. Piteşti); 66. *Ana Dumitrescu* (prof. fiz. R. Vîlcea); 67. *Ion Grigore* (prof. mat. Ploeşti); 68. *Ion Păunel* (prof. mat. Buzău); 69. *Stelian Mărculescu* (prof. mat. Oraşul Stalin); 70. *Maria Vidraşcu* (lector mat. Oraşul Stalin); 71. *Vasile Vasu* (prof. mat. Sibiu); 72. *Amuliu Bordeianu* (prof. fiz. Rădăuţi); 73. *Ion Bitea* (conf. univ. mat. Timişoara); 74. *Gheorghe Gheorghiu* (prof. univ. mat. Timişoara); 75. *Victor Turcu* (conf. univ. mat. Timişoara); 76. *Eugen Vişa* (prof. mat. Timişoara); 77. *Florica Bucurescu* (prof. mat. Arad); 78. *Ladislau Arkossy* (prof. fiz. Tg. Mureş); 79. *Elemer Kiss* (prof. mat. Tg. Mureş); 80. *Petre Simon* (prof. mat. Tg. Mureş).

Cenzorii

Cenzori titulari: 1. *Mihail Ghermănescu* (prof. univ. Bucureşti); 2. *Emil Stihi* prof. univ. Oraşul Stalin); 3. *David Blumen* (prof. Bucureşti).

Cenzori supleanţi: 1. *Ion Ciolac* (prof. Craiova); 2. *Sergiu Postolache* (prof. mat. Bacău); 3. *Aristide Halanay* (conf. univ. Bucureşti).

Biroul consiliului S.S.M.F.

ales de plenara Consiliului din 14 februarie 1960

Preşedinte — Acad. *Gr. C. Moisil*
Vice Preşedinte — prof. univ. *C. Iacob*, m. c. Acad. R.P.R.
„ „ — prof. *Angela Negulescu*
„ „ — prof. univ. *V. Novacu* m.c.Acad. R.P.R.
„ „ — prof. univ. *N. Teodorescu*, m. c. Acad. R.P.R.
Secretar General — conf. univ. *T. Roman*
Secretar — prof. *A. Petrovanu*
Redactor responsabil G.M.F.-A — conf. univ. *A. Hollinger*, prof. emerit
„ „ G.M.F.-B — conf. univ. *O. Sacter*

Membri: prof. *M. Ailincăi;* lector *V. Atanasiu;* prof. *Fl. Diac*, prof. *I. Ilasievici*, lector *I. Petrea*, prof. univ. *A. Popvici*, conf. univ. *Gh. D. Simionescu.*

Membri supleanţi: prof. univ. *T. Popoviciu*, m. c Acad. R.P.R., (redactor resp. „Mathematica"), conf. univ. *K. Kovacs* (redactor resp. M.F.L. Cluj), prof. univ. *C. Mihul* (Iaşi), conf. univ. *C. Rusescu* (Galaţi), prof. *F. Bucurescu* (Arad), prof. *E. Kiss* (Tg. Mureş), conf. univ. *N. Martalogu*, conf. univ. *A. Munteanu.*

Rezoluţia celei de a doua conferinţe pe ţară a S.S.M.F.

Conferinţa pe ţară a Societăţii de ştiinţe matematice şi fizice din R.P.R. ţinută la Bucureşti în ziua de 13 şi 14 februarie 1960, a analizat activitatea desfăşurată în ultimii 3 ani de Consiliul Societăţii, de filiale şi subfiliale.

I. Conferinţa a apreciat că s-au obţinut succese în multe direcţii.

1. S.S.M.F. înfiinţată acum 10 ani, a contribuit la dezvoltarea muncii ştiinţifice prin organizarea de colocvii şi sesiuni ştiinţifice, prin creşterea numărului de publicaţii în care au apărut lucrări originale, prin participarea la reuniuni ştiinţifice, prin invitarea de oameni de ştiinţă străini care au ţinut conferinţe, prin publicarea de note originale în G.M.F.-A, G.M.F.-B şi M.F.L.

2. S.S.M.F. a sprijinit învățămîntul de cultură generală preocupîndu-se de problemele actuale din acest domeniu: noile programe și manuale, corelația între matematică, fizică și tehnică, precum și de modernizarea învățămîntului matematic din școala de cultură generală. S-au organizat consfătuiri în 7 orașe, instructaje în 3 centre, s-au publicat materiale privind învățămîntul în G.M.F.-A, s-au organizat vizite la instituții și întreprinderi, s-au organizat concursuri de lucrări de metodică etc.

3. O activitate rodnică s-a desfășurat printre elevi și studenți. S-au organizat cercuri de matematică și de fizică pe oraș, s-a îmbunătățit organizarea olimpiadelor prin întocmirea unui regulament, numărul elevilor participanți este în continuă creștere (în ultimul an participînd peste 12.000 la O.M.F. și aproape 28.000 la O.M.M.F.), un concurs pentru studenți are loc anual, s-a organizat prima olimpiadă internațională de matematică cu participarea elevilor și profesorilor din 7 țări socialiste.

4. Publicațiile S.S.M.F. au căpătat o largă răspîndire, contribuind la informarea științifică a cititorilor, la orientarea lor în problemele actuale ale disciplinelor matematice și fizice și asupra evenimentelor științifce din țară și străinătate. Ele informează totodată, străinătatea asupra muncii științifică dn patria noastră.

5. Fondul documenar s-a îmbogățit mult, în special datorită schimbului cu străinătatea.

6. In sectorul organizatoric s-au înregistrat unele progrese. Filialele au ținut anual adunări generale statutare; în multe locuri se constată o activitate rodnică în diferite sectoare.

II. In același timp însă, în munca Societății s-au manifestat lipsuri. Există rămîneri în urmă:

1. S.S.M.F. nu a organizat colocviul de fizică aplicată, cel de fizică teoretică, consfătuirea de istoria matematicii și fizicii în R.P.R. Ședințele de comunicări științifice s-au ținut sporadic. Nu în toate orașele principale din țară s-au ținut conferințe de informare științifică la nivelul și cu frecvența necesară.

2. S.S.M.F. nu a reușit întotdeauna să antreneze la studiu, să atragă la muncă de cercetare, de generalizarea experienței metodice didactice, un număr mai mare de profesori din cei mai buni din învățămîntul mediu. Nu toate referatele ținute la diferite consfătuiri au fost la înălțime; lucrările prezentate la concursul de metodică din 1957 au fost sub așteptări. S.S.M.F. s-a ocupat prea puțin de problemele predării matematicii și fizicii în învățămîntul superior, în școlile profesionale, la cursurile serale.

3. Cercurile de elevi din unele orașe au o activitate redusă; s-a acordat prea puțină atenție compoziției lor sociale. Olimpiada micilor matematicieni și fizicieni nu a atras în măsură suficientă pe elevii școlilor de 7 ani, în special din mediul rural; filialele nu au reușit să antreneze nici pe profesorii respectivi în acest sens. Concursul pentur studenți nu a dat toate rezultatele așteptate.

4. Publicațiile lunare ale S.S.M.F. nu publică totdeauna materialele cele mai adecuate. Cele trei reviste apar cu întîrziere, numărul cititorilor lor este în descreștere. Colaborarea cu Editura didactică și pedagogică nu a dat nici pe departe rezultatele scontate.

5. Materialul documentar existent la Societate este folosit în prea mică măsură.

6. Activitatea unor filiale și a multor subfiliale lasă de dorit; filialele din centrele universitare nu au acordat tot sprijinul cuvenit celorlalte filiale și subfiliale vecine. Comitetele multor filiale și subfiliale privesc cu superficialitate problema cotizațiilor.

7. Consiliul S.S.M.F. nu a devenit organul de conducere colectivă dat fiind numărul său mare de membri și inactivitatea unora. Deși contactul cu terenul al Biroului s-a îmbunătățit, s-a făcut mai puțin pentru a se analiza rezultatele obținute, pentru a se lua măsuri de îmbunătățirea muncii filialelor, subfilialelor și redacțiilor periodicilor.

III. Pentru dezvoltarea pe mai departe a activității Societății și în vederea lichidării lipsurilor de pînă acum, cea de-a doua Conferință pe țară a S.S.M.F. hotărăște:

1. *Pentru o mai rodnică activitate științifică* Consiliul va organiza sesiuni științifice, periodice, la care să fie antrenați alături de matematicieni și fizicieni cu prestigiu, elemente tinere și profesori din învățămîntul mediu, astfel încît să se poată comunica într-un cerc mai larg rezultatele obținute și să se realizeze un schimb multilateral de idei și sugestii de cercetare. Intre sesiuni se vor organiza colocvii pe teme mai restrînse, conferințe de informare științifică, cicluri de conferințe urmate de lucrări de laborator.

Consiliul S.S.M.F. va trebui să acorde toată atenția sectorului de fizică pentru a se lichida rămînerile în urmă ale acestuia în cadrul Societății.

Cele mai valoroase comunicări prezentate la colocviile și reuniunile științifice vor fi publicate în Buletinul matematic și revista Matematica. Cu sprijinul M.I.C. vor fi

trimişi delegaţi ai S.S.M.F. la reuniuni ştiinţifice internaţionale, se vor dezvolta legături cu societăţi ştiinţifice de peste hotare.

Contactul oamenilor de ştiinţă străini cu specialişti romîni va trebui să contribuie la informarea reciprocă asupra cercetării în domeniul respectiv şi la popularizarea realizărilor matematicienilor şi fizicienilor romîni.

2. *Activitatea cu cadrele didactice.* S.S.M.F. va trebui să desfăşoare mai amplu şi mai organizat, o activitate multilaterală pentru a atrage spre studiu, a trezi gustul pentru cercetare şi generalizare la majoritatea cadrelor didctice, în vederea îmbunătăţirii continue a învăţămîntului matematicii şi fizicii în ţara noastră. Se va stimula elaborarea unor articole sau broşuri de metodica predării matematicii şi fizicii, despre experienţe de laborator şi demonstrative. În cadrul filialelor sau al consfătuirilor interregionale şi republicane se vor ţine şedinţe de comunicări şi referate în vederea generalizării rezultatelor pozitive ale cadrelor furntaşe atrăgînd un număr cît mai mare de membri în elaborarea lor.

Se vor depune eforturi pentru a întări legarea matematicii şi fizicii de viaţă, de producţie, cu ajutorul tehnicienilor şi inginerilor, cu ajutourl întrepirnderilor şi al altor unităţi productive. Se vor organiza dezbateri şi se vor scrie articole privind mdernizarea şi descongestionarea programelor, îmbunătăţirea manualelor.

G.M.F.-A, B şi M.F.L. vor continua publicarea de articole cu privire la problemele de învăţămînt în lumina experienţei pozitive a cadrelor didactice din ţară şi străinătate. La selecţionarea materialelor care se publică în rubrica „Studii şi note" se va urmări ca temele să fie cît mai apropiate de problemele care frămîntă cercurile largi ale cadrelor didactice de la şcolile medii. Se vor face demersuri pentru ca Editura didactică şi pedagogică să asigure apariţia în următorii 2—3 ani a tuturor lucrărilor destinate învăţămîntului, propuse de S.S.M.F. şi în special acelea destinate modernizării învăţămîntului.

Filialele S.S.M.F. vor fi îndrumate să organizeze cercuri de studiu pentru membrii lor, să sprijine profesorii înscrişi la I.I.P.C.D. pentru obţinerea gradelor didactice, să participe activ la desfăşurarea cercurilor pedagogice de specialitate, la lecturile pedagogice şi la consfătuirile raionale ale cadrelor didactice, să antreneze la toate aceste acţiuni şi profesori tineri şi pe cei ce predau în învăţămîntul profesional şi seral.

Consiliul S.S.M.F. se va preocupa de lărgirea colaborării şi schimbul de experienţă în problemele învăţămîntului început cu ocazia olimpiadei internaţioale. Se vor face demersuri în vederea înfiinţării unui organism permanent, avînd aceste sarcini.

3. *Activitatea in rîndurile tineretului.* S.S.M.F. va continua organizarea olimpiadelor pentru clasele V—VII şi pentru şcolile medii, profesionale, tehnice de maiştri etc. Va stimula filialele să participe mai activ la organizarea de cercuri pe oraş, cu tematică mai variată şi mai atractivă, la orgnizarea unui schimb de exeperinţe între cercurile din şcoli şi la întrecerile între şcoli organizate de S.S.M.F. prin G.M.F.-B şi M.F.L. Se va acorda o atenţie mai susţinută atragerii la aceste activităţi extraşcolare a fiilor de muncitori şi colectivişti.

Se va organiza colaborarea mai largă a cadrelor didactice din învăţămîntul superior la organizarea concursului pentru studenţi. Filialele vor întreprinde acţiuni de atragere a studenţilor, viitori profesori, în activităţile Societăţii. În centrele universitare şi cu institute pedagogice, Societatea în colaborare cu comisiile metodice de la şcolile respective vor sprijini practica pedagogică a studenţilor.

Societatea în colaborare cu facultăţile, şcolile medii şi tehnice, va organiza consfătuiri cu absolvenţii acestor instituţii pentru a studia posibilităţile de îmbunătăţire a legăturii dintre şcoală şi viaţă.

4. *S.S.M.F. trebuie să contribuie prin publicaţiile sale* la dezvoltarea activităţii ştiinţifice a profesorilor de specialitate şi a tineretului, la informarea lor ştiinţifică, la dezbaterea problemelor ideologice ale matematicii, fizicii, astronomiei în spiritul materialismului dialectic; să lărgească sprijinul acordat învăţămîntului acestor discipline şi în special, pregătirii pentru viaţă a tineretului, să nu mai neglijeze învăţămîntul profesional şi seral, să-şi întărească legătura cu colaboratorii şi cititorii şi să lărgească cercul lor prin consfătuiri cu cititorii, prin corespondenţă cu colaboratorii, să acorde atenţia mai susţinută sectorului de probleme, să informeze mai larg şi prompt asupra vieţii ştiinţifice din ţară şi străinătate prin articole şi note originale, prin recenzii despre cărţi, reuniuni ştiinţifice etc.

Biroul Consiliului S.S.M.F. va analiza odată la doi ani cel puţin, activitatea fiecărei redacţii, cu sprijinul unui colectiv mai larg de profesori. Între timp, se va acorda un sprijin mai substanţial îmbunătăţirii conţinutului revistelor, a metodelor de muncă ale comitetelor de redacţie şi apariţiei la timp a G.M.F.-A.

Filialele S.S.M.F. şi şcolile vor fi solicitate să contribuie la îmbunătăţirea difuzării periodicelor, la creşterea tirajelor lor.

Consiliul S.S.M.F. va lua toate măsurile pentru predarea la timp a unor manuscrise bune ale lucrărilor ce urmează sc apară în Biblioteca S.S.M.F. şi va acorda un sprijin mai substanţial în vederea publicării de cărţi care să se adreseze unui public cît mai larg.

5. *În vederea unei bune documentări* S.S.M.F .va urmări difuzarea publicaţiilor sale în toată lumea şi schimbul cu toate periodicele de specialitate. Fondul de periodice ale S.S.M.F. va fi dat în custodie bibliotecii Facultăţii de matematică şi fizică a Universităţii „C. I. Parhon". Se vor lua măsuri, totodată, pentru a se folosi materialele documentare existente, se vor traduce unele materiale care interesează pe profsorii de matematică şi fizică care se vor difuza prin publicaţiile Societăţii.

Se vor organiza conferinţe prin care cadrele didactice vor fi iniţiate în studiul acelor materiale care pot contribui la rezolvarea problemei modernizării predării matematicii în şcolile medii.

Se va urmări înzestrarea bibliotecilor şcolilor unde se află sediul filialelor şi subfilialelor, cu cărţi şi periodice accesibile tuturor membrilor Societăţii, după ce actualele biblioteci ale S.S.M.F. din provincie, vor fi date în custodie acestor şcoli.

6. *Pentru îmbunătăţirea activităţii filialelor S.S.M.F.* Filialele din centrele universitare vor trebui să sprijine cu conferenţiari, recomandări bibliiografice, consultaţii etc., toate filialele şi subfilialele din apropiere. Filialele regionale răspund de acitvitatea subfilialelor respective pe care trebuie să le îndrume şi controleze. Comitetele tuturor filialelor şi subfilialelor trebuie să lupte împotriva delăsării şi pentru dezvoltarea simţului de răspundere, să antreneze întregul colectiv în diferite acţiuni, să ceară sprijinul comitetelor regionale şi orăşeneşti de partid, Consiliului S.S.M.F.

Adunările generale anuale de prezentare a dărilor de seamă şi alegerea noilor comitete vor trebui folosite mai larg pentru analiza muncii depuse şi pentru lărgirea cercului de colaborări.

Biroul S.S.M.F. va analiza periodic activitatea filialelor şi subfilialelor, asigurarea încasării cotizaţiilor membrilor şi depunerea lor în contul S.S.M.F. în vederea sprijinirii şi pe această cale, a măsurilor de îndrumare a fondurilor statului cu precădere spre sectoarele productive şi de creştere totodată, a volumului activităţilor desfăşurate de Societate.

Consiliul S.S.M.F. va face demersurile cuvenite pentru a se obţine asigurarea condiţiilor materiale de lucru necesare activului şi în primul rînd, sediul central al Societăţii.

8. Conferinţa pe ţară aprobă modificarea statutului în conformitate cu propunerile făcute şi dă mandat Biroului Consiliului să alcătuiască forma definitivă în lumina discuţiilor purtate.

9. Conferinţa pe ţară a S.S.M.F. apreciază ca satisfăcătoare activitatea Consiliului şi a Biroului. Aprobă darea de seamă, dînd descărcarea cuvenită vechiului Consiliu. Noului Consiliu îi cere să desfăşoare o activitate perseverentă, să dea sarcini tuturor membrilor săi, să dezvolte munca colectivă, să analizeze felul cum îşi îndplineşte Biroul sarcinile.

Conferinţa îşi exprimă convingerea că toţi membrii ei, vor depune o muncă susţinută pentru realizarea politicii P.M.R.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 3484

Să se arate că dacă simediana, bisectoarea şi mediana ce pornesc respectiv din cele trei vîrfuri ale unui triunghi oarecare sînt concurente, triunghiul are laturile în progresie geometrică şi reciproc.

Gabriel Tîrtan, Găieşti

Soluţie dată de elevul *Susea Andrei*, Bucureşti. Conform teoremei lui Ceva, avem:

$$\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = -1$$

sau :

$$\frac{BA'}{A'C} \cdot \frac{CB'}{B'A} \cdot \frac{AC'}{C'B} = 1. \qquad (1)$$

AA' este simediana, deci conform teoremei lui *Steiner* avem :

$$\frac{BA'}{A'C} = \frac{c^2}{b^2};$$

BB' este bisectoare, deci :

$$\frac{CB'}{B'A} = \frac{a}{c},$$

iar CC' e mediană, deci : $AC' = C'B$.

Inlocuind în (1) obținem :

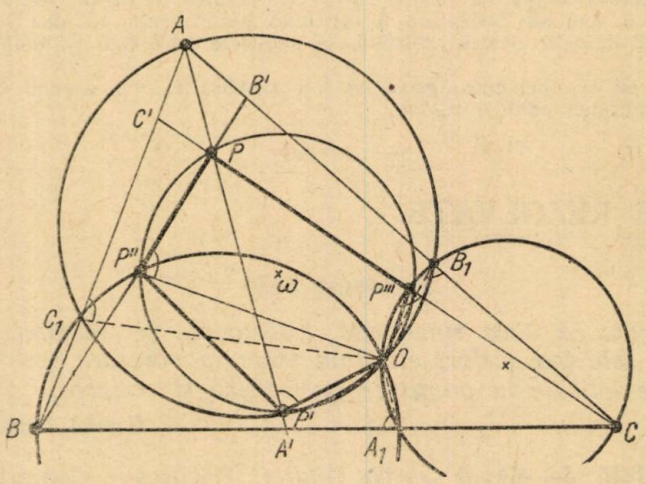
$$\frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{a}{c} = 1 \text{ sau } b^2 = ac.$$

Problema 3500

Se consideră un triunghi ABC și fie A_1, B_1, C_1 puncte situate arbitrar pe laturile (sau pe prelungirile lor) BC, CA, AB. Trei ceviene AA', BB', CC' concurente în P, taie a doua oară cercurile (AB_1C_1), (BC_1A_1), (CA_1B_1) respectiv în P', P'', P'''. Să se arate că punctele P, P', P'', P''' sînt conciclice.

Gh. M. Tudor, student București

Soluție dată de *Const. Ciochină*, elev Ploești. Fie O intersecția



cercurilor (AB_1C_1), (BC_1A_1), (CA_1B_1). Observăm că $\sphericalangle AC_1O = \sphericalangle AP'O$ și $\sphericalangle AC_1O = \sphericalangle BA_1O$, deci

$$\sphericalangle AP'O = \sphericalangle BA_1O \qquad (1)$$

Din patrulaterele inscriptibile A_1OB_1C, și $A_1OP'''C$ avem: $\sphericalangle A'A_1O = \sphericalangle OB_1C = \sphericalangle OP'''C$. deci, ținînd seamă de (1) rezultă:

$$\sphericalangle OP'''C = \sphericalangle PP'O$$

de unde deducem că patrulaterul $PP'OP'''$ este inscriptibil.

Patrulaterul $BP''OA_1$ fiind inscriptibil avem: $\sphericalangle PP''O = \sphericalangle BA_1O$ sau ținînd seama de (1) rezultă:

$$\sphericalangle PP''O = \sphericalangle PP'O,$$

de unde deducem că patrulaterul $PP''P'O$ este inscriptibil.

Cele două patrulatere $PP'OP'''$ și $PP'OP''$ avînd vîrfurile O, P, P'' comune, rezultă că sînt înscrise în același cerc (ω) și prin urmare punctele O, P, P', P'', P''' sînt conciclice.

Problema 3519

Să se verifice identitatea:

$$\frac{\cos^2 2x + \cos^2(x-y) - 2\cos(x-y)\cos(x+y)\cos 2x}{\sin^2 x + \sin^2 y + 2\sin x \sin y \cos(x+y)} = 1.$$

* * *

Soluție. Notăm numărătorul cu A și folosim formula:

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$. Obținem:

$$A = 1 - 4\sin^2 x + 4\sin^4 x + \cos^2 x \cos^2 y + \sin^2 x \sin^2 y +$$

$$+ 2\sin x \cos x \sin y \cos y - 2(\cos^2 x \cos^2 y - \sin^2 x \sin^2 y)\cdot(1 - 2\sin^2 x).$$

Înlocuim pe $\cos^2 x$ și $\cos^2 y$ și obținem:

$$A = 1 - 4\sin^2 x + 4\sin^4 x + 1 - \sin^2 x - \sin^2 y +$$

$$+ 2\sin^2 x \sin^2 y + 2\sin x \cos y \sin y \cos y -$$

$$- 2(1 - \sin^2 x - \sin^2 y)\cdot(1 - 2\sin^2 x).$$

$$A = \sin^2 x + \sin^2 y + 2\sin x \sin y (\cos x \cos y - \sin x \sin y)$$

$$A = \sin^2 x + \sin^2 y + 2\sin x \sin y \cos(x+y)$$

care este tocmai numitorul.

Problema 3522

Într-un triunghi isoscel ABC se dă perimetrul $2p = 4 + \sqrt{6} + \sqrt{2}$, unghiurile egale $B = C = 15^0$. Să se afle laturile triunghiului și aria lui.

* * *

Soluție. Fie $AB = AC = l$.

$2p = 2l + 2l\cos 15^0$

$2l(1 + \cos 15) = 4 + \sqrt{6} + \sqrt{2}$

Avînd $\cos 15^0 = \frac{1}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2}); \frac{1}{2}(4+\sqrt{6}+\sqrt{2}) = 4+\sqrt{6}+\sqrt{2}$; $l = 2$, deci,

$$AB = AC = 2 \quad ; \quad BC = \sqrt{6}+\sqrt{2}.$$

Aria triunghiului este

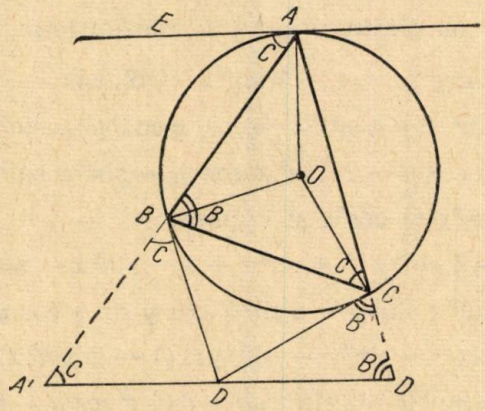
$$S = l^2 \cdot \frac{\sin A}{2} \quad ; \quad S = 4\,\frac{\sin 150^\circ}{2} = 1$$

Problema 3526

Tangentele în B și C la cercul circumscris triunghiului ABC se întîlnesc în D. Ducem prin D o paralelă la tangentă în A la cerc, care taie pe AB în A' și pe AC în D'. Să se arate că: a) triunghiurile A'BD și DCD' sînt isoscele; b) A'D = DD'.

(Examenul de admitere în facultate)

Soluție. Observăm că: $\sphericalangle EAB = C$, dar $\sphericalangle EAB = \sphericalangle AA'D = C$. Cum $\sphericalangle A'BD = 180^\circ - (\sphericalangle DBC + \sphericalangle ABC) = 180^\circ - (A + B) = C$,



adică $\sphericalangle DA'B = \sphericalangle DBA' = C$, de unde deducem că triunghiul $A'BD$ este isoscel.

Analog se demonstrează că: $\sphericalangle DCD' = \sphericalangle DD'C = B$, deci și triunghiul DCD' este isoscel.

b) Din cele spuse mai sus putem scrie: $DB = DA'$ și $DC = DD'$. Dar $DB = DC$, ca tangente duse dintr-un punct exterior cercului deci: $DA' = DD'$.

Problema 3543

Dacă $0 \leqslant x \leqslant 1$ *să se arate că:*

$$x + \sqrt{1-x^2} \geqslant \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2x} \cdot \sqrt[8]{1-x^2}$$

Pentru ce valori ale lui x penultima inegalitate devine egalitate?

C. I. Ț.

Soluție. Deoarece $0 \leqslant x \leqslant 1$ putem nota $x = \sin \alpha$ și inegalitatea de demonstrat devine:

$$\sin \alpha + \cos \alpha \geqslant \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2 \sin \alpha} \cdot \sqrt[8]{\cos^2 \alpha};$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^4 \geqslant 8 \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^4 - 8 \sin \alpha \cos \alpha \geqslant 0;$$

Însă: $$(\sin \alpha + \cos \alpha)^4 = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

Deci:

$$(1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha)^2 - 8 \sin \alpha \cos \alpha \geqslant 0;$$

$$1 + 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - 4 \sin \alpha \cos \alpha \geqslant 0;$$

$$(1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha)^2 \geqslant 0,$$

ceea ce este evident.

Pentru ca inegalitatea să devină egalitate trebuie ca:

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = 1; \qquad \sin 2\alpha = 1; \quad \text{sau:} \quad x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Avem:

$$\alpha = k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{4}$$

k fiind întreg.

Problema 3544

Să se reprezinte grafic funcțiile: $y = x + \sqrt{1 - x^2}$ și

$$z = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2x} \cdot \sqrt[8]{1 - x^2}$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de elevul *M. Vrăjitoru*, Aiud. 1) Funcția este definită în interiorul intervalului $0 < x \leqslant 1$ și $0 > x \geqslant -1$,

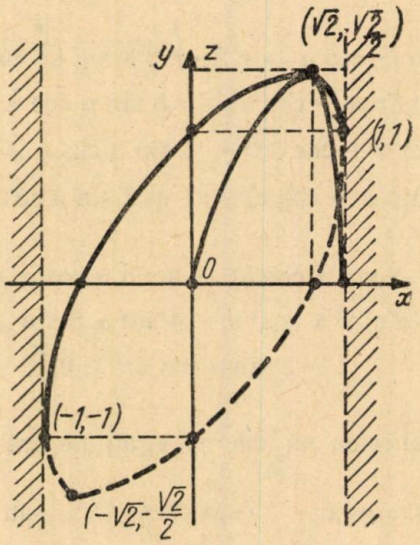
Pentru $x = -1$, $y = -1$, pentru $x = 0$, $y = 1$, iar pentru $x = 1$, $y = 1$.

Pentru $y = 0$, $x = -\sqrt{1 - x^2}$, $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Derivația funcției este:

$$y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} = \frac{\sqrt{1 - x^2} - x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

Pentru $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $y' = 0$, $y_1 = \sqrt{2}$, iar cercetînd semnele, $y = \sqrt{2}$ este un maxim. Pentru $x = \pm 1$, $y' = \infty$, deci ținînd seamă că funcția este continuă, graficul ei este:



2) Funcția este definită în intervalul $0 \leqslant x \leqslant 1$, se anulează pentru $x = 0$ și $x = 1$. Derivata ei este:

$$z' = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}\left[\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \cdot \sqrt[8]{1-x^2} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt[8]{(1-x^2)^7}}(-2x)\sqrt[4]{x}\right]$$

$$z' = \frac{\sqrt[4]{8}}{4}\left[\frac{1-2x^2}{\sqrt[4]{x^3}\ \sqrt[8]{(1-x^2)^7}}\right]$$

$z' = 0$ pentru $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ iar $z = \sqrt{2}$. Pentru $x = 0$ și $x = 1$, $z' = \infty$.

Dacă reprezentăm ambele funcții pe același grafic, observăm imediat inegalitatea din problema 3543.

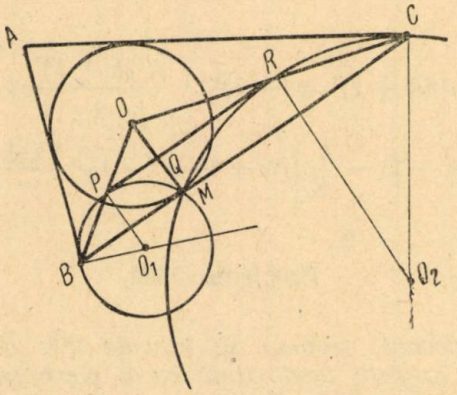
Problema 3556

Pe latura BC a triunghiului ABC se ia punctul M prin care se duce cercul O_1 și cercul O_2, tangente respectiv în B la AB și în C la AC. Să se demonstreze că, dacă M este punctul de tangență al cercului înscris triunghiului ABC, cercurile O_1 și O_2 admit o tangentă comună paralelă cu BC și egală cu jumătatea ei.

(La admitere în I. P. București)

Soluție. Unim vîrfurile triunghiului ABC cu centrul O al cercului înscris acestuia. Bisectoarea BO determină $\sphericalangle ABO = \sphericalangle OBC$, care avînd vîrful comun B pe cercul de rază O_1B vor subîntinde arcele $BP = PM$.

Raza O_1P va fi perpendiculară pe mijlocul coardei BM, iar punctul P va fi situat la mijlocul ipotenuzei OB din triunghiul dreptunghic BMO.



Tangenta în P la cercul O_1 va fi perpendiculară pe raza O_1P, respectiv paralelă cu latura BO și va trece prin Q mijlocul coardei OM.

În mod analog se arată că tangenta în R la cercul O_2 va fi perpendiculară pe mijlocul Q al lui OM și respectiv paralelă cu aceiași latură BC. Ori PQ și RQ fiind respectiv paralele cu BC și avînd punctul comun Q, înseamnă că P, Q și R sînt coliniare și deci PR va fi tangentă comună. Deoarece punctele P și R sînt mijloacele laturilor OB și OC ale triunghiului ABC, tangenta comună PR va fi egală cu jumătatea laturii BC.

— S-au primit soluții bune de la: *Radu Răscanu*, ș.m. 1 București, *D. Stoichescu*, ș.m. 20 București și *E. E. Rădescu*, Focșani.

Problema 3580

Să se demonstreze că:

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots + (-1)^{n-1} n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}.$$

prin metoda directă și prin metoda inducției complete.

(Olimpiada de matematică 1959)

Soluție. a) Avem:

$$(1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + (5^2 - 6^2) + \ldots + (-1)^{n-1} [(n-1)^2 - n^2] =$$

$$= (1-2)(1+2) + (3-4)(3+4) + (5-6)(5+6) + \ldots = -(3+7+11+\ldots)$$

Avem a progresie aritmetică cu rația 4. Făcînd suma după formula cunoscută, obținem enunțul problemei.

b) Prin metoda inducției complete: 1^0 Pentru $n = 1$ avem $(-1)^0 = 1$.

2^0 Fie:

$$S_k = 1^2 - 2^2 + 3^2 - \ldots + (-1)^{k-1} k^2 = (-1)^{k-1} \frac{k(k+1)}{2}$$

Să demonstrăm că:

$$S_{k+1} = 1^2 - 2^2 + 3^2 - \ldots + (-1)^{k-1} k^2 + (-1)^k (k+1)^2 = (-1)^k \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

In adevăr:

$$S_{k+1} = S_k + (-1)^k (k+1)^2 = (-1)^{k-1} \frac{k(k+1)}{2} + (-1)^k (k+1)^2 =$$

$$= (-1)^k \left[(k+1) - \frac{k}{2} \right] (k+1) = (-1)^k \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Problema 3590

Un lăcătuș mecanic trebuia să execute 200 piese într-un anumit număr de zile. El execută însă zilnic cu 5 piese peste norma stabilită și astfel termină lucrarea cu 2 zile înainte de termen. În cîte zile a executat lucrarea și cu cît a depășit norma?

(Olimpiada de matematică, cl. X, XI serală)

Soluție. Fie x numărul zilelor în care trebuia să execute muncitorul lucrarea. Se poate stabili ușor ecuația:

$$(x-2)\left(\frac{200}{x} + 5\right) = 200$$

$$200(x-2) + 5x(x-2) = 200x;$$

$$x^2 - 2x - 80 = 0;\ x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+80};\ x = 10 \text{ zile.}$$

Așadar, lucrătorul a executat cele 200 de piese în $10 - 2$ zile $= 8$ zile. Muncitorul a depășit norma cu 25%.

Problema 3602

Într-un triunghi ABC, se consideră cevienele BNE și CNF, N fiind un punct oarecare pe înălțimea AA'. Dreapta EF întîlnește latura BC în M. Să se demonstreze relația:

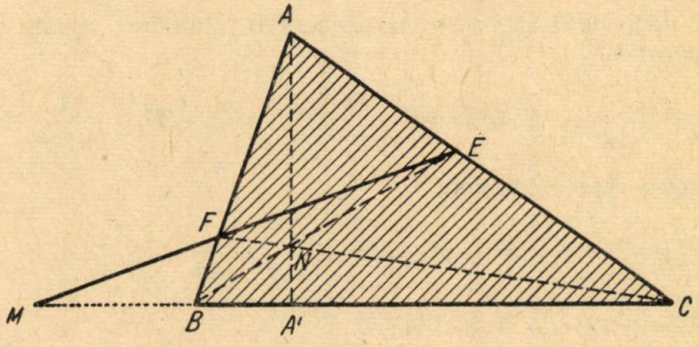
$$\frac{1}{MA'} = a\left(\frac{1}{a^2 - b^2 + c^2} - \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}\right).$$

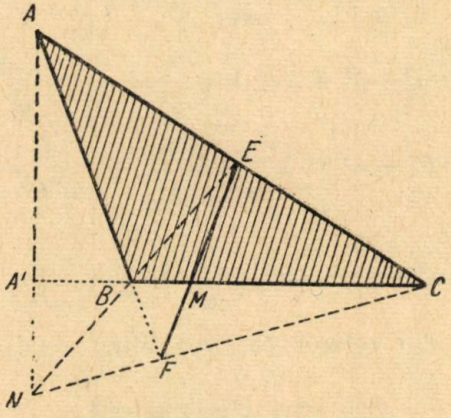
(În legătură cu problema 3177).

D. D. Panu

Soluție. Două diagonale ale unui patrulater complet împart armonic pe a treia. (Culegerea de probleme de geometrie de G. Țițeica, nr. 1161). Astfel, în patrulaterul complet *AFNEBC*, avem:

$$\frac{MB}{MC} = -\frac{A'B}{A'C} \text{ sau } \frac{MB}{MC} = \frac{BA'}{A'C}$$





Aplicăm două proprietăți ale proporțiilor:

$$\frac{MB}{MC - MB} = \frac{BA'}{A'C - BA'} = \frac{MB + BA'}{MC - MC + A'C - BA'} = \frac{MA'}{2\,A'C},$$

de unde:

$$\frac{1}{MA'} = \frac{A'C - BA'}{2\,BA'\,A'C} = \frac{1}{2BA'} - \frac{1}{2A'C} = \frac{1}{2\,c\cos B} - \frac{1}{2\,b\cos C} =$$

$$= \frac{a}{a^2 - b^2 + c^2} - \frac{a}{a^2 + b^2 - c^2} = a\left(\frac{1}{a^2 - b^2 + c^2} - \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}\right).$$

Problema 3608

Să se elimine α *și* β *între relațiile:* $x = \alpha + \frac{1}{\alpha}$; $y = \beta + \frac{1}{\beta}$; $z = \alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta}$.

* * *

Soluție dată de I. Rizescu, București. Ridicînd fiecare relația la pătrat se obține:

$$x^2 = \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} + 2;\ y^2 = \beta^2 + \frac{1}{\beta^2} + 2;\ z^2 = \alpha^2\beta^2 + \frac{1}{\alpha^2\beta^2} + 2$$

Adunînd aceste relații obținem:

$$x^2 + y^2 + z^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \alpha^2\beta^2 + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\alpha^2\beta^2} + 6. \qquad (a)$$

Inmulțind relațiile x, y, z se obține:

$$xyz = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)\left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)\left(\alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta}\right) = \left(\alpha\beta + \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + \frac{1}{\alpha\beta}\right)\left(\alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta}\right) =$$

$$= \alpha^2\beta^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 1 + 1 + \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^2\beta^2} =$$

$$= \alpha^2 + \beta^2 + \alpha^1\beta^2 + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\alpha^2\beta^2} + 2,$$

deci:

$$xyz = \alpha^2 + \beta^2 + \alpha^2\beta^2 + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\alpha^2\beta^2} + 2 \qquad (b)$$

Scăzînd relația (b) din relația (a) se obține relația independentă de α și β;

$$x^2 + y^2 + z^2 - xyz = 4$$

Problema 3611

Fie A și B două puncte mobile pe cercul fix (O), iar C și D două puncte fixe în planul cercului. Dreptele CA, DB, CB, DA taie a doua oară cercul în punctele E, F, G, H. Se cere locul punctului de intersecție al dreptelor EF și GH.

Virgil Vîrgolici, student București

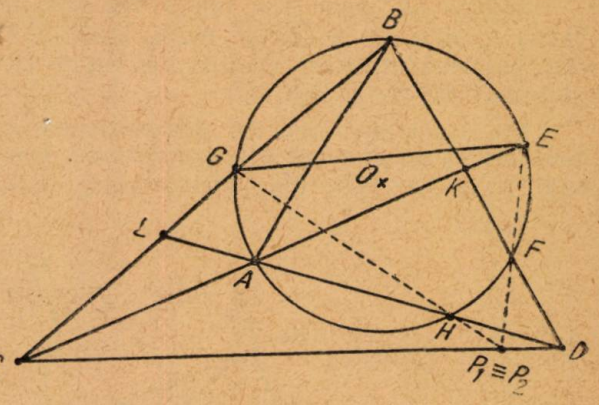
Soluție. Fie $K\,(AC;\ BD)$, $L\,(AD;\ BC)$, $P_1\ (CD;\ EF)$, $P_2\ (CD;\ GH)$. Aplicînd teorema lui Menelaus triunghiurilor CDL, CDK, DLB și BCK tăiate de transversalele EFP_1, GHP_2, ACK, LAD obținem:

$$\frac{P_1D}{P_1C} \cdot \frac{EC}{EK} \cdot \frac{FK}{FD} = 1,$$

$$\frac{P_2C}{P_2D}\cdot\frac{HD}{HL}\cdot\frac{GL}{GC}=1,$$

$$\frac{AD}{AL}\cdot\frac{CL}{CB}\cdot\frac{KB}{KD}=1,$$

$$\frac{LB}{LC}\cdot\frac{AC}{AK}\cdot\frac{DK}{DB}=1,$$



și înmulțind cele patru relații obținem:

$$(1)\qquad \frac{P_1D}{P_1C}\cdot\frac{P_2C}{P_2D}\cdot\frac{EC}{GC}\cdot\frac{FK}{EK}\cdot\frac{HD}{FD}\cdot\frac{GL}{HL}\cdot\frac{AC}{CB}\cdot\frac{KB}{AK}\cdot\frac{AD}{DB}\cdot\frac{LB}{AL}=1.$$

Datorită egalității unghiurilor, triunghiurile *CGE, FKE, HDF, GLH* sînt asemenea cu triunghiurile *CAB, AKB, BDA, ALB.* Deci,

$$\frac{EC}{GC}=\frac{CB}{AC};\ \frac{FK}{EK}=\frac{AK}{KB};\ \frac{HD}{FD}=\frac{DB}{AD};\ \frac{GL}{HL}=\frac{AL}{LB}$$

sau:

$$(2)\qquad \frac{EC}{GC}\cdot\frac{FK}{EK}\cdot\frac{HD}{FD}\cdot\frac{GL}{HL}\cdot\frac{AC}{CB}\cdot\frac{KB}{AK}\cdot\frac{AD}{DB}\cdot\frac{LB}{AL}=1$$

Din relațiile (1) și (2) scoatem:

$$\frac{P_1D}{P_1C}=\frac{P_2D}{P_2C}\ \text{deci}\ P_1\equiv P_2$$

ceea ce înseamnă că, locul punctului de intersecție al dreptelor *EF* și *GH* este dreapta fixă *CD.*

Problema 3615

Fie în cercurile cu centrele fixe (O_1), (O_2), $(O_3$, (O_4) *diametrele variabile respective:* A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4; *iar* M *și* N *respectiv, punctul de intersecție al diagonalelor patrulaterelor* $A_1A_2B_2B_1$ *și* $A_3A_4B_4B_3$. *Notăm cu* H_1, H_2, H_3, H_4 *ortocentrele triunghiurilor* A_1MA_2, B_1MB_2, A_3NA_4, B_3NB_4 *iar cu* A' B', C', D' *respectiv punctele de intersecție a dreptei* O_1O_2 *și a dreptei* O_3O_4 *cu* H_1H_2 *și* H_3H_4. *Să se demonstreze că:*

a) *dreptele* H_1H_2 *și* H_3H_4 *se deplasează paralel cu ele însile cînd diametrele se mișcă;*

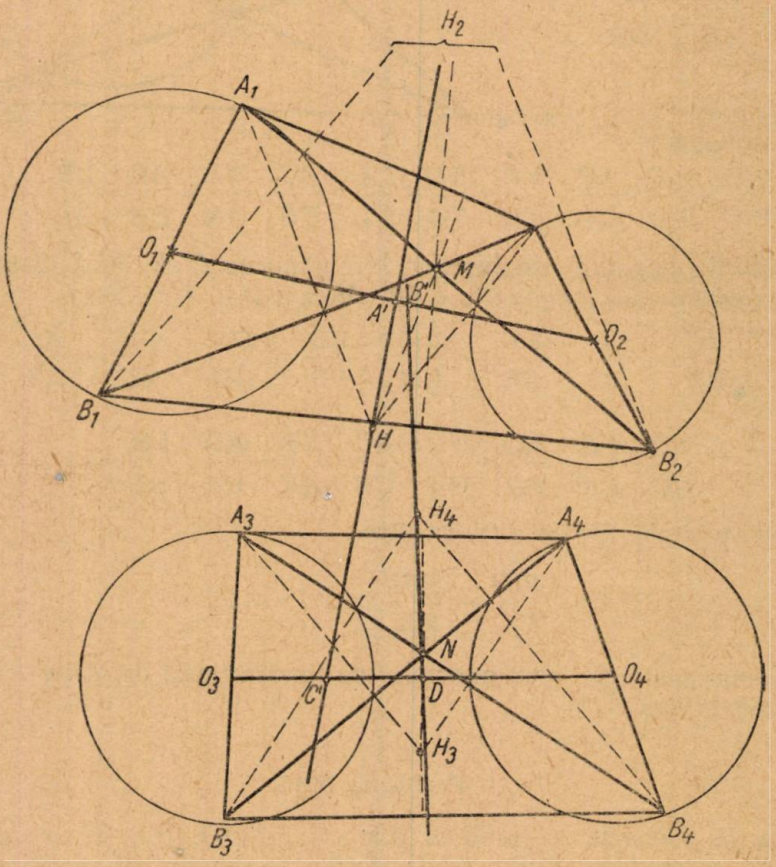
b) *patrulaterul* $A'B'C'D'$ *este un patrulater inscriptibil.*

în legătură cu problema 3316 și nota „Asupra unei probleme din august 1958").

Wilhelm Priess, elev Caransebeș

Soluția a) După cum reiese din nota intitulată: „Asupra unei probleme", publicată în G.M.F. nr. 8, anul IX (august 1958), dreapta H_1H_2 este perpendiculară pe dreapta ce unește centrele de greutate ale triunghiurilor MA_1B_1 și MA_2B_2.

Tot în aceeași notă se demonstrează că dreapta ce unește aceste două centre de greutate este paralelă cu dreapta ce unește mijloacele laturilor A_1B_1 și A_2B_2 ale patrulaterului $A_1B_1B_2A_2$, adică chiar cu O_1O_2



și deci, dacă diametrele A_1B_1 și A_2B_2 variază, dreapta H_1H_2 este întotdeauna perpendiculară pe dreapta fixă O_1O_2 și prin urmare, ea se mișcă rămînînd paralelă cu ea însăși.

Analog se arată că dreapta H_3H_4 este perpendiculară pe O_3O_4 și deci, dreapta H_3H_4 variază și ea paralel cu ea însăși, deoarece dreapta O_3O_4 este fixă.

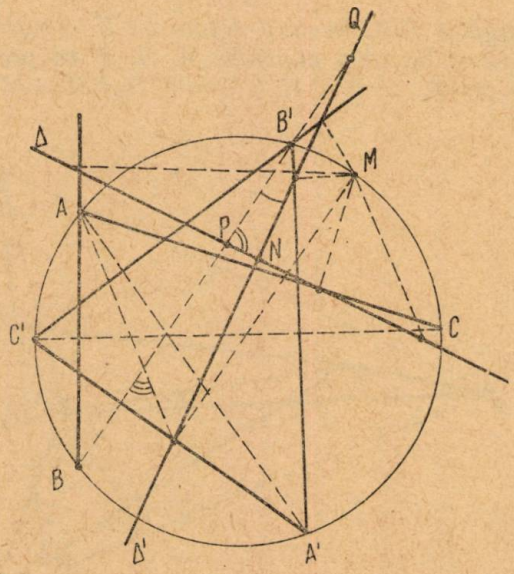
b) Fiindcă $H_1H_2 \perp O_1O_2$ și $H_3H_4 \perp O_3O_4$ avem:
$\sphericalangle B'A'C' = 180^0 - B'D'C' = 90^0$ și deci, patrulaterul A'B'C'D' este un patrulater inscriptibil.

Problema 3617

Bisectoarele interioare triunghiului ABC taie cercul circumscris acestuia în A', B' C'. Să se dovedească că dreptele Simson ale unui punct M în raport cu cele două triunghiuri sînt perpendiculare.

Coriolan Tempeanu, profesor Hunedoara

Soluție. Folosim faptul că dreptele Simson ale vîrfurilor triunghiurilor sînt înălțimile acestuia și că unghiul a două drepte Simson față de același triunghi are ca măsură jumătatea măsurii arcului determinat de punctele corespunzătoare.



Fie Δ dreapta Simson în raport cu triunghiul ABC și în raport cu $A'B'C'$. Notăm cu N intersecția dintre Δ și Δ', cu P intersecția dintre Δ și BB' și cu Q intersecția dintre Δ' și BB'.

Unghiul dintre Δ și BB' este egal cu $90^0 - \frac{B}{2}$, cînd M este în A. In cazul nostru însă, unghiul ascuțit dintre Δ și BB' este egal cu $90^0 - \text{măs.}\frac{\overset{\frown}{B'M}}{2}$. Unghiul dintre Δ' și BB' este egal cu măs. $\frac{\overset{\frown}{B'M}}{2}$. Din triunghiul PQN deducem că $\sphericalangle N = 90^0$

Problema 3618

Să se rezolve ecuația $3\cos^3 x - \sin^2 x \cos x - \sin x = 0$.

P. Trofim, profesor Orașul Stalin

Soluție. Ecuația se poate scrie:

$$3\cos^3 x - \sin^2 x \cos x - \sin x(\sin^2 + \cos^2 x) = 0$$

Împărțind toți termenii ecuației cu $\cos^3 x$ obținem:

$$3 - \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x = 0,$$

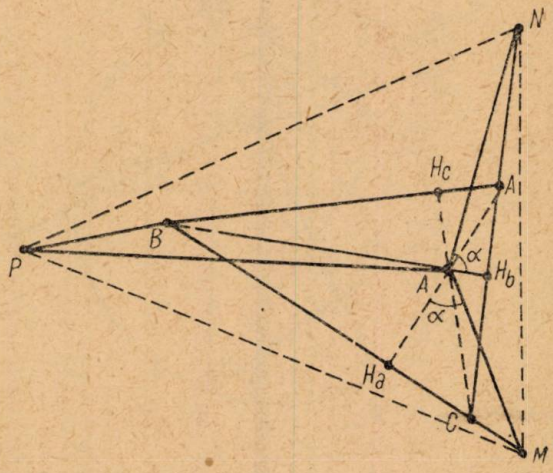
care se descompune ușor în ecuațiile:

$$\operatorname{tg} x - 1 = 0;\ x = \frac{\pi}{4}(4k+1) \text{ și } \operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x + 2 = 0$$

cu rădăcini imaginare.

Problema 3619

Fie dat triunghiul ABC în care notăm cu H ortocentrul și H_a, H_b, H_c picioarele înălțimilor. Se aleg punctele M, N, P pe prelungirile laturilor, în același sens astfel, încît $\sphericalangle H_aHM = \sphericalangle H_bHN = \sphericalangle H_cHP = \alpha$ *(sensul*



fiind cel direct). Să se arate că punctul H este centrul cercului înscris în triunghiul MNP și centru radical al cercurilor circumscrise patrulaterelor BHMP, CHMN și AHPN.

V. Băghină, profesor Breaza

Soluție. Avem: $AH = 2R\cos A$; $BH = 2R\cos B$; $CH = 2R\cos C$; $HH_a = 2R\cos B\cos C$; $HH_b = 2R\cos C\cos A$; $HH_c = 2R\cos A\cos B$.

Rezultă atunci: $H_aM = HH_a\operatorname{tg}\alpha$; $H_bN = HH_b\operatorname{tg}\alpha$; $H_cP = HH_c\operatorname{tg}\alpha$ de unde deducem că:

$$\frac{HM_a}{HH_a} = \frac{H_bN}{HH_b} = \frac{H_cP}{HH_c} = \operatorname{tg}\alpha.$$

Pe de altă parte,

$$\frac{AM}{HH_a} = \frac{HN}{HH_b} = \frac{H_cP}{HH_c} = \frac{1}{\cos\alpha},$$

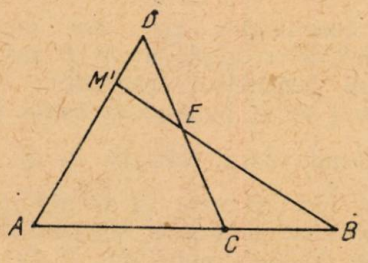
adică perechile de puncte (H_a, M), (H_b, N), (H_c, P) sînt omotetice de centru de omotetie H. Cum însă H este centrul cercului înscris în triunghiul $H_aH_bH_c$ va fi și centrul cercului înscris în triunghiul MNP.

Patrulaterul $BHMP$ este inscriptibil căci $\sphericalangle BPH \sphericalangle BMH = 90^0 - \alpha$. La fel se arată și pentru celelalte două patrulatere.

Pentru cercurile înscrise acestor patrulatere, dreptele MH, NH, PH reprezintă axele radicale, deci H va fi centrul radical.

Problema E : 1118

Pe un segment fix AB se ia un punct variabil C (cuprins între A și B). Prin acest punct se duce o dreaptă variabilă Δ pe care se iau în același



sens segmentele $CD = AC$ și $CE = BC$. Să se afle locul geometric al intersecției dreptelor AD și BE. .

O. Nanu, elev Iași

Soluție. Deoarece $AC=DC$ și $BC=CE$, triunghiurile ACD și BEC sînt isoscele. Deci avem: $\sphericalangle DAC = \sphericalangle ADC$ și $\sphericalangle EBC = \sphericalangle CEB$. Dar $\sphericalangle DCA + \sphericalangle ECB = 180^0$. Deci, $2 \sphericalangle DAC + 2 \sphericalangle EBC = 180^0$ sau $\sphericalangle DAC + \sphericalangle EBC = 90^0$, de unde rezultă că $\sphericalangle AMB = 90^0$ adică locul lui M este cercul descris pe AB ca diametru.

CHESTIUNI DE EXAMEN

Probleme date la admiterea în Institutul Politehnic București, 1959

4094. Se dă ecuația:

$$x^2 - px + q = 0$$

cu rădăcinile x_1 și x_2. Se cere:

a) Să se formeze o ecuație de gradul II ale cărei rădăcini să fie: $Z_1 = 2 + x_1$ și $Z_2 = 2 + x_2$;

b) Să se determine valorile lui p și q așa fel încît diferența $x_1 - x_2$ a rădăcinilor ecuației date să fie egală cu 4, iar produsul rădăcinilor Z_1, Z_2 ale ecuației transformate să fie egal cu 9;

c) Să se verifice că cele două ecuații satisfac condițiile cerute.

4095. Se dă: $\sin a = \frac{3}{5}$ (a în cadranul II)

$\cos b = \frac{1}{2}$ (b în cadranul III).

Să se calculeze $\sin 2a$, $\operatorname{tg} 2a$, $\operatorname{tg}(2a - b)$.

4096. Se dă ecuația: $8x^2 + 2x + m = 0$, cu rădăcinile x_1 și x_2, în care $x_1 < x_2$. Se cere:

a) Să se determine m așa fel încît între rădăcini să avem relația $x_1 + 2x_2 = 0$ și să se calculeze valorile numerice ale rădăcinilor;

b) Notînd $x_1 = \operatorname{tg} a$ să se calculeze $\sin 4a$ cu valoarea lui x_1 aflată la a);

c) Să se rezolve triunghiul ABC în care $\cos A = x_1$, $\sin C = \sqrt{2x_2}$ și $AC = 1$.

4097. Un trapez dreptunghic are baza mare $BC = 6$ cm, baza mică $AD = 3$ cm, unghiurile drepte în A, B iar $AB = 4$ cm.

a) Să se calculeze perimetrul trapezului.

b) Pe diagonala BD se ia punctul E astfel încît segmentul ED să fie $\frac{2}{5}$ din BD. Perpendiculara ridicată în E pe dreapta BD întîlnește dreapta AD în F. Să se arate că triunghiurile ABD și DEF sînt asemenea și să se calculeze lungimea segmentului EF.

c) Să se calculeze distanța punctului E la dreapta BC.

4098. Se dă un triunghi dreptunghic ABC cu unghiul $A = 90^\circ$ și $AC = 2\,AB = 2a$. Se notează cu M mijlocul lui AC. Se cere:

a) Să se împartă BC în cinci părți egale prin punctele D, E, F, G așa încît $BD = DE = EF = FG = GC$.

b) Să se arate că triunghiurile MFC și BAC sînt asemenea.

c) Să se arate că triunghiul BAE este isoscel.

d) Să se calculeze aria patrulaterului $AEFM$.

4099. O piramidă are vîrful în V și ca bază rombul $ABCD$. Știind că diagonalele bazei sînt de 8 cm și 6 cm și că se întîlnesc în punctul O, iar înălțimea piramidei este $VO = 4$ cm, să se calculeze:

a) Volumul piramidei; b) lungimile muchiilor; c) A și C fiind capetele diagonalei mari ale bazei, să se arate că dreptele AV și CV sînt perpendiculare între ele.

4100. Un corp cu greutatea de 2 kgf este aruncat vertical în sus cu viteza $V_0 = 50$ m/s dintr-un punct situat la înălțimea $h = 60$ m deasupra pămîntului. Se cere:

a) Pînă la ce înălțime față de suprafața pămîntului se ridică corpul;

b) Care este variația energiei potențiale a corpului între punctul de plecare și punctul de înălțime maximă;

c) Cu ce viteză atinge corpul suprafața pămîntului;

d) Presupunînd că la ciocnirea cu pămîntul întreaga energie cinetică este folosită pentru încălzirea corpului, să se calculeze temperatura lui finală. Se dă temperatura inițială $t_0 = 20^\circ C$ și căldura specifică a corpului $c = 0{,}4$ cal/g.grad.

4101. Șase becuri de 12 V și 5 W sînt legate în serie și trebuie să fie alimentate de la o rețea de curent continuu de 220 V. Se cere:

a) Care este curentul pentru care a fost construit becul;

b) Care este valoarea rezistenței adiționale ce trebuie montată în serie cu cele șase becuri pentru a fi alimentate la 220 V ;

c) Dacă cele șase becuri sînt legate în paralel, care este valoarea unei rezistențe adiționale legată în serie cu grupul de becuri pentru a putea fi alimentate la 220 V ;

d) Care este puterea electrică consumată în rezistența adițională în cazul punctului *c*) ?

PROBLEME PROPUSE *)

4102. Un satelit artificial străbate orbita sa în 120 min. Presupunînd această orbită circulară, să se calculeze viteza satelitului și distanța sa la pămînt. Accelerația la suprafața pămîntului se va lua 10 m/s^2, iar raza pămîntului 6400 km.

Alexandru Stoenescu

4103. Să se afle restul împărțirii polinomului :

$$465x^{17} + 930x^{13} - 11642x^{11} + 1960$$

prin $x(x^2 - 1)(x^2 - 2)(x^2 - 4)$, fără a se efectua împărțirea.

C. Ionescu-Țiu

4104. Un cerc invariabil este rezemat simultan de cele trei plane ale unui triedru tridreptunghic. Să se arate că distanța de la originea triedrului la centrul cercului rămîne constantă pentru poziții diferite ale cercului.

I. Hadîrcă, Breaza

4105. Să se afle valoarea fracției :

$$\frac{(a+b)^2x^2 + (a+b)(a-b-c)x + (a-b)(-a+b+c)}{(a+b)^2x^2 + (a+b)(a-b+c)x - (a-b)(a-b+c)}$$

pentru $x = -(a-b) : (a+b)$.

I. I. Stamate

4106. Pe latura BC a triunghiului ABC se ia punctul M astfel ca $\frac{MB}{MC} = \lambda$. Se cere :

a) Să se exprime în funcție de λ și aria S a triunghiului ABC, aria paralelogramului $MNAP$ care are ca laturi AB, AC și paralelele duse din M la ele. Să se determine maximul acestei arii cînd λ variază.

---

* VIII (4102, 4105, 4120) ; IX (4108, 4109, 4110, 4112, 4113, 4114, 4117, 4119) ; X (4103, 4107, 4111, 4115, 4118, 4122) ; XI (4106, 4116, 4121, 4123, 4124).

2) Să se calculeze NP în funcție de λ și de laturile a, b, c ale triunghiului dat și să se determine maximul acestui segment.

3) Să se arate că dacă $\lambda = \frac{c^2}{b^2}$ atunci patrulaterul $BCNP$ este inscriptibil, iar cercurile MNC, MPB sînt tangente dreptei NP.

C. Coșniță

4107. Să se arate că imaginile rădăcinilor ecuațiilor:

$$2z^2 - (6 + \sqrt{2} + i\sqrt{2})\, z + 4 + \sqrt{2} + i\sqrt{2} = 0$$

$$2z^2 - (6 + \sqrt{2} + i\sqrt{2})\, z + 4 + 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2} = 0$$

sînt vîrfurile unui romb.

I. I. Stamate

4108. Să se construiască un triunghi cînd se dă axa ortică, ortocentrul și picioarele medianei și înălțimii corespunzătoare unei aceleași laturi.

Rădulescu Mircea, elev Constanța

4109. Să se rezolve ecuația: $(5x)^{10x} = (10x)^{5x}$.

Eug. Șt. Iacob

4110. În cercul (O) se înscrie triunghiul ABC. Printr-un punct P din planul triunghiului se duc trei ceviene AP, BP, CP care intersectează cercul în α, β, γ respectiv și o transversală (Δ) care taie laturile BC, CA, AB respectiv în punctele α', β', γ'. Să se arate că dreptele $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$ sînt concurente.

C. Șt. Ciochină, Ploești

4111. Să se reprezinte grafic funcțiile:

$$y_1 = \sqrt{1 + \sin 3x} + \sqrt{1 - \sin 3x}$$

$$y_2 = \sqrt{1 + \sin 3x} - \sqrt{1 - \sin 3x}$$

$$y_3 = y_1 + y_2; \quad y_4 = \frac{y_1}{y_2}; \quad y_5 = \frac{1}{y_1}; \quad y_6 = \frac{2}{y_2}.$$

C. Ionescu-Țiu

4112. Într-un triunghi oarecare ABC notăm cu AA_1, BB_1, CC_1 înălțimile; cu R_1, R_2, R_3 razele cercurilor circumscrise triunghiurilor AB_1C_1, BA_1C_1, CA_1B_1 și cu r_0 raza cercului înscris în triunghiul ortic; R fiind raza cercului circumscris triunghiului ABC, să se demonstreze relația:

$$R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 = R(R - r_0).$$

Tomescu Ion, elev Ploești

4113. Dîndu-se segmentul a, să se construiască expresia:

$$x = \frac{a\sqrt{2\sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt{2}+1}}.$$

Gh. Popescu, Lugoj

4114. Să se construiască un triunghi cunoscînd:
a) valoarea unui unghi și lungimile unei mediane și ale unei înălțimi.
b) lungimea unei laturi, a unei mediane și a unei înălțimi.

Gh. Buicliu

4115. Într-un patrulater inscriptibil $ABCD$, unghiurile B și D sînt drepte. Se notează $AB = a$, $AD = b$, $AC = c$ și $\sphericalangle A = \alpha$. Să se demonstreze că există relația:

$$c^2 \sin^2 \alpha + 4ab \cos^2 \frac{\alpha}{2} = (a+b)^2$$

Nicolescu A. Basarab, elev Ploești

4116. Să se arate că ecuația

$$x^2 + 2mxy + m^2y^2 + (2n+1)x + (2n+1)my + (n+1)n = 0$$

reprezintă două drepte paralele. Să se găsească distanța dintre ele.

Chirilă Radu

4117. Să se arate că ecuația

$$2x^2 - (3a+b)x - (a^2 - 5ab + 2b^2) = 0$$

are rădăcinile reale și exterioare intervalului (a, b), oricare ar fi a, b reali.

Chirilă Augustin

4118. Turla metalică a unei sonde are forma unui trunchi de piramidă patrată cu laturile bazelor de 8 m și 1,7 m și înălțimea de 43,3 m. În turlă sînt două poduri la distanțele de 2,5 m și 24 m de la sol. Să se afle ariile lor.

D. Rimer

4119. Să se construiască un triunghi ABC cunoscînd diametrul cercului circumscris, distanța de la ortocentru la una din laturi și diferența unghiurilor alăturate acestei laturi. Înălțimile mai taie cercul respectiv în A_1, B_1, C_1. Fie D proiecția lui A_1 pe paralela dusă prin B_1 la AC, G proiecta lui A_1 pe paralela dusă prin C_1 la AB, F proiecția lui A_1 pe înălțimea din B, iar E proiecția lui A_1 pe înălțimea din C. Să se arate că punctele D, E, F, G sînt colineare.

Dan Stoichescu, elev București

4120. Să se arate că numărul

$$N = 3^{4^n} + 4^{5^n} + 5^{6^n} - 6^{7^n} + 7^{8^n}$$

este un multiplu de 15 pentru orice n întreg și pozitiv.

A. Susea, student București

4121. Printr-un punct $M(\alpha, \beta)$ din planul elipsei (E), $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ se duc tangentele la elipsă. Fie A, B punctele de contact ale acestor tangente.

a) Să se obțină ecuația cercului (Γ) care trece prin A, B și centrul O al elipsei. Acest cerc taie elipsa în alte două puncte C și D. Să se scrie ecuația dreptei CD.

b) Să se determine ecuația locului geometric al piciorului perpendicularei din centrul elipsei pe dreapta CD, cînd M descrie o curbă $f(x, y) = 0$.

c) Unde trebuie să fie situat M dacă vrem ca cercul Γ să treacă prin M? Dar dacă vrem ca dreptele AB și CD să fie perpendiculare?

— Indicație: La pct. a) se recomandă să se folosească ecuația fasciculului de conice care trec prin intersecția elipsei (E) cu dreptele AB și CD.

(Concursul pentru studenți, noiembrie 1959)

4122. Să se rezolve ecuația:

$$3 \arcsin\left(\frac{3}{2} \operatorname{tg} x\right) - 2 \arcsin\left(\frac{\sqrt{6}}{6} \operatorname{cotg} x\right) = \frac{\pi}{2}.$$

Gh. Țopan, profesor Dej

4123. Să se afle locul geometric al imaginii unui punct luminos care se mișcă pe o dreaptă perpendiculară pe axa optică a unei oglinzi parabolice. Discuție.

Gh. Popescu, profesor Lugoj

4124. Printr-un punct 0 din planul triunghiului ABC se duc cevienele AA_1, BB_1, CC_1. Fie A_2 un punct fix pe BC, iar M intersecția dreptei B_1C_1 cu ceviana AA_1. Fie punctele $\alpha \equiv (BM, B_1A_2)$ și $\beta \equiv (CM, C_1A_2)$. Să se arate că dreapta $\alpha\beta$ trece printr-un punct fix, oricare ar fi poziția lui O în planul triunghiului.

Strătescu Ion

4125. Se dă un triunghi echilateral și un punct în interiorul său. Fie M, P, Q proiecțiile acestui punct pe înălțimi. Să se demonstreze că suma AM + PB + CQ nu depinde de alegerea poziției punctului.

(Clasa VIII, Olimpiada 1959, Moscova)

4126. Să se rezolve în numere întregi și pozitive sistemul

$$a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$$
$$a^2 = 2b + 2c$$

(Clasa VIII, Olimpiada 1959, Moscova)

4127. Să se construiască un cerc care să treacă prin două puncte date și care intersectează un cerc după o coardă de lungime dată.

(Clasa IX, Olimpiada 1959, Moscova)

4128. Dacă 7 puncte au proprietatea că din oricare 5 din ele se pot alege 4 care să fie pe un cerc, să se demonstreze că 6 din cele 7 puncte date se află pe același cerc.

(Clasa IX, Olimpiada 1959, Moscova)

4129. O încărcătură în greutate de 13,5 tone este împachetată într-un număr oarecare de lăzi. Greutatea fiecărei lăzi nu depășește 350 kg. Să se demonstreze că această încărcătură poate fi transportată în 11 camioane de 1,5 tone.

(Clasa IX, Olimpiada 1950, Moscova)

4130. Să se demonstreze că $\frac{(m+n-1)!}{m!\ n!}$ este un număr întreg numai atunci cînd m și n sînt prime între ele.

(Clasa X, Olimpiada 1959, Moscova)

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU ȘCOALE DE 7 ANI *)

E : 1483. O pompă electrică pompează într-un rezervor $12\frac{1}{2}$ litri apă pe minut, și după ce se umple jumătate din rezervor ea începe să pompeze cu $6\frac{1}{4}$ litri apă pe minut.

Să se calculeze capacitatea rezervorului dacă a fost umplut în 9 ore. Rezervorul este golit apoi, de 2 robinete, iar cantitățile de apă ce se scurg prin robinete se raportează între ele ca $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$. Să se găsească cantitatea de apă ce s-a scurs din fiecare robinet.

(O.M.M.F., clasa VI, Bacău 1959)

E : 1484. O lampă electrică cu o putere de 40 W, funcționează sub o tensiune de 220 V.

a) Ce intensitate are curentul ce trece prin lampă?

b) Ce energie electrică (în kWh) consumă lampa în decursul unei luni (30 zile), dacă arde zilnic cîte 5 ore?

c) Cît se va plăti pentru energia consumată de lampă în timpul unei luni, dacă 1 kWh costă 0,60 lei ?

(O.M.M.F., clasa VII, Bacău 1959)

---

*) V (E : 1487, 1488, 1489) ; VI (E : 1483, 1490, 1491, 1492) ; VII (E : 1484, 1485, 1486, 1493, 1494, 1495).

E : 1485. Se dă triunghiului oarecare ABC în care $AB = 13$ cm, $BC = 21$ cm și înălțimea din A este 12 cm. Din A se duce perpendiculara pe AB pînă la întîlnirea cu latura BC sau prelungirea ei în punctul E.

a) Să se calculeze perimetrul triunghiului ACE.

b) O piesă în secțiune are forma de cerc cu lungimea egală cu perimetrul triunghiului ACE. Această piesă prin strunjire capătă forma de patrat înscris în cerc. Să se calculeze cît la sută din aria cercului se pierde prin strunjire?

(O.M.M.F., clasa VII, Bacău 1959)

E : 1486. Se dă expresia :

$$E = \left(\frac{\frac{x^2-1}{x+1}}{x+1} + \frac{x+1}{\frac{x^2-1}{x+1}} \right) \cdot \left(\frac{2x^3+2x}{4x^2} + 1 \right) \cdot \frac{2x}{2x^2+2}$$

a) Să se aducă la forma cea mai simplă această expresie.

b) Pentru ce valoare a lui x expresia nu are sens?

c) Pentru ce valoare a lui x expresia este 0?

(O.M.M.F., clasa VII, Bacău 1959)

E : 1487. Să se efectueze :

$$\frac{\left[\left(12\frac{1}{12} + \frac{1}{10} + \frac{4}{15} \right) : \frac{1}{15} - 6 : \frac{1}{28} \right] \cdot \frac{4}{11}}{\left(5 \cdot 2\frac{2}{5} - 8\frac{3}{22} \right) : 42\frac{1}{2}}$$

(O.M.M.F., Clasa V, Iași 1959)

E : 1488. O fabrică vinde 45 360 bucăți săpun de două calități ; de 6 lei bucata și de 4 lei bucata. Ea încasează în total 211 680 lei. Cîte bucăți au fost din fiecare calitate?

Săpunurile au forma paralelipipedică cu dimensiunile 8 cm, 5 cm, 5 cm. Ele sînt împachetate în lăzi cubice, care au muchia de 60 cm. Cîte lăzi vor trebui pentru fiecare calitate de săpun?

(O.M.M.F., clasa V, Iași 1959, P. Tănăsucă)

E : 1489. Să se găsească două numere știind că raportul între $c \cdot m \cdot m \cdot m \cdot c$ și $c \cdot m \cdot m \cdot d \cdot c$ este 14, produsul lor este 13440 și cîtul lor este 3,5.

* * *

E : 1490. Știind că într-o fabrică s-a depășit norma cu 25%, să se afle cu ce procent se pot ieftini produsele acestei fabrici?

(O.M.M.F., clasa VI, Iași 1959)

E : 1491. Într-un triunghi ABC se duce mediana AD. Se prelungește mediana cu segmentul $DE = AD$.

a) Să se demonstreze că triunghiurile ABD și CDE sînt egale. Ducem segmentul BE.

b) Ce se poate spune despre patrulaterul $ABEC$? Justificați.

c) Cum este patrulaterul $ABEC$ dacă $AD = DB$? Dece?

d) Triunghiurile ABD, BDE, EDC, ADC pot fi toate echilaterale? Dece?

(O.M.M.F., clasa VI, Iași 1959, D. Rimer)

E : 1492. Trei muncitori trebuie să ridice un vagonet greu de 300 kg pe un plan înclinat a cărui lungime este de 5 ori mai mare decît înălțimea.

a) Să se afle forța pe care trebuie să o dezvolte fiecare muncitor în parte.

b) De cîte ori este mai mică această forță decît greutatea vagonetului.

c) Ce forță ar trebui să depună un singur muncitor dacă ar trebui să ridice singur vagonetul pe planul înclinat.

(O.M.M.F., clasa VI, Iași 1959, V. Dimitriu)

E : 1493. Să se efectueze :

$$A = \frac{2}{(m+3)^3}\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{m^2 + 6m + 9}\left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{9}\right) : \frac{m-3}{27\,m^3}$$

$$B = (-2p^3 - 5t^2)\,(-2p^3 + 5r^2).$$

(O.M.M.F., clasa VII, Iași 1959)

E : 1494. Rezistența unui fier electric de călcat se face din nichelină și trebuie să aibă 25 ohmi. Ce lungime trebuie să aibă sîrma dacă diametrul ei este de 0,2 mm? Rezistivitatea nichelinei este de 0,42.

(O.M.M.F., clasa VII, Iași 1959)

E : 1495. Dacă avem relația : $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$ să se arate că există și relația :

$$a^3 + b^3 + c^3 + abc = 0.$$

* * *

E: 1496. Se dă un patrat cu latura 1. Să se găsească locul geometric al punctelor astfel încît suma distanțelor de la acest punct pînă la laturile patratuli sau la prelungirile lor să fie egal cu 4.

(Clasa VII, Olimpiada 1950, Moscova)

E : 1497. Să se demonstreze că numărul :

$$5^{2n+1} \cdot 2^{n+2} + 3^{n+2} \cdot 2^{2n+1}$$

unde n este un întreg pozitiv se divide exact cu 19.

(Clasa VII, Olimpiada 1959, Moscova)

E : 1498. Să se găsească raza cercului tangent la 3 cercuri tangente exterior două cîte două, avînd razele 1, 2 și 3.

(Clasa VII, Olimpiada 1959, Moscova)

DIN ACTIVITATEA CERCULUI DE MATEMATICI DE LA ȘCOALA MEDIE Nr. 3, TÎRGU JIU

În planul de muncă al școlii medii nr. 3 din Tîrgu Jiu e prevăzută între altele și activitatea cercului de matematici.

Încă de la începutul anului școlar un colectiv de elevi din clasele a X-a și a XI-a — toți utemiști — ne-am fixat un plan de lucru pentru primul trimestru, cu următoarele obiective :

a) Lărgirea orizontului de cunoștințe prin tratarea unor teme alese după cererea participanților și recomandarea tov. prof. Emil Isac ;

b) Întărirea muncii la Gazeta Matematică și Fizică, seria B prin rezolvarea și trimiterea soluțiilor la un număr cît mai mare de probleme propuse ;

c) Adîncirea programei analitice a clasei respective prin soluționarea celor mai dificile probleme și exerciții din manualele și culegerile clasei respective ;

d) Concretizarea activității cercului prin ținerea la curent a Gazetei de perete a cercului de matematică și fizică ;

e) Sprijinirea elevilor mai puțin avansați și totodată, stimularea activității celor ce colaborează la Gazeta de perete a cercului, cît și la Gazeta Matematică și Fizică, seria B.

Astfel, în ședința din 2 octombrie 1959 s-a hotărît ca ședințele să aibă loc de două ori pe lună separat cu clasele a X-a și a XI-a reală.

S-au fixat și unele teme ca :

— Aranjări, permutări, combinări cu repetiție și aplicații ;
— Elemente de teoria mulțimilor și numere transcendente ;
— Folosirea inducției complete în demonstrarea unor inegalități ;
— Teorema lui Cezaro și aplicații ;
— Proiecția unghiului drept pe un plan și aplicații ;
— Numărul „e" și oglindirea lui în natură ;
— Poliedre regulate și altele.

În mare parte, subiectele au fost alese astfel, încît materialul bibliografic să fie în primul rînd, Gazeta Matematică și Fizică, seria B, pornind de la faptul că elevii noștri rezolvitori de probleme trebuie deprinși să urmărească și să studieze și articolele informative care apar în Gazetă, deoarece mulți din ei se rezumă doar la rezolvarea de probleme fără a da atenția cuvenită articolelor care, prin conținutul lor, le lărgește orizontul științific și le dezvoltă interesul și gustul pentru studiul matematicii și fizicii.

Responsabilul cercului de matematici,

Sabin Vîlceanu, elev

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Dintre rezolvitori anunțați în această rubrică s-au evidențiat următorii:

1. **Danciu Iulian** (clasa X Brăila).
2. **Popa Nicolae** (clasa X-a Focșani).
3. **Ene P. Dumitru** (clasa X-a Ploești)
4. **Iliescu Gh. Ovidiu** (absolvent, București).
5. **Opriș Ioan** (clasa X-a Ploești).
6. **Perșoiu I. Titus** (clasa X-a (Giurgiu).
7. **Gheorghiță Vitalie** (absolvent Cîmpulung Mușcel).
8. **Perianu Dan** (clasa XI-a (Reșița).
9. **Farmache Gheorghe** (absolvent, Călărași).
10. **Papp Erhardt** (clasa X-a Arad).
11. **Negrea Mircea** (clasa X-a ș. m. 3 Ploești).
12. **Georgescu Horia** (clasa VIII-a ș.m. 11 București).
13. **Petrescu A. Alexandru** (anul II metrologie, București).
14. **Hoffmann Ernest** (clasa XI-a, Timișoara).
15. **Moraru Valentin** (absolvent, Bacău).

Între 1 iulie 1959 și 1 ianuarie 1960 s-au primit soluții la problemele de fizică propuse în G.M.F.-B, după cum urmează:

AFUMAȚI (București). Cl. X. Neiner C. Gheorghe (3764, 65, 67, 90, 91).

ARAD. Ș.m. „Ion Slavici". Cl. X. **Papp Erhardt** (3631, 32, 45—47, 65, 83, 734—36, 42, 43, 56, 57, 64—68, 88, 90, 91, 98), Popescu A. Dorel (3742, 43, 64—68, 88, 90, 91, 825, 28, 39, 40, 47, 48, 51, 52). Cl. XI. Czister Kalman (3645, 81, 85, 743, 48), Irhașiu V. Mircea (3734—36, 42, 43, 48, 56, 57, 64—68, 86, 88—91), Klein L. (3734, 35, 37, 64, 65).

An. II prof. Kaflikiewicz Etelka (3764—68, 88, 90, 91, 838, 48).

BACĂU. Ș.m. 1. Absolvent Grigoraș V. (3734, 36, 42, 43, 48—50, 56, 57, 64—68, 89—91). Cl. X. Moraru Petru (3764, 65, 67, 90, 91, 828, 39), Negoescu Nicolae (3707, 90, 91, 828), Sîrbu Angela (3734, 56, 57, 64—67, 90, 91, 839). Cl. XI. Lupu Dan (3764, 65, 67, 90, 839, 48).

BAIA MARE. Cl. X. Duca Carmencita (3734—36, 41, 43, 56, 57, 64—68, 90—92), Vlahovici Nicolae (3683, 85, 734—36, 41, 56, 57, 64—68, 89—92, 828, 38, 39, 40).

BISTRIȚA. Cl. X. Șaba Pavel (3632, 39, 47, 54, 65, 83, 86).

BLAJ. Cl. XI. Tarnu Constantin (3764—68, 90—92).

BOTOȘANI. Ș.m. 2. Cl. X. Constantin Radu (3764—68, 90).

BRĂILA. Ș.m. „Nicolae Bălcescu". Cl. VII. Bibiciu Ion (E: 1354, 59, 65, 402, 10, 13). Cl. IX. Chirilă Dumitru (3742, 48, 56, 57, 64, 65, 67, 68, 86, 90—92, 825, 28, 39, 40, 47, 48, 52), **Danciu Iulian** (3732, 45, 47, 65, 706, 728, 34—36, 41—43, 48, 51, 56, 57, 64—68, 89, 90—92, 828, 38, 39, 48, E: 1329, 33, 41, 44, 54, 59, 65), Moțit M. Horia (3741, 56, 57, 64, 65, 67, 68, 90, 91, 828, 38—40). Cl. X. Constanda D. Cristian (3734—36, 41—43, 48, 56, 57, 64—68, 88—92, 828, 29, 38—40, 48, 51), Crăcea I. Gheorghe (3734—36, 43, 48, 51, 56, 57, 64—68, 90, 91, 825, 38, 48). Mihai I. Aurică (3764—68).

BREAZA. Cl. IX. Lazăr V. Mihai (3734—36, 41, 57, 64—65, 67, 68, 90, 91, 828, 38—40, 51).

BUCUREȘTI. Absolvenți **Iliescu Gh. Ovidiu** (3683, 84, 734—36, 41—43, 48, 51, 56, 57, 64—68, 75, 86—92, 825, 28, 29), Miron Liviu (3632, 40, 47, 81, 83, 85, 764—67, 86, 90), Mititelu Ștefan (3734—36, 42, 43, 48—51, 56, 57, 64, 68, 86, 90—92). Popescu O. Mircea (3734—36, 43, 48—51, 56, 57, 64—67, 90), Săvulescu Crivăț (3797, 603, 16, 40—42).

Ș.m. 1 „N. Bălcescu". Cl. X. Petrescu Lucian (3621, 40, 84—86, 734—36). Cl. XI. Rășcanu Radu (3631, 32, 45, 46, 736, 43, 48, 51, 56, 57).

Ș.m. 3 „Ion Neculce". Cl. IX. Sucitu Gheorghe (3764—68, 88, 90, 91, 828, 38, 39), Cl. X. Iovănescu Radu (3734—36, 41, 56, 57, 64—68, 88—91, 859).

Ș.m. 7. Cl. IX. Tatu Gabriel (3706, 34—36, 57). Cl. X. Duțică Cristian (3683, 85, 86, 736, 41, 43, 64—68, 90, 91, 839), Bluoss I. Hans (3756, 57, 64—68, 90—92, 825, 28, 29, 38, 40, 51, 52). Cl. XI. Ștefănescu Doru Mihai (3734, 42, 48, 56, 57, 64—66, 68, 90, 91).

Ș.m. 11. Cl. VIII. **Georgescu Horia** (3645, 59, 65, 706, 64—68, 88, 90—92, 828, 39, E: 1329, 33, 37, 41, 50, 54), Gianni Emanuel (3545, 756, 57, E: 1341, 54, 59, 65). Cl. IX. Cătănescu Viorel (3632, 46, 47, 83, 86), Voiculescu Cristian (3764—68, 88, 90—92, 829, 39).

Ș.m. 16. Cl. X. Emanoil Alexandru (3764, 65, 67, 90, 91).

Ș.m. 17. Cl. IX. Moraru Florian (3665, 83—86, 706), Olteanu Stoica Victor (3683—86). Cl. X. Arsene Cătălin (3625, 28, 29, 31, 38, 40, 735, 36, 43, 51, 56, 57, 64—68, 86, 88—91, 98), Fuchs Heinrich (3683—86, 734—36, 41, 56), Laurescu C. (3639—41, 46, 47).

Ș.m. 20. „Gheorghe Șincai". Cl. X. Lixandru Gh. (3765—67, 90, 92), Popa Alexandru (3734—36, 41, 43, 56, 57, 64—68, 90). Cl. XI. Crăciun Mircea (3828, 38, 39, 90, 92).

Ş.m. 23. Cl. XI. Florian N. Emil (3632, 33, 39, 47, 734).

Ş.m. 25. Cl. XI. Catrina Dumitru (3639, 65, 83, 714, 28, 34—36, 45, 48, 56, 66—68, 90—92, 825, 39).

Ş.m. 28. Cl. IX. Manghel Marius (3632, 45—47, 748).

Ş.m. 32. Cl. IX. Dumbravă Mircea (3765, 67, 68, 90, 97, 838, 39).

Şc. tehn. metrologie. An. II. **Petrescu A. Alex.** (3734—36, 42, 43, 48—51, 56, 57, 64—68, 75, 86, 89—91).

Şc. electrotehn. „Iosif Rangheţ". An. I. Bariţiu Gh. (3734—36, 42, 43, 48—51, 56, 57, 64—68, 89, 90, 91).

BUHUŞI. Absolvent Ciobotaru Ovidiu (3632, 39—42, 45—47, 83, 85, 86).

BUZĂU. Ş.m. 1. Cl. VI. Stanciu Nicoleta (E: 1329, 33, 96, 402, 10). Cl. X. Mihalcea Adrian (3734, 36, 42, 48, 64, 90, 825, 40). Spinescu Teodor (3734—36, 41—43, 48, 51, 56, 64—67, 91, 825, 39).

CĂLĂRAŞI. Absolvent Farmache Gheorghe (3735, 36, 41—43, 48, 50, 56, 57, 64—68, 74, 89, 90—92, 825, 28, 29, 38, 39, 47, 48). Cl. X. Sicoe Corneliu (3621, 31, 32, 39, 46, 81, 83—86).

CARACAL. Cl. IX. Păunescu Doru (3734—36, 56, 57, 64, 68, 88, 90, 91).

CARANSEBEŞ. Cl. X. Stuiber Erich (3734, 36, 43, 57, 64—68, 88, 90—92, 828, 38, 39). Cl. XI. Cornea Filip (3634—36, 43, 46—48, 51, 56, 57). Mitran Ovidiu (3593, 97, 603, 06, 10, 21, 31, 32, 39—42, 45—47). Petria Ion (3764—67, 86, 88, 825, 28, 48).

CIMPIA TURZII. Cl. X. Crivie Mircea (3734—36, 41, 56, 64, 66—68, 90).

CIMPINA (Ploeşti). Cl. XI. Mila Ion (3743, 64, 66, 67, 90, 91), Niculescu Cornel (3735, 36, 42, 43, 48, 56, 57, 64—67).

CIMPULUNG MUSCEL. Absolvent **Gheorghiţă Vitalie** (3593, 97, 613, 32, 39—41, 47, 734—36, 42, 43, 48, 56, 57, 65—68, 86, 89, 90, 847, 65).

CLUJ. Student Niculescu Vasile (3734—36, 41—43, 48—51, 56, 57). Cl. X. Cimoca Gh. (3742, 43, 48, 56, 57), Stoica Aurel (3734, 36, 38, 39, 51, 56, 64—67, 90, 882). Cl. XI. Boer Ştefan (3734, 48, 56, 64, 65, 67, 90). Lungu Şerban (3681, 84—86, 734—36, 41—43, 48, 56—57). Pop Florin (3645, 47, 82, 85, 734, 35, 43, 48, 51, 56, 57, 64—66, 90).

CONSTANŢA. Cl. IX. Grădinaru Gh. (3764, 65, 67, 68, 88, 90). Cl. X. Sburlan Silviu (3632, 40, 41, 83, 84, 86, 741).

CRAIOVA. Student Simion Eugen (3764—68, 75, 86—92, 825—29, 38—40, 47, 48, 51, 52, 83). Cl. VIII. Corîci Antonie (3632, 790, E: 1329, 44, 54). Cl. X. Pavel N. Radu (3631, 32, 39—42, 45—47, 83, 85).

DEVA (Hunedoara). Cl. X. Crişan Mircea (3683—85, 743—36, 41, 56, 57).

FĂGĂRAŞ. Absolvent Săbăduş Mihai (3734, 36, 43, 56, 57, 64—68, 90, 828, 39, 48, P). Cl. XI. Dan Ioan (3748, 56, 57, 64—67, 91). Hinescu Arcadie (3734, 36, 48, 56, 57, 64—67, 90, 91).

FĂGET (Timişoara). Cl. XI. Capotescu Mircea (3632, 39, 46, 47, 828, 34, 43, 48, 51, 57, 64, 66, 67).

FĂUREI. Absolvent Tanislav M. Dan (3734—36, 43, 51, 56, 57, 90).

FOCŞANI Cl. VIII. Pantelimon Anton (3683, 84, E: 1341, 43, 54, 59, 65, P). Cl. IX. Segal Zeilic (3706, 35, 56, 64, 65, 67, 68, 90—92). Cl. X. Paraschiv Florin (3764—67, 90). **Popa Nicolae** (3634—36, 41—43, 48, 50, 51, 56, 57, 64—68, 75, 86, 88—92, 824, 25, 28, 38—40, 47, 48, 51, 52).

GALAŢI. Liceul militar. Cl. X. A. Babii Const. (3756, 57, 64, 65, 67, 90). Dragoş Aurel (3756, 57, 64, 65, 67). Felea Victor (3741, 43, 64, 66, 67, 89—92), Gagulenco Anton (3743, 64—67, 90, 91), Ionescu Bucur (3706, 56, 57, 64—67), Ivan A. Emil (3743, 56, 57, 64—67, 51), Moisescu Mihai (3706, 43—56, 57, 64—67, 91). Stan Vasile (3743, 64—68, 88, 91). Cl. XI. Agafiţei Lucian (3735, 43, 56, 57, 64—66, 88, 90), Andrei Dan (3743, 56, 57, 64—67, 88, 90), Burciu Gh. (3756, 57, 64—66, 88, 90), Cojocaru Mihai (3743, 56, 57, 64, 65, 88, 90), Coman Mircea (3743, 56, 57, 64, 65, 67, 88, 90), Costache Ovidiu (3695, 724, 39, 56, 61, 64, 67, 78, 85, 88), Dineţ Ion (3735, 43, 56, 57, 64—67, 88, 90). Gaiţă Teodor (3756, 57, 65, 67, 88, 90), Herţeg A. Gh. (3756, 57, 64—67, 90, 91). Paraschiv Apostol (3743, 56, 57, 65, 67, 88, 90), Petre Al. Cristache (3756, 57, 64—67, 88), Tănase D. Nicolae (3743, 64, 66, 67, 91).

Ş.m. 1 „Vasile Alecsandri". Cl. IX. Ender Lucian (3706, 34—36, 56, 57, 64, 65, 67, 68, 90).

GIURGIU. Absolvent Neguţ Ioan (3632, 47, 83, 86).

Ş.m. 1. Cl. X. Drăgan I. Petre (3593, 603, 10, 16, 31, 32, 39—42), **Perşoiu Titus** (3621, 31, 32, 39—42, 45—47, 81, 736, 41, 49, 64—68, 86, 87, 90—92, 828, 38, 39, 48). Cl. XI. Lăzărescu Gh. (3706, 34—36, 42, 48, 56, 57, 64—68, 86, 90—92).

HUNEDOARA. Cl. IX. Cuş Ioan (3764, 65, 68, 90, 91, 838, 39).

IAŞI. Absolvent Pop Ioan (3735, 43, 48, 49, 64—68, 90, 91). Cl. XI. Dranga Zenovia (3734, 43, 57, 64, 65, 90), Popovici Vasile (3743, 51, 56, 57, 64, 65, 67, 87, 90), Secuieru Ioan (3743, 57, 64, 65, 90), Simovici Dan (3736, 43, 56, 57, 64—67).

LUGOJ. Cl. X. Iorga Valeriu (3734, 36, 41, 43, 48, 51, 56, 57, 64—67, 86, 90, 91), Sfetcu Ioan (3734—36, 43, 56, 57, 64—68, 88, 90, 828, 38, 40).

MORENI (Ploeşti). Cl. XI. Paraschivoiu Gh. Ioan (3472—75, 95—97, 504, 05, 31, 32, 39, 45, 49, 632, 45, 47).

ORADEA. Cl. VIII. Ghiţea Rodica (3769, 90, E: 1359, 65, 96). Cl. X. Farcaş Irina (3764, 67, 68, 90).

ORAŞUL STALIN. Cl. X. Bogdan Nicolae (3736, 43, 56, 57, 64, 65, 67, 88, 90, 91), Garabedian Rodica (3736, 41, 43, 48, 56, 57, 64—68, 86, 90, 91, 847, 48), Şerban Doina (3736, 41, 43, 48, 56, 64—68, 86, 90, 91, 847, 48).

ORAVIŢA. Cl. XI. Jucu Mircea (3734, 36, 41, 42, 56, 64—68, 90—92).

OTELUL ROŞU. Cl. XI. Azzola Giovanni (3631, 32, 34—36, 39—43, 45—47, 81, 83—86).

PETROŞANI. Cl. X. Albu T. Toma (3632, 39, 41, 46, 47, 764—68, 90, 91), Coşulescu Mircea (3825, 28, 38, 39, 48), Cl. XI. Bergthaler Cristian (3621, 31, 32, 39—42, 45—47, 81, 83—86).

PITEŞTI. Cl. X. Anghelache C. Tudorică (3504, 31, 32, 39, 45, 46, 97, 631, 39), Cruceanu I. Paul (3419, 43, 45, 72—75, 80, 87, 96), Popescu I. Dan (3531—33, 39, 45, 46, 93, 97, 639, 81, 83, 742).

PLOEŞTI. Ş.m. 1, Cl. X. Apostol Nicolae (3706, 35, 36, 43, 56, 64—68, 90, 91, 828, 39), Drugea Gh. (3706, 35, 36, 43, 56, 64—68, 90, 91, 734, 41, 43, 57, 88, 89, 92, 828, 38, 39), Ene I. Traian (3706, 35, 36, 41—43, 56, 57, 64—68, 89—92, 828, 38, 39, 48), Gheorghiu A. Nicolae (3734—36, 41—43, 51, 56, 57, 88, 89, 91, 92, 828), Nicolaescu Mihaela (3747, 57, 64, 67), Petrescu Virgil (3631, 32, 45—47, 65, 81, 84—86). Cl. XI. **Ene P. Dumitru** (3482 *, 533, 53, 84, 93, 97, 616, 20, 32, 39—42, 45—47, 734—36, 42, 43, 48—50, 56, 57), **Opriş Ioan** (3683, 706, 16, 34—36, 41, 43, 51, 56, 57, 61, 65—68, 88, 89, 90—92, 807, 28, 38, 39, 47, 48), Timuş Dan (3632, 42, 47, 85, 86).

Ş.m. 3 „Mihai Viteazu". Cl. VIII. Stoinescu Cristina (E: 1333, 41, 54). Cl. X. **Negrea Mircea** (3734—36, 42, 43, 48, 57, 64—68, 86, 88—92, 825, 28, 38, 39, 48, 51, 52, 83, 84), Negrea Ştefan (3735, 36, 46, 48, 57, 64—68, 90—92, 825, 28, 35). Cl. XI. Caliniac Cristina (3621, 39, 41, 81, 83—86, 734—36, 48, 50, 51, 56, 57).

PUCIOASA. Cl. IX. Banu N. Gheorghe (3706, 41, 56, 57, 64, 65, 68, 88, 90, 91), Marin I. Victor (3734, 35, 56, 57, 64, 65, 67, 68, 90, 92), Radu A. Gh. (3734—36, 41, 57, 64, 65, 67, 68, 88—92, 838, 39). Cl. X. Gîlmeanu Vasilaş (3517, 616, 21, 31, 32, 39, 45, 47, 81, 83, 85, 86), Năstăsescu Constantin (3734—36, 41, 43, 48, 56, 57, 64—68, 89—92).

REŞIŢA. Cl. IX. Vida Ion (3545, 52, 93, 603, 32, 47, 83—86). Cl. X. Perianu Dan (3547, 50, 734—36, 41—43, 48, 56, 57, 61, 65—68, 86—88, 90—92, 825, 26, 28, 38—40, 47, 48, 51, 52). Toht Emil (3631, 34—36, 41—43, 45, 46, 48, 51, 56, 57, 83, 84).

RIMNICU SARAT. Cl. X. Raicu V. (3474, 95, 504, 46, 49), Cl. XI. Topală V. Anton (3593, 97, 632, 39, 45—47, 81, 83, 75).

RIMNICU VILCEA. Ş.m. 1. Cl. X. Burghelea Dan (3593, 97, 603, 06, 10, 16). Parlapan Florin (3593, 97, 603, 06, 16, 20, 31, 32, 39, 41, 42, 45—47, 81, 83—86). Poşircă M. Ion (3735, 41—43, 48, 64—68, 90—92). Cl. XI. Voinescu-M. Emilian (3584, 93, 631, 40—42, 65, 81, 83, 85).

ROMAN. Cl. X. Latarciuc Mioara (3764—67, 90, 91, 828).

SASCUT. Cl. XI. Gurămultă V. Ioan (3683, 85, 86, 734—36, 41—43, 48, 56, 57).

SATU MARE. Cl. XI. Sava Nicu (3631, 32, 39—41, 46, 48, 81, 83—86). Wiessler Hervarth (3593, 97, 606, 16, 20, 48, 621, 31, 32, 39—42, 45—47).

SIGHIŞOARA. Absolvent Cheţan Horia (3683, 85, 734—36, 48). Cl. XI. Mola Victoria (3706, 34—36, 43, 64—66, 68, 86, 88, 90, 91, 825, 40).

STREHAIA. Absolvent Cenuşă Gheorghe (3632, 39—41, 46, 47, 65, 81, 83, 85, 86). Cl. IX. Chiriţoiu Gheorghe (3764, 65, 67, 68, 90, 91).

SUCEAVA. Absolvent Bortă Gh. Dan (3741, 42, 64—68, 90, 91).

TECUCI. Vidraşcu Traian (3482 *, 532, 97, 639—42, 46).

TIMIŞOARA. Absolvenţi: Anuţii I. Aurel (3734—36, 48, 51, 56, 64—67), Gligor Mircea (3631, 32, 40—42, 46, 47, 81, 83, 85, 86), Rîţă Teofil (3482 *, 593, 603, 31, 32, 39—42, 45—47, P).

Cl. IX. Băleanu Corneliu (3706, 08, 34—36, 56, 57, 64, 65, 88, 90, 91). Cl. X. Comşulea Corneliu (3734—36, 64, 66—67), Dengl Günther (3734—36, 41, 43, 56, 57, 64—68, 88, 90, 91), Grassl Erich (3681, 83, 85, 734, 36, 41—43, 48, 56, 57), Gross Robert (3734, 35, 43, 48, 56, 64—68, 88, 90, 91, 825, 28, 38, 39, 47, 48, 51). Cl. XI. **Hoffmann Ernest** (3681, 83, 85, 734—36, 41—43, 48, 56, 57, 64—68, 75, 89, 90—92, 825, 28, 29, 38, 39, 48, 51, 84). Skack Carol (3735, 36, 41—43, 48, 56, 57, 64—68).

TIRGU JIU. Absolvent Pitea Teodor (3631, 32, 39—42, 45—47, 81, 83—86). Cl. X. Mangu Ioan (3743, 57, 64—68, 89—91, 828, 38, 48). Morie S. Ion (3743, 48, 57, 65, 67, 68, 89, 90, 828, 38, 48). Nşvolan P. Dan (3743, 56, 57, 65, 67, 89, 90, 838, 45).

TIRGU NEAMŢ. Cl. IX. Dabu Răzvan (3631, 32, 45—47, 83, 85, 86). Grimberg Raymond (3713, 53, 54, 59, 80, 98, 99, 801, 03, 05, 08, 32, 41).

TIRGOVIŞTE. Ş.m. 3. Cl. X. Ionel Aurel (3734—36, 42, 43, 48, 56, 57, 64—67). Ni-

MAGYAR ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR 1883

colescu G. Lucian (3597, 632, 34, 36, 39, 45, 47, 742, 43, 48, 56, 57).
TURDA. Cl. X. Pop Valer (3741, 56, 57, 64—68, 90—92).
TURNU SEVERIN. Absolvent Luca B. Pătru (3631, 32, 39—42, 45, 47).
Cl. IX. Mocioiu I. Doru (3764, 65, 67, 90, 91, 839). Niţulescu Lucian (3574, 92, 621, 23, 36, 43, 64, 68).
ZELETIN (Bacău). Absolvent Moraru Valentin 3734, 36, 41—43, 48, 50, 51, 56, 57, 64—67, 90, 91, 828, 38, 39, 47, 48, 51, 52).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Colaboratorii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Se primesc soluţii numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea şi şcoala pe care o urmează rezolvitorul, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei celor evidenţiaţi. Plicul va conţine cel puţin 10 probleme de matematică şi de fizică aşezate în ordinea numerică. Soluţii la problemelee propuse pentru şcoala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din problemel propuse, poate şi este îndemnat să încerce să schiţeze cîte o *notă* rezultată dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară şi concisă*. Figurile să fie făcute separat. In redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie : $=$, $\perp$, $\parallel$, Tr, $\sim$, Δ, $*$, etc, iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări uşor desfăşurarea unei demonstraţii.

— La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă, au dat mai multe metode de rezolvare sau generalizare.

Tovarăşii colaboratori elevi sînt rugaţi să ne trimită date asupra activităţii lor extraşcolare la matematică şi la fizică, asupra activităţii cercurilor de matematică şi de fizică la care iau parte şi asupra modului de desfăşurare a *„olimpiadelor de matematică şi fizică"*, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experienţă.

DATELE OLIMPIADELOR DE MATEMATICA ŞI FIZICA 1960

ETAPA FINALĂ pe ţară, la 24—27 aprilie (probe scrise şi orale).

ERATA — La problema 4062, latitudinea φ_3 şi φ_4, trebuie să aibă semnul + (plus).
— La problema E : 1469 se va adăoga : $AA' = BB' = CC'$.

Abonamentele se fac prin oficiile poştale locale sau prin factorii poştali.

Tipografia Învăţămîntului, Bucureşti — c. 5143 Lei 1,50

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI mai 1960

5

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 5 — mai 1960

SUMARUL

pag.

1. *Asupra transformării prin polare reciproce de Theodor G. Cocea* 257
2. *Dispozitive construite de către elevi la cercul tehnic* de prof. S. Mora 273
3. *Asupra problemei 3607 de Ioan Munteanu* . . . 278
4. *Probleme rezolvate (3600; 3602; 3605; 3607; 3608; 3615; 3617; 3636; 3676; 3688; 3825; 3826; 3827; 3828; 3829; E: 1333; 1335; 1344; 1353; 1354; 1371)* . . 280
5. *Olimpiada de matematică — etapa locală (4131—4135)* 296
6. *Probleme propuse (4156—4191)* 300
7. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1409 — E: 1511)* 307
8. *Rubrica rezolvitorilor de probleme* 309

ANUL XI **5** MAI

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu Şt.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI, nr. 5 mai 1960

ASUPRA TRANSFORMĂRII PRIN POLARE RECIPROCE

THEODOR GH. COCEA

1. Fie O centrul unui cerc de rază $\sqrt{\lambda}$ şi M un punct oarecare din planul său. Se ia dreapta OM şi un punct M' pe ea, aşa încît produsul $OM \cdot OM' = \lambda$. Prin punctul M' se duce o perpendiculară D pe dreapta OM'. Dreapta D astfel construită este *polara punctului* M în raport cu cercul $(O, \sqrt{\lambda})$. Invers, dacă D este o dreaptă oarecare în planul cercului O de rază $\sqrt{\lambda}$ şi OM' este perpendiculara dusă din O pe D, punctul M de pe dreapta OM', care satisface relaţia $OM \cdot OM' = \lambda$ se numeşte *polul dreptei* D în raport cu cercul $(O, \sqrt{\lambda})$ (fig. 1).

Punctele M şi M' divid armonic diametrul AB al cercului O, care trece prin M şi M'. Dacă M este interior cercului O, punctul M' este exterior şi invers. Dacă M este situat pe cercul O punctul M' se confundă cu M şi deci, *polara oricărui punct al cercului* O *este tangenta dusă la acest cerc în punctul respectiv.*

2. Se consideră un cerc O numit cerc director şi o figură F, compusă din puncte şi drepte. Pentru fiecare punct al figurii F se construiesc polarele în raport cu cercul O şi pentru fiecare dreaptă a figurii F se

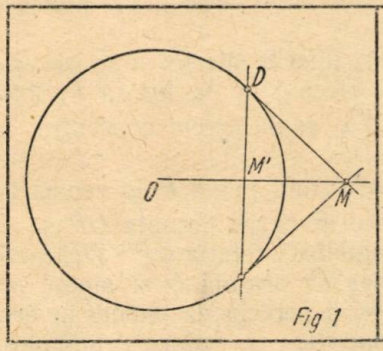


Fig 1

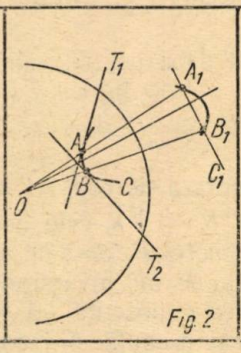


Fig 2

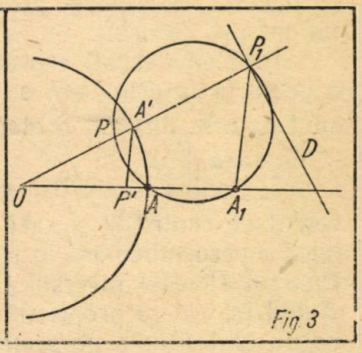


Fig 3

construiesc polurile în raport cu acelaşi cerc. Se obţine o nouă figură F_1, compusă din drepte şi puncte, care se numeşte *figura polară reciprocă* a figurii F în raport cu cercul O. În acelaşi mod în care s-a dedus figura F_1 din figura F, se poate deduce şi figura F din figura F_1. Pentru acest motiv cele două figuri F şi F_1 se numesc figuri polare reciproce în

raport cu cercul O. Tuturor punctelor colineare, ale figurii F le corespund drepte concurente în figura polară reciprocă F_1 și de asemenea tuturor dreptelor concurente le corespund puncte colineare.

3. Dacă se consideră o curbă C și un cerc director O, polurile unei tangente variabile a curbei C se deplasează pe o curbă C_1, care se numește *curba polară reciprocă a curbei* C în raport cu cercul O. I se dă această denumire, deoarece reciproc, curba C este locul polurilor tuturor tangentelor curbei C_1. În adevăr, fie T_1 și T_2 două tangente vecine în două puncte A și B ale curbei C. Polurile lor vor fi două puncte A_1 și B_1 pe curba C_1. Dreapta A_1B_1 este polara punctului de intersecție al tangentelor T_1 și T_2. Dacă B se apropie de A pînă ce se confundă cu el, T_2 se suprapune peste T_1 și punctul lor de intersecție va avea ca limită punctul A. De asemenea, B_1 se va confunda cu A_1 și dreapta A_1B_1 va deveni tangenta T_1 în A_1 la curba C_1. În consecință, la limită punctul A este polul tangentei dusă în A_1 la curba C_1, adică cuba C este locul polurilor tangentelor duse la curba C_1 (fig. 2).

4. Dacă în locul relației $OM \cdot OM' = \lambda$, cu ajutorul căreia am definit transformările cunoscute de mai sus, vom considera relația mai generală: $OM \cdot OM' = n\lambda$, vom putea obține o serie nelimitată de transformări în funcție de valoarea dată lui n. Pentru $n = 1$ avem transformarea prin polare reciproce definită la punctele 1—3 și pe care o vom numi transformarea prin polare reciproce de ordinul 1.

F fiind o figură geometrică vom nota cu F_1, F_2, F_3, ..., F_n figurile obținute prin transformări cu ajutorul relației $OM \cdot OM' = n\lambda$ în care n ia respectiv valorile 1, 2, 3, ..., n. Aceste figuri sînt omotetice cu F_1, centrul de omotetie fiind O, iar raportul de omotetie valoarea dată lui n.

De fapt, F_n este transformata prin polare reciproce de ordinul 1 al figurii F în raport cu un cerc director care are centrul tot în O, însă raza egală cu $\sqrt{n\lambda}$.

Figurile F_1, F_2, ..., F_n fiind fiecare din ele transformate prin polare reciproce ale unei aceleiași figuri F în raport cu diferite cercuri concentrice se bucură de aceleași proprietăți și privite sub acest aspect, nu prezintă un interes deosebit.

Problema ia alt aspect dacă pentru valori diferite ale lui n se găsește o construcție prin care se obține figura F_n plecînd de la figura F, folosind ca cerc director același cerc O de rază $\sqrt{\lambda}$ și nu cercul concentric cu el de rază $\sqrt{n\lambda}$.

5. Pentru a construi polara de ordinul n a unui punct P în raport cu cercul de centru O și rază $R_1 = \sqrt{\lambda}$, este necesar ca pe dreapta OP să se ducă o perpendiculară în punctul P_1 care să satisfacă relația $OP \cdot OP_1 = n\lambda$. Punctul P_1 este inversul lui P în inversiunea de origină O și modul $n\lambda$. Avînd în vedere proprietatea cunoscută, că două perechi de puncte inverse ce nu sînt situate pe aceiași dreaptă sînt conciclice se deduce următoarea construcție pentru punctul P_1.

Pe o rază oarecare OA se ia punctul A_1 așa încît $OA_1 = nOA = n\sqrt{\ }$ Avem $OA \cdot OA_1 = n\lambda$ Punctele A, A_1 P și P_1 vor fi conciclice, deci P_1 se va găsi la intersecția cercului AA_1P cu dreapta OP.

O construcție a punctului P_1 cu rigla se poate face astfel: Fie O cercul de rază $\sqrt{\lambda}$. (fig. 3). Pe raza OA se ia punctul A_1 așa încît $OA_1 = n\sqrt{\lambda}$.

Avem $OA \cdot OA_1 = n\lambda$. P fiind punctul a cărui polară de ordinul n se cere a se construi, pe raza OA se ia punctul P' așa încît $OP' = OP$. A' fiind extremitatea razei ce trece prin P se unește A' cu P' și prin A_1 se duce o paralelă la $P'A'$, care intersectează pe OA' în P_1. Perpendiculara D dusă în P_1 pe OP este polara de ordinul n a lui P. deoarece

$$\frac{OP' \text{ sau } OP}{OA_1} = \frac{OA' \text{ sau } OA}{OP_1}$$

sau:

$$OA \cdot OA_1 = OP \cdot OP_1 = n\lambda.$$

6. Pentru a construi polul de ordinul n al unei drepte D în raport cu un cerc director O de rază $R = \sqrt{\lambda}$ se procedează astfel:

Fie P proiecția lui O pe dreapta D și A' extremitatea razei OP. Pe o

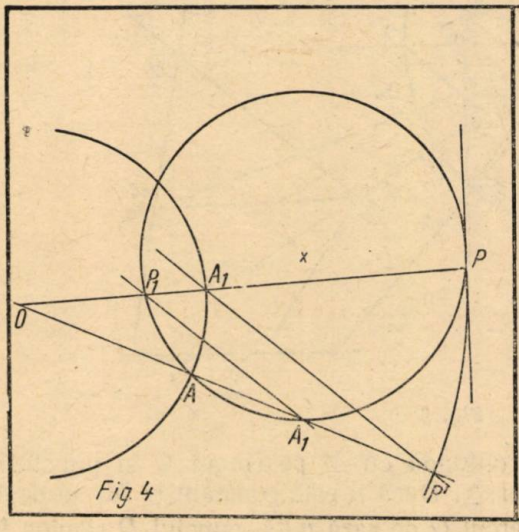


Fig 4

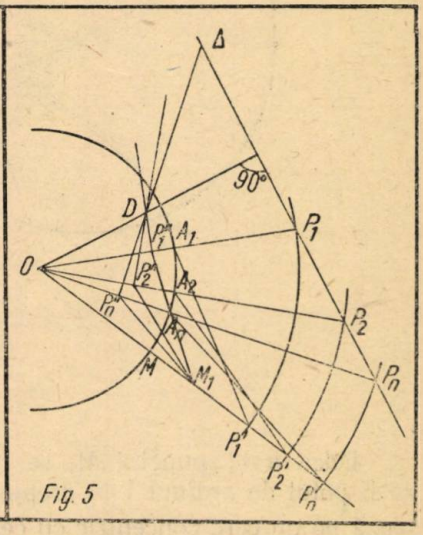


Fig 5

altă rază OA se ia punctul P' așa încît $OP' = OP$. Se unește P' cu A' și prin punctul A_1 de pe raza OA construit așa fel încît $OA_1 = n\sqrt{\lambda}$, se duce o paralelă la $P'A'$ care intersectează pe OP în punctul P_1.

Punctul P_1 este polul de ordinul n al dreptei D, deoarece $OP_1 \cdot OP = n\lambda$. P_1 este și punctul de intersecție al cercului AA_1P cu dreapta OP (fig. 4).

7. Ținînd seamă de construcția de la punctul 5 și de faptul că polarele punctelor colineare sînt drepte concurente se poate stabili proprietatea:

Să considerăm un cerc de centru O și rază $\sqrt{\lambda}$ și $P_1, P_2, \ldots, P_n$ o serie de puncte aparținînd unei drepte Δ. Pe o rază OM a cercului O se ia punctul M_1 așa încît $OM_1 = n\sqrt{\lambda}$.

Pe raza OM se consideră punctele $P'_1, P'_2, \ldots, P'_n$ construite așa încît $OP_1 = OP'_1$, $OP_2 = OP'_2$, ..., $OP_n = OP'_n$. $A_1, A_2; \ldots A_n$ fiind extremitățile razelor $OP_1, OP_2, \ldots, OP_n$ se unesc aceste puncte respectiv cu fiecare din punctele $P'_1, P'_2, \ldots, P'_n$. Paralele duse prin M_1 respectiv la P'_1A_1, P'_2A_2, ..., P'_nA_n intersectează razele $OP_1, OP_2, \ldots, OP_n$ respectiv în punctele

P_1'', P_2'', ..., P_n''. *Perpendicularele ridicate în aceste puncte respectiv pe razele* OP_1, OP_2, ..., OP_n *sînt concurente într-un punct* D. Dreapta OD este perpendiculară pe dreapta Δ. Punctul D este polul de ordinul n al dreptei Δ și invers, dreapta Δ este polara de ordinul n al punctului D (fig. 5).

Se observă că dacă n variază și deci M_1 se deplasează pe raza OM, punctul D se va deplasa pe perpendiculara dusă din O pe dreapta Δ.

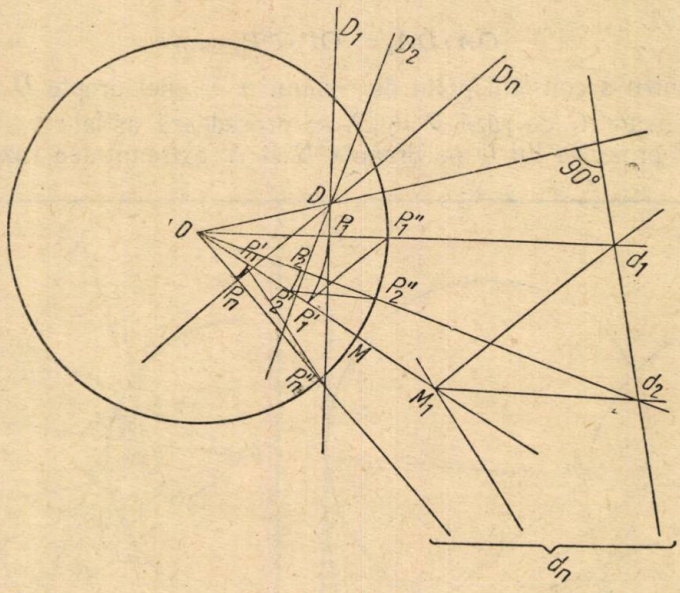


Fig. 6

Dacă $n=1$ punctul M_1 se confundă cu M pe cercul O și punctul D va fi polul de ordinul 1 al dreptei Δ. Dacă n este constant și M_1 se deplasează pe un cerc concentric cu cercul O de rază $n\sqrt{\lambda}$ punctul D rămîne fix. Ținînd seama de aceasta se pot stabili și alte proprietăți geometrice.

8. Avînd în vedere construcția de la punctul 6 și faptul că polurile a n drepte concurente sînt colineare se poate enunța:

Fie D_1, D_2, ..., D_n o serie de drepte concurente în punctul D, iar O un cerc director de centru O și rază $\sqrt{\lambda}$ în care se consideră o rază OM pe care se ia punctul M_1 așa încît $OM_1=n\sqrt{\lambda}$.

P_1, P_2, ..., P_n fiind proiecțiile lui O pe dreptele D_1, D_2, ..., D_n pe raza OM se iau punctele P_1', P_2',...,P_n' așa încît $OP_1=OP_1'$, $OP_2=OP_2'$,..., $OP_n=OP_n'$. Se unesc punctele P_1', P_2', ..., P_n' respectiv cu punctele P_1'', P_2'', ..., P_n'' extremitățile razelor OP_1, OP_2, ..., OP_n. *Paralele duse prin* M_1 *respectiv la dreptele* $P_1'P_1''$ $P_2'P_2''$, ..., $P_n'P_n''$ *intersectează respectiv razele* OP_1, OP_1, ..., OP_n *în punctele* d_1, d_2, ..., d_n *care sînt colineare pe o dreaptă* Δ *perpendiculară pe* OD.

Dreapta Δ este polara de ordinul n a punctului D și invers, D este polul de ordinul n al dreptei Δ (fig. 6).

Dacă n variază, M_1 se deplasează pe raza OM și dreapta d_1, d_2, ..., d_n se mișcă paralel cu ea însăși. Dacă $n=1$, M_1 este pe cercul O de raza $\sqrt{\lambda}$ și punctele d_1, d_2, ..., d_n vor fi polurile de ordinul 1 al dreptelor D_1, D_2, ..., D_n iar dreapta d_1, d_2, ..., d_n polara de ordinul 1 al punctului D. În cazul construcției de mai sus (fig. 6) d_1 ar fi punctul de intersecție al tangentelor duse la cercul O în punctele de intersecție cu D_1. Dacă n este constant și M_1 se deplasează pe cercul concentric cu cercul O și de rază $n\sqrt{\lambda}$ dreapta d_1, d_2, ..., d_n rămîne fixă.

9. Polul de ordinul 1 al unei drepte Δ ce intersectează cercul director O în două puncte A și B este punctul de intersecție al tangentelor

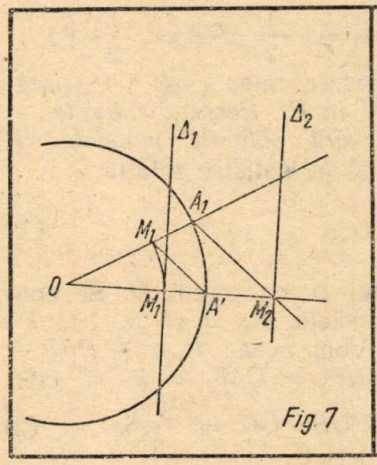


Fig. 7

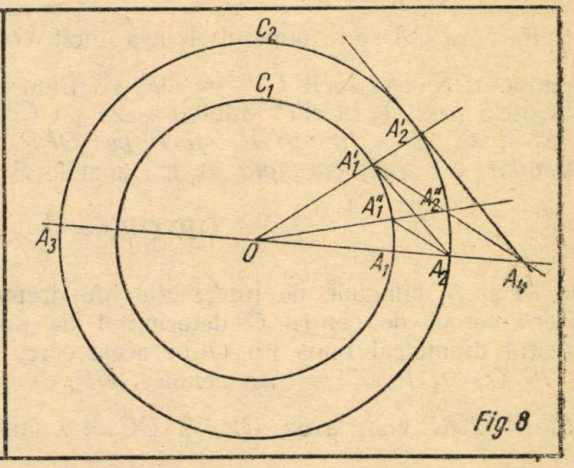


Fig. 8

duse în A și B la cercul director și polara unui punct M exterior cercului director este coarda de contact a tangentelor duse din M la cercul director. Polara unui punct M interior cercului director se poate construi unind polurile a două drepte Δ_1 și Δ_2 ce trec prin M, iar polul unei drepte Δ exterioară cercului director se obține construind polarele a două puncte d_1 și d_2 de pe dreapta Δ.

Aplicînd metoda generală, construcția este simplă și se aplică la fel oricare ar fi poziția punctului M (interior sau exterior cercului director) sau a dreptei Δ. În adevăr, fie M_1 punctul a cărui polară vrem să construim față de cercul director O. Se consideră raza OA' ce trece prin M_1. Se ia pe o rază oarecare OA_1 punctul M' așa încît $OM_1 = OM'$. Paralela dusă prin A_1 la $M'A'$ intersectează pe OM_1 în punctul M_2. Dreptele Δ_1 și Δ_2 ridicate perpendicular pe OM_1M_2 în punctele M_1 și M_2 sînt respectiv polarele punctelor M_2 și M_1.

Dacă se dă dreapta Δ_1 și se cere polul ei M_2 se pornește de la punctul M_1, proiecția lui O pe Δ_1 și se obține prin aceiași construcție M_2 (fig. 7).

Comparînd această construcție, cu cele cunoscute și amintite mai sus, se pot obține alte proprietăți geometrice.

Așa se observa că dacă raza OA_1 variază, paralelele duse prin A_1 la dreptele $M'A'$ vor trece toate prin punctul M_2.

Deasemenea, se poate enunța și proprietatea:

Dacă se consideră două cercuri C_1 și C_2 concentrice în O în care avem o rază fixă OA_1A_2 și o rază variabilă $OA_1' A_2'$ (A_1 și A_1' pe cercul C_1 iar A_2 și A_2' pe cercul C_2, deasemenea $OA_1 < OA_2$); *paralelele duse prin* A_2' la $A_1' A_2$ *trec printr-un punct fix* A_4, *care este conjugatul armonic al lui* A_1 *în raport cu* A_2 *și punctul* A_3 *diametral opus lui* A_2 *în cercul* C_2 (fig. 8).

10. Pentru cazul $n = \frac{1}{2}$ construcția conform celor arătate la punctele 5 și 6, va fi:

Pe raza OA se ia punctul A_1 așa încît $OA_1 = \frac{1}{2} OA = \frac{1}{2}\sqrt{\lambda}$ și punctul P' așa încît $OP' = OP$, A' fiind extremitatea razei OP, paralela dusă prin A_1 la $A'P'$ intersectează pe OA' în P_1. *Perpendicularele* Δ *și* Δ_1 *duse respectiv în* P_1 *și* P *pe* OPP_1 *sînt polarele punctelor* P *(dreapta* Δ*) și* P_1 *(dreapta* Δ_1*).* Punctele P și P_1 satisfac relația

$$OP \cdot OP_1 = \frac{1}{2}\lambda \qquad (1)$$

Fie M și N punctele de intersecție ale dreptei Δ cu cercul O. Se consideră cercul de centru C determinat de punctele M, O și N. Fie P'' punctul diametral opus lui O în acest cerc. Vom avea: $P_1M \cdot P_1N = P_1 O \cdot P_1 P''$. De asemenea, $OP_1 \cdot OP'' = OM^2 = \lambda$ și cum $OP'' = 2OC$ vom avea $OP \cdot 2\ OC = \lambda$ sau $OP \cdot OC = \frac{1}{2}\lambda$ (2)

Comparînd (1) cu (2) se ajunge la concluzia că C se confundă cu P și deci, centrul cercului MON este polul de ordinul $\frac{1}{2}$ al dreptei Δ sau MN (fig. 9).

Se găsește astfel, și în cazul transformării prin polare de ordinul $\frac{1}{2}$ ca și în cazul transformării prin polare de ordinul 1 o cale specială de construire a polurilor și polarelor alături de metoda generală ce se aplică construirii polurilor și polarelor în general, indiferent de ordinul lor. Ținînd seama că polul de ordinul $\frac{1}{2}$ al unei drepte Δ în raport cu un cerc director O, cînd această dreaptă intersectează cercul în punctele M și N este centrul cercului MON, se deduce ușor și construcția polarei unui punct P față de cercul O, indiferent de poziția sa față de cerc (interior, exterior sau pe cerc), precum și construcția polului de ordinul $\frac{1}{2}$ al unei drepte ce nu este secanta cercului O.

11. Avînd în vedere proprietățile figurilor polare reciproce:

„Polurile unui fascicol de drepte concurente în punctul P, sînt coliniare pe dreapta Δ polara punctului P și polarele unor puncte coli-

neare pe o dreaptă Δ sînt concurente în polul P al dreptei Δ se deduc proprietățile:

a) *Axele radicale ale unui cerc O cu o serie de cercuri C_1, C_2, ..., C_n ce trec prin O și au centrele lor colineare pe o dreaptă Δ sînt concurente într-un punct P (polul de ordinul $\frac{1}{2}$ al dreptei Δ în raport cu cercul O)* (fig. 10).

b) *Centrele C_1, C_2, ..., C_n ale cercurilor ce trec prin centrul unui*

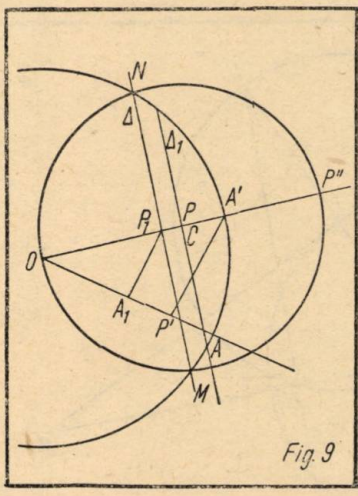


Fig. 9

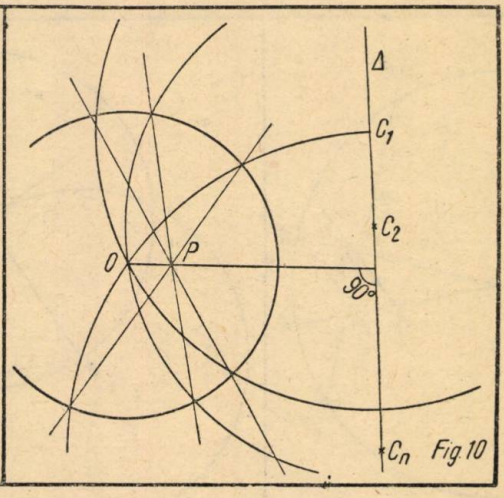


Fig. 10

cerc O, avînd cu acesta ca axe radicale, drepte ce aparțin unui fascicol de drepte concurente într-un punct P, sînt colineare pe o dreaptă Δ. (Polara de ordinul $\frac{1}{2}$ a punctului P în raport cu cercul O) (fig 10).

Deasemenea trebuie menționat că în cazul polarelor de ordinul $\frac{1}{2}$, polarele punctelor cercului director înfășură cercul concentric cu el și de rază $\frac{1}{2}\sqrt{\lambda}$ (raza cercului director fiind $\sqrt{\lambda}$).

12. Comparînd cele două metode de construire a polului de ordinul $\frac{1}{2}$ al unei drepte Δ ce intersectează cercul director O în punctele M și N se poate deduce proprietatea:

Dacă M și N sînt punctele de intersecție ale cercului director de centru O cu o dreaptă Δ și P proiecția lui O pe MN și A' extremitatea razei OPA'; iar pe o rază variabilă OA se consideră punctul A_1 așa încît $OA_1 = \frac{1}{2} OA$ și punctul P' așa încît $OP' = OP$; paralela dusă prin A_1 la $P'A'$ trece printr-un punct fix, centrul cercului MON (fig. 11).

Pentru cazul n = 2 construcția conform celor arătate la punctele 5 și 6 va fi identică cu aceea arătată și la punctul 10 pentru cazul $n = \frac{1}{2}$ cu diferența că punctul A_1 va fi luat pe raza OA, așa încît $OA_1 = 2\,OA = 2\sqrt{\lambda}$. (fig. 9).

13. Și în cazul $n = 2$ se poate găsi o construcție specială. Fie M un punct exterior cercului director O de rază $\sqrt{\lambda}$. Din M ducem tangenta MT la acest cerc. Cercul de centru T și rază $TO = \sqrt{\lambda}$ inter-

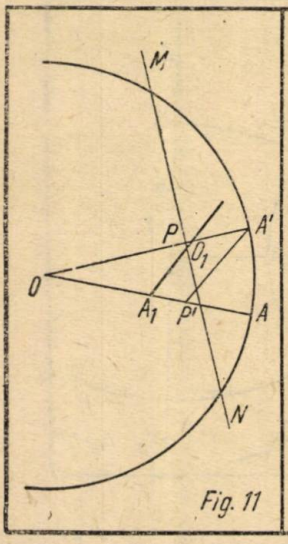


Fig. 11

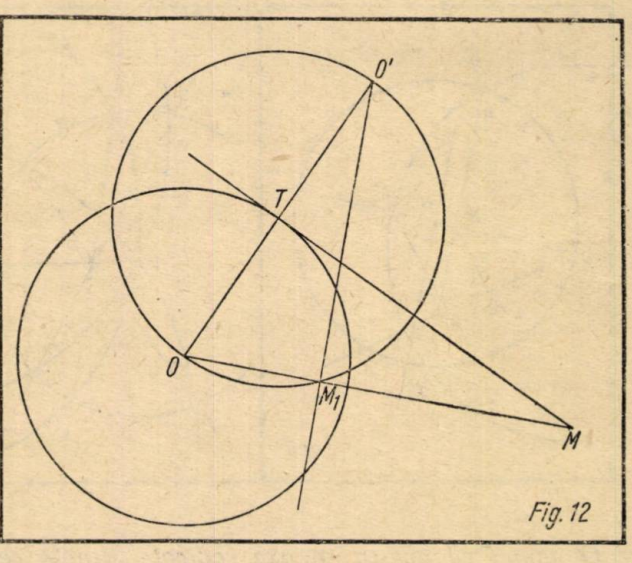


Fig. 12

sectează pe MO în M_1. Perpendiculara dusă prin M_1 pe MO este polara de ordinul 2 a lui M în raport cu cercul O (fig. 12).

În adevăr, dacă O' este punctul diametral opus lui O în cercul T, patrulaterul $MTO'M_1$ este inscriptibil deoarece perpendiculara dusă prin M_1 trece prin O'. Avem deci:

$$OM_1 \cdot OM = OT \cdot OO' = 2\lambda$$

Dacă M este interior cercului O pe mijlocul segmentului OM se ridică o perpendiculară care intersectează cercul în punctul T. Tangenta dusă în T la cercul O intersectează pe OM în punctul M_1. Perpendiculara în M_1 pe OM_1 este polara de ordinul 2 a punctului M. În adevăr, dacă O' este simetricul lui O față de T dreapta $O'M$ este perpendiculară pe OM iar patrulaterul $TO'M_1M$ este inscriptibil și deci, $OM \cdot OM_1 = OT \cdot OO' = 2\lambda$ (fig. 13).

14. Avînd în vedere construcțiile speciale arătate mai sus pentru cazul $n = 2$ și proprietățile polarelor punctelor colineare și ale polurilor dreptelor concurente se pot enunța următoarele proprietăți:

a) *Dacă din o serie de puncte colineare A_1, A_2, ..., A_n (exterioare cercul O) se duc tangentele A_1T_1, A_2T_2 . . . A_nT_n la cercul O, cercu-*

rile ce trec prin O și au centrele respectiv în T_1, T_2 ..., T_n intersectează dreptele OA_1, OA_2, ..., OA_n respectiv în punctele O'_1, O'_2, ..., O'_n. Perpendicularele ridicate în aceste puncte respectiv pe OA_1, OA_2, ..., OA_n sînt concurente într-un punct M (fig. 14). *Dreapta OM este perpendiculară pe dreapta A_1, A_2, ..., A_n.*

b) *Dacă în interiorul cercului O se consideră o serie de puncte coli-*

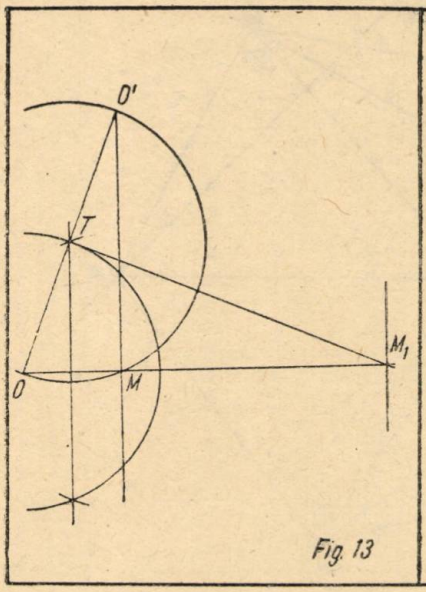


Fig. 13

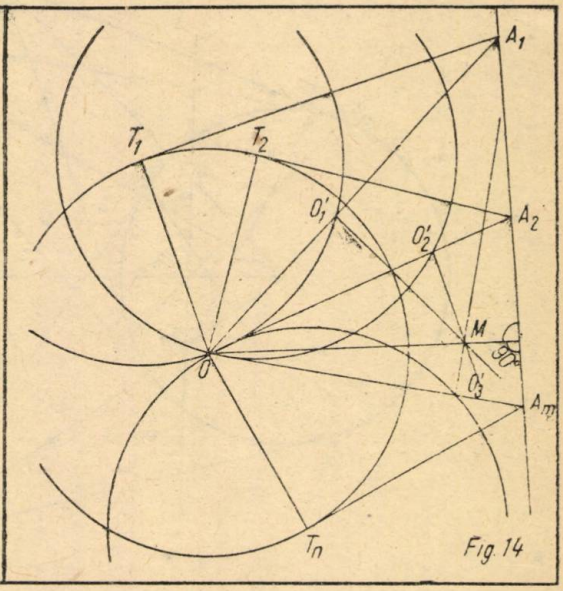


Fig. 14

neare A_1, A_2, ..., A_n și pe mijlocul dreptelor OA_1, OA_2, ..., OA_n se duc corzile perpendiculare $T_1T'_1$, $T_2T'_2$, ..., $T_nT'_n$, tangentele duse la cercul O în punctele T_1, T_2, ..., T_n intersectează tangentele duse în T'_1, T'_2, ..., T'_n în punctele O_1, O_2, ..., O_n. Perpendicularele ridicate în aceste puncte, respectiv pe OO_1, OO_2, ..., OO_n sînt concurente într-un punct M. Dreapta OM este perpendiculară pe dreapta A_1 A_2 ..., A_n (fig. 15).

c) Considerînd o dreaptă Δ secantă cercului O și cîte o serie de puncte A_1, A_2 ..., A_n situate pe Δ exterioare cercului O, iar altă serie a_1, a_2, ..., a_n situate pe Δ interioare cercului O și aplicînd primelor construcția de la punctul *a*, iar celorlalte construcția de la punctul *b*, este de la sine înțeles că se va obține același punct M (polul de ordinul 2 al dreptei Δ în raport cu cercul O) și dreapta OM va fi perpendiculară pe Δ.

15. Din cele arătate mai sus se vede că și pentru cazul $n = 2$ avem două metode de construire a polului sau a polarei de ordinul 2. Comparînd între ele aceste metode se pot deduce unele proprietăți. Așa se poate enunța pentru cazul unui punct P situat în interiorul cercului O;

„Fie P un punct în interiorul cercului O. Perpendiculara ridicată pe mijlocul lui OP intersectează cercul în T_1 și T_2 și tangentele duse la cercul O în T_1 și T_2 determină punctul P_1. Se consideră o rază varia-

bilă OA și pe ea punctele A_1 așa încît $OA_1 = 2\,OA$ și P' așa încît $OP' = OP$; A' fiind extremitatea razei OP, paralele duse prin A_1 la $A'P'$ cînd OA variază, trec prin punctul P_1 (fig. 16).

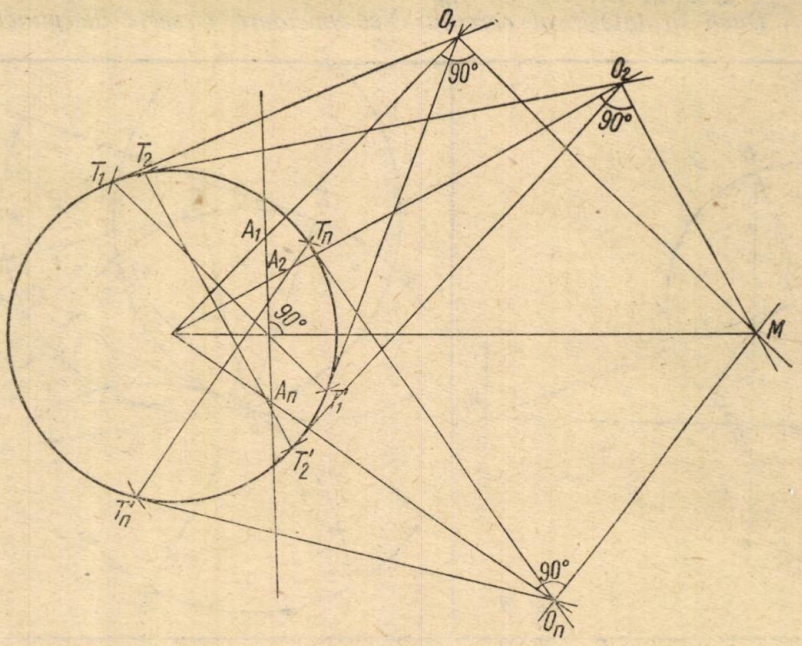


Fig. 15

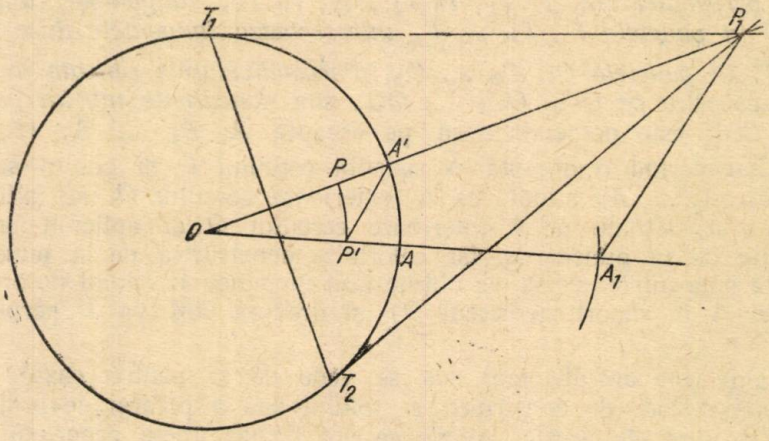


Fig. 16

Dacă punctul P este exterior cercului O se poate enunța următoarea proprietate:

Fie P un punct exterior cercului O și PT tangenta dusă din P la cercul O. Cercul de centru T și rază TO intersectează pe PO în P_1.

Se consideră o rază variabilă OA pe care se iau punctele P' așa încît $OP' = OP$ și A_1 așa ca $OA_1 = 2\,OA$; A' fiind extremitatea razei OP paralelele duse prin A_1 la $A'P'$ cînd OA variază trec prin P_1 (fig. 17).

16. Transformata F' de ordinul 2 al unei figuri F în raport cu cercul de rază $\sqrt{\lambda}$ este și transformata de ordinul 1 al aceleiași figuri F în raport cu cercul de rază $\sqrt{2\lambda}$, adică a cercului care are ca rază diagonala patratului circumscris cercului de rază $\sqrt{\lambda}$

Rezultă deci, că dacă se utilizează cercurile înscris și circumscris

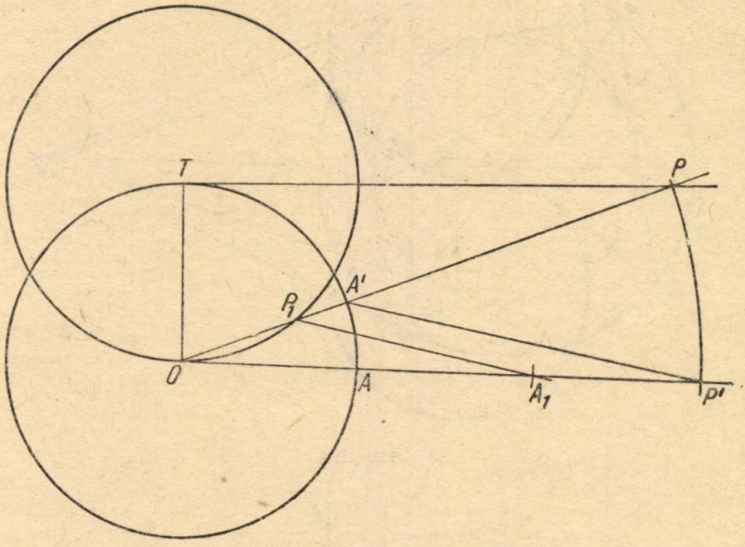


Fig. 17

unui același pătrat ca cercuri directoare pentru transformarea unei figuri F, respectiv, prin polare de ordinul 2 față de cercul înscris și prin polare de ordinul 1 față de cercul circumscris se obține ca transformată o aceiași figură F' pentru ambele cazuri.

Se pot stabili următoarele proprietăți ale figurii formate de un patrat și cercurile înscris și circumscris lui:

a) Punctul M este exterior cercurilor de centrul O unul circumscris și altul înscris patratului $ABCD$. Din M se duc tangentele MT_1 și MT_1' la cercul înscris patratului $ABCD$ și tangentele MT_2 și MT_2' la cercul circumscris. Cercurile de centre T_1 și T_1' și de rază OT_1 și OT_1' se intersectează în punctul de intersecție al coardei $T_2\,T_2'$ cu OM. Acest punct pe care-l notăm cu M_2 este polul dreptei Δ dusă prin M perpendicular pe OM. El este polul de ordinul 1 al acestei drepte în raport cu cercul circumscris și polul de ordinul 2 în raport cu cercul înscris. Deasemenea, coardele punctelor de contact $T_1\,T_1'$ și $T_2\,T_2'$ intersectează pe OM în punctele M_1 și M_2 care satisfac relația $OM_2 = 2\,OM_1$ (fig. 18).

b) M se găsește în interiorul cercului O înscris în patratul $ABCD$. O secantă oarecare Δ dusă prin M intersectează cercul circumscris patratului în punctele T_2 și T_2'. Paralela la $T_2\,T_2'$ dusă prin mijlocul

distanței dintre O și M intersectează cercul înscris patratului în punctele T_1 și T_1'. Tangentele în T_1 și T_1' la cercul înscris patratului și tangentele în T_2 și T_2' la cercul circumscris sînt concurente într-un punct M'. Punctul M' este polul de ordinul 1 al secantei Δ față de cercul

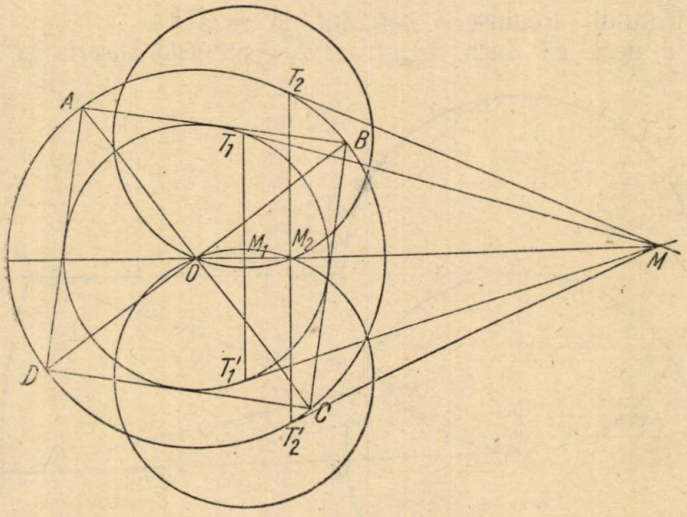


Fig. 18

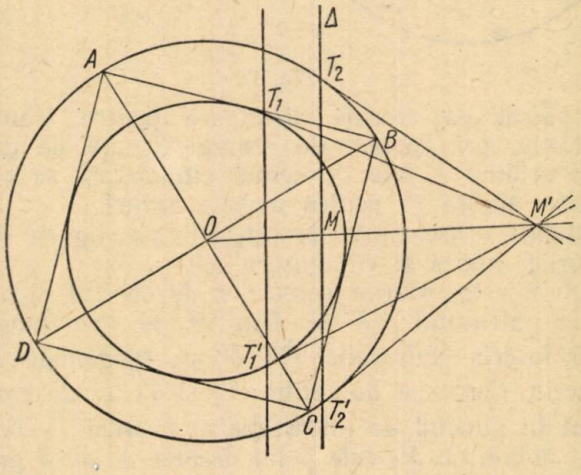


Fig. 19

circumscris și polul de ordinul 2 al aceleiași secante Δ în raport cu cercul înscris. El se găsește pe perpendiculara dusă din O pe Δ. (fig. 19).

c) Punctul M se găsește în coroana formată de cercul înscris și circumscris patratului $ABCD$. Perpendiculara Δ dusă prin M pe OM

intersectează cercul circumscris în punctele T_2 și T_2' iar tangentele duse în aceste puncte se intersectează în punctul M_2; T_1 și T_1' fiind punctele de contact ale tangentelor duse din M la cercul înscris, cercurile de centre T_1 și T_1' și raze OT_1 și OT_1' trec prin M_2, care este polul de ordinul 1 al dreptei Δ în raport cu cercul circumscris și polul de ordinul 2 al aceleiași drepte în raport cu cercul înscris. Dacă M_1 este punctul unde $T_1\,T_1'$ intersectează pe OM avem relația $2\,OM_1 = OM_2$ (fig. 20).

Aceste proprietăți au fost demonstrate direct cu ocazia rezolvării problemei 2541 din G.M.F. seria B, nr. 4 vol. IX, pag. 211.

17. Transformata F' prin polare de ordinul 3 ale unei figuri F în

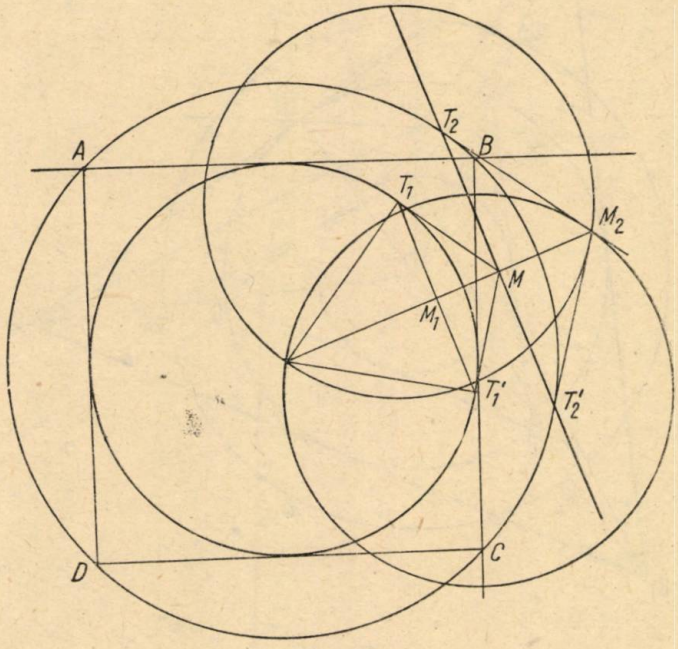


Fig. 20

raport cu un cerc O de rază $\sqrt{\lambda}$ este și transformata de ordinul 1 în raport cu un cerc concentric cu primul și de rază $\sqrt{3\lambda}$ adică, un cerc care are ca rază latura triunghiului echilateral înscris în cercul inițial.

18. Un caz mai interesant prezintă transformarea prin polare de ordinul 4. Transformata de ordinul 4 a unei figuri F în raport cu un cerc director O de rază $R_1 = \sqrt{\lambda}$ coincide cu transformata de ordinul 1 a aceleiași figuri în raport cu cercul director de centru O și rază $R_2 = \sqrt{4\lambda} = 2\,R_1$. Dacă cercul (OR_1) este înscris unui triunghi echilateral ABC, cercul $(O\,R_2)$ este circumscris lui. Rezultă că dacă se utilizează cercurile înscris și circumscris unui același triunghi echilateral ca cercuri directoare pentru transformarea unei figuri F respectiv prin polare de ordinul 4 față de cercul înscris și prin polare de ordinul 1

față de cercul circumscris se obține ca transformată o aceiași figură F' pentru ambele cazuri.

Ținînd seama de aceasta se pot găsi și pentru figura formată de cercurile înscris și circumscris unui triunghi echilateral proprietăți interesante analoage cu cele găsite pentru figura formată de cercurile înscris și circumscris unui patrat.

Voi arăta o proprietate a figurii formată de două triunghiuri echilaterale cu laturile paralele dintre care unul este înscris iar celălalt cir-

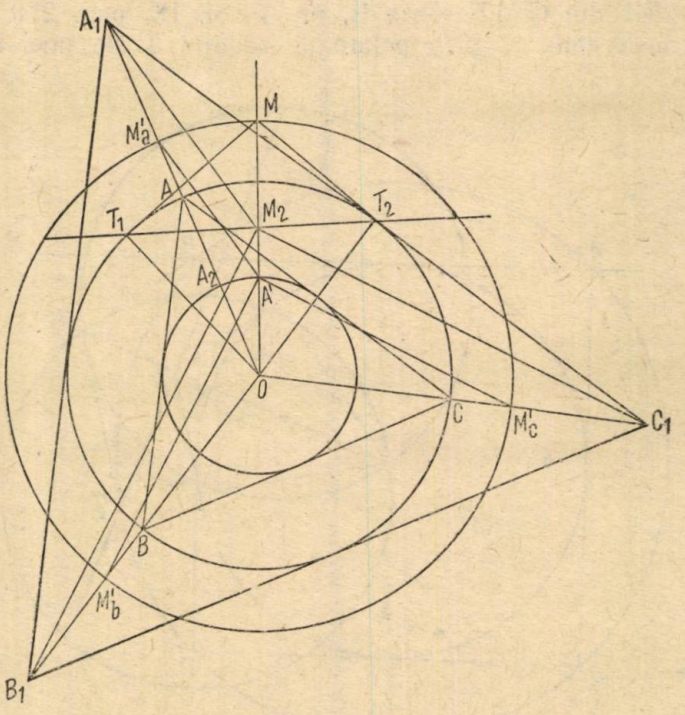


Fig. 21

cumscris unui acelaș cerc O. Fie ABC triunghiul înscris și $A_1B_1C_1$ triunghiul circumscris cercului de centru O. Se consideră și cercul înscris triunghiului ABC și o rază oarecare a acestui cerc OA' pe care se ia punctul M. Cercul de centru O și rază OM intersectează dreptele OAA_1, OBB_1 și OCC_1 în punctele M'_a, M'_b și M'_c. *Paralelele duse prin* A_1, B_1, C_1 *respectiv la* $M'_a A'$, $M'_b A'$ *și* $M'_c A'$ *sînt concurente într-un punct* M_2 *situat pe* $OA'M$.

Fie A_2 intersecția lui OA A_1 cu cercul înscris în triunghiul ABC. Avem $OA_1 = 2\,OA = 4\,OA_2$. Se vede deci, că M_2 este punctul de pe OA' prin care trece polara de ordinul 4 a lui M față de cercul înscris în triunghiul ABC. Toate paralelele duse prin A_1 la $M'_a A'$ trec prin M_2, dacă raza OA_2 AA_1 se rotește în jurul lui O. Deci și paralelele duse prin B_1 la $M'_b A'$ și prin C_1 la $M'_c A'$. M_2 este și punctul prin care trece

polara de ordinul 1 a punctului M față de cercul ABC și care este coarda ce unește punctele T_1 și T_2 de contact ale tangentelor MT_2 și MT_2 duse din M la cercul ABC (fig. 21).

19. În încheere, spre a arăta mai sugestiv posibilitățile ce oferă utilizarea transformărilor prin polare reciproce de diferite ordine pentru stabilirea de noi proprietăți geometrice, voi da o aplicație utilizînd aceste

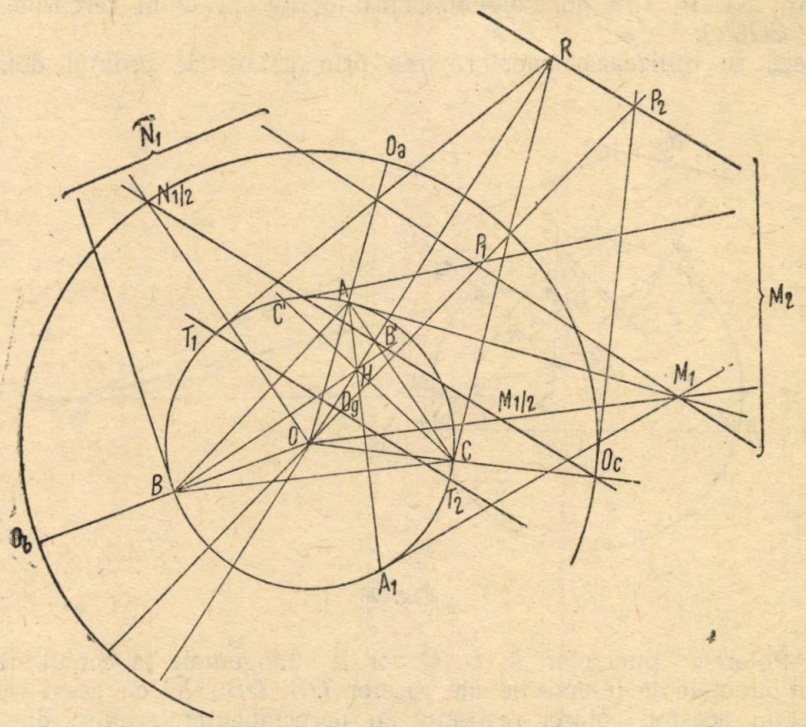


Fig. 22

transformări asupra cunoscutei proprietăți: înălțimile unui triunghi sînt concurente.

Prin transformarea prin polare reciproce de ordinul 1 se obține: *„A', B' și C' fiind punctele unde înălțimile AH, BH și CH intersectează a doua oară cercul O circumscris triunghiului ABC, tangentele în A și A', în B și B', în C și C' la cercul O se intersectează în trei puncte* M_1, N_1 *și* P_1 *colineare"*.

Dreapta M_1 N_1 P_1 este polara ortocentrului H. Prin M_1, N_1 și P_1 trec și perpendicularele coborîte din O respectiv pe AH, BH, CH. Deci, proprietatea se poate enunța și sub forma:

„Perpendicularele coborîte din O centrul cercului circumscris triunghiului ABC respectiv pe înălțimile AH, BH, CH ale acestui triunghi, intersectează respectiv tangentele în A, B și C la cercul O în punctele M_1, N_1, P_1 *colineare.*

Dacă se face transformarea prin polare de ordinul $\frac{1}{2}$ se obține proprietatea:

„ABC fiind un triunghi înscris în cercul O, iar A', B', C' punctele unde înălțimile sale AH, BH, CH taie a doua oară cercul O, centrele $M_{\frac{1}{2}}$, $N_{\frac{1}{2}}$ și $P_{\frac{1}{2}}$ ale cercurilor AOA', BOB' și COC' sînt colineare. (Punctele M_1, N_1, P_1 sînt punctele diametral opuse lui *O* în cercurile *AOA', BOB', COC'.*).

Dacă se utilizează transformarea prin polare de ordinul doi, vom

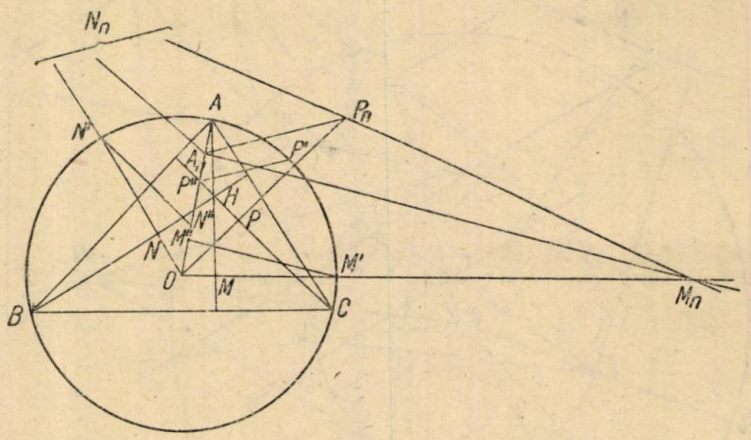


Fig. 23

avea: Polarele punctelor *A, B, C* vor fi tangentele la cercul de rază 2*OA* în punctele de intersecție ale razelor *OA, OB, OC* cu acest cerc. La intersecția acestor polare, respectiv cu perpendicularele duse din *O* pe *AH, BH, CH* se vor găsi punctele M_2, N_2, P_2 (polurile de ordinul doi ale înălțimilor *AH, BH, CH*) care vor fi colineare găsindu-se pe polara de ordinul doi a punctului *H*. Această polară se poate obține și ducînd perpendiculara pe *OH* (dreapta lui Euler a triunghiului *ABC*) în punctul *R* în care se intersectează tangentele duse la cercul *O* în punctele T_1 și T_2 unde perpendiculara pe mijlocul lui *OH* (O_9 centrul cercului lui Euler al triunghiului *ABC*) intersectează acest cerc.

Se poate deci, enunța proprietatea: *Se consideră un triunghi ABC și fie O_a, O_b și O_c simetricele lui O centrul cercului circumscris lui ABC respectiv față de A, B, C. Perpendicularele ridicate în O_a, O_b, O_c respectiv pe OO_a, OO_b și OO_9 intersectează fiecare din ele perpendicularele coborîte din O pe înălțimile triunghiului ABC în punctele M_2, N_2 și P_2 care sînt colineare pe o dreaptă perpendiculară pe dreapta lui Euler a triunghiului ABC.* Dreapta M_2, N_2, P_2 trece și prin punctul de intersecție al tangentelor duse la cercul *O* în punctele T_1 și T_2 în care perpendiculara ridicată pe dreapta lui Euler în centrul O_9 al cercului lui Euler intersectează cercul *O* (fig. 22).

Dacă se consideră punctele M_2, N_2, P_2 și se face o transformare prin polare reciproce de ordinul 1 în raport cu cercul ABC se observă că polul dreptei $M_2\ N_2\ P_2$ este centrul cercului lui Euler O_9. Polarele punctelor M_2, N_2, P_2 vor fi trei drepte ce trec prin O_9 și sînt respectiv paralele la înălțimile triunghiului ABC. Dacă aceste paralele intersectează cercul ABC în perechile de puncte (A_1, A_1'), (B_1, B_1') și (C_1, C_1') rezultă că tangentele la cercul ABC respectiv în aceste perechi de puncte vor trece prin M_2, N_2, P_2.

Pentru construirea polarei de ordinul n a înălțimilor AH, BH, CH, se consideră pe OA un punct A_n așa încît $OA_n = n\ OA$. Se proiectează O în punctele M, N, P pe AH, BH, CH și fie M', N', P' extremitățile razelor OM, ON, OP în cercul ABC. Pe raza OA se consideră punctele M'', N'', P'' luate așa încît $OM'' = OM$, $ON'' = ON$ și $OP'' = OP$. Paralelele duse prin A_n respectiv la $M'\ M''$, $N'\ N''$, $P'\ P''$ intersectează pe OM, ON, OP în punctele M_n, N_n, P_n care sînt coliniare. Dreapta $M_n\ N_n\ P_n$ este perpendiculară pe dreapta lui Euler a triunghiului ABC (fig. 23).

Pentru $OA = \frac{1}{2} OA$ se obține dreapta $M_{\frac{1}{2}}\ N_{\frac{1}{2}}\ P_{\frac{1}{2}}$

pentru $OA_n = OA$ se obține dreapta M_1, N_1, P_1 și

pentru $OA_n = 2\ OA$ se obține dreapta M_2, N_2, P_2.

Analizînd fiecare caz în parte, se vede că pentru fiecare se pot stabili noi proprietăți.

SĂ CONSTRUIM CU MIJLOACE PROPRII MODELE ȘI APARATE DE FIZICĂ

DISPOZITIVE CONSTRUITE DE CĂTRE ELEVI LA CERCUL TEHNIC

prof. **S. MORA**

În anul școlar 1958—1959 am organizat un cerc tehnic de construcții de aparate la școala medie 15 „Elena Sîrbu" din București.

La acest cerc am urmărit:

1) să dezvolt aptitudinile creatoare ale elevilor

2) să construiesc aparate de fizică necesare la curs pentru demonstrarea diferitelor fenomene și legi învățate de elevii claselor a X-a.

În realizarea diferitelor dispozitive am urmărit ca acestea să întrunească anumite condiții:

— să fie cît mai simple, spre a fi cît mai ușor intuite,

— să fie cît mai comod de mînuit,

— să fie estetice, pentru a dezvolta simțul estetic la elevi, atît al celor care le-au construit, cît și a celor care le folosesc. Avînd în față aceste obiective, am constituit în anul școlar 1958—1959 un mic colectiv compus din elevii: Rîmniceanu Alexandru, Lupu Gheorghe și Bîrzu Dumitru, iar în prezent numărul membrilor cercului a crescut cu încă

cinci elevi: Cernașov Sergiu, Matei Dumitru, Aglamișan, Sevastre Mircea și Petricu Stelu.

Am folosit ca material informativ manualul de fizică de cl. X-a și cartea „Construcții electrotehnice" de Băltărețu, carte care mi-a fost un ghid de mare preț. La acest cerc, elevii au lucrat și lucrează încă cu mult drag, realizînd material didactic de calitate și foarte folositor pentru buna desfășurare a procesului de învățămînt. Printre aparatele construite menționăm următoarele: multiplicator pentru demonstrarea cîmpului mag-

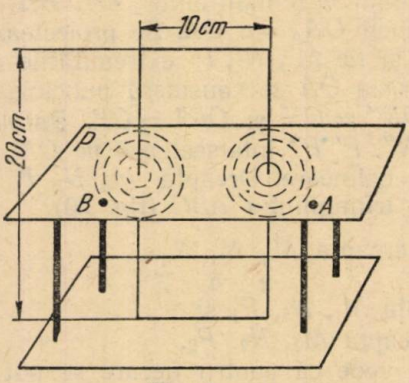


Fig. 1

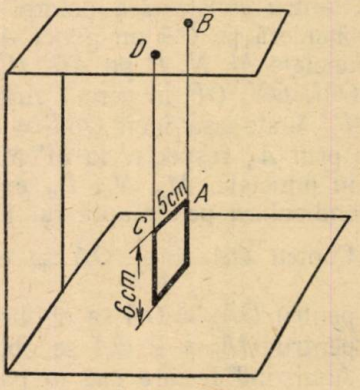


Fig. 2

netic al curentului liniar și circular, un solenoid, 2 dispozitive pentru demonstrarea existenței forței electromagnetice, un dispozitiv pentru demonstrarea interacțiunii dintre curenții paraleli, o sonerie distractivă, un reostat cu becuri, un dispozitiv pentru demonstrarea reactanței inductive și unul pentru demonstrarea reactanței capacitive, un dispozitiv pentru demonstrarea echivalentului termic al curentului electric, planșe cu legături în serie și în paralel.

Voi descrie cîteva din aceste aparate.

1. **Dispozitiv pentru demonstrarea cîmpului magnetic al curentului.** Se construiește un cadru din sîrmă de cupru emailată cu diametrul de 0,8 mm. Cadrul are 100 de spire iar o spiră are forma unui dreptunghi cu laturile de 10 și 20 cm (fig. 1). Rezistența întregului cadru este de 3 Ω. S-a folosit tensiunea de 4 V de la redresor. Curentul e adus la bucșele *A* și *B*. Aparatul se mînuiește foarte ușor și nu trebuie să se adauge nici o rezistență în serie, deoarece nu prezintă pericol de scurtcircuitare a redresorului. Dacă pe platforma *P*, din placaj, se pune un ac magnetic, se realizează experiența lui Oersted. Dacă pe platforma *P* se presară pilitură de fier în jurul unei singure laturi, se obține cîmpul magnetic al curentului liniar, dacă se pune pilitură de fier pe toată platforma *P* se obține foița magnetică și cîmpul respectiv.

2. **Dispozitiv pentru demonstrarea interacțiunii curenți-magneți.** Elevul *Bîrzu Dumitru* a folosit un cadru de 100 de spire din sîrmă de cupru (fig. 2) izolată, cu diametrul de 0,1—0,2 mm. Cadrul are dimensiunile de 5 și 6 cm. Pentru realizarea lui, elevul a bobinat sîrma pe un lacăt cu secțiunea dreptunghiulară. Cadrul dreptunghiular e fixat prin sîrmele *AB* și *CD* din sîrmă de cupru emailată cu diametrul de 0,8 mm— de buc-

șele *D* și *B* la care vine curentul de la redresor, la tensiune de 4 V. Cadrul are o rezistență de cca 10 Ω, deci nu prezintă nici un pericol pentru redresor. Se apropie un pol al magnetului de cadru și acesta va fi atras sau respins — după cum este sensul curentului.

3. **Alt dispozitiv pentru a demonstra interacțiunea magneți-curenți.** Elevul *Gheorghe Lupu* a folosit un mănunchi de cîteva fire de beteală, cu lungimea de 30 cm (fig. 3). În serie cu beteala, pe stinghia de sus, elevul Sevastra a fixat o rezistență *R* de crom-nichel de 4—5 Ω, introdusă într-un tub de sticlă. Curentul vine de la redresorul cu seleniu, cu

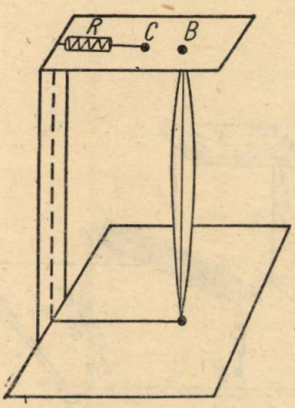


Fig. 3

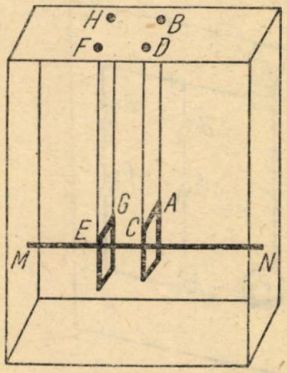


Fig. 4

tensiunea de 4 V, la bucșele *C* și *B*. Dacă se pune firul între polii unui magnet — se constată atracție sau respingere.

4. **Dispozitiv pentru demonstrarea interacțiunii curent alternativ-magneți.** S-a luat un bec în formă de lumînare, cu filamentul vertical; s-a pus becul în fassungul lui, legat la un cordon cu stecker. Cînd becul se aprinde, este introdus între polii unui magnet și se constată că filamentul vibrează.

5 **Dispozitiv pentru demonstrarea interacțiunii dintre curenți.** S-au confecționat două cadre dreptunghiulare din sîrmă de cupru, cu diametrul de 0,1—0,2 mm, izolată cu email. Cadrele au o latură de 4 și alta de 5 cm. Cadrele sînt fixate, prin conductorii *AB, CD, EF, GH* din sîrmă de cupru de 0,8 mm, emailată, la bucșele *F, D, B, H* de pe stinghia de sus (fig. 4) Curentul vine la bucșele *H, B,* iar bucșele *F* și *D* se reunesc printr-un conductor izolat și terminat la capete cu banane — care se introduc în bucșele *F* și *D*. Prin centrul celor două cadre trece o vergea de fier *MN*. Tensiunea admisă este de 12 V, la redresorul de seleniu. La trecerea curentului prin cadrele de sîrmă ele se atrag. Dacă bananele se introduc în bornele *H, D,* cadrele se resping. Rezistența cadrelor este de 20 Ω.

6. **Dispozitiv pentru demonstrarea reactanței capacitive.** Pe o planșetă de lemn elevii *Rîmniceanu* și *Lupu* au montat un fassung normal pentru un bec de 40 *W* — o priză *P*, patru condensatori electrolitici, doi de cîte 8 μ *F* și doi de cîte 16 μ *F*, și 2 prize de difuzor cu steckerele respective, însă scurt-circuitate (fig. 5).

Cei doi condensatori *A* și *B* de cîte 8 μ *F* sînt legați în serie, și ceilalți doi *C* și *D* de cîte 16 μ *F* sînt legați tot în serie, însă prin armăturile de același fel (pentru protejarea lor). Cele două grupe de cîte doi condensatori sînt legate în paralel. Aparatul se conectează la priza de curent alternativ de 110 V printr-un cordon cu cîte un stecker la fiecare capăt, unul la priza de 110 V și celălalt la priza *P* de pe panou. Cînd este numai priza mică de difuzor — *M*, capacitatea este de 8 μ *F* și becul luminează cu o anumită intensitate luminoasă, corespunzătoare unei anumite intensități de curent.

Cînd în circuit este numai priza mică *N* capacitatea este de 4 μ *F*,

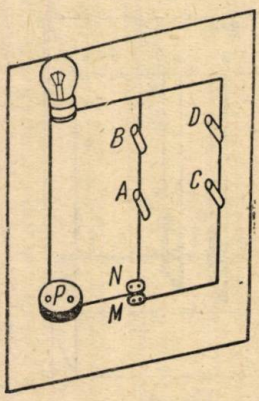


Fig. 5

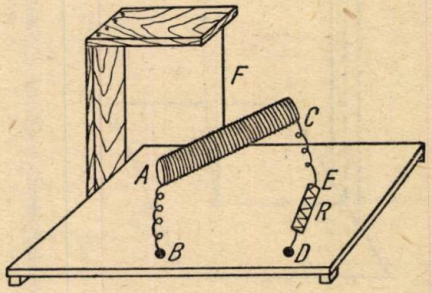


Fig. 6

intensitatea este mai mică, becul luminează mult mai slab. Cînd sînt ambele prize mici *M* și *N*, capacitatea este de 12 μ *F*, și becul luminează mai puternic.

7. **Solenoidul.** *Elevul Rîmniceanu* a bobinat pe un cilindru de sticlă, 200 spire din sîrmă de cupru emailată cu diametrul de 0,8 mm. Raza spirei este de 15 mm. Între sîrmă și tubul de sticlă era hîrtie subțire. Peste sîrmă a vopsit cu șelac, iar după uscare, a îndepărtat tubul de sicla și spirele au rămas apropiate. Solenoidul a fost apoi suspendat de un fir de ață *F* (fig. 6). Un capăt al solenoidului (*A*) a fost legat printr-o sîrmă subțire de 0,1—0,2 mm, izolată perfect, la bucșa *B*. Celălalt capăt a solenoidului (*C*) a fost legat în serie de elevul Sevastre cu o rezistență *R* de crom-nichel de vreo 4 Ω introdusă într-un tub de sticlă. Celălalt capăt al rezistenței este legat la bucșa *D*. Curentul vine la bucșele *B* și *D* de la redresor — la tensiunea de 4 V.

Conductorii *AB* și *CE* trebuie să fie lungi și subțiri, spre a permite orientarea solenoidului.

La trecerea curentului prin solenoid, apropiind un pol magnetic de un capăt al solenoidului, acesta e atras sau respins, după cum este polul solenoidului.

8. **Dispozitiv pentru demonstrarea reactanței inductivă.** Pe o planșetă de lemn (fig. 7) elevul *Rîmniceanu Al.* a montat următoarele piese: un reostat cu cursor *R*, o bobină de 1000 spire *B*, două dulii mici cu talpă (*C, D*) pentru becuri de lanternă, o priză *P*, un transformator *T*. Elevul a

montat în paralel reostatul și bobina, iar în serie cu fiecare dulie cîte un bec. Curentul e adus la priza *P*, printr-un cordon direct de la rețea (110 V). Curentul trece la transformatorul *T*, montat pe planșetă, care coboară tensiunea la 12 V (Transformatorul e de tipul celor de sonerie, modificat ca să dea 12 V).

Bobina are ca miez de fier o bucată de fier *M* în formă de potcoavă. Se potrivește cursorul reostatului *R*, astfel încît ambele becuri 1 și 2 (de lanternă) să lumineze la fel. Apoi se plimbă încet bucata de fier *S* în dreptul miezului de fier și se constată că becul 1 începe să lumineze mai slab, datorită reactanței inductive. Cînd se înlătură bucata de fier, reactanța inductivă scade și becul 1 luminează ca și becul 2. Tot cu același dispozitiv se poate face următoarea experiență: se pune bucata de fier *S* în fața miezului *M*, și se constată că la închiderea curentului becul

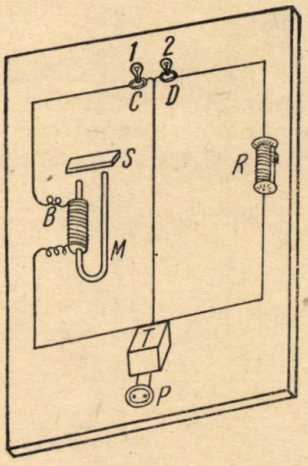


Fig. 7

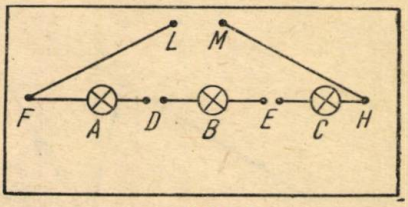


Fig. 8

1 se aprinde mai tîrziu decît becul 2, deoarece în bobina *B* curentul ajunge mai tîrziu la valoarea sa maximă decît curentul în reostatul *R*. Dacă se scoate bucata de fier *s*, becurile se aprind deodată.

9. **Dispozitiv simplu pentru determinarea intensității și tensiunii curentului la legarea în serie a conductorilor.** Pe o planșetă, elevii *Cernașov* și *Aglamișan* montează în serie 3 dulii cu talpă *A*, *B*, *C*. Între două dulii alăturate *A*, *B* și *B*, *C* se montează cîte o pereche de bucșe *D*, *E*. La capete sînt bucșele *F* și *H* (fig. 8). Curentul vine la bucșele *L*, *M*. În bucșele D și *E* se introduc stekere scurt-circuitate, pentru ca circuitul să fie închis. Se folosește curentul de la redresor de 4 V, care e adus la bucșele *L* și *M*, iar ca becuri se folosesc becuri de lanternă. Se scoate stekerul de la bucșele *D* și se pune în loc un ampermetru. Apoi se repetă operația la bucșele *E* și se constată aceeași intensitate. Se conectează după aceea voltmetrul la bornele becului *A*, apoi ale becului *B*, ale becului *C* și în fine la bucșele *F* și *H*; se constată că tensiunea între *F* și *H* e egală cu suma tensiunilor la becuri.

Au fost descrise numai cîteva din dispozitivele realizate la cercul tehnic. Elevii menționați au lucrat cu mult interes și pricepere izbutind nu numai să-și formeze o serie de deprinderi practice, să aprofundeze înțelegerea fenomenelor, dar în același timp ei au contribuit la înzestrarea

laboratorului cu un material didactic prețios pentru experiențele demonstrative la orele de curs.

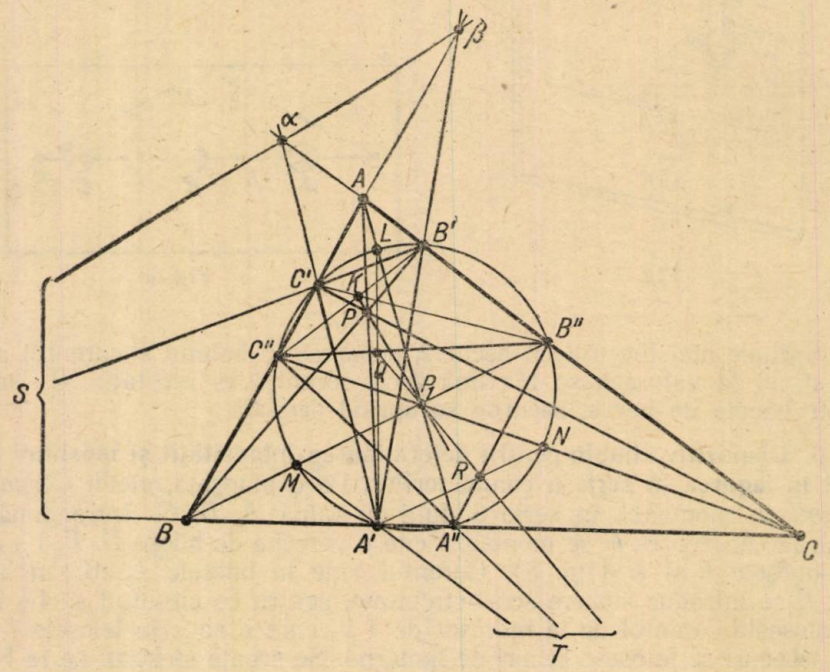
Părțile din lemn ale aparatelor au fost confecționate de părinți ai elevilor, de meserie tîmplari, care s-au străduit ca acestea să fie prezentate cît mai frumos, vopsite, lustruite, ceea ce a contribuit mult la aspectul lor estetic.

NOTĂ MATEMATICĂ

Asupra problemei 3607

Din examinarea atentă a *problemei 3607* propusă în G.M.F. seria B nr. 3/1959, se pot deduce o serie de proprietăți interesante.

Se consideră triunghiul ABC și P un punct în planul său. Dreptele AP, BP, CP taie respectiv dreptele BC, CA, AB în A', B', C'.



Cercul circumscris triunghiului $A'B'C'$ taie din nou dreptele BC, CA, AB respectiv în A'', B'', C''.

1. Să se demonstreze că dreptele AA'', BB'', CC'' sînt concurente (proprietate cunoscută sub numele de teorema lui Terquem).

2. Dreptele $C''B'$, $C'B''$ concură într-un punct K situat pe dreapta PP_1 (P_1 fiind punctul de intersecție al dreptelor AA'', BB'', CC'');

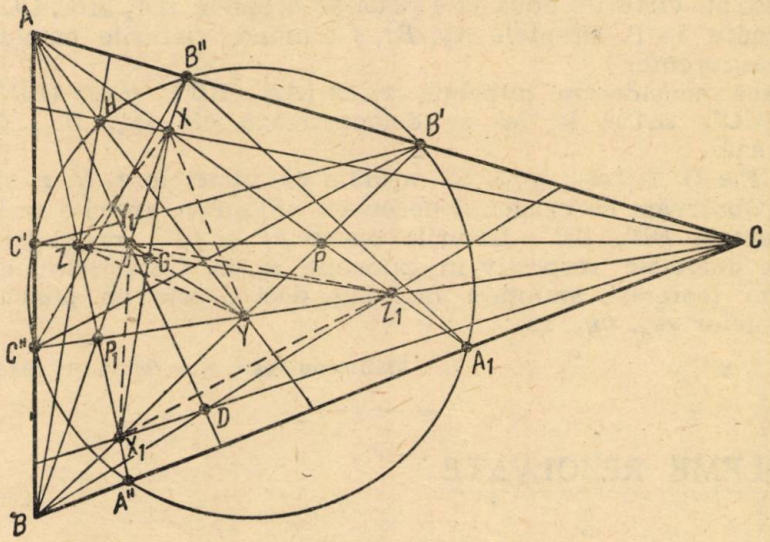
3. Fie $\alpha \equiv (AC, A'C')$ și $\beta \equiv (AB, A'B')$. Dreptele α β, $C'B'$ concură pe BC;

4. Cercul circumscris triunghiului $A'B'C'$ taie dreptele AA'', BB'', CC'' respectiv în punctele L, M, N. Fie $Q \equiv (B''C'', LA')$, $R = (A'N, A''B'')$. Să se arate că dreptele MA', QR concură pe $A''C''$;

5. Fie $X \equiv (AA', BB'')$, $Y \equiv (BB', CC'')$. $Z \equiv (CC', AA'')$. Să se arate că dreptele AY, BZ, CX sînt concurente (fig. 2);

6. Dreptele XX_1, YY_1, ZZ_1 sînt concurente unde $X_1 \equiv (BB', AA'')$, $Y_1 \equiv (BB'', CC')$, $Z_1 \equiv (CC'', AA')$.

Demonstrație. — 1. Avem: $BA' \cdot BA'' = BC'' \cdot BC'$ sau $\frac{C''B}{A''B} = \frac{BC'}{BA'}$. Analog obținem două relații care înmulțite dau:



$$\frac{A''B}{A''C} \cdot \frac{B''C}{B''A} \cdot \frac{C''A}{C''B} = \frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} \text{ dar; } \frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = -1$$

deci:

$$\frac{A''B}{A''C} \cdot \frac{B''C}{B''A} \cdot \frac{C''A}{C''B} = -1$$

ceea ce, conform reciprocei teoremei lui Ceva, ne arată că dreptele AA'', BB'', CC'' sînt concurente.

2. Fie $K \equiv (C''B', C'B'')$. Să arătăm că punctele K, P, P_1 sînt colineare.

Considerăm exagonul neconvex și neinscriptibil $B'C''CC'B''B$ și conform teoremei: cînd un exagon neconvex are trei din vîrfurile sale pe o dreaptă și celelalte pe o a doua dreaptă, cele trei puncte de intersecție ale laturilor opuse sînt coliniare, deci punctele P_1, P și K sînt coliniare.

3. Fie $S \equiv (B'C', BC)$. Să arătăm că punctele S, α, β sînt coliniare. Triunghiurile ABC și $A'B'C'$ sînt omologice.

Conform teoremei triunghiurilor omologice laturile lor se întretaie două cîte două în trei puncte situate pe o dreaptă, deci: punctele S, α, β sînt coliniare.

4. Latura $A''C''$ a triunghiului $A''B''C''$ întîlneşte dreapta MA' în punctul T. Să demonstrăm că punctele Q, R, T sînt coliniare. Considerăm exagonul inscriptibil neconvex $A'MB''C''A''L$. Conform teoremei lui Pascal, punctele Q, P_1, T sînt coliniare, deci Q se află pe dreapta P_1T. Aplicînd din nou teorema lui Pascal exagonului inscriptibil neconvex $A'MB''A''C''N$ găsim că punctele P_1, R, T sînt coliniare. Rezultă că şi R se află pe P_1T, deci punctele Q, R, T sînt coliniare.

5. Se observă că triunghiul ABC şi triunghiul xyz sînt omologice deoarece au vîrfurile două cîte două pe dreptele AA_1. BB_1, CC_1 (fig. 2) concurente în P. Dreptele Ay, Bz, Cx unind vîrfurile omoloage sînt deci, concurente.

Dacă considerăm punctele $x_1 \equiv (AA', BB')$, $y_1 \equiv (BB'', CC')$, $z_1 \equiv (CC'', AA')$; la fel se demonstrează că Ay_1, Bz_1, Cx_1 sînt concurente.

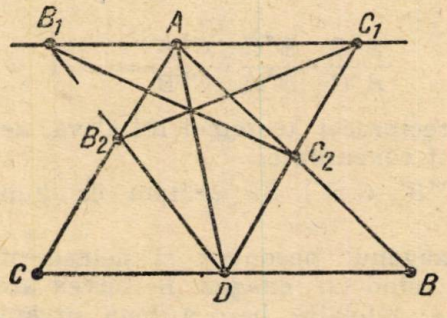
7. Fie $G \equiv (xx_1; yy_1)$. Să arătăm că punctele z, G, z_1 sînt coliniare. Observăm că exagonul neconvex $xPy_1yP_1x_1$ are cîte trei vîrfuri pe dreptele BB', BB''. Laturile opuse xP şi yP_1; xx_1 şi yy_1; Py_1 şi x_1P_1 se întretaie respectiv în punctele z_1, G, z care sînt coliniare, conform teoremei anunţate mai sus, deci G este un punct comun al dreptelor xx_1, yy_1. zz_1.

Munteanu Ioan, elev, Moineşti (Bacău)

PROBLEME REZOLVATE

Problema 3600

Die D mijlocul laturii BC a unui triunghi ABC şi B_1, C_1 două puncte oarecare pe paralela dusă prin A la BC. Dreptele DB_1 şi DC_1 întîlnesc



respectiv laturile CA şi AB în punctele B_2, C_2. Să se demonstreze că dreptele B_1C_2 şi C_1B_2 se întîlnesc pe mediana AD.
(În legătură cu problema 3161).

* * *

Soluție. — Intrucît B_1C_1 este paralelă cu BC este evident că triunghiurile AB_1B_2 și AC_1C_2 sînt asemenea, respectiv cu triunghiurile DB_2C și DC_2B. Putem scrie deci, proporționalitatea laturilor:

$$\frac{AB_1}{B_2B_1}=\frac{DC}{B_2D};\ \frac{C_2C_1}{AC_1}=\frac{C_2D}{BD}.$$

Inmulțind relațiile obținem:

$$\frac{AB_1}{B_2B_1}\cdot\frac{C_2C_1}{AC_1}=\frac{DC}{B_2D}\cdot\frac{C_2D}{DB} \qquad (3)$$

Cum $CD = DB$, rezultă că:

$$\frac{AB_1}{AC_1}\cdot\frac{C_2C_1}{C_2D}\cdot\frac{B_2D}{B_2B_1}=1.$$

adică teorema lui Ceva aplicată cevienelor AD, B_1C_2 și C_1B_2 cu alte cuvinte, am demonstrat concurența acestor ceviene.

Problema 3602

Intr'un triunghi ABC se consideră cevienele BNE și CNF, N fiind un punct oarecare pe înălțimea AA'. Dreapta EF întîlnește latura BA' în M. Să se demonstreze relația:

$$\frac{1}{MA'}=a\left(\frac{1}{a-b+c}-\frac{1}{a+b-c}\right).$$

(In legătură cu problema 3177).

D. C. Panu

Soluție. — Se știe că punctele B, C, A', M sînt armonic conjugate. Avem:

$$\frac{MB}{MC}=\frac{A'B}{A'C},\ \text{de unde:}\ \frac{A'B}{MB}=\frac{A'C}{MC}$$

și aplicînd o proporție derivată:

$$\frac{A'B}{MA'}=\frac{A'C}{MC+A'C},\ \text{de unde:}$$

$$MA'=\frac{A'B}{A'C}(MA'+2A'C);\quad MA'\left(1-\frac{A'B}{A'C}\right)=2\cdot A'B;$$

$$MA'(A'C-A'B)=2\,A'B\cdot AC;$$

$$\frac{1}{MA'}=\frac{A'C-A'B}{2\,A'B\cdot A'C}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{A'B}-\frac{1}{A'C}\right).$$

Conform teoremei lui Pitagora generalizată:

$$\frac{1}{BA'}=\frac{2a}{a^2+c^2-b^2};\ \frac{1}{CA'}=\frac{2a}{a^2+b^2-c^2}.$$

Așa dar:

$$\frac{1}{MA'}=a\left(\frac{1}{a^2-b^2+c^2}-\frac{1}{a^2+b^2-c^2}\right)$$

Problema 3605

Dacă într-un triunghi oarecare notăm cu l_a, l_b, l_c simedianele interioare și cu m_a, m_b, m_c medianele, atunci avem relația:

$$\frac{m_a^2}{l_a^2}+\frac{m_b^2}{l_b^2}+\frac{m_c^2}{l_c^2}=\frac{(a^2+b^2)(b^2+c^2)(c^2+a^2)}{4a^2b^2c^2}+1$$

George D. Sorescu

Soluție. — Calculăm lungimile simedianelor. Fie AA' una din simedianele interioare. Conform unei teoreme cunoscute avem: $\frac{A'C}{A'B}=\frac{b^2}{c^2}$.

Aplicînd anumite proprietăți ale proporțiilor obținem:

$$A'C=\frac{ab^2}{b^2+c^2} \quad \text{și} \quad A'B=\frac{ac^2}{b^2+c^2}.$$

Aplicînd apoi, teorema lui Stewart obținem:

$$b^2\frac{ac^2}{b^2+c^2}+c^2\frac{ab^2}{b^2+c^2}-a\frac{ab^2}{b^2+c^2}\cdot\frac{ac^2}{b^2+c^2}=aAA'^2$$

de unde:

$$l_a^2=AA'^2=\frac{b^2c^2[2^2(b^2+c^2)-a^2]}{(b^2+c^2)^2}=\frac{4b^2c^2m_a^2}{(b^2+c^2)^2}$$

la fel avem și:

$$l_b^2=BB'^2=\frac{4c^2a^2m_b^2}{(c^2=a^2)^2}; \quad l_c^2=CC'^2=\frac{4a^2b^2m_c^2}{(a^2+b^2)^2}$$

Relația din enunț devine:

$$\frac{m_a^2}{l_a^2}+\frac{m_b^2}{l_b^2}+\frac{m_c^2}{l_c^2}=\frac{(b^2+c^2)^2}{4b^2c^2}+\frac{(c^2+a^2)^2}{4c^2a^2}+\frac{(a^2+b^2)^2}{4a^2b^2}=$$

$$=\frac{a^2(b^2+c^2)^2+b^2(c^2+a^2)^2+c^2(a^2+b^2)^2}{4a^2b^2c^2}=$$

$$=\frac{a^2b^4+b^2a^4+a^2c^4+c^2a^4+b^2c^4+b^4c^2+2a^2b^2c^2}{4a^2b^2c^2}+1=$$

$$=\frac{(a^2+b^2)(b^2+c^2)(c^2+a^2)}{4a^2b^2c^2}+1.$$

Problema 3607

Se consideră triunghiul ABC și P un punct în planul său. Dreptele AP, BP, CP taie respectiv dreptele BC, CA și AB în A', B', C'. Cercul circumscris triunghiului A'B'C' taie din nou dreptele BC, CA, AB respectiv în A'', B'', C''. Să se demonstreze că dreptele AA'', BB'', CC'' sînt concurente. (În legătura cu problema 3379).

* * *

Soluția I. — Conform cu puterea punctelor A, B, C față de cercul $A'B'C'$ avem:

$$AB' \cdot AB'' = AC' \cdot AC''; \; BA' \cdot BA'' = BC' \cdot BC''; \; CA' \cdot CA'' = CB' \cdot CB''.$$

Din aceste trei relații obținem:

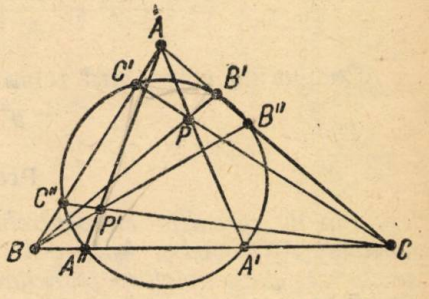
$$\frac{AB'}{B'C} \cdot \frac{AB''}{B''C} \cdot \frac{CA'}{A'B} \cdot \frac{CA''}{A''B} \cdot \frac{BC'}{C'A} \cdot \frac{BC''}{C''A} = 1$$

ceea ce conform teoremei lui Ceva:

$$\frac{AB'}{B'C} \cdot \frac{CA'}{A'B} \cdot \frac{BC'}{C'A} = -1.$$

devine:

$$\frac{AB''}{B''C} \cdot \frac{CA''}{A''B} \cdot \frac{BC''}{C''A} = -1.$$



adică punctele (A, A''), (B, B''), (C, C'') determină respectiv trei drepte concurente.

Soluția II-a dată de *M. Rădulescu*, Constanța. — Dacă un cerc oarecare taie laturile BC, CA, AB ale unui triunghi în (A', A''), (B', B''), (C', C'') respectiv, avem teorema lui Carnot:

$$\frac{AB'}{B'C} \cdot \frac{AB''}{B''C} \cdot \frac{CA'}{A'B} \cdot \frac{CA''}{A''B} \cdot \frac{BC'}{C'A} \cdot \frac{BC''}{C''A} = +1.$$

Ținînd seamă că dreptele AA', BB', CC' sînt concurente obținem:

$$\frac{AB''}{B''C} \cdot \frac{CA''}{A''B} \cdot \frac{BC''}{C''A} = -1$$

adică dreptele AA'', BB'', CC'' sînt concurente.

Soluția III-a. Conform teoremei lui Ceva avem:

$$A'C \cdot C'B \cdot B'A = A'B \cdot C'A \cdot BC.$$

Însă,

$$A'C \cdot CA'' = CB'' \cdot CA'; \; C'B \cdot BC'' = A'B \cdot BA''; \; B'A \cdot AB'' = C'A \cdot AC''.$$

Înmulțind toate aceste egalități și ținînd seama de prima relație, obținem:

$$CA'' \cdot BC'' \cdot AB'' = CB'' \cdot BA'' \cdot AC''$$

ceea ce conform reciprocei teoremei lui *Ceva*, înseamnă că dreptele AA'', BB'', CC'' sînt concurente.

Problema 3608

Să se elimine α *şi* β *între relaţiile*

$$x=\alpha+\frac{1}{\alpha};\ y=\beta+\frac{1}{\beta};\ z=\alpha\beta+\frac{1}{\alpha\beta}.$$

* * *

Soluţie. — Prin ridicarea la patrat a relaţiilor din enunţ avem:

$$x^2=\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}+2;\ y^2=\beta^2+\frac{1}{\beta^2}+2;\ z^2=\alpha^2\beta^2+\frac{1}{\alpha^2\beta^2}+2.$$

Prin înmulţirea relaţiilor din enunţ obţinem:

$$xyz=\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)\left(\beta+\frac{1}{\beta}\right)\left(\alpha\beta+\frac{1}{\alpha\beta}\right)=$$

$$=2+\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}+\beta^2+\frac{1}{\beta^2}+\alpha^2\beta^2+\frac{1}{\alpha^2\beta^2}.$$

Comparînd cele patru relaţii rezultă că:

$$x^2+y^2+z^2-xyz=4.$$

Problema 3615

Fie în cercurile cu centrele fixe (O_1), (O_2), (O_3), (O_4) *diametrii variabili* A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4; *iar* M *şi* N *respectiv, punctul de intersecţie al diagonalelor patrulaterelor* $A_1A_2B_2B_1$, $A_3A_4B_4B_3$. *Notînd cu* H_1, H_2 H_3, H_4 *ortocentrele triunghiurilor* A_1MA_2, B_1MB_2, A_3NA_4, B_3NB_4, *iar cu* A', B', C', D' *respectiv punctele de intersecţie ale dreptei* O_1O_2 *cu* H_1H_2 *şi* H_3H_4 *şi a dreptei* O_3O_4 *cu* H_1H_2 *şi* H_3H_4. *Să se demonstreze că: a) dreptele* H_1H_2 *şi* H_3H_4 *se deplasează paralel cu ele însile cînd diametrii se mişcă;*

b) patrulaterul $A'B'C'D'$ *este un patrulater inscriptibil.*

(În legătură cu problema 3316 şi nota: Asupra unei probleme din august 1958).

Wilhelm Preiss, elev Caransebeş

Soluţie. — a) Ţinînd seama de proprietatea demonstrată în nota susmenţionată, rezultă imediat că dreptele O_1O_2 şi H_1H_2 pe de o parte şi O_3O_4, H_3H_4 pe de alta sînt perpendiculare. Întrucît punctele O_1, O_2, O_3, O_4 sînt fixe, dreptele O_1O_2, O_3O_4 vor fi şi ele fixe.

Ţinînd seama şi de problema 3316, rezultă că H_1H_2 şi H_3H_4 sînt paralele atunci cînd diametrii se mişcă.

b) În patrulaterul $A'B'C'D'$ unghiurile opuse A' şi D' sînt de 90^0 fiecare. Prin urmare, patrulaterul e inscriptibil.

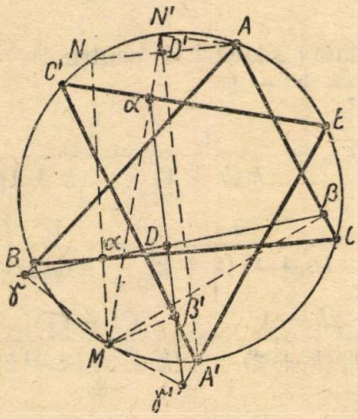
Problema 3617

Bisectoarele interioare triunghiului ABC *taie cercul circumscris acestuia în* A', B', C'. *Să se dovedească că dreptele Simson ale unui punct* M *în raport cu cele două triunghiuri sînt perpendiculare.*

C. Tempeanu, profesor Hunedoara

Soluție dată de elevul *M. Rădulescu*, Constanța. — Fie $\alpha\beta\gamma$ și $\alpha'\beta'\gamma'$ dreptele Simson ale punctului M în raport cu triunghiurile ABC și respectiv $A'B'C'$ (α și α' proiecția lui M pe BC și $B'C'$ etc.) ele intersectîndu-se în D. Notăm cu N și N' intersecția lui $M\alpha$ și $M\alpha'$ cu cercul circumscris triunghiului ABC.

Se observă că unghiul NMN' este egal cu unghiul format de dreptele



BC, $B'C'$ fiind două unghiuri cu laturile respectiv perpendiculare.

Întrucît $NA \parallel \alpha\beta\gamma$ și $N'A' \parallel \alpha'\beta'\gamma'$ rezultă că unghiul format prin intersecția dreptelor NA, $N'A'$ (în O') este același cu unghiul format prin intersecția dreptelor $\alpha\beta\gamma$, $\alpha'\beta'\gamma'$.

Avem : $\sphericalangle AD'A' = \dfrac{\text{arc } ACA' + \text{arc } NN'}{2} = \dfrac{2B+A+C-B}{2}$; și

$$\sphericalangle ADA' = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$$

Prin urmare, dreptele $\alpha\beta\gamma$ și $\alpha'\beta'\gamma'$ sînt perpendiculare.

Problema 3636

Să se verifice identitatea :

$$\log_{a^2} x + \log_{a^6} x + \log_{a^{12}} x + \ldots \log_{a^{n(n+1)}} x = \log_a \sqrt[h+1]{x^n}.$$

Petre Șt. Simon

Soluție. — Ținînd seama că $\log_{a^2} x = \dfrac{\log_a x}{2}$ etc. obținem :

$$\frac{1}{2}\log_a x + \frac{1}{6}\log_a x + \frac{1}{12}\log_a x + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}\log_a x =$$

$$= \frac{n}{n+1}\log_a x ;$$

$$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}.$$

— Să demonstrăm relația de mai sus prin metoda inducției complete. Pentru $n = 1$ avem: $S = \frac{1}{2}$ (se verifică); pentru $n = 2$ avem $S = \frac{2}{3}$ (se verifică).

Presupunem egalitatea adevărată pentru $n = k$ și să arătăm că e adevărată și pentru $n = k + 1$.

$$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\ldots+\frac{1}{k(k+1)}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2};$$

$$S=\frac{k}{k+1}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\frac{1}{k+1}\left(k+\frac{1}{k+2}\right)=$$

$$=\frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)}=\frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$$

ceea ce trebuia arătat.

Problema 3676

Să se arate că pentru ca ecuația

$$ax^3-x^2+bx-1=0$$

să aibă rădăcinile reale și pozitive, este necesară condiția $b \geqslant 9a$.

C. Ionescu-Țiu

Soluție. — Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile reale și pozitive. În acest caz avem cunoscuta egalitate:

$$(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)(x_1+x_2+x_3)\geqslant 9\,x_1x_2x_3$$

dar:

$$x_1+x_2+x_3=\frac{1}{a}$$

$$x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\frac{b}{a}$$

$$x_1x_2x_3=\frac{1}{a}$$

și deci:

$$\frac{b}{a}\cdot\frac{1}{a}>9\cdot\frac{1}{a}\quad\text{sau}\quad b\geqslant 9a.$$

Problema 3688

Se dă un unghi triedru și pe una din fețele lui un punct A. Să se găsească cel mai scurt drum pe suprafața unghiului triedru care să treacă prin A și să intersecteze toate muchiile.

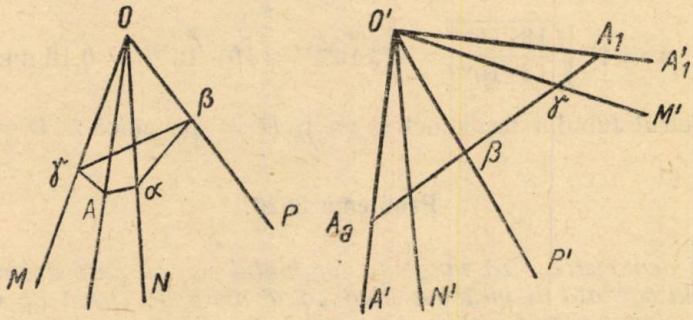
(Olimpiada de matematică, Kiew 1954)

Soluție. — Fie $OMNP$ triedrul dat și A un punct pe fața OMN. Desfășurăm triedrul astfel: luăm un punct O' și semidreapta $O'A'$ pe care luăm $O'A_a = OA$. Luăm apoi $\sphericalangle A'O'N' = \sphericalangle AON$, $\sphericalangle N'O'P' = \sphericalangle NOP$, $\sphericalangle P'O'M' = \sphericalangle POM$, $\sphericalangle M'O'A' = \sphericalangle MOA$.

Observăm că la triedru OA' și OA'_1 coincid.

Pe OA_1 luăm $O'A_1 = OA$ (A_1 și A_a vor coincide la triedru).

După cum se observă ușor, problema se reduce la a găsi cel mai scurt



drum între A α și A_1. Acesta este dreapta $A_a A_1$ care taie pe $O'N'$, $O'P'$, $O'M'$ în α, β, γ.

Pentru a construi drumul pe triedru e suficient să așezăm segmentul $O'\alpha$ pe ON, $O'\beta$ pe OP și $O'\gamma$ pe OM; obținem astfel, cele trei puncte de pe muchiile triedrului pe care le vom uni prin drepte între ele și cu punctul A.

Problema 3825.

Ce diametru interior are tubul cilindric al unui termometru cu mercur, la care gradul Celsius are pe scală o lungime de 0,6 mm, dacă rezervorul sferic al termometrului are diametrul interior de 8 mm?

Coeficientul de dilatare cubică a mercurului este $\alpha = 0{,}00018\ grad^{-1}$.

Carol Bucowski, profesor Sighișoara

Soluție. — Volumul rezervorului sferic V în funcție de raza sferei R este:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Excesul de mercur rezultat din încălzirea cu un grad Celsius a mercurului din rezervor are volumul $\Delta V = \alpha V$:

$$\Delta V = \frac{4 \alpha \pi R^3}{3}$$

Excesul de mercur este silit să ia o formă cilindrică cu înălțimea h și cu raza r. Avem deci:

$$\Delta V = \pi r^2 h, \qquad \pi r^2 h = \frac{4 \alpha \pi R^3}{3},$$

$$r^2 = \frac{4 \alpha \pi R^3}{3 \pi h}, \qquad r = \sqrt{\frac{4 \alpha R^3}{3 h}},$$

Înlocuind cu datele problemei obținem:

$$r = \sqrt{\frac{4 \cdot 18 \cdot 10^{-5} \cdot 4^2}{3 \cdot 0{,}6}} \text{ mm};$$

$$r = 4^2 \sqrt{\frac{18 \cdot 10^{-5}}{18 \cdot 10^{-4}}} = 4^2 \sqrt{10^{-4}} = 16 \cdot 10^{-2} = 0{,}16 \text{ mm}.$$

Diametrul tubului termometric va fi $D = 2r$, adică: $D = 0{,}32$ mm.

Problema 3826.

Să se demonstreze că tangenta unghiului α, cu care deviază acul de la o busolă așezată în mijlocul unui colac mare de sîrmă de bobinaj, cu spirele în planul meridianului magnetic, este direct proporțională cu tensiunea aplicată la capetele sîrmei colacului, adică:

$$\operatorname{tg} \alpha = k U.$$

Aplicație. — *Să se afle unghiul α pentru o sîrmă cu diametrul de 0,2 mm, cu rezistivitatea de 0,017 Ω mm²/m, dacă raza colacului este de 15 cm, componenta orizontală a intensității cîmpului magnetic terestru fiind de 0,2 Oe, iar tensiunea aplicată de 4,5 V.*

Carol Bucowski, profesor Sighișoara

Soluție. — Valoarea constantei k pentru un anumit colac este:

$$k = \frac{\pi r^2 \cdot 10^3}{\varrho R^2 H_0} (\text{Volt}^{-1}),$$

unde raza r a sîrmei este dată în cm, raza R a colacului tot în cm, rezistivitatea ϱ în Ω mm²/m și intensitatea cîmpului magnetic H_0 în oerstezi.

Dacă notăm masa sîrmei exprimată în grame cu m și densitatea materialului exprimată în g/cm³ cu d, volumul V al sîrmei va fi:

$$V = \frac{m}{d} (\text{cm}^3)$$

Însemnînd cu r raza secțiunii sîrmei exprimată în cm, lungimea l a sîrmei va fi:

$$l = \frac{m}{\pi\, d r^2} \text{ (cm)}.$$

Dacă ϱ este rezistivitatea în Ω mm²/m, rezistența electrică R în ohmi va fi:

$$R = \frac{\varrho \cdot m \cdot 10^{-4}}{\pi^2\, d\, r^4} \text{ (ohmi)}$$

Intensitatea de I amperi a curentului electric produs de tensiunea de U volți prin rezistența de R ohmi va fi:

$$I = \frac{\pi^2\, d\, r^4\, U}{\varrho\, m\, 10^{-4}} \text{ (amperi)}$$

Intensitatea H a cîmpului magnetic din centrul colacului (multiplicatorului) cu n spire de rază R cm este:

$$H = \frac{0{,}2\, \pi\, I\, n}{R} \text{ (oerstezi)}.$$

Avînd în vedere că numărul de spire n este:

$$n = \frac{l}{2\, \pi\, R} \quad \text{sau} \quad n = \frac{m}{2\, \pi^2\, d\, r^2\, R},$$

obținem:

$$H = \frac{\pi\, r^2\, 10^3\, U}{\varrho\, R^2} \text{ (oerstezi)}$$

Intensitatea H a cîmpului magnetic creat de curentul electric din colac este perpendiculară pe componenta H_0 a cîmpului terestru. Rezultanta componentelor H și H_0, după care se orientează busola, va face cu direcția meridianului magnetic unghiul α, a cărui tangentă este:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H}{H_0}; \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi\, r^2 \cdot 10^3}{\varrho\, R^2\, H_0} \cdot U$$

Aplicația numerică:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 4{,}5}{17 \cdot 10^{-3} \cdot 15^2 \cdot 2 \cdot 10^{-1}} = \frac{\pi}{1{,}7}$$

$$\log \pi = 0{,}497\ 1499$$

$$\operatorname{colog} 1{,}7 = \bar{1}{,}769\ 5511$$

$$\log \operatorname{tg} \alpha = 0{,}266\ 7010$$

$$\alpha = 61°34'51''$$

Problema 3827.

În fața unui pendul care bate secunda, se suspendă o sferă de fier a cărei masă este de 812 mg. Firul de suspensie este considerat inextensibil și lung de 1,25 m. Un magnet așezat sub această sferă exercită asupra ei o forță constantă orientată pe direcția verticală și proporțională cu masa sferei de fier.

Făcînd să oscileze pendulul cu masa de fier, se observă că perioada sa este puțin mai scurtă decît aceea a pendulului care bate secunda; pe de altă parte, se observă că cele două pendule trec împreună prin poziția de echilibru la momentele următoare: ora 8,32 min. 43 s ; ora 8, 37 min., 41 s etc.

Să se deducă valoarea în dyne a forței exercitată de magnet asupra masei de fier. Se va lua $g = 9{,}8\ m/s^2$.

I. Simionescu

Soluție. — Se notează cu l lungimea pendulului, cu m masa sa, cu F forța exercitată de magnet, cu T perioada pendulului, cu G greutatea fierului, cu R rezultanta forțelor de atracție și cu T' perioada pendulului care bate secunda.

$$R = G + F$$

$$m\,a = mg + F$$

$$a = g + \frac{F}{m}$$

Din legile pendulului avem:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{F}{m}}} \qquad (1)$$

Intervalul de timp după care pendulele trec împreună prin poziția de echilibru și se mișcă în același sens este de 298 s. În acest interval, pendulul cu masa de fier face o oscilație completă mai mult decît pendulul care bate secunda.

Fie n numărul oscilațiilor pendulului care bate secunda; deci, numărul oscilațiilor pendulului cu masa de fier va fi $n+1$. Deci:

$$(n + 1)\,T = n\,T'$$

Dar: $T' = 2s$;

$$n = \frac{298}{2} = 149.$$

Atunci:

$$T = \frac{n\,T^1}{n+1} = \frac{298}{150}$$

Din (1) avem:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 l m}{mg + F},$$

de unde:

$$F = m\left(\frac{4\pi^2 l}{T^2} - g\right)$$

Din enunțul problemei se cunoaște $m = 0{,}812$ g; $l = 125$ cm; $g = 980$ cm/s^2. Deci:

$$F = 0{,}812\,\frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 125}{\frac{298^2}{150^2}} - 980 \text{ dyne} = 218 \text{ dyne}.$$

Problema 3828.

O bucată de fier cu o masă de 500 g se încălzește de la 0°C la 100°C.
a) Care este energia consumată pentru această încălzire (măsurată în ergi)?
b) Ce viteză ar trebui să aibă bucata de fier ca energia ei să crească cu o cantitate egală cu energia necesară pentru încălzirea de mai sus?

John Edith, profesor Or. Stalin

Soluție. — a) Cantitatea de căldură necesară pentru încălzire se calculează după formula Q = m.c. Δ t. Înlocuind, avem:
$Q = 500 \cdot 0{,}11 \cdot 100$.
Efectuînd calculele rezultă $Q = 5500$ cal/g. grad.
Pentru a exprima energia calorică a unității de energie mecanică folosim relația $\frac{W}{Q} = J$,

unde: $J = 4{,}18\,\frac{\text{joule}}{\text{cal}}$

și reprezintă echivalentul mecanic al caloriei. Din această relație calculăm energia mecanică $W = J.\,Q$, adică: $W = 4{,}18\,\frac{\text{joule}}{\text{cal}} \cdot 5500$ cal. Efectuînd calculul rezultă: $W = 22\,990$ joule. Însă 1 Joule $= 10^7$ erg. Deci rezultatul de la prima întrebare este:

$$W = 2299 \cdot 10^8 \text{ erg}.$$

b) Dînd bucății de fier o viteză, aceasta primește energie cinetică. Deci viteza cerută o putem calcula din formula energiei cinetice:

$$W_c = \frac{mv^2}{2}.$$

Rezultă:

$$v = \sqrt{\frac{2W_c}{m}}$$

Înlocuind datele avem:

$$v = \sqrt{\frac{45\,980\,000 \cdot 10^4 \text{ erg}}{500\,g}};$$

$$1 \text{ erg} = 1 \frac{\text{cm}^2 \cdot g}{s^2},$$

adică:

$$v = \sqrt{\frac{459\,800 \cdot 10^4 \frac{\text{cm}^2 \cdot g}{s^2}}{5\,g}} = \sqrt{91\,960 \cdot 10^5 \frac{\text{cm}^2}{s^2}}.$$

Calculînd rădăcina patrată rezultă:

$$v \approx 303 \cdot 10^2 \frac{\text{cm}}{s} \quad \text{sau} \quad v \approx 303 \frac{m}{s}$$

Problema 3829.

Într-un vas în care nivelul apei rămîne constant la înălțimea $h = 250$ cm, curge apă prin două deschideri laterale așezate pe aceeași verticală și depărtate cu 50 cm una de alta.

La ce distanță de suprafața apei se află deschiderea de deasupra, dacă cele două jeturi ating planul orizontal al fundului vasului în același loc?

Prof. **Angela Bînbu**

Soluție. — $x = v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2$; $v_1 = \sqrt{2g\ h_1}$; $v_2 = \sqrt{2g\ (h_1 + 50)}$

$$v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \qquad (1)$$

$$y_1 = h - h_1 = \frac{1}{2} g \cdot t_1^2$$

$$t_1^2 = \frac{2\,(h - h_1)}{g}$$

$$y_2 = h - (h_1 + 50) = \frac{1}{2}\, g\, t_2^2$$

$$t_2^2 = \frac{2h - 2\,(h_1 + 50)}{g}$$

Înlocuind aceste valori în relația (1) avem:

$$2\,gh_1 \cdot \frac{2\,(h - h_1)}{g} = 2\,g(h_1 + 50) \cdot \frac{2h - 2h_1 - 100}{g}$$

$$2h_1\,(h - h_1) = (h_1 + 50)\,(2h - 2h_1 - 100)$$

$$2\,h_1 h - 2\,h_1^2 = 2\,hh_1 - 2\,h_1^2 - 100\,h_1 + 100\,h - 100\,h_1 - 5000$$

$$200\,h_1 - 100\,h + 5000 = 0 \quad (:\,100)$$

$$2\,h_1 - h + 50 = 0$$

$$h_1 = \frac{h - 50}{2} = \frac{250 - 50}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ cm}$$

$$R = h_1 = 100 \text{ cm}$$

Problema E : 1333.

Un densimetru pentru lichide mai ușoare decît apa, se cufundă în petrol lampant și dezlocuiește un volum cu 25% mai mare decît volumul pe care îl dezlocuiește cînd este cufundat în apă curată. Se cere greutatea specifică a petrolului lampant.

* * *

Soluție. — Densimetrul plutind în apă, dezlocuiește un volum de apă egal cu greutatea lui ; plutind însă în petrol, dezlocuiește 125% din volumul apei, dar greutatea petrolului dezlocuit este egală cu aceea a apei dezlocuite.

Deci, 100 părți apă au aceeași greutate cu 125 părți de petrol. Greutatea specifică a apei fiind 1, greutatea specifică a petrolului lampant este :

$$\gamma = \frac{100}{125} = 0{,}8.$$

Problema E : 1335.

La o fabrică de sticlă se comandă 300 t sticlă. Sticla se prepară din 68 părți nisip, 36 părți sodă și 20 părți var. Cîte kilograme sînt necesare de fiecare fel ?

* * *

Soluție. — Pentru 100 părți sticlă sînt necesare :

68 + 36 + 20 = 124 părți de nisip, sodă și var, adică 124% din alte materiale.

Pentru 300 tone sticlă vor trebui :

$$\frac{300 \times 124}{100} = 372 \text{ tone nisip, sodă și var,}$$

din care :

$$\frac{300 \times 68}{100} = 204 \text{ tone nisip ; } \frac{300 \times 36}{100} = 108 \text{ tone sodă ;}$$

$$\frac{300 \times 20}{100} = 60 \text{ tone var.}$$

Problema E : 1344.

Pentru îngroparea țevii (metroul gazului metan) pe șantierul tineretului de pe Magistrala de est, va trebui să se escaveze 1 400 000 mc de pămînt, din care 15% se va săpa în stîncă. Să se calculeze greutatea în tone, a pămîntului ce se va escava, dacă greutatea specifică a pămîntului este 1,4 g/cm³, iar a materialului stîncos 2,4 g/cm³.

D. Bătinețu, Giurgiu

Soluție. — Pămîntul stîncos excavat are un volum de :

$$V_1 = 1\,400\,000 \times \frac{15}{100} = 14\,000 \times 15 = 210\,000 \text{ m}^3,$$

iar pămîntul nestîncos are un volum de :

$$V_2 = V - V_1 = 1\,400\,000 - 210\,000 = 1\,190\,000 \text{ m}^3.$$

Greutatea pământului escavat este:

$$G = 1{,}4\ V_2 + 2{,}4\ V_1 = 1{,}4 \times 1\,190\,000 + 2{,}4 \times 210\,000 = 2\,170\,000 \text{ tone.}$$

Problema E : 1353.

Fie numărul de patru cifre : a5bc. Să se arate că condiția de divizibilitate cu 8 nu depinde de valorile cifrei a, ci numai de valorile cifrelor b și c.

Să se determine cifrele a, b, c astfel ca numărul să fie divizibil cu 8, știind că a este egală cu b, iar b și c sînt consecutive.

Șerban Popescu

Soluție. — Putem să scriem numărul sistematic:

$$1000\ a + 100 \cdot 5 + b \cdot 10 + c.$$

Cum primul termen al sumei este divizibil cu 8 pentru orice valori ale cifrei a (1000 se împarte exact cu 8) și al doilea dă rest 4, rezultă că pentru ca suma de mai sus să fie divizibilă cu 8 trebuie ca restul împărțirii numărului format de ultimele două cifre ($b\ c$) prin 8 să fie 4. Rezultă că, în cazul numărului nostru, numărul format de ultimele două cifre (bc) trebuie să satisfacă condiția:

$$bc = \mathfrak{M}8 + 4 \qquad (1)$$

Cum b și c sînt consecutive și c trebuie să fie neapărat par formăm grupele:

$$b\ c = 04,\ 12,\ 20,\ 28,\ 36,\ 44,\ 52,\ 60,\ 76.\ 84,\ 92$$

dintre care doar 12 și 76 satisfac condiția (1). Rezultă că:

$$1)\ a = 1,\ b = 1,\ c = 2$$

$$2)\ a = 7,\ b = 7,\ c = 6$$

și avem numerele: 1512 și 7576 care sînt divizibile cu 8.

Problema E : 1354.

Pe fluviul Sungari din R. P. Chineză, s-a reconstruit hidrocentrala Finman cu o putere de 560 000 kW. Cîte becuri de cîte 100 W s-ar putea alimenta de la această hidrocentrală?

Să se exprime puterea în C.P. și kgm/s.

D. Bătineț, Giurgiu

Soluție. — Puterea hidrocentralei este P = 560 000 kW = 560 000 000 W. Numărul becurilor ce s-ar putea alimenta este:

$$x = \frac{P}{100} = \frac{560\,000\,000}{100} = 5\,600\,000 \text{ becuri}$$

1 kW = 102 kgm/s, deci: $P = 560\,000 \times 102 = 57\,120\,000$ kgm/s.

Dar: 1 CP = 75 kgm/s, deci:

$$P = \frac{57\,120\,000}{75}\ CP = 761\,600\ CP.$$

Problema E : 1371.

Un abonat are trei becuri electrice de cîte 60 W și plătește 27 lei pentru consumația unei luni de iarnă. Tensiunea la priză fiind egală cu 120 V, iar costul unui kWh fiind 0,75 lei, se cere :

a) Intensitatea curentului ce trece prin fiecare bec și rezistența acestuia ;

b) Timpul cît au funcționat becurile ;

c) Ce cantitate de gheață la 0°C s-ar putea topi cu ajutorul energiei consumate într-o lună și ce cantitate de apă aflată la 20°C ar putea fierbe cu ajutorul aceleeași energii electrice ?

C. Necșoiu, București

Soluție. — a) Puterea unei lămpi este egală cu $P = V\,I = 60\ W$. De aici rezultă :

$$I = \frac{P}{V} = \frac{60}{120} = 0{,}5\ A.$$

Rezistența becului va fi egală cu :

$$R = \frac{V}{I} = \frac{120}{0{,}5} = 240\ \Omega.$$

b) Energia consumată de becuri este :

$$W = \frac{27}{0{,}75} = 36\ kWh = 36\,000\ Wh.$$

Pe de altă parte, această energie este egală cu :

$$W = 3\ V\,I\,t = 3 \cdot 120 \cdot 0{,}5\ t = 180\ t = 36\,000$$

Din această egalitate rezultă :

$$t = \frac{36\,000}{180} = 200\ h$$

c) Transformînd energia electrică în energie calorică avem :

$$Q = 0{,}24 \cdot 36\,000 \cdot 3\,600 = 31\,104\,000\ \text{cal} = 31\,104\ \text{kcal}$$

Notînd cu m cantitatea de gheață și ținînd seamă că gheața are căldura de topire de 80 kcal/kg, putem scrie :

$$80\ m = 31\,104,$$

de unde rezultă $m = 388{,}8$ kg gheață.

Dacă notăm cu m' cantitatea de apă cerută, putem scrie ecuația calorimetrică :

$$c\ m'\ (t - t') = 31\,104,$$

de unde rezultă :

$$m' = \frac{31\,104}{c\ (t - t')} = \frac{31\,104}{1(100 - 20)} = \frac{31\,104}{80} = 388{,}8\ \text{apă}.$$

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ 1960 — ETAPA LOCALĂ

Clasa VIII-a — Grupa I

4131. Fie expresia rațională:

$$E(x) = \frac{x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 1}{x^4 + x^3 - x - 1}$$

a) Să se calculeze $E(-1)$ și $E(1)$,
b) Să se ducă $E(x)$ la forma cea mai simplă.

W. Maurer, Sighișoara

4132. Să se pună sub o formă mai simplă expresia:

$$\frac{(a+1)^4 - 1}{a(a+2)} - (a+1)\sqrt{\frac{(a+1)(a^3+1)}{a^2 - a + 1}}$$

Marica Ștefan, Tr. Severin

4133. La un trapez isoscel baza mare $AB = 2a$, baza mică $CD = a$, iar diagonala AC este bisectoare a unghiului A.
a) Să se arate că AC și BC sînt perpendiculare.
b) Să se calculeze perimetrul trapezului în funcție de a.
c) Diagonalele trapezului se taie în E. Să se găsească valoarea raportului $\frac{AE}{EC}$.

Corneliu Georgescu, Craiova

Clasa IX-a — Grupa II

4134. Se dă ecuația $x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(m + \frac{1}{m}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$.
a) Să se arate că ecuația este reciprocă și să se rezolve;
b) Dacă $m > 0$, să se arate că $S \geqslant 2$, unde S este suma rădăcinilor;
c) În cazul cînd $S = 2$ aducînd ecuația la forma $E = 0$, să se arate că ecuația dacă este echivalentă cu ecuația:

$$\frac{x^{12} - 2x^9 + 2x^3 - 1}{(x^2+x+1)^3 \cdot (x^2-x+1)} = 0$$

I. Grigore, Ploești

4135. Se dă un triunghi ascuțitunghi ABC cu laturile $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Perpendiculara pe AC dusă din punctul C întîlnește dreapta AB în D, iar paralela prin D la BC taie dreapta AC în E.
a) Să se arate că $\frac{AB}{BD} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{b^2 + a^2 - c^2}$.
b) Fie B' piciorul înălțimii vîrfului B. Să se arate că dacă punctele A, C, B' rămîn fixe, iar B este mobil pe înălțimea BB' și dacă unghiul DCE rămîne drept, punctul E rămîne fix.

G. D. Simionescu, București

Clasa X-a — Grupa III

4136. Se consideră fracția

$$F = \frac{3n^4 + 6n^3 - 2n^2 - 3n + 3}{n^2 + 3n + 2}$$

în care n este un număr natural.

a) Să se arate că fracția F nu devine număr întreg pentru nici o valoare a lui n;

b) Dînd lui n valorile 1, 2, 3, ..., k se obțin k fracții. Să se arate că suma părților întregi ale acestor fracții este cubul unui număr.

O. Sacter, București

4137. Fie A, B, C punctele de intersecție ale unui plan P cu muchiile triedrului tridreptunghic de vîrf O. Să se demonstreze:

a) Că punctul O se proiectează pe planul P în ortocentrul triunghiului ABC și că aria triunghiului OAB este media geometrică a ariilor triunghiurilor ABC și HAB.

b) Că între segmentele OH, OA, OB, OC avem relația

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$$

c) α, β, γ fiind unghiurile pe care OH le face cu planele OAB, OBC, OCA să se arate că: $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$.

Clasa XI — Grupa IV

4138. Fie punctele $A(1,2)$, B $(5, 4)$ și un punct M mobil pe axa Ox Dreptele MA, MB intersectează prima bisectoare în punctele N, U iar axa Oy în punctele V, P. Dreapta AB intersectează axa Oy în punctul D. Să se arate că:

a) dreapta NP trece printr-un punct fix C situat pe dreapta AB;

b) punctele A, B, C, D formează o diviziune armonică;

c) dreapta UV are o direcție fixă paralelă cu AB;

d) locul geometric al intersecției dreptelor PN, UV este dreapta OA.

W. Maurer, Sighișoara

4139. Să se determine limita șirului cu termen general

$$a_n = k\sqrt{n^2 + 1} - n$$

pentru diferite valori ale lui k.

N. Dinculescu și E. Radu

4140. Se dă funcția

$$f(x) = \frac{x^5 - ax^3 + x \operatorname{tg}^2 \pi x}{bx^2 \sin \pi x}; \quad (b \neq 0)$$

Să se determine a și b astfel ca să fie verificate simultan relațiile:

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{1}{\pi} \text{ și } \lim_{x \to \frac{1}{3}} f(x) = \frac{2}{27\sqrt{3}}$$

N. Dinculeanu și E. Radu

4141. a) Să se afle mulțimea tuturor numerelor x pentru care poate fi definită funcția

$$f_1(x) = \sqrt{\log \cos 2\pi x}$$

și mulțimea corespunzătoare a numerelor $f_1(x)$.

b) Să se determine domeniul maxim (denumit și domeniu de existență) pentru care poate fi definită funcția

$$f_2(x) = \sqrt[3]{\log \cos x}$$

și mulțimea numerelor x pentru care $f_2(x)$ ia valorile maxime; valorile acestor maxime (fără a folosi derivata).

T. Roman, București

Anul I școli profesionale — Grupa V

4142. Să se rezolve ecuația

$$\frac{2}{3}x + \frac{7}{8}x = 6 + \frac{2}{3 + \frac{15}{19}} - \frac{5}{6}x - \frac{8}{9}x$$

4143. Se cere cea mai mare valoare M pe care o poate lua polinomul

$$5 - (2 - 3x^2)^2$$

Pentru ce valoare a lui x se obține cea mai mare valoare M?

4144. Se dă dreptunghiul $ABCD$ cu laturile $AD=3$ dm și $AB=2$ dm. Fie M mijlocul laturii BC. Dreapta AM taie bisectoarea unghiului D în punctul P și dreapta DC în punctul F, iar bisectoarea DP taie dreapta AD în E.

a) Să se arate că triunghiul ADE este isoscel;

b) Să se arate că triunghiurile APE și DPF sînt asemenea;

c) Să se afle distanțele de la punctul P la laturile dreptunghiului.

Vicențiu Dumitru, Ploești

Anul II școli profesionale — Grupa VI

4145 Se dă ecuația

$$2x^2 + (5a-7)x + 2(3-5a) = 0$$

și se cere:

a) Să se rezolve,

b) Să se determine a astfel ca rădăcinile ecuației să fie inverse una celeilalte:

c) Să se afle valorile lui a astfel ca suma patratelor rădăcinelor ecuației date să fie 4.

4146. Pe un teren accidentat se montează trei stîlpi verticali AM, BN, CP ale căror înălțimi deasupra solului sînt x, $2x$, $3x$ iar vîrfurile M, N, P se află într-un plan orizontal. Distanțele între stîlpi sînt $MP = 5$ m, $PN = 7$ m, $MN = 4$ m iar triunghiul de pe sol ABC este drept în B.

a) Să se afle înălțimile celor trei stîlpi;

b) Cîți m² de carton asfaltat sînt necesari pentru acoperirea fețelor laterale dintre cei trei stîlpi știind că se pierde un procent de 7% ?

Anul I școli tehnice de maiștri — Grupa VIII

4147. Să se aducă la forma cea mai simplă expresia

$$\frac{5\sqrt{7} + 11x\sqrt{35}}{\sqrt{5} + 11x}$$

Pentru ce valori ale lui x rezultatul obținut încetează de a fi valabil?

4148. Perimetrul unui dreptunghi este 1000 m. Să se exprime aria dreptunghiului în funcție de lungimea bazei. Între ce numere poate varia lungimea bazei?

4149. Un cadru dreptunghiular $ABCD$ avînd dimensiunile AB mai mare decît AD, este construit din lemn. El este consolidat în felul următor: se bat șipcile diagonale AC, BD apoi șipcile AE, BF, astfel ca AE să fie perpendiculară pe BD și BF să fie perpendiculară pe AC. Capetele E și F se află pe latura CD a cadrului dreptunghiular. Se cere:

a) Relația ce trebuie să existe între dimensiunile dreptunghiului pentru ca $DE = EF = FC$;

b) Relația ce trebuie să existe între dimensiunile dreptunghiului ca punctele E și F să se suprapună.

În acest ultim caz, ce lungime ar avea șipca MN, unde M este intersecția șipcilor AE, BD; iar N intersecția șipcilor BE, AC.

G. D. Simionescu, București

Anul II școli tehnice de maiștri — Grupa IX

4150. Să se calculeze:

$$\lim \frac{u}{\sqrt{1 + \sin u} - 1}, \text{ cînd } u \text{ tinde către zero.}$$

Notînd $\sin u = x^2 - 1$, să se deducă

$$\lim \frac{\arcsin (x^2 - 1)}{x(x - 1)}, \text{ cînd } x \text{ tinde către } 1.$$

4151. Să se calculeze derivata funcției:

$$y = \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{x}\right).$$

4152. Se confecționează din tablă, o cutie în formă de piramidă triunghiulară cu muchiile care pleacă dintr-un vîrf, egale și perpendiculare două cîte două.

a) Să se arate că baza opusă este un triunghi echilateral.

b) Știind că muchia bazei este de 5 dm să se afle aria tablei necesară confecționării acestei cutii.

c) Să se afle înălțimea cutiei, baza fiind triunghiul echilateral.

Școli pedagogice anul III — Grupa X

4153. Patru școli au strîns 84.500 kg fier vechi în anul 1959. Se întreabă cît a strîns fiecare dacă se știe că prima a strîns cu 16.300 kg mai mult decît a doua și cu 8600 kg mai mult decît a treia, iar a patra de 2 ori mai mult decît a doua ?

4154. În Piața de flori din București se construiește un bloc cu 218 apartamente, costul apartament fiind socotit inițial la 36.000 lei. Cu cît s-a micșorat costul unui apartament știind că materialele au costat de 3 ori mai mult decît manopera, iar diferența dintre costul materialelor și costul manoperei este de 4 251 000 lei ?

4155. Într-un atelier de lăcătușerie se dă unui elev o placă metalică patrată $ABCD$ și i se cere să îndoaie cu un unghi de 90^0 unul din colțurile plăcii, de exemplu colțul A, astfel ca să aibă forma unui triunghi isoscel $A'MN$, iar distanța de la punctul A' (noua poziție a vîrfului A) la vîrful C să fie egală cu lungimea liniei de îndoire (baza triunghiului isoscel). Să se arate :

a) Ce condiție trebuie să îndeplinească linia de îndoire MN ?

b) Cum se poate trasa pe placa metalică această linie ?

G. Bazacov, Tr. Severin

PROBLEME PROPUSE *)

4156. În focarul unui cazan ard în fiecare oră 800 kg de cărbuni cu puterea calorică de 6000 kcal/kg. Un procent de 10% din căldura produsă se transformă în abur la presiunea $p = 12$ kgf/cm^2 și temperatura $t = 187^0$C. Aburul produs merge în cei doi cilindri ai unei mașini cu abur cu dublu efect și cu emisiunea în condensator la presiunea $p' = 0{,}1$ kgf/cm^2.

Diametrul pistoanelor este egal cu $D = 40$ cm, iar lungimea cursei $l = 0{,}50$ m. Cunoscînd căldura de vaporizare a apei $r = 475$ kcal/kg la presiunea de 12 kgf/cm^2, temperatura inițială a apei $t = 12^0$C și neadmițînd pierderi de căldură și presiune de la cazan la cilindri, se cere să se calculeze consumul orar de apă, numărul de rotații pe minut al mașinii și puterea ei în CP și kW.

C. Necșoiu

---

*) VIII (4162, 4168, 4177, 4180) ; IX 4156, 4163, 4166, 4169, 4173, 4175, 4176, 4178, 4182, 4183); X (4157, 4158, 4161, 4164, 4165, 4171, 4172, 4174, 4181, 4189, 4190) : XI (4159, 4160, 4167, 4179, 4184, 4185, 4186, 4187, 4188, 4191).

4157. Să se arate că într-un patrulater convex inscriptibil raportul între suma pătratelor diagonalelor și suma diagonalelor este mai mic decît semiperimetrul patrulaterului.

C. Ionescu-Țiu

4158. Să se scrie sub formă condensată sumele:

$$S_1 = 1!\,3 + 2!\,7 + \ldots + n!\,(n^2 + n + 1)$$

$$S_2 = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \ldots + \frac{n}{(n+1)!}$$

$$S_3 = \frac{3}{2!\,1\cdot 2} + \frac{7}{3!\,2\cdot 3} + \ldots + \frac{n^2+n+1}{(n+1)!\,n\,(n+1)}$$

C. Coșniță

4159. Să se afle valorile lui x cuprinse între 0^0 și 360^0 pentru care avem egalitățile:

a) $\sqrt{1-\cos^2 x} + \sqrt{\sec^2 x - 1}\cdot\cos x = 0$

b) $\sqrt{1-\cos^2 5x} + \operatorname{tg} 5x \cdot \sqrt{1-\sin^2 5x} = 0$

c) Să se arate că pentru $x = 0$ și pentru $90^0 \leqslant x \leqslant 144^0$; $162^0 < x < 216^0$ și $234^0 < x < 270^0$, ambele egalități sînt simultan verificate.

C. Ionescu-Țiu

4160. Se dă patrulaterul $ABCD$. Se duc înălțimile BB' și DD' ale triunghiului ABD și înălțimile BB'' și DD'' ale triunghiului BCD. Să se arate că dreptele $B'D''$ și $D'B''$ se taie pe diagonala AC. Generalizare.

Gh. Cezar, Buzău

4161. În 700 cm^3 apă dintr-o baie se introduce o bucată de sodiu cu masa de 0,8 g. Hidrogenul rezultat se culege într-un cilindru cu diametrul de 4 cm, care, de la suprafața apei are o înălțime de $h = 48$ cm. Se cere:

a) Înălțimea h a gazului din cilindru dacă temperatura apei este de 26^0C și presiunea atmosferică de 755 torr;

b) concentrația molară a soluției de NaOH rezultată;

c) concentrația procentuală a soluției de NaOH rezultată.

M. Gogan, profesor Turnu Severin

4162. Să se arate că:

$$\frac{a(b-c)}{b+c} + \frac{b(c-a)}{c+a} + \frac{c(a-b)}{a+b} + \frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}\,(a+b+c) = 0$$

C. N. Tudor

4163. Într-un plan unghiul MAN se rotește în jurul vîrfului A fix, rămînînd constant. Laturile AM și AN întîlnesc un cerc fix ce trece prin A, în B și C. Să se afle locul geometric al ortocentrului triunghiului ABC.

Gh. Tudor, București

4164. Cu cîți metri trebuie să ne ridicăm în aer, într-o localitate unde presiunea la sol este de 728 torr și temperatura aerului de 27°C, ca să observăm o scădere de presiune de 1 torr ?

Carol Bucowski

4165. Într-un tetraedru echifacial ABCD notăm cu α, β, γ unghiurile OAB, OAC, OAD unde O este centrul sferei circumscrise tetraedrului. Să se stabilească relația :

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1.$$

Tomescu Ion, Ploești

4166. Să se rezolve sistemul :

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{9}$$

$$\sqrt{2x} - 2\sqrt{5y} + 4\sqrt{z} = \sqrt[4]{x + y + z}.$$

I. I. Stamate

4167. Se consideră o elipsă avînd axele $AA' = 2a$ și $BB' = 2b$ și un punct variabil pe ea. Fie R și N' punctele unde tangenta în M taie axele AA' și BB' și asemenea R' și N punctele unde normala în M taie pe AA' și BB'.

a) Să se calculeze NN' și RR'.

b) Să se găsească locul geometric al punctului $P(x, y)$ mijlocul segmentului NR.

c) Să se studieze locul obținut rezolvînd ecuația locului în raport cu y.

Eugen Iacob, O. Stalin

4168. Să se arate că dacă $\frac{x}{a} = y + z$; $\frac{y}{b} = z + x$; $\frac{z}{c} = x + y$ și a, b, c sînt pozitive, atunci există inegalitatea :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geqslant 6.$$

Paul Popescu

4169. Se dă patrulaterul oarecare $ABCD$ și un punct G pe diagonala DB. Fie M și N două puncte oarecare pe dreptele AG, respectiv CD.

Dreptele BM și DM taie laturile AD și AB în punctele E, respectiv F, iar dreptele BN și DN taie laturile CD și CB în punctele H, respectiv L. Să se demonstreze că dreptele FL și EH se taie pe diagonala AC.

Mircea Florescu, București

4170. Un circuit oscilant de recepție alcătuit dintr-o antenă care are o capacitate proprie de 125 cm, montată în paralel cu capacitatea circuitului și dintr-o bobină de inductanță de 0,0001 H, se acordă cu lungimea de undă de 1256 m. Cu ce grosime de hîrtie se va confecționa condensatorul dacă banda de hîrtie are 4,65 cm lățime și 3,14 m lungime, iar constanta dielectrică este $\varepsilon_r = 2$?

Romulus Sfichi, Fălticeni

4171. Fiind dată ecuația: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, să se formeze ecuația în y, care admite ca rădăcini pe:

$$y_1 = (x_2 + x_3)\, x_2 x_3$$
$$y_2 = (x_1 + x_3)\, x_1 x_3$$
$$y_3 = (x_1 + x_2)\, x_1 x_2$$

Rădulescu Mircea, elev Constanța

4172. În triunghiul ABC unde A', B', C' sînt intersecțiile cevienelor $AM = l_a$; $BN = l_b$; $CP = l_c$ cu cercul circumscris. Dacă

$$\frac{MB}{MC} = m\,;\quad \frac{CN}{AN} = n\,;\quad \frac{AP}{PB} = p.$$

să se demonstreze relația:

$$AA' \cdot l_a + BB' \cdot l_b + CC' \cdot l_c = \frac{mb^2+c^2}{m+1} + \frac{nc^2+a^2}{n+1} + \frac{pa^2+b^2}{p+1}.$$

(În legătură cu problema 3458).

Ene D., elev Ploești

4173. Să se rezolve în numere întregi ecuația $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 2$. Să se generalizeze. (În legătură cu problema 3369).

L. Aldea, elev Călărași

4174. Să se rezolve ecuația:

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} (2n-1)\, x = \operatorname{tg}^2 n\, x.$$

Emilian Moflic, elev Moreni

4175. Să se arate că pentru orice n întreg și pozitiv avem:

$$\log_x \sqrt{a} + \log_{x^2} \sqrt[3]{a} + \log_{x^3} \sqrt[4]{a} + \ldots + \log_{x^{n+1}} \sqrt[n]{a} = \log_x \sqrt[n]{a^{n+1}}$$

Hănzulea Nicolae, Hunedoara

4176. Fie O centrul de simetrie al patratului $ABCD$ și P un punct pe latura AB. Notînd cu M și N intersecțiile laturilor triunghiurilor OAB și PCD, să se arate că dacă P parcurge latura AB, atunci:

a) ariile triunghiurilor OMN și PMN rămîn într-un raport constant,

b) aria patrulaterului $OMPN$ nu depășește $\frac{1}{12}$ din aria pătratului.

Gh. Bazacov

4177. Să se simplifice fracția:

$$F(x, y) = \frac{x^3 - x^2 + 4x^2y - 4xy + 4xy^2 - 4y^2}{x^3 - 2x^2 + 2x^2y - 4xy + x + 2y}$$

apoi să se calculeze valoarea ei numerică pentru: $x = \sqrt{a} + \sqrt{b} + 1$ și $y = \frac{1}{2}\left[\frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - 1\right]$.

Marica Ștefan

4178. Fie I intersecția diagonalelor AC, BD a patrulaterului ortodiagonal $ABCD$ și P, Q, R, S proiecțiile oblice de unghi α și de același sens ale lui I pe AB, BC, CD, DA. Notînd cu E intersecția laturilor PQ, RS să se demonstreze că EI este perpendiculară pe linia O_1O_2 a centrelor cercurilor circumscrise patrulaterelor $IPBQ$ și $IRDS$.

Gh. Buicliu

4179. Doi curenți paraleli și de același sens C_1 și C_2 sînt așezați la 10 cm unul de altul și au intensitățile respectiv: $I_1 = 160$ A și $I_2 = 90$ A. Unde trebuie plasat un curent C_3 de intensitate $I_3 = 250$ A paralel și de sens contrar cu C_1 și C_2 pentru ca intensitatea cîmpului magnetic rezultant în punctul A aflat la distanțele $d_1 = 8$ cm și $d_2 = 6$ cm de C_1 și C_2 să fie nulă?

Z. R. Eftimie

4180. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{aligned} 1 + x &= by + cz \\ 1 + y &= cz + ax \\ 1 + z &= ax + by \end{aligned}$$

Stan Dumitru

4181. Să se stabilească relația de legătură între x și y definiți de expresia

$$x + iy = \frac{(a_0 + i\,b_0) + \lambda\,(a_1 + i\,b_1)}{(c_0 + i\,d_0) + \lambda\,(c_1 + i\,d_1)},$$

unde $i = \sqrt{-1}$ și λ un parametru real, variabil oarecare.

Ion S. Antoniu

4182. O dreaptă care trece prin centrul de greutate al triunghiului ABC taie pe AB în D, pe BC în exteriorul triunghiului, iar pe CA în E. Linia mijlocie corespunzătoare lui B în triunghiul BCD taie pe BE în F. Notăm cu H simetricul lui F față de mijlocul liniei mijlocii. Analog, linia mijlocie corespunzătoare lui C în triunghiul CEB taie pe CD în I. Notăm cu J simetricul lui I față de mijlocul liniei mijlocii.

Fie K *intersecția* (EH, DJ), G centrul de greutate al triunghiului ADE și L intersecția (GK, DE). Să se demonstreze că:

$$1 > \frac{KL}{LG} > \frac{4}{5}.$$

Tudor Zamfirescu, elev București

4183. Să se demonstreze identitatea:

$$\frac{n}{(n+1)!} + \frac{n+1}{(n+2)!} + \ldots + \frac{n+m}{(n+m+1)!} = \frac{A_{n+m+1}^{m+1} - 1}{(n+m+1)!}$$

unde A_p^q este simbolul aranjamentelor de p obiecte luate cîte q.

M. Florescu, București

4184. Se dă ecuația: $x^4 - 7x^3 + 17x^2 + \alpha x + \beta = 0$.

1) Să se determine parametrii α și β și să se rezolve ecuația știind că admite o rădăcină dublă și că suma celorlalte două rădăcini simple este 5.

2) Rădăcinile ecuației fiind așezate în ordine crescătoare, cele simple reprezintă semiaxa mică și semiaxa mare a unei elipse.

Fie cercul de diametru FF', unde F și F' sînt focarele elipsei. Tangenta într-un punct M variabil de pe acest cerc taie elipsa în P și Q. Se cere locul punctului de intersecție al tangentelor duse în P și Q la elipsă.

V. V. Băghină

4185. Un satelit artificial descrie în planul ecuatorului terestru, o orbită circulară cu o altitudine constantă de 3600 km.

a) Să se calculeze viteza în kilometri pe secundă și durata unei mișcări de revoluție. Valoarea g a accelerației gravitaționale va fi luată 9,8 m/s^2 pe sol la ecuator și vom admite, pe de altă parte, că ea variază în raport invers cu pătratul distanței la centrul Pămîntului. Raza Pămîntului este considerată 6400 km.

b) Care este energia cinetică a satelitului știind că masa sa este 500 kg?

c) După mai multe luni, altitudinea satelitului este numai de 1600 km. Să se calculeze viteza pe noua orbită și să se explice de ce ea se mărește.

d) Dacă în interiorul satelitului s-ar afla un pendul reglat la nivelul solului, care este durata de revoluție aparentă măsurată de acest pendul la altitudinea de 3600 km?

(Bacalaureat, Spania și Portugalia, iunie 1959)

4186. În ramura mică închisă a unui tub Mariotte se află 10 cm^3 de aer la presiunea exterioară de 76 cm; nivelul mercurului este în 0 în ambele ramuri; se toarnă apoi în ramura mare 25 cm^3 de mercur. Să se afle noul volum și noua forță elastică a gazului, știind că secțiunea tubului este de 1 cm^2.

* * *

4187. Într-un loc oarecare, accelerația gravitației este mai mare decît la ecuator cu $\frac{1}{200}$ din valoarea acesteia la ecuator. Cu cîte secunde va întîrzia un ceasornic în 24 de ore, reglat pentru acest loc, cînd el va fi transportat la ecuator?

* * *

4188. Un ac de declinație, perfect omogen, lung de 12 cm este făcut să stea orizontal. Greutatea p destinată să mențină echilibrul este fixată la 3 cm de mijlocul acului. Să se determine valoarea acetsei greutăți știind că înclinația magnetică a locului este de 65^0 și că forța magnetică ce se exercită asupra polului sud este de 140 dyn.

V. T.

4189. Două puncte A și B sînt legate prin trei fire. Pe primul este intercalată o pilă cu f.e.m. de 1,751V. Pe al doilea este intercalată o pilă identică. Rezistența totală r_1 a primului conductor cuprinzînd și pe aceea a pilei este de 3 Ω; rezistența totală r_2 a celui de-al doilea conductor cuprinzînd și pila este de 5 Ω; în fine, al treilea fir are o rezistență $r_3 = 11\ \Omega$. Polii pozitivi ai celor două pile sînt spre punctul A. Care sînt intensitățile i_1, i_2, i_3 ale curenților în cele trei ramuri?

I. Matei

4190. Un vas cilindric A este închis la partea sa superioară printr-un capac prevăzut cu un robinet R și străbătut de ramura ED a unui sifon $EDFG$. Acest vas închide apa a cărui nivel MN este la o distanță de 10 cm de capac și la o înălțime de 2 m deasupra robinetului R', care închide extremitatea FG a sifonului.

Sifonul fiind plin cu apă și robinetul R' închis, se deschide un moment robinetul R, apoi el este închis și se deschide robinetul R'. Să se afle volumul de apă care va curge știind că secțiunea spațiului inelar cuprins între tub și pereții vasului este de 1 dm^2 și că barometrul arată 76 cm. Se consideră temperatura invariabilă. Densitatea mercurului 13,6.

* * *

4191. Un triunghi are un vîrf în punctul fix O, iar celelalte două vîrfuri A și B, variabile pe o dreaptă (Δ), astfel încît $\sphericalangle AOB = \alpha$ (const).

Se duc înălțimile AM și BN în triunghiul dat.

Să se arate că dreapta MN rămîne tangentă unui cerc, cînd A și B se deplasează pe dreapta (Δ).

Se vor studia cazurile $\alpha \leq \frac{\pi}{2}$ și $\alpha > \frac{\pi}{2}$.

E. Morțun

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI *)

E : **1499.** Să se găsească un enunţ concret astfel încît rezolvarea problemei să fie dată de relaţiile de mai jos :

$$300 \times 3 = 900; \quad 400 \times 2 = 800$$
$$900 + 800 = 1700$$
$$2000 - 1700 = 300$$

Alexandru Stoenescu

E : **1500.** Să se găsească cifrele înlocuite prin x în înmulţirea

$$\begin{array}{r} 4\ x\ x \\ x\ 2\ x \\ \hline x\ x\ 4\ x \\ x\ 1\ 2 \\ x\ 3\ x\ x \\ \hline x\ x\ x\ x\ x\ 8 \end{array}$$

Stelian Lambă, profesor Tuzla

E : **1501.** La magazinul universal „Ţesătura" s-a vîndut într-o zi 42% din pînză şi rămînînd nevîndut cu 420 m mai mult decît s-a vîndut în acea zi.

A doua zi s-a mai vîndut cu 0,1 mai puţin din pînza rămasă nevîndută din prima zi. Cîţi metri de pînză au fost în magazin şi cîţi metri s-au vîndut în cele două zile ?

B. Baieră

E : **1502.** Dacă A_1, A_2 sînt respectiv, simetricele lui A faţă de B şi C în triunghiul ABC, să se determine pe latura BC un punct M astfel ca suma $MA_1 + MA_2$ să fie minimă.

Gabriel Tîrtan, absolvent Găieşti

E : **1503.** Să se găsească numerele de două cifre xy care să aibă patrate de forma zxy.

Strătescu Ion, student

E : **1504.** Să se demonstreze că tangentele duse la un cerc din două puncte exterioare cercului, simetrice faţă de centrul cercului şi aşezate fiecare la o depărtare de centru egală cu diametrul cercului, formează la întretăierea lor un unghi egal cu $1\frac{1}{3}$ dr, iar punctele de contact ale tangentelor împart cercul în două arce al căror raport este egal cu $\frac{1}{5}$.

Florea I. Dumitrescu

*) V (E : 1499, 1500, 1503, 1507, 1510); VI (E : 1501, 1505, 1506, 1509) ; VII (E : 1502, 1504, 1508, 1511).

E : **1505.** Dacă : A, B, C, D sînt numere întregi care satisfac relațiile:

$$1956 \cdot A - 1957 \cdot B + 1958 \cdot C - 1959 \cdot D = \mathfrak{M} \cdot 1960$$

și

$$1885 \cdot A + 2028 \cdot B + 1887 \cdot C - 2030 \cdot D = \mathfrak{M} \cdot 1960$$

atunci avem și :

$$A + B + C + D = \mathfrak{M} \cdot 1960.$$

D. Bătinețu

E : **1506.** Un strat de flori de formă rombică are suprafața de 180 m². Să se afle perimetrul acelui strat, știind că raportul diagonalelor este $\frac{5}{8}$.

* * *

E : **1507.** Să se împartă numărul 440 în 3 părți astfel ca partea I plus II să fie de 3 ori mai mare decît partea II plus III, iar partea I plus III față de suma celor 3 părți să fie în raport ca $\frac{8}{11}$.

B. I. Baieră

E : **1508.** Diagonalele unui trapez isoscel formează un unghi ascuțit de 60^0. Să se demonstreze că :

a) Patrulaterul care are laturile paralele cu diagonalele trapezului și trec prin vîrfurile acestuia este un romb ;

b) o diagonală a acestui romb este egală cu diagonala trapezului.

Dogaru Horia, elev, București

E : **1509.** În triunghiul ABC se duce înălțimea AD. Dacă $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm, $\frac{BD}{DC} = \frac{9}{16}$, să se arate că triunghiul ABC este dreptunghic.

Stelian Lambă, profesor Tuzla

E : **1510.** Să se arate că :

$$\left(1 - \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{6}}\right)\left(1 - \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}}\right) + \left(1 + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{6}}\right)\left(1 - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}}\right) = 0$$

C. Ionescu-Țiu

E : **1511.** Să se calculeze perimetrul unui triunghi dreptunghic care are aria de 54 m², iar ipotenuza este de trei ori mai mare decît înălțimea dusă din unghiul drept.

C. Ionescu-Țiu

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 1 februarie 1960 s-au mai evidențiat următorii rezolvitori de probleme din G.M.F.-B:

1. *Bănică Gh. Constantin* (cl. XI Cîmpulung Muscel), 2. *Pop Ioan* (student matematici Iași), 3. *Năstăsescu Constantin* (cl. X Pucioasa), 4. *Brînzei P. Dan* (student mat. fiz. Iași), 5. *Țuțuianu Ovidiu* (absolvent ș.m. 13 București), 6. *Cimoca Gheorghe* (cl. XI ș.m. 5 Cluj), 7. *Nanu Octavian* (student mat. fiz. Iași), 8. *Olteanu S. Victor* (cl. X ș.m. 17 București), 9. *Ene P. Dumitru* (cl. XI. s.m. 1. Ploești), 10. *Jaliu Cristel* (cl. XI ș.m. 15 București), 11. *Gilmeanu Vasilaș* (cl. XI Pucioasa), 12. *Răduță Apolodor* (cl. XI Bolintinul din Vale), 13. *Timuș M. Dan* (cl. XI ș.m. 1 Ploești), 14. *Racoltă Mihail* (absolvent Baia Mare), 15. *Albu T. Toma* (cl. X Petroșani, Hunedoara), 16. *Cornblum Eugen* (cl. XI ș.m. 11 București), 17. *Gurămultă V. Ion* (cl. XI Adjud), 18. *Iorga Valeriu* (cl. X Lugoj), 19. *Moflic P. Emilian* (cl. XI Moreni), 20. *Munteanu Gh. Mircea* (cl. VIII ș.m. 5 Orașul Stalin), 21. *Ștefănescu Decebal* (cl. IX Moreni), 22. *Georgescu Florin* (cl. XI ș.m. 11 București), 23. *Cristu Ileana* (cl. XI ș.m. 10 București) 24, *Rădulescu Gh. Mircea* (cl. XI ș.m 2 Constanța), 25. *Vinea Vladimir* (cl. IX ș.m. 32 București), 26. *Obadă Hareta* (cl. XI ș.m. 10 București), 27. *Cojocaru Ioan* (cl. XI lic. mil. Breaza), 28. *Vișan Grațiela* (cl. XI ș.m. 10 București), 29. *Stan Mircea* (cl. X ș.m. 1 București), 30. *Ghiță R. Teodor* (cl. X Bolintinul din Vale), 31. *Grigoraș Vasile* (absolvent Bacău), 32. *Bluoss I. Hans* (cl. X ș.m. 7 București), 33. *Ioachim Alexandru* (cl. X ș.m. 1 București), 34. *Bărbulescu Lucia* (cl. XI ș.m. 10 București), 34. *Marini Ileana* (cl. X ș.m. 10 București), 36. *Pascu Adrian* (cl. IX ș.m. 1 București), 37. *Carp I. Mihai* (cl. XI ș.m.. 4 București), 38. *Pantazi Emanuel* (cl. VIII ș.m. 11 București), 39. *Scarlat C. Nicolae* (cl. XI ș.m. 3 Pitești), 40. *Vîlceanu Sabin* (cl. X ș.m. 3 Tîrgu Jiu), 41. *Dogaru Mihai* cl. VIII Moreni), 42. *Niță Constantin* (cl. X Pucioasa), 43. *Tudor Gheorghe* (cl. XI Moreni), 44. *Burghelea Dan* (cl. XI Rîmnicu Vîlcea), 45. *Tiron Adrian* (cl. VIII Moreni), 46. *Rusu Constantin* (cl. XI ș.m. 2 Ploești), 47. *Sava Nicu* (cl. XI ș.m. 1 Satu Mare), 48. *Hiriș Viorel* (cl. X ș.m. 1 Timișoara), 49. *Neagu Mihai,* (cl. XI ș.m. 4 Timișoara), 50. *Cancer N. Anca* (cl. X ș.m. 1 Tîrgu Jiu), 51. *Adam Gheorghe* (cl. X ș.m. 3 Tîrgu Jiu), 52. *Ionescu Vladimir* (cl. VIII ș.m. 3 Tîrgu Jiu), 53. *Vlădăreanu Cornel* (cl. XI Codlea, Stalin), 54. *Laurescu D. Constantin* (cl. XI ș.m. 17 București), 55. *Beju Iulian* (cl. X Buzău), 56. *Popa Nicolae* (cl. X Focșani), 57. *Sfetcu Ioan* (cl. X Lugoj), 58. *Ene P. Elena* (cl. VII Lipănești, Ploești), 59. *Predescu Maria* (cl. VII Moreni, 60. *Diaconescu C. Radu* (cl. IX Pucioasa), 61. *Perianu Dan* (cl. XI Reșița), 62. *Banu Gheorghe* (cl. IX Pucioasa), 63. *Stanciu D. Petre* (cl. IX Moreni), 64. *Persache Octavian* (cl. VII ș.m. 11 București), 65. *Dumitrescu Ștefan* (cl. XI ș.m. Călărași), 66. *Bloos Günther* (cl. XI Sighișoara), 67. *Ionel I. Aurel* (cl. XI ș.m. 3 Tîrgoviște), 68. *Toth Emil* cl. XI Reșița), 69. *Nicolescu Doina* (cl. X ș.m. 2 Craiova), 70. *Anițescu N. Maria* (cl. VII ș.m. Tîrgu Jiu), 71. *Roșu C. Maria* (cl. VII Moreni), 72. *Ceapă V. Alexandru* (cl. VIII ș.m. 3 Tîrgu Jiu).

Pînă la 1 februarie 1960 s-au mai primit cel puțin cîte 10 soluții bune la problemele propuse în G.M.F.-B din ultimele trei numere apărute, după cum urmează:

ADJUD. Cl. VIII. Bogea Ion (3803, 05, E: 1384—90, 92—95, 97—400, 03, 06—08, 11) Cl. XI. *Gurămultă V. Ion* (3648—54, 57—62, 64—67, 70, 72, 74, 80, 89, 90, 94, 98, 99, 701, 05—08, 11, 13, 15, 18, 26, 27, 54, 60, 61, 63—67, 69, 72, 74, 78, 85, 90, 91, 93, 96, 97).

Școala de 7 ani *Păunești.* Cl. VI. Matei Lenuța (E: 1362, 65—67, 85, 87, 90, 92, 93, 95, 98), Vasiloiu Ion (E: 1362, 65—67, 72, 85, 86, 93, 94, 97, 436). Cl. VII. Berbece C. Dumitru (E: 1400, 01, 03, 09, 11—16, 18, 19, 22, 26), Dodu Virginia (E: 397, 98, 410, 13, 15 ,19, 25, 31, 36, 37), Moise Neculai (E: 1407, 09—11, 13—16, 18, 19, 21, 25, 42), Novac Georgeta (E: 1400—02, 12, 14, 15, 18, 22, 24, 25), Novac Virginia (E: 1402, 08, 13, 15, 17, 22, 25, 30, 35), Săndulescu G. Constantin (1387, 89, 95—98, 401, 06, 11), Vasilache Maria (E: 1414—17, 19—26).

AFUMAȚI (București). Cl. X. Camburu Cristache (3798, 902, 09, 16, 21, 24, 28, 30—32, 34).

AGNITA. Cl. XI. Petrișor Nicolae (3798, 816, 44, 97, 903, 05, 21).

ALBA IULIA. Cl. VIII. Georgescu Tudor (3803, 05, E: 1381, 83, 84, 87, 88, 91, 411, 2), Japalău Ionel (3838, 39, 48, E: 1398—401, 06, 08—11, 13—15, 19, 21, 25).

ANINA. Cl. XI. Ingl Felix (3718, 36, 48, 56, 64—66, 85, 90, 99, 803, 05, 28, 38, 44, 48).

ARAD. Ș.m. 1 „Ion Slavici". Cl. VII. Loșniță Felicia (E: 1366—68, 72, 73, 84, 86—

94, 97—99, 401). Cl. IX. Ciurea Sorin (3713, 803, 04—06, 13, 16, 45, 47, 88, 916). Cl. X. Papp Erhardt, 3758, 98, 99, 801, 07, 13, 16, 19, 31—33, 37, 41, 42, 45, 46, 917), Ponta Marius (3778, 85, 94, 96—99, 803, 42, 93, 97, 901, 03, 05, 07), Popescu A. Dorel (3800, 01, 04, 05, 07, 10, 12, 16, 19, 23, 30, 31, 33, 835, 37, 38, 42—44, P), Vîrşendanu Ioan (3778, 85, 97—99, 803, 42, 93, 97, 901, 03, 05, 07).

Şcoala profesională „Gheorghi Dimitrov". Anul III. Kleits Zoltan (3798, 810, 12, 16, 25, 28, 38, 42, 43, 45).

AZUGA (Ploeşti). Cl. VII. Enache Elisabeta (E: 1384, 86, 93, 94, 98, 401, 03, 06, 08, 09, 14, 15, 18, 21, 22).

BABADAG. Cl. VIII. Sora S. Boris (E: 1398, 400, 01, 04, 06, 08, 09, 11, 12, 16, 18, 19, 21).

BACĂU. Absolvent *Grigoraş Vasile* (3857, 77, 78, 80, 82, 94, 97, 98, 900—09, 12, 16, 17, 19, 22, 25—33, 39—43, 45, 46, 49—55. Cl. X. Dabu Răzvan (3855, 61, 77, 83, 88, 97, 901—03, 06, 10, 12, 14, 16, 17, 21—24, 29), Kloetzer Eugen (3773, 80, 98, 99, 802—05, 13, 21, 41). Cl. XI. Lupan Dan (3799, 879, 98, 901, 03), Vasilache Ion (3925—31, 34, 35, 37, 40, 57, 60, 63, 65, 66).

BAIA DE ARIEŞ. Cl. VII. Narita Mariana (E: 1381, 83, 84, 88, 89, 91, 92, 95—96).

BAIA MARE. Absolvent *Racolţă Mihai* (3758, 60, 61, 67—69, 79, 81, 98—803, 05—10, 12, 13, 16, 17, 19, 21, 24, 28, 32, 37—39, 41—49, 54, 55, 60, 66, 78—80, 88, 91, 98, 97, 901, 03, 04, 07, 16, 17). Cl. XI. Fazakaş Anton (3798, 99, 801, 03, 04, 06, 08, 12, 16, 32, 41—43, 54).

BECHET (Craiova). Cl. X. Cruşoveanu M. Victor (3798, 800, 01, 03, 05, 06, 08, 16, 19, 21, 30, 32, 41, 42, 45).

BIRLAD. Cl. VIII. Iordan D. Dumitru (3803, 05, E. 1391, 94—96, 400, 01, 03, 07, 11, 12, 14—16, 18, 21, 25, 26), Manole Maria (E: 1403, 15, 16, 18, 20, 25, 36), Moişanu Elena (3951, E: 1398, 400, 03, 06, 08, 14, 16, 18, 21, 25, 36). Cl. XI Aur Virgil (3798, 99, 802, 03, 05—07, 32, 43, 897, 903, 05). Creţu Aurel (3798, 99, 803, 05—07, 32, 43, 97, 903, 05).

BISTRIŢA (Cluj). Cl. XI. Sabo Pavel (3798, 99, 812, 24, 25, 28, 38, 39, 41—45, 48, 51, 52, 53, 72, 79, 81, 83, 84, 87, 97, 900, 03—08, 16, 17, 23, 24).

BOLINTINUL DIN VALE (Bucureşti). Cl. X. *Ghiţă R. Teodor* (3712, 14, 16, 17, 19, 22, 23, 25, 26, 29, 48, 52 , 56, 65, 67, 68, 78, 90, 91, 95, 97, 810, 12, 15, 43, 47, 48, 55, 57, 59—61, 70, 72, 88, 90, 95, 97, 99, 901, 02, 04, 07, 16—18, 20). Cl. XI. *Răduţă Apolodor* (3760, 61, 63—68, 72, 74, 78, 85, 86, 88—92, 96—807, 09—13, 15, 17, 21, 22, 28, 30, 32, 33, 38, 39, 41, 44, 46—49, 51, 52, 55, 60, 61, 64, 66, 73, 97, 903, 07, 16, 17, 19, 21, 22).

BOTOŞANI. Cl. VII. Drăgoiu Cristian (E: 1384, 86—90, 92—94, 96). Cl. VIII. Laur Fenia (E: 1414, 16, 18, 19, 21, 22, 26, 29, 32, 36, 43, 44), Rapaport Toni (E: 1381, 84, 86, 88, 91, 95, 97—401, 07, 08, 11, 12, 14—16, 18, 21, 24—26).

BRADEŞTI (Craiova). Cl. VII. Mihai I. Constantin (E: 1397, 401, 03, 04, 06, 11, 12, 16, 18, 20, 26).

BRAILA. Ş.m. 1. Cl. X. Constanda D. Cristian (3798, 99, 801, 03, 05—07, 09, 10, 13, 16, 17, 20, 25, 30, 31, 33, 37, 41, 43—45), Miron Augustin (3798, 99, 801, 04, 06, 13, 16, 17, 20, 31, 45, 61, 97, 901, 03, 16), Moraru Margarta (3798, 804—06, 08, 13, 97, 916, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 52). Ş.m. 2. Crăcea I. Gh. (3799, 801, 07—09, 12, 15, 17, 22, 28, 31—33, 35, 855, 56, 58, 60, 61, 83).

Şcoala de 7 ani nr. 19. Cl. VI. Frangu Octavian (E: 1369, 79, 84—86, 89, 90, 92—402, 06—08, 10, 14, 15, 19, 21—25).

BREAZA (Ploeşti). Ş.m. „Aurel Vlaicu". Cl. VIII. Băşanu S. Traian (E: 1397—400, 03, 06, 08, 11, 13, 16, 18, 26, 36), Bucur D. Mihai (E: 1398, 99, 403, 06, 08, 11, 13, 26, 36), Croicu Emilia (E: 1398, 403, 06, 08, 11—13, 18, 26, 36), Drăgoi Florica (E: 1397—400, 08, 11, 12, 16, 18, 26), Florescu A. Ilie (E: 1397—400, 403, 06, 08, 11, 13, 18, 26, 33, 36), Otea Valeriu (E: 1397—402, 06—16, 18, 19, 21, 26, 32), Petrescu Margareta (3863, 88, E: 1398—401, 03, 06, 08, 12, 16, 18, 21), Soare Constantin (3858, 906, E: 1397—99, 403, 04, 06, 13, 18, 26, 36).

Liceul militar „Dimitire Cantemir". Cl. X. Bălăşescu Ion (3856, 60, 88, 97, 903, 05, 16, 17, 21, 28, 29, 31, 43, 51, 94), Bărbulescu Daniel (3855, 60, 88, 93, 97, 901—03, 21, 28, 29, 31, 43, 51, 94), Bărbulescu Nicolae (3860, 88, 97, 901, 03 ,05 ,12, 16, 21, 26, 28, 29, 31, 51, 88, 94), Barşa Călin (3897, 901, 03, 05, 12, 16, 21, 26, 29, 31, 51, 73, 88, 94), Cazacu Costel (3860, 88, 96, 97, 901, 02, 16, 17, 21, 28—30, 43, 51, 73, 76, 94), Constantinescu Mircea (3855, 60, 88, 96, 97, 901, 03, 05, 16, 17, 21, 28, 29, 31, 43, 51, 94), Guţă Vasile (3855, 60, 88, 96, 97, 901, 03, 05, 16, 21, 28, 29, 43, 51, 76, 94), Ionescu Ion (3860, 88, 97, 901, 03, 05, 12, 17, 21, 28, 29, 43, 51, 88, 94), Iordache C. Vasile (3855, 60, 88, 96, 97, 901—03, 05, 16, 17, 21, 28, 29, 31, 43, 51, 60, 62, 64), Lascu Nicolae (3860, 97, 88, 901, 03, 05, 12, 16, 17, 21, 26, 28, 29, 31, 43, 54, 88, 94), Manta D. Apostol (3860, 88, 97, 901, 05, 12, 16, 21, 26, 28, 29, 31, 51, 88, 94), Mănuţă Petre (3855, 60, 88, 97, 901, 03, 05, 12, 16, 21, 26, 28, 29, 31, 51), Pleşa Dumitru (3855, 60, 88, 96, 97, 901—03, 16, 21, 28, 29, 43, 51, 93), Roşcăneanu Maricel (3855, 60, 88, 97, 901, 05, 12, 16,

21, 26, 28, 29, 31, 43, 83, 94), Savu Florentin (3855, 60, 88, 96, 97, 901—03, 16, 17, 21, 28, 29, 43, 51, 94), Stănilă Ion (3855, 60, 88, 96, 97, 901, 03, 16, 21, 28, 29, 31, 43, 73, 76, 94), Vintilă Gh. (3855, 60, 88, 96, 97, 901—03, 17, 21, 28, 29, 43, 51, 94). Cl. XI. *Cojocaru Ioan* (3770, 72, 77, 81, 82, 97—808, 10—13, 15, 17, 21, 23, 24, 28—33, 35, 38, 39, 41—49, 53, 55, 60, 61).

BUCUREȘTI. Absolvenți: Dimoiu I. (3798—810, 12, 13, 17, 20, 21, 33, 35, 41—45, 53, 54), Gheorghe Stela (3879, 80, 97, 98, 903, 25, 29, 41, 49), Glatz Alexandru (3888, 97, 903, 21, 24, 28—32, 34—37, 60, 62, 63, 65—67), Martin Ch. (3897, 98, 903, 04, 08, 14, 16, 17, 21—31, 41, 51, 54, 934—38, 60—63, 65—67), Mureșanu Stanca (3825, 28, 38, 39, 47, 48, 52), Petcu Nicolae (3798, 803, 05—07, 13, 17, 20, 41, 43—45, 53, 54), Piscupescu Gabriel (3855, 60, 72, 78—80, 88, 93, 94, 96—98, 901—04, 16, 17, 19, 21, 22), Tutoveanu Olga (3855, 79, 93, 97, 903, 04, 07, 08, 16, 26—30, 32, 34—38, 57, 59—67), *Tuțuianu Ovidiu* (3801, 04, 21, 24, 33, 42, 46, 51, 52, 79, 84, 88, 96—98, 901—03, 08, 13, 14, 16, 17, 21, 23, 24, 26—38, 41, 54, 57, 60—67, 71, 74—81, 4002, 013).

Ș.m. 1. „Nicolae Bălcescu". Cl. IX. *Pascu Adrian* (3825, 28, 38—40, 47, 48, 51, 83, 84, 914, 23, 24, 34—37, 48, 57, 60—67, 77—81, 4001, 08—13), Răzvan Vladimir (3796, 98, 803, 13, 32, 41, 88, 923, 26, 28, 35, 57, 60—64, 78, 81, 4009—13). Cl. X. Rațiu S. Sebastian (3798, 803, 39, 41, 43, 44, 71, 97, 903, 28, 29, 31, 34, 37, 60), *Stan Mircea* (3690, 705, 07, 11, 13, 25, 34, 38, 43, 44, 56, 57, 64—67, 72, 76, 78, 96—804, 06—10, 13, 15—17, 20, 21, 24, 30—33, 35, 43, 44, 53), Stențel Nicolae (3855, 923, 26, 29, 34, 37, 56, 57, 60—65, 97, 901, 03). Cl. XI. *Ioachim Alexandru* (3800, 01, 03, 08, 12, 13, 15, 17—19, 21, 22, 24, 36, 43, 44, 55, 56, 58, 60, 63, 71, 73, 97, 98, 902—06, 09, 12, 16, 17, 19, 22, 28, 43, 45, 52, P), Rășcanu Radu (3764—67, 78, 81, 85, 94, 96, 97, 800, 01, 08, 12, 17, 32).

Ș.m. 3 „ Ion Neculce". Cl. VI. Bușilă Ecaterina (E: 1414, 15, 21—23, 28, 29, 37, 38, 42), Dobrescu Ion (E: 1414, 15, 21, 29, 36, 38, 42, 44, 45, 47, 48, 50—53), Enescu Adrian (E: 1414, 15, 21, 29, 36, 38, 42, 44, 45, 47, 48, 50—53), Popescu C. Radu (E: 1389, 92—94, 97, 99, 400, 14, 15, 21), Ștefănescu Anca (E: 1414, 15, 21, 29, 36, 38, 42, 44, 45, 47, 48, 50—53), Sucitu Alexandru (E: 1398—400, 06, 07, 14, 15, 18, 19, 21, 25), Voroveanu Mihail (E: 1414, 15, 21, 29, 36, 38, 42, 44, 45, 47, 48, 50—52). Cl. IX. Sucitu Gh. (3800, 05, 08, 30, 56, 61, 63, 88, 902, 16).

Ș.m. 4 „Aurel Vlaicu". Cl. XI. *Carp I. Mihai* (3692, 96, 716, 20, 24, 26, 52, 60—68, 72, 74, 76, 80, 85, 90, 91, 94, 96—98, 801, 03, 05, 06, 10, 13, 21, 43, 44).

Ș.m. 7 „I. L. Caragiale". Cl. VII. Marian Emilia (E: 1381, 83, 85—87, 93—95, 401, 11, 12). Cl. VIII. Vlad Virgiliu (3790, 803, 32, E: 1369, 76, 87, 88, 93, 98, 400, 01, 03, 06, 11, 12, 14, 18, 26). Cl. IX. Popescu Daniela (3798, 805, 09, 13, 16, 61, 88, 907, 16). Cl. X. Duțică Cristian (3792, 800, 04, 06, 13, 21, 23, 24, 28, 29, 38, 40, 41, 48, 51, 52, 58, 63, 76, 83). *Bluoss Hans* (3860, 97, 912, 14, 17, 19, 21, 24, 26—29, 31—35, 37, 38, 42, 43, 51—54, 57, 60—65, 67, 68, 21, 74—76, 78, 80, 81, 4008, 09, 11, 12), Mazilu Luminița (3798, 99, 803, 05, 06, 09, 16, 32, 33, 97, 903—05, 16, 17, 19), Ricci Mario (3798—803, 05, 06, 08, 09, 16, 21, 28, 32, 48, 55, 63, 921), Vlad I. Valentin (3798—800, 02, 05, 17, 25, 28, 29, 38, 39, 41, 42, 48, 52, 924), Cl. XI. Popescu N. Liviu (3780, 81, 809, 12, 13, 16, 32, 43, 61, 88, 93, 97, 903, 05), Ștefănescu D. Mihai (3857, 60, 79, 97, 901, 03, 05, 07, 08, 15, 16, 21, 43, 54).

Ș.m. 8. Cl. IX. Buiculescu Doina Ileana (3798—800, 02—05, 09, 32, 41).

Ș.m. 10. Cl. VI. Stoicescu Marina (E: 1366, 67, 72, 73, 84, 86, 90, 93, 94, 97—400, 03, 14, 15, 18, 21, 25). Cl. VII. Cristu Oana (E: 1397, 400, 01, 02, 10, 12, 15, 35, 36, 41, 44, 47, 52), Leibovici Valeriu (E: 1397—401, 04, 06—08, 11, 12). Cl. VIII. Niculescu Liliana (E: 1397—401, 03, 06, 08, 11, 12, 14—16, 18, 21, 26). Cl. IX. Dumitrescu Emilia (3798, 800, 03, 06, 08, 13, 33, 46, 88, 902). Cl. X. *Marini Ileana* (3798, 99, 801—03, 05, 06, 08—10, 13, 16, 20, 30—32, 38, 39, 41, 42, 44, 46, 48, 53, 54, 60, 88, 93, 97, 903, 26—29, 31, 32, 34, 37, 43, 48). Cl. XI. *Bărbulescu Lucia* (3796, 800, 07, 17, 30, 33, 59, 97, 901, 04, 16, 17, 21, 22, 25—32, 34—37, 40, 43, 45, 55, 57, 60, 62—67, 74—76, 78). *Cristu Ileana* (3897, 99, 901—03, 07, 08, 10, 16—18, 22, 25—33, 36, 37, 40, 41, 43, 49, 54, 57, 61, 62, 65—67, 69, 71—76, 78, 88, 94—96, 4002), *Obadă Hareta* (3857, 97, 901, 03, 04, 08, 16, 17, 21—32, 34—38, 41, 43—43, 54, 60—67, 71, 74—78, 81, 410), *Vișan Grațiela* (3857, 59, 97, 901—03, 08, 16, 17, 21, 22, 25—32, 34—38, 40, 43, 45, 54, 55, 57, 59—67, 75—77, 81, 4002).

S. m. 11 „Dimitrie Cantemir". Cl. VI. Dumitrescu Mihai (E: 1389, 90, 92, 94, 95, 400, 01, 11, 14 ,18), Mdaru Doina (E: 1397—401, 06, 08, 09, 14, 15, 18, 19, 21, 30, 36, 37), Papadopol Șerban (E: 1397, 99, 400, 01, 06, 08, 14, 15, 21, 38). Cl. VII. *Persache Octavian* (3713, 65, 67, 68, 90, 803, 05, 39, E: 1372, 81, 83—86, 89, 91, 96—416, 18—23, 25, 26), Tînțăreanu Cristian (3962, 64, E: 1400, 01, 06, 09, 10, 12—14, 16, 18, 25, 33, 36). Cl. VIII. Dăbuleanu Alexandru (E: 1397—401, 03, 06—08, 11, 12, 14—16), Necșulescu Doina)3803, E: 1381, 84, 88, 90, 92—95, 400, 01,

06, 08, 12), *Pantazi Emanuel* (3803, 05, 81, 84—87, 91—403, 06—16, 18, 19, 21, 22, 25, 26), Roşu Dorin (3803, E: 1381, 84, 88—90, 92—95, 98, 400, 01, 03, 06, 08, 11, 12), Simu Cornel (3790, E: 1381, 84, 86—89, 90, 92—94, 96, 414, 15, 18, 25, 26). Cl. IX. Georgescu Horia (3902, 10, 16, 19, 28, 34, 35, 43, 51, 53, 57, 60, 61, 63, 64, 74—76, 94, 99, 402, 11, 13), Gianni Emanuel (3725, 41, 66, 98, 800, 03—06, 13, 32, 38, 41, 42, 48, 61), Moga Paraschiva (3798, 802, 03, 05, 06, 13, 16, 32, 88, 907), Stănculescu I. Ion (3907, 28, 34, 60, 63, 64, 67, 74—76, 94, 99, 4002, 12, 13), Văiteanu Dan (3798, 803, 05, 09, 32, 41, 55, 58, 91, 901, 04, 07, 16, 17). Cl. X. Balter Henry (3791, 98, 803, 05, 06, 08, 13, 21, 25, 28, 38—41, 45, 47, 48, 52), Cioloca Emil (3798, 802, 05, 06, 08, 13, 21, 25, 28, 32, 38—41, 45, 47, 48, 912, 17, 23), Cristofor Radu (3790, 98, 803, 05, 06, 08, 13, 21, 25, 28, 32, 38—41, 45, 48, 52), Gall Alexandru (3798, 803, 05, 06, 08, 13, 21, 25, 28, 32, 38—41, 45, 48, 52), Mihu Răzvan (3764—68, 90, 91, 98, 803—05, 13, 16, 28, 29, 39—41, 47), Oprescu Cristian (3798, 803, 05, 06, 08, 13, 21, 25, 32, 38—41, 45, 47, 48), Stoianescu Alexandru (3798, 803, 05, 06, 25, 28, 32, 39, 41, 45, 48, 97, 917, 21, 23). Stoicescu Cristian (3798, 99, 801, 03, 05, 06, 10, 25, 28, 38, 39, 48, 52, 84, 97, 901, 03, 04), Văleanu G. (3798, 800, 01, 06, 13, 16, 21, 30, 61, 902, 16, 17), Cl. XI. *Cornblum Eugen* (3778, 93, 98—813, 16, 17 ,20, 21, 23, 24, 29, 30, 32, 33, 37, 38, 41—45, 48, 50, 53—56, 60, 64, 71, 88, 93, 97, 98, 901—04, 12, 16, 17, 22, 29), *Georgescu Florin* (3798—813, 16, 17, 21, 25—29, 32, 33, 37—45, 47, 48, 50—56, 58, 60, 71, 83, 84, 88), Revici T. Nicolae (3798, 99, 802, 03, 05, 06, 16, 41, 47, 903, 05), Cătănescu I. Vasile (3790—92, 98, 99, 801, 03—06, 08, 21, 25, 28, 38, 39, 88, 97, 917, 23, 24).

S. m. 13 „Mihai Viteazu". Cl. VII. Flondor Paul (E: 1381, 87, 88, 91, 95, 401, 11, 12, 18, 26), Necula Mihai (3803, E: 1380, 84, 86, 87, 89, 90, 02, 93, 97—402, 06, 07, 10, 12), Cl. X. Dăscălescu Florin (3798, 803—05, 08, 21, 33, 37, 41, 88, 97). Cl. XI. Ţuţuianu Ovidiu (3701, 09, 10, 18, 20, 24, 28, 38, 44, 61, 69, 70, 72, 78, 80, 85, 93, 98, 99, 803, 05—07, 12, 13, 41, 43).

S. m. „Elena Sîrbu". Cl. VIII. Moscovici Corneliu (E: 1398, 400, 01, 03, 04, 06, 08—12, 15, 16, 18, 20, 25, 26). Cl. X. Ghiţă Eugenia (3798, 99, 803, 06, 41, 42, 901, 26, 28, 31, 32, 43). Cl. XI. Jaliu Cristel (3799, 801, 02, 05, 07, 09, 10, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 32, 43, 44, 53, 57, 61, 74, 77, 78, 88, 93, 94, 96—99, 901, 03, 04, 07, 08, 16—18, 21, 22, 25—30, 34—36, 40, 51, 54, 57, 60—65, 67, 68).

S. m. 16 „Gheorghe Coşbuc". Cl. VIII. Morgenstern Schoel (E: 1414—16, 18, 19, 21, 25, 26, 28, 29, 32, 36—39, 43, 44), Petrescu Adina (E: 1397—404, 06—12, 14—16, 18, 19, 21, 25, 26, 28, 29, 33, 36, 37, 39), Siegler Goldiţa (E: 1414—16, 18, 19, 21, 26, 28—30, 32, 36, 37, 40). Cl. X. Deleanu Denise (3798, 99, 802, 03, 05, 06, 08, 09, 13, 16, 24, 28, 32, 33, 37, 39, 41, 45, 48, 97, 903, 06, 12, 17, 21).

S. m. 17 „Matei Basarab". Cl. VIII. Faibiş Beno (3914, 60, 62, 64, 67, 68, 93, E: 1402, 05, 10, 13, 23, 27, 34, 40). Cl. X. Faibiş Elianu (3858, 60, 88, 91, 93, 97, 903, 06, 07, 12, 16, 17, 19, 21, 22), *Olteanu Stoica Victor* (3798—810, 12, 13, 16, 17, 21, 24, 25, 28—33, 35—46, 48, 51—56, 58—60, 69, 70, 74, 79, 83, 88, 91, 93, 97, 98, 900—04, 06—08, 12, 16—19, 21—24). Cl. XI. *Laurescu D. Constantin* (3798, 99, 801—05, 07—10, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 23, 27, 31—33, 36, 37, 45, 53—56, 60, 61, 66, 71, 76—80, 88, 93, 94, 96—98).

Ş. m. 18 „Mihail Eminescu". Cl. IX. Crăciunoiu Gh. (3870, 88, 97, 901—03, 16—18, 28), Hornea Silvia (3798, 802, 03, 05, 06, 09, 13, 31, 61, 902), Susea Constantin (3709, 58—60, 65, 80, 85, 93, 95, 601—03, 903, 11, 17). Cl. X. Pîrşan C. Liviu (3897, 902, 10, 16, 17, 21, 25, 28, 29, 37, 45, 53, 57, 63, 64, P), Simionescu Vasile (3897, 901, 03, 14, 21, 29, 29, 34, 35, 37, 60—62).

Ş. m. 19 „Ion Creangă". Cl. VIII. Dascălu Sorin (E: 1397—401, 03, 04, 08, 11, 12, 14—16, 18, 21, 26).

Ş. m. 20 „Gheorghe Şincai". Cl. X. Mihai Ilie (3798—806, 13, 16, 21, 28, 41, 88, 97, 903, 14, 16, 17, 22), Popa Alexandru (3798, 99, 801, 03—06, 13, 21, 30, 31, 33, 39, 41, 45, 46, 48, 51, 52, 83).

Ş. m. 22 „Gheorghe Lazăr" Cl. X. Simionescu Ion (3903, 28, 29, 31, 32, 43, 51, 54, 62, 74, 75, 78, 94, 4012, 13).

Ş. m. 23, Cl. XI. Nicula Virgil (3855, 56, 60, 61, 68, 72, 74, 77—79, 88, 95, 97, 901—04).

Ş. m. 25. Cl. XI. Catrina Dumitru (3855, 59, 61, 73, 77, 81, 93, 901, 02, 04, 16, 17, 21, 22, 25—31, 33—37, 40, 48, 52, 57, 62, 63, 66, 67).

Ş. m. 27. Cl. VIII. Cristescu Paul (3713, 19, 803, 09, E: 1359, 64, 70, 74, 78). Cl. IX. Pudoiu Gheorghe (3858, 63, 88, 902, 06, 16, 26, 28, 31, 45, 53), Socoteanu Ion (3798, 803—05, 09, 12, 13, 30, 32, 33, 37, 41, 55, 73, 88, 902, 16, 26, 28, 31, 51), Cl. XI. Boţoacă Vasile (3801, 04, 08, 11, 16, 30, 31, 42, 46, 49, 55, 57, 60, 64), Cocoş Marin (3801, 04, 08, 11, 16, 30, 31, 42, 46, 49, 50, 53, 55, 57, 60), Ivănuş Ştefania (3799, 807, 09, 11, 16, 41, 42, 79, 907, 28, 29, 52).

Ş. m. 28 „Petru Groza". Cl. X. Anghel Marius (3926, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 38, 48, 57, 60—63, 74—76, 78, 80, 81).

Ş. m. 32 „Barbu Delavrancea". Cl. VI. Florea Gheorghe (E: 1384—86, 90, 92—95, 97—401, 06—09). Cl. VII. *Vinea Alexandru* (E: 1381, 83—96—404, 06—12, 14—16, 18—21, 23, 25, 26). Cl. IX. Dăncuş Artur (E: 1401,

09, 24, 25), Vinea Vladimir (3798, 801, 02, 04, 06, 08, 13, 24, 25, 28, 29, 32, 33, 37—42, 45, 46, 55, 61, 63, 88, 93, 902, 14, 16, 19, 23, 28, 30, 31, 34, 35, 38, 43, 45, 46, 54, 57, 60, 61, 63, 66, 67).

Grupul şcolar sanitar. Anul I. Armaş Petre (3798, 99, 802, 03, 05—07, 13, 32, 43, 44).

Şcoala muncitorească „7 Noiembrie". Cl. VIII. Timofte V. Gabriel (3803, 05, 13, E: 1381, 84—96).

Şcoala tehnică de metrologie. Anul I. Ursianu R. Viorel (3801, 06, 08, 10, 13, 15, 17, 21, 30, 42, 43, 49).

Şcoala germană nr. 2. Cl. VI. Manu Gabriela (E: 1397, 98, 400, 02, 06—10).

Şcoala de 7 ani nr. 43. Cl. VII. Nicolae Valeriu (E: 1381, 84—86, 88, 91—93, 95, 96).

Şcoala de 7 ani nr. 73. Leibovici Zefi (E: 1313, 14, 22, 23, 27, 29, 30, 42, 44, 50, 81, 86, 90, 93, 95, 97, 400, 02, 15).

Şcoala de 7 ani nr. 76. Cl. VII. Aronovici Aureliu (E: 1386—88, 90, 93, 95, 97, 98, 400, 03, 11, 14, 16, 19, 25, 26).

Şcoala de 7 ani nr. 145 Ghencea. Cl. V. Dincă Elisabeta (E: 1384—86, 90, 93, 97—99, 406, 07, 21, 22). Cl. VI. Curavale Virginia (E: 1384—86, 89, 90, 92, 94, 95, 97—99, 414, 19). Cl. VII. Enăşteanu Ştefan (E: 1355, 56, 62, 64—66, 68, 76, 81, 88, 91, 96, 97), Sîntimbreanu Grigore (E: 1355, 56, 58, 64—66, 68, 69, 76, 91, 94).

Şcoala de 7 ani nr. 150. Cl. VII. Rădulescu Mihai (3803, E: 1381, 84—95), Stihi Teodor (E: 1381—83. 87. 90—95).

Şcoala de 7 ani nr. 169. Cl. VII. Bendic Mircea (3801, 03, 06, 09, E: 1381—95), Ştefan Miron (E: 1355—58, 62, 64—66, 68, 69, 72, 73, 79, 80, 84, 85, 89, 90. 92. 93).

BUHUŞI (Bacău). Cl. X. Roşu Elena (3798—801, 03, 06, 08, 13, 17, 21)

BUŞTENI (Ploeşti). Cl. IX. Constantinescu Marius (3764, 65, 67, 68, 90—92, 803—05, 08, 13, 39, 88, 96, 98).

BUZAU Ş. m. „Bogdan Petriceicu Hajdeu" Cl. VIII. Glasman Nae (E: 1436—39. 84, 86, 88, 89, 93), Udrescu Florin (3706, 07, E: 1329, 31, 33, 37, 43—46, 48, 50—52). Cl. X. Cupcea Nicolae (3785, 94, 99, 801, 07, 10, 16, 18, 20, 43, 44, 61, 88, 97, 902, 03, 05, 07, 17, 21), Frînculescu Iulian (3798—806, 08, 10, 12—14, 17, 21, 33, 43—36, 50, 53), Mihacea Adrian (3800, 01, 04—10, 12, 16, 17, 19, 20, 30, 33, 37, 41—46, 49, 50, 55, 56, 60, 61, 79, 88, 97, 902, 05, 16, 17), Spinescu Teodor (3769, 72, 76, 78, 80, 85—88, 90, 92—806, 12. 17, 21, 28, 43), Stoica T. Ioan (3799, 803, 05—11, 13, 39, 41, 44, 55, 57, 83, 88, 97, 903), *Beju Iulian* (3758—69, 72, 74, 76, 78, 80, 81, 85—90, 92—810, 12, 13, 17, 21).

Şcoala de 7 ani *Valea Rea*. Cl. VI. Stanciu I. Nicoleta (E: 1414, 15, 19, 21—23, 25). Clasa VII. Cristudor N. Elena (E: 1414—16, 18, 19, 21—23, 25, 26).

BUZIAŞ. Cl. VI. Goanţă Hermina (E: 1366, 67, 72, 85, 86, 90, 92—94, 97, 99, 407, 08).

CĂLĂRAŞI. Absolvent Drăgoi Valeriu (3798—800, 02—07, 09, 11—13, 17, 24, 30—33, 41, 43, 44, 46—48, 55, 70, 74, 88, 93, 97, 903, 05, 07, 08, 16, 17, 21). Cl. XI. *Dumitrescu Ştefan* (3798—804, 06, 07, 12, 13, 16, 17, 20, 25, 28, 38—34, 48, 55, 83, 84, 87, 97, 99, 803, 17, 34, 35, 37, 57, 60, 62, 65, 67).

CARACAL. Absolvent Stratan Alexandru (3828—33, 35, 38, 39, 41—48, 51, 53, 54, P), Cl. VIII. Popa C. Emil (3899, 906, 919, E: 1414—16, 18, 19, 21, 25, 26). Cl. IX. Păunescu Doru (3798, 803, 05, 09, 13, 16, 28, 38, 39, 41, 70, 907, 10).

CARANSEBEŞ. Cl. XI. Gruia Dan (3764, 65, 67, 68, 90—92, 824, 28, 38, 39, 48), Petria Ion (3794, 96, 803, 05), Pîrjan Aurel (3825, 26, 28, 29, 38—40, 48, 51, 83, 84, 923, 24, 34—38, 57, 61—61, 66, 67).

CIMPIA TURZII. Cl. XI. Fetiţă Ioan (3797—99, 802, 03, 05, 06, 10, 21, 23, 30, 32, 33, 41, 43, 55, 88, 97, 917).

CIMPINA. Ş. m. „Nicolae Grigorescu". Cl. IX. Cara Venera (3798, 800, 03—05, 09, 13, 16, 32, 42), Chiricu P. Petre (3798, 803, 05, 09, 13, 16, 31, 32, 42), Cîrstoiu I. Margareta (3798, 800, 03, 05, 09, 13, 16, 32, 41, 42), Diaconu Maria (3798, 800, 03, 05, 09, 13, 16, 32, 41, 42), Secăreanu Vasile (3798, 800, 03—05, 13, 16, 30—32, 41, 45), Sîrbu Doina (3798, 803—05, 09, 13, 16, 32, 37, 916). Cl. X. Ana V. Ion (3802, 03, 08, 13, 31—33, 35, 45, 56, 58, 61, 63, 97, 902, 16, 17), Ciucu Cornel (3802, 08, 21, 22, 30—32, 35—37, 45, 55, 56, 58, 61, 63, 69, 77, 88, 97, 901, 02, 16, 17, 28, 29, 31, 45), Horja Em. Maria (3783, 98, 802, 03, 05, 06, 10, 13, 21, 31, 32, 35, 55, 61, 97, 917), Stamatescu N. (3798, 802, 03, 05, 06, 13, 21, 31, 32, 35, 55, 61, 97, 901, 17, 31).

CIMPULUNG MUSCEL. Cl. IX. Savin Alexandru (3798, 803, 05, 13, 32, 39, 61, 916, 22—24). Cl. X. Stanca S. Mihail (3798, 803, 13, 33, 45, 55, 63, 88, 97, 803). Cl. XI. *Bănică G. Const.* (3702, 03, 21, 25, 40, 55, 60, 68, 70, 72, 76, 77, 79, 82, 87, 98—810, 12, 13, 15—17, 20—22, 24—28, 30—33, 37—50, 52—55, 58—61, 63—66, 73, 77, 83, 84, 88, 90, 91, 93, 95—97, 99—904, 06—12, 16—19, 21—24).

CIMPULUNG (Suceava). Cl. VII. Cornescu Cinthia (E: 1389, 90, 94, 95, 401, 04, 09, 12, 14, 19). Cl. XI. Vertan Gh. (3798—807, 12, 21, 43, 97, 903, 05).

CLUJ. Student Bîrzan Romanel (Institutul Politehnic) (3812, 69, 97, 99—901, 03, 08, 10, 16—19, 21).

Ş. m. 1 „Emil Racoviţă". Cl. VII. Bondrea Tiberiu (E: 1379, 80, 84, 97, 98, 301, 03, 06, 08, 11, 14, 16, 18, 25, 26), Marian Iuliu (/: 1364, 81, 85—95). Cl. VIII. Peterfi Martin (E: 1387, 403, 09—12, 16, 18, 26, 81, 88, 91,

92, 95, 96). Cl. IX. Brînzaş Antony Petru (3798, 802, 03, 13, 16, 37, 88, 98, 99, E: 1400, 01). Cl. XI. Lungu Şerban (3825, 26, 28, 29, 38—40, 47, 48, 51), Maniu Horia (3798—800, 02, 03, 05—07, 10, 13, 21, 24, 31, 32, 41—43, 54), Patzelt Carol (3798—801, 03—06, 10, 13, 16, 21, 24, 25, 28, 38, 39, 42, 43, 48, 52).

Ş. m. „Gheorghe Bariţiu". Cl. VII. Călugăreanu Grigore (E: 1384, 88—90, 92, 95—98, 400, 01, 08, 18, 23, 25). Cl. VIII. Dragomir Nicolae (3803, 05, 88, E: 1384, 89, 92, 97—402, 08—12, 15, 16, 18, 19, 25, 26). Cl. X. Dincă Victor (3860, 97, 99, 901, 03, 05, 10, 17, 22, 24, 26, 28, 29, 34, 35, 37, 62).

Ş. m. „Nicolae Bălcescu". Cl. VII. Radu Gheorghe (E: 1397—401, 06—09, 11). Cl. VIII. Fedorovici Călin (3888, 902, 51. E: 1397, 401, 03, 04, 09, 11, 12, 16, 18, 24, 26, 32, 33, 36, 39). Cl. X. Stoica Aurel (3803, 05, 16, 20, 21, 42, 44, 45, 62, 74, 88, 902, 03, 06, 07, 16, 17, 22, P). Cl. XI. *Cimoca Gh.* (3781, 85, 99—801, 04, 05, 07, 09—11, 13, 15—17, 21, 22, 24, 31, 33, 37, 40, 45—47, 49, 51—53, 58, 60, 61, 70, 82, 88, 93, 97, 902, 03, 06, 07, 10, 12, 16, 17, 22—29, 31, 32, 34—39, 41—43, 45, 47—49, 51, 56, 57, 60—68).

CODLEA. Ş. m. „Alexandru Ioan Cuza". Cl. XI. Fătu Mihai (3798—803, 05—07, 09, 12, 13, 24), Gladcenko Gheorghe (3800—10, 13, 20, 21, 30—33, 35, 37, 41, 43—45, 58, 63, 71, 88, 89, 97, 902, 03, 10, 16, 17, P), Pascu N. (3798—807, 09, 10, 12, 13, 16, 21, 23—25, 28, 30, 32, 38. 39, 41—44, 47, 48, 54), *Vlădăreanu Cornel* (3798, 99, 802, 03, 05, 06, 10, 16, 17, 25, 32, 33, 41, 43, 52, 53, 78, 88, 91, 93, 95, 97, 98, 903, 04, 08, 12, 16, 19, 21, 24, 25, 28—30, 32, 34, 35, 37, 43, 49, 51, 60—63).

CONSTANŢA. Ş. m. 1 „Mircea cel Bătrîn". Cl. VIII. Brînzănescu Vasile (3803, 05, E: 1398—401, 03, 04, 06, 08, 11, 12). Cl. IX. Roitman Moise (3798, 800—06, 08, 10, 13, 16, 17, 19, 24, 28—33, 35, 37—41, 45, 51). Cl. X. Niţulescu Alexandru (3801, 10, 41, 66, 88, 92, 900, 03—05, 08, 10, 16, 17, 22).

Ş. m. 2 „Mihail Eminescu". Cl. XI. *Rădulescu G. Mircea* (3776, 78, 85, 98—801, 03—10, 12, 13, 17, 21, 23, 24, 30—33, 35, 41—46, 55—57, 59—61, 63, 64, 66, 71, 79, 80, 93, 902).

Ş. m. 3. Cl. VIII. Cocoş Grigore (E: 1336, 68, 69, 73, 74, 88, 93).

Şcoala de 7 ani *Cochinţi*. Cl. VII. Vîrşog Mihai (E: 1367, 68, 84, 85, 92, 93, 98, 408, 36).

Şcoala de 7 ani *Tuzla*. Cl. V. Toma Teodora (E: 1384, 85, 90, 97, 403, 06, 07, 15, 21).

CRAIOVA. Ş. m. 2. „Fraţii Buzeşti". Cl. V. Iordăchescu Anca (E: 1384—86, 89, 90, 91, 93—95, 97, 98, 400, 06, 14, 16). Cl. X. Stănescu Ortansa (3897, 902, 03, 07, 26, 28, 29, 31, 45, 57, 60—62, 64, 67, P). Grama Nicolae (3798, 802, 103, 05, 06, 41, 97, 903, 29, 43).

Ş. m. 2. Cl. IX. Stoia Manuela (3798, 800, 03—05, 13, 28, 32, 37, 39, 40, 83, 88, 902, 07, 16, 23). Cl. X. Duţă Al. Rodica (3799—803, 05, 06, 09, 13, 16, 21, 32, 37, 55, 60, 88, 97, 901, 03, 16). *Nicolaescu Doina* (3800, 01, 03—06, 08, 09, 13, 21, 30, 32, 33, 55, 57, 58, 60, 61, 66, 77, 88, 93, 97, 901—03, 05, 12, 16, 17, 22, 42—45). Pavel N. Radu (3764—69, 85, 87, 90, 91, 92, 98, 99, 803, 05, 06).

Ş. m. 4. Cl. VIII. Marinescu I. Florica (E: 1397, 98, 400, 02, 03, 07, 08, 10, 11, 13, 16, 18, 19, 26, 32).

Şcoala cămin nr. 8. Cl. VI. Bardi Agneta (E: 1392, 95, 97, 98, 401, 06—08, 14, 15, 21, 25), Florea Angela (E: 1304, 93, 97, 98, 401, 06—08, 14, 15, 19, 25).

Şcoala de 7 ani nr. 9. Cl. VII. Pantelimon Gheorghe (E: 1381, 84—86, 88, 89, 92, 95—97, 99, 401, 08, 10, 11).

Şcoala de 8 ani nr. 10. „Tudor Vladimirescu". Cl. VI. Nicolaescu Vasile (E: 1383, 85, 87, 88, 91, 93, 97—403, 06, 07, 09—13), Vasile Ion (E: 1383, 85, 97—402, 06—07, 09—13). Cl. VII. Boicescu Vlad (E: 1381, 84, 86, 87, 89, 90, 92, 94—98, 400, 01, 11—13, 18, 26), Ricer Eduard (E: 1397, 401, 03, 04, 06, 07, 09—15, 18, 19, 28, 29, 37), Sistoris Iulian (E: 1367, 81, 86—90, 92—96, 406, 11, 12, 18).

Absolvent Păpuşoiu Cornelius (3712, 16, 19, 29, 34, 37, 39, 56, 58, 60, 61, 66, 91, 92, 860, 80, 97, 98, 903, 28, 30, 36, 41, 62, P).

CUGIR. Cl. VIII serală. Niţă Modoran (3914, 35, 38, 57, 63, E: 1405, 11—13, 15, 16, 18, 20, 26).

CURTEA DE ARGEŞ. Cl. VII. Bărănescu Vasile (E: 1388, 90, 97, 98, 400—02, 09, 12, 14, 18, 24, 25). Cl. X. Bădescu Horia (3794, 802, 06, 10, 21, 23, 31, 88, 96).

DARABANI (Suceava). Cl. VI. Mălăescu Gabriel Vicenţiu (E: 1366—68, 72, 73, 84, 86, 89, 92—94, 97—400, 08, 15, 18, 21, 25, 28, 30, 36, 37). Cl. IX. Bărbieru Herşcu (3790, 803, 05, 06, 928, 49, 51). Cl. X. Moga Ion (3758, 78, 83, 98, 99, 816, 41).

DEVA. Ş.m. „Decebal". Cl. V. Reclaru Luciana (E: 1384—86, 90, 94, 97, 408, 14, 15). Cl. X. Crişan Mircea (3764—66, 68, 89, 90, 98, 99, 803, 04, 17, 21, 32, 38, 39). Cl. XI. Juga Alexandru (3798, 99, 803, 12, 32, 97, 901, 03, 21).

DRĂGĂNEŞTI (Bucureşti). Cl. VIII. Boldeiu N. Stelian (3919, 28, 29, E: 1400, 11, 12, 16, 18—22, 24—26, 30, 32, 38).

DRĂGĂŞANI. Cl. VII. Stănescu Cezar (E: 1432, 33, 36—38, 41, 43, 44, 47, 52). Cl. X. Blidaru Ion (3807, 10, 43, 60, 62, 79, 88, 97, 901, 03, 12). Cl. XI. Pîrvulescu Ovidiu (3807, 10, 41, 43, 56, 60, 63, 79, 88, 93, 96, 97, 901, 03, 21).

FĂGĂRAŞ. Şcoala de 7 ani *Mîndra*. Cl. VI. Cocan Doina (E: 1366, 67, 73, 80, 86, 90, 93. 94, 97, 99, 400, 06, 08, 14, 21).

FAGET (Timişoara). Ş.m. „Traian Vuia". Cl. X. Gheju Petru (3855, 56, 63, 77, 88, 97, 902, 03, 06, 16, 17, 21, 26—29). Cl. XI. Capotescu Mircea (3801, 07, 09, 20, 31, 50, 53—55, 60, 61,63, 64, 69, 71, 74, 77, 79, 88, 91, 97, 98, 901—08, 17, 19, 22).

FALTICENI. Ş.m. 1. Cl. XI. Maruţevici Valentin (3897, 903, 08, 28, 29, 34—38, 57, 62—66).

FILIAŞI (Craiova). Şcoala de 7 ani *Plopşor*. Cl. VII. Calistrate Ion (E: 1397—403, 06—08, 10—13, 15, 16, 18—22, 24, 26).

FOCŞANI. Ş.m. 1 „Unirea". Cl. VII. Călţaru Neculai (E: 1399, 400, 15, 29, 30, 36, 37, 42, 44, 51). Cl. IX. Neagu Elena (3873, 917, 28, 34, 35, 48, 60, 63, 64, 67). Cl. X. Călţaru N. Ovidiu (3920, 28, 34, 35, 38, 45, 48, 57, 59, 60, 62—64, 67, 68, 75, 92, 94, 4002, 10—13, P), Paraschiv Florin (3799, 801, 03, 06, 12, 16, 28, 41, 44, 48). Perju George (3897, 902, 03, 26, 28, 29, 31, 33, 43, 39, 51, 914, 34—37, 57, 61, 62, 66), *Popa Nicolae* (3855, 56, 58—60, 64—66, 69, 71—74, 77—80, 82—85, 87, 88, 91, 92—99, 901—04, 07, 08, 12—14, 16, 17, 19, 21—24).

Ş.m. 2 „Alexandru Ion Cuza". Cl. VIII. Bengus Florentin (E: 1339, 98, 401—03, 06, 12, 15, 18, 20, 21, 26). Cl. IX. Rosenblum Sorin (3713, 26, 29, 36, 41, 54, 92).

GALAŢI. Ş.m. 1 „Vasile Alecsandri". Cl. IX. Ender Lucian (3798, 800—03, 06, 08, 13, 16, 23—25, 30—33, 41, 45, 55, 63, 88, 902, 12, 16, 17, 19).

Ş.m. 3. Dăscălescu Maria (E: 1384, 86—88, 92—95, 97—401, 08, 11). Cl. IX. Ivănescu Al. (3798, 802—04, 06, 09, 13, 16, 19, 24, 32, 41, 45, 916, 19, P). Cl. XI. Feldstein Dora (3798—803, 05—07, 09, 12, 13, 16, 17, 21, 24, 35, 41, 43, 54). Gheorghe Virginia (3798—800, 02, 03, 05—07, 09, 10, 13, 24, 35, 44), Ghidalison Mia (3798—810, 13, 16, 17, 21, 24, 30, 33—35, 37, 41, 43—46, 49, 54), Lupu Victor (3798—801, 03—10, 12, 13, 16, 17, 21, 24, 30, 33, 35, 37, 41, 43—46, 49), Popoiu I. Constantin (3798—801, 03—10, 13, 16, 17, 24, 30, 33, 35, 37, 41, 43—46, 49, 54).

Şcoală de 7 ani nr. 21. Cl. VII. Dinu Gherghina (E: 1397, 400, 01, 06, 11, 14—16, 18, 21, 25, 26, 32, 36, 39), Marcu Iosef (E: 1399, 400, 04, 07, 08, 11, 15, 16, 18, 19, 22, 24, 26, 36, 37).

GATAIA (Timişoara). Şcoala de 7 ani. Cl. V. Drăgan Viorel (E: 1384, 86, 88, 90, 92, 415, 18). Cl. VII. Cimponeriu Traian (E: 1368, 72, 80, 414, 19, 21, 29, 32, 36, 37).

GHERLA (Cluj). Ş.m. „Petru Maior". Cl. XI. Buiga Ion (3798, 803, 05, 06, 16, 21, 41—44, 97, 928, 29).

GHIRDOVENI (Ploeşti). Cl. VI. Costache Gheorghe (E: 1384—86, 90, 92—97, 406), Enache Nicolae (E: 1355, 72, 80, 84, 86, 90, 93, 94, 97, 430, 31, 35).

GIURGIU. Ş.m. 1. Cl. X. Ivan I. Gheorghe (3420—29, 32—36, 38, 39, 52, 65, 78, 86, 99, 516, 22, 23). Cl XI. Perşoiu I. Totus (3770, 72—74, 84, 88, 92, 802, 06, 10—13, 17, 21, 24, 30, 32).

HAŢEG. Cl. VII. Sluchea Radu (E: 1385, 86, 88, 90, 93, 94, 97, 406, 08, 15).

HOREZU (Piteşti). Şcoala de 7 ani *Văideeni*. Cl. VI. Cismaru Valentin (E: 1384—86, 90, 93, 97, 414, 15, 29, 25). Cl. VII. Diaconescu Gh. Luminiţa (3803, E: 1382, 92, 94, 96, 414, 15, 18, 21, 25).

HUEDIN (Cluj). Cl. XI. Petra Ion (3778, 99, 803, 05—07, 16, 21, 93, 903), Sîrbu Dan (3798—801, 03, 06, 07, 10, 13, 16, 21, 25, 28, 32, 39, 44, 47, 48).

IAŞI. Studenţi: *Brînzei P. Dan* (fac. mat. fiz.) (3823—36, 38—57, 60—63, 65—72, 74, 77—86, 88—90, 92—98, 901, 903—24), Ibănescu Ion (fac. mat. fiz.) (3764—69, 78, 98, 801—03, 05—07, 12, 13, 17, 21, 24, 41—43, 46, 55, 60, 78, 79, 80, 97, 98, 903, 17), *Nanu Octavian* (fac. mat. fiz.) (3713—20, 22—27, 24—44, 46—70, 72—74, 76—81, 83, 85, 86, 89, 90, 92—97, P).

Ş.m. 1 „Mihail Sadoveanu". Cl. X. Dascălu Paul (3798, 99, 803, 04, 06, 08, 16, 21, 23, 25, 28, 30, 32, 33, 37, 39—41, 48, 51).

Ş.m. 2. Cl. XI. Marinescu Alexandra (3798, 99, 803—07, 13, 16, 33, 41, 42, 44, 79, 97, 903, 05, 16, 21).

Ş.m. 2 „Costache Negruzzi". Cl. VIII. Radu Vonstantin (3803, 05, E: 1367, 69, 86, 92—94, 97—401, 03, 07, 11, 12). Cl. X. Diaconescu Mircea (3798, 801, 03, 04, 05, 08, 17, 23, 32, 42, 88, 97, 912, 17). Cl. XI. Chirilă Mihai (3798, 99, 802, 03, 05, 06, 13, 41, 43—45, 48, 64, 88, 903). Masgras Vasile (3798, 99, 801, 03, 05—07, 12, 16, 17, 21, 23, 24, 32, 41, 43—46).

LIPĂNEŞTI (Ploeşti). Şcoala de 7 ani. Cl. VII. *Ene P. Elena* (3764, 67, E: 1355—59, 61, 63—69, 72—96).

LUGOJ. Locotenent Pupăzan V. Nicolae (3897—99, 902, 03, 16, 17, 21, 25, 26, 28, 29, 31, 41, 43, 45, 47, 54, 74—76, 94, 99).

Ş.m. 1. Cl. VI. Brinda M. Rodica (E: 1399, 402, 07—10, 14, 15, 36, 37). Cl. VII. Popovici I. Mariana (E: 1384—86, 97, 98, 401, 03, 08, 11, 12, 16, 18, 26). Cl. VIII. Boldea Bujor (3803, E: 1381, 87, 88, 91, 93, 95, 98, 401, 04, 06, 08, 11, 12, 16, 18, 26), Gangure Petru (3803, 05, E: 1381, 86—88, 91—96, 98—401, 04—08, 10—16, 18—23, 25—27). Cl. IX. Boldea Ioan (3798, 803—05, 08, 13, 16, 24, 30, 32, 42, 45, 46, 49, 55, 56, 88, 916, 17, 19). Cl. X. Buzoiu Virgil (3800, 02—06, 12, 14, 43, 60, 61, 88), Iliu Valeriu (3765, 72, 77, 78, 83, 97, 98, 803, 05, 06, 13, 28, 33, 38). *Iorga Valeriu* (3779, 98—801, 03—08, 10, 12, 13, 17, 19, 21, 24, 25, 28—30, 32, 33, 35, 36, 38—50, 52, 54—56, 58, 60, 61, 65—67,

69, 72, 73, 74, 77, 79, 80, 83, 88, 91, 93, 96), Jurca Iulian (3800, 01, 06—08, 17, 19, 21, 24, 30, 32, 33, 41, 43, 44, 48, 52, 54, 55, 61), Nemt Doina (3778, 80, 98—801, 07, 08, 13, 17, 20, 24, 25, 28, 30, 33, 35, 38, 39, 41, 43, 55, 56, 60, 61, 88, 97, 903), Niţoiu Şerban (3754, 98, 802—06, 13, 17, 19, 21, 24, 29, 30, 43, 44, 59—61, 63), Seleacu Vasile (3765, 808, 16, 17, 21, 24, 32, 33, 39, 41, 43, 44, 47, 48, 54, 55, 58, 60, 61, 97, 903, 07, 26, 28, 29, 34, 35, 37, 43, 60—62), Sfetcu Ioan (3774, 76, 98—801, 03—09, 13, 16, 17, 19, 21, 24, 25, 32, 33, 41—44, 48, 52, 54—56, 58—61, 63, 66, 69—71, 73, 74, 77, 88, 93). Cl. XI. Kiss Acaţiu (3789—91, 825, 28, 38—40, 47, 48, 51, 83, 84, 87, 914, 23, 24).

MEDGIDIA. Ş. m. „Nicolae Bălcescu". Cl. XI. Roşca Nicolae (3897, 903, 05, 16, 21, 24, 26, 28—31, 35—37, 49, 51, 54, 61—66, —), Zbîrnea Boris (3897, 903, 05, 16, 26, 28, 30, 31, 33, 35—37, 39, 49, 51, 54, 60, 62, 63, 65, 66).

MEDIAŞ. Cl. VIII. Sireteanu Ruxandra (E: 1381, 414, 16, 18, 19, 21, 24—26, 30, 32, 35—37, 39).

MORENI (Ploeşti). Cl. VI. Călăraşu T. Ovidiu (E: 1366, 67, 69, 72, 73, 84, 86, 93, 98, 406, 14, 15, 21, 24), Condurăţeanu Eugen (E: 1362, 66, 67, 73, 86, 90, 93, 94, 97, 98, 400, 01, 08, 10, 14, 18), Dogărescu L. Lavinia (E: 1390, 94, 99, 400, 08, 15, 18, 21, 25, 29, 30, 35—37). Cl. VII. *Predescu Maria* (3805, 06, 09, 13, 934, E: 1386, 87, 98—91, 94, 95, 97—403, 06—16, 18, 21, 22, 24—26, 28—30, 32, 36—40), *Roşu C. Maria* (3803, 912, 34, E: 1381, 87, 89, 91, 94—403, 06, 08—16, 18, 21, 22, 24—26, 29, 30, 36—39). Cl. VIII. Anghelina Maria (3803, E: 1403, 01, 06, 08, 12), *Dogaru Mihai* (3764, 65, 67, 68, 90, 92, 803, 05, 39, 48, 906, 19, E: 1370, 81, 84—402, 05—13, 15, 16, 18, 19, 21, 22, 25, 26), *Tiron Adrian* (3758, 64, 65, 67, 68, 92, 803, 05, 32, 38, 48, E: 1370, 79, 81, 84—403, 05, 06, 08, 10—13, 15, 16, 18, 19, 21, 22, 25, 26). Cl. IX. Bălaşu C. Florin (3784—36, 56, 57, 64—68, 88, 90—92, 825, 28, 38, 39, 48, 929), Condurăţeanu Angela (3725, 36, 56, 57, 64—68, 72, 88, 90, 91, 98, 802, 03, 05, 13, 25, 28, 32), Davidescu Radu (3764—68, 72, 88, 90, 91, 97, 98, 800, 02, 03, 05—07, 13, 38, 39, 45, 48), Diaconu I. Vasile (3741, 56—59, 64—68, 72, 88, 90—92, 98, 802, 03, 05, 06, 13, 16, 28, 32, 39, 47, 58), Frăţiloiu Gh. (3734—36, 56, 57, 64—68, 88, 90, 91, 828, 38, 39, 48), Moflic Sorin (3725, 38, 54, 58, 59, 61—63, 72, 78, 95—98, 800, 03, 05—09, 16, 32, 42, 97), Nedelcu Ion (3734—36, 56, 57, 64—68, 88, 90—92), 825, 28, 38, 39, 48, 923), *Stanciu D. Petre* (3725, 28, 38—40, 47, 48, 51—54, 58, 61, 64—68, 72, 78, 88, 90—92, 99—99, 801, 03—06, 09, 13, 16, 30, 32, 33, 37, 41, 45, 46, 934), *Ştefănescu Decebal* (3715, 25, 38, 43, 54, 58, 59, 61, 63—68, 72, 77, 78, 88, 90—92, 95—803, 05—09, 12, 13, 23, 25, 28, 31—33, 35, 38—42, 45, 47, 48, 51, 60, 88, 97, 902, 16, 17). Cl. XI. Călăraşu I. Florin (3706, 42, 43, 48, 56, 57, 64—68, 88, 90—92, 825, 28, 39), *Moţlic Emilian* (3725, 32, 38, 40, 41, 44, 49, 54—63, 68—70, 72, 73, 77, 78, 80, 85—88, 90—98, 800—03, 05—08, 16, 25, 32, 38, 39, 42, 48, 51, 97), *Tudor Gh.* (3725, 27, 34—36, 38, 40, 43, 57, 59, 64—68, 72, 73, 77, 88, 90—92, 98, 99, 806, 07, 09, 10, 12, 23, 25, 28, 31, 35, 38, 39, 41, 48, 49, 51, 52, 60, 88, 92, 902, 03, 16, 17).

ODOBEŞTI. Cl. IX. Păncescu Paul (3767, 98, 800, 02, 03, 05, 13, 33, 35, 55, 61, 916).

ORADEA. Ş.m. 1. Cl. VI. Borcia Sorin (E: 1397—401, 06, 07, 14, 15, 21). Cl. VII. Coandă V. Virgil (3803, E: 1381, 84—86, 89, 91, 97—401, 06, 11, 12). Cl. VIII. Dragomir Toma (3803, 05, 32, 37, E: 1381, 84—95, 416, 18, 26), Vasiu Ioan (3 03, 32, E: 1384, 85, 87, 89, 92, 95—97, 401, 02, 04, 10—13, 16, 18, 26), Wald Robert (E: 1366—69, 72, 73, 80, 84, 86, 89, 90, 92—95, 97—402, 06, 07, 09, 10, 14).

Ş.m. 4. Cl. X. Bărbulescu Aurelia (3798, 99, 802, 04, 05, 32, 42, 45, 55, 88, 97), Farcaş Irina (3799, 802, 05, 32, 41, 42, 45, 55, 88, 97, 828, 48, 51).

Şcoala de 7 ani *Sinmartin*. Cl. V. Bara Gh. (E: 1384—86, 93, 97—99, 415, 21, 22).

ORĂŞTIE (Hunedoara). Ş.m. „Aurel Vlaicu". Cl. XI. Michiţia Lia (3803, 05, 06, 16, 28, 38, 39, 41, 44, 48, 97, 98, 901, 03, 05, 08, 16, 17, 23, 24).

Ş.m. serală *Cugir*. Cl. VIII. Bolboacă Ioan (E: 1405, 11—16, 18, 20, 26). Cl. XI. Mureşan Gh. (3825, 38, 39, 41, 42, 48, 97 903, 05, 14, 24).

ORAŞUL STALIN. Ş.m. 1. Cl. VI. Stoican Adrian (E: 1390, 93—95, 402, 14, 15, 18, 21, 25). Cl. VIII. Preda Constantin (3803, 05, E: 1357, 69, 73, 74, 76—78, 84, 87, 88, 92, 94, 98). Cl. XI. Patriciu Florin (3798—813, 15—19, 21—23, 30, 32, 37, 41—46).

Ş.m. 5 „Unirea". Cl. VIII. *Munteanu Gh. Mircea* (3803, 05, 06, 08, 29, 32, 38, 39, 48, 58, 91, E: 1366—69, 72, 74, 76, 81, 83—95, 97—416, 18, 20, 24—26).

Ş.m. 6 „Ştefan Gheorghiu". Cl. VII. Diţescu Rodica (E: 1383, 87, 88, 93, 98—402, 14). Cl. VIII. Constantin Maria (3802, 05, 919, E: 1381, 87, 88, 90, 95, 97, 98, 400, 04, 06, 11, 15, 26, 32, 33, 36, 37), Donţu Victor (3962, 67, E: 1398, 400, 08, 10, 15, 18, 22, 25, 33, 35, 37, 38), Grovu Mihai (3962, 67, E: 1398, 400, 08, 10, 12, 18, 25, 26, 33, 35—38), Hîncu M. Dumitru (E: 1387, 88, 93, 98—402, 15, 18, 21), Ioan Simona (3805, 19, E: 1381, 87—90, 92, 93, 97,

98, 404, 06, 08, 22, 26, 33, 35, 36, 38), Onea Ioana (3805 E: 1381, 87, 94, 95, 400, 04, 10, 11, 14, 22, 25, 26, 32, 33, 36, 38), Preda Constantin (E: 1397, 98, 408, 12, 15, 18, 22, 26, 30, 32, 33, 35, 36, 48, 62), Rotaru Valentin (3967, E: 1398, 402, 06, 08, 11, 16, 18, 21, 26, 32, 33, 35, 36, 38), Teodorescu Elena (3805, E: 1381, 87, 94, 95, 411, 14, 22, 25, 26, 32, 33, 35—38, 59, 85, 93, 96, 97), Cl. X. Olejan Maria (3759, 64, 65, 67, 68, 85, 90, 93, 96—98, 803, 05, 07, 44), Cl. XI. Bilteanu Dan (3798, 99, 801—03, 05—07, 09, 16, 21, 39, 44, 97, 98, 903, 05, 19), Brinda Ioan (3798, 99, 801—03, 05—07, 09, 21, 39, 41, 44, 45, 816, 97), Ilie Stela (3799, 801—03, 06—09, 13, 41, 44, 48, 97, 903, 05, 17, 19), Pincovici Ivan (3798, 99, 801—03, 05—07, 09, 13, 21, 39, 44, 48, 51), Roşca Ioana (3799, 801—03, 06, 07, 09, 13, 21, 25, 39, 41, 48, 49, 63), Rusu Mircea (3801—03, 05—07, 09, 13, 21, 25, 39, 44, 48, 78, 79), Surghie Cornelia (3785, 90, 93, 96, 97, 99, 803, 05, 41, 44, 93, 97, 98, 905, 19), Taban Gabriela (3785, 90, 93, 96, 97, 99, 803, 05, 41, 44, 93, 97, 98, 905, 19), Voicu Eugenia (3785, 90, 93, 96, 97, 99, 803, 05, 41, 44, 97, 98, 903, 19).

Şcoala de 7 ani nr. 12. Cl. VII. Conţu I. Ioan (E: 1366—69, 73, 81, 86—89, 92, 93, 95, 401, 12).

Şcoala profesională „Steagul Roşu". Dobrin Nicolae (3855, 66, 70, 79—81, 83, 93, 96—98, 901—03, 16, 21, 22).

OŢELUL ROŞU (Timişoara). Cl. VI. Navligu Ion Vasile (E: 1356, 62, 66, 67, 72, 73, 80, 84, 86, 90, 93, 94, 97, 98, 400).

PĂLTINIŞ (Stalin). Şcoala de meserii. An. I. Camburu Vasile (3803, 13, E: 1381, 84, 87, 88, 91—95, 401, 11, 12, 17, 18, 26).

PANCIU (Galaţi). Cl. VIII. Ignat Gh. Gh. (3803, 05, 09, 13, 66, E: 1367, 69, 70, 72—79, 83—89, 91—95). Cl. XI. Luca Gh. (3772, 74, 76, 78, 81, 85, 96, 98, 99, 902—07, 13, 17, 30, 33, 37, 55, 56, 60, 97, 903).

PETROŞANI (Hunedoara). Ş.m. 1. Cl. X. *Albu T. Toma* (3759, 60, 85, 93, 98—808, 13, 15—17, 21, 23—25, 28—33, 37, 39—49, 51, 54, 55, 60, 61, 63, 69, 77, 88, P).

PITEŞTI. Ş.m. 1. Cl. IX. Pătraşcu I. Gh. (3828, 38, 39, 907, 17, 23, 24, 26, 28, 38). Cl. X. Adameşteanu Ion (3825, 28, 33, 38—40, 47, 48, 51, 52, 914, 23, 34—38, 48, 57, 59—67).

Ş.m. 2. Cl. VI. Ibric I. Adrian (E: 1385, 86, 93, 97—99, 406—08, 15). Cl. VIII. Liptac Florica (E: 1397—401, 03, 04, 06—09, 11, 12, 14—16, 18—21, 25, 26). Cl. XI. Georgescu Ion (3798, 801, 04—06, 08, 09, 13, 21, 43).

Ş.m. 3 „Alexandru Odobescu". Cl. VIII. Ghica Anton (3910, 19, 63, E: 1397—401, 03, 04, 06—08, 10—16, 18, 19, 21, 24—26, 32, 37—40). Cl. XI. *Scarlat C. Nicolae* (3858, 60, 80, 91, 96, 97, 901, 03—05, 10, 12, 16—19, 21, 22, 24—31, 34—37, 41—43, 49, 54, 57, 60—67, 74—76, 82, 84, 88, 99, 4002, 13).

PLOEŞTI. Ş.m. 1 „I. L. Caragiale". Cl. VIII. Costache Tudor (3888, E: 1384—86, 89, 90, 92—402, 04—19, 21, 24—26). Cl. IX. Ruseu N. Corneliu (3734, 35, 56, 64, 66, 67, 72, 90, 98, 803, 05, 13, 32). Cl. X. Bărbătescu Lucian (3798—803, 05, 06, 13, 16, 21, 32, 33, 41—43), Constantinopol Viorica (3798, 99, 803, 05, 06, 17, 28, 38, 97). Costache Ştefan (3798, 803, 05, 32, 55, 63, 97, 901, 03, 21), Cristache Gh. Ion (3798—808, 12, 13, 17, 21, 24, 25, 28, 32, 33, 37—39, 41, 43, 48, 914, 23, 34, 35, 37, 57, 60—63, 68), Duţă Petre (3798—803, 05, 06, 08, 13, 17, 21, 33, 43), Gheorghiu A. Nicolae (3810, 17, 24, 39, 41, 44, 45, 47, 56, 58, 60, 61, 74, 88, 93, 97, 901, 02, 06, 07, 10, 12, 14, 16, 17, 19, 21—24, 26—29), Opriş Ioan (3810, 17, 24, 31, 35, 42, 43, 49, 97, 99—904, 06, 07, 10, 12, 16, 17, 19, 21, 22, 26—29, 31, 33, 43, 45, 51, 66), Popescu Gh. Valentin (3780, 95, 98, 99, 801—06, 08, 13, 17, 21, 24, 32, 38, 39, 41, 97, 916, 19). Cl. XI. *Ene P. Dumitru* (3760—70, 72, 74, 76—78, 80, 81, 83—86, 90—96, 99, 801—10, 13, 17, 19, 21, 24, 25, 28, 30—32, 35, 37—49, 52—54), *Timuş M. Dan* (3758, 60, 61, 64—70, 72, 76, 78, 80, 81, 85, 86, 89—94, 96—99, 801—08, 10, 12, 13, 16, 17, 20—22, 24, 25, 28, 30, 35, 37—39, 41, 43, 44, 46—48, 52—54).

Ş.m. 2 „A. Toma". Cl. VIII. Anton P. Rodica (E: 1397—400, 08, 12, 14, 15, 18, 19, 21, 25, 26, 32, 36), Bădeanu Iuliana (E: 1397, 98, 401, 03, 11, 12, 15, 16, 18, 20, 25, 26), Iacov Elena (E: 1397, 98, 400, 11, 12, 14—16, 19, 21, 25, 26), Petrescu Mariana (E: 1381, 98, 99, 401, 03, 04, 11, 12, 14, 18, 26), Sandu Steliana (E: 1397, 98, 400, 08, 11, 12, 14—16, 18, 19, 21, 25, 26). Cl. IX. Dravăţ I. Alexandru (3798, 803—06, 13, 16, 24, 63), Topciu Rodica (3798, 802—05, 09, 30, 33, 46). Cl. XI. *Rusu Constantin* (3772, 98—803, 05—10, 13, 16, 17, 21, 28, 31, 35, 38, 39, 41—46, 48, 54, 55, 58, 60, 61, 65, 79, 84, 88, 91, 96, 97, 903, 04, 08, 16—18, 21).

Ş.m. 3 „Mihai Viteazu". Cl. VIII. Moraru Vasile (E: 1362, 98, 99, 408, 10, 12, 14, 15, 18, 20, 21, 25). Cl. IX. Mociorniţă Georgel (3752, 54, 98, 802, 03, 05, 13, 30, 33, 41, 88). Cl. XI. Negrea Mircea (3914, 23, 24, 34, 35, 37, 57, 59—67, 78, 4007—11, 13).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Cuculeanu Georgeta (3803, 05, E: 1387, 88, 403, 11, 12, 16—18, 26), Glava C. Mihai (E: 1398, 405, 08, 11, 14, 15, 18, 25, 26, 32).

Ş.m. 6. Cl. XI. Chiţulescu Adrian (3863, 74, 79, 97, 901—03, 05, 12, 16, 17, 28—31, 45).

PREDEAL. Cl. VI. Ioniță I. Maria (E: 1385, 86, 89, 92, 94, 97—401).

PUCIOASA. Cl. VIII. Bucăloiu Gh. Nicolae (3803, E: 1380, 87—88, 91, 93—95, 98, 99). Cl. IX. Banu Gheorghie (3798, 800—03, 05, 06, 08, 13, 16, 17, 19, 24, 28—32, 38—41, 48, 56, 58, 63, 73, 74, 88, 89, 912, 17, 23, 28, 34, 35, 37, 38, 57, 60—64), *Diaconescu C. Radu* (3766, 92, 404, 05, 16, 25, 28, 29, 48, 55, 56, 58, 61, 71, 77, 99, 902, 06, 10, 12, 16, 17, 19, 23, 28, 34, 35, 37, 38, 45, 48, 57, 62—64, 67, 68, 75—78, 80, 4002, 11, 13), Marin I. Victor (3800, 03—06, 08, 09, 13, 16, 24, 31—33, 38, 39, 56, 58, 61, 88, Marinescu Victor (3798, 800, 03, 05, 06, 08, 09, 13, 16, 28, 29, 31, 33, 35, 38, 41, 45, 61), Popa I. Nicolae (3798, 800, 03—06, 08, 09, 13, 16, 45, 902), Savu D. Mihai (3798, 800, 03—06, 08, 09, 13, 16, 32, 45, 902), Sencovici Mihaela (3798, 800. 02—04, 09, 13, 16, 19, 24, 30—33, 37). Cl. X. *Năstăsescu Constantin* (3762, 98—813, 15—17, 19, 21—25, 28—33, 35, 37—49, 51, 52, 54—56, 58—61, 65, 66, 69—73, 77—80, 82—84, 87—91, 93, 97—904, 06—10, 12, 14—19, 21—24), *Niță Constantin* (3782, 88, 89, 94, 98—800, 02, 04, 06, 08, 10, 12, 16, 17, 19, 24, 28, 33, 41, 43, 46, 48, 52, 55, 56, 58, 60, 61, 63, 69, 71, 77, 88, 97, 901—04, 06, 07, 14, 16, 17, 19, 22—24), Stanciu Stelian (3734, 66, 68, 80, 92, 802, 04—06, 09, 28, 38, 39, 48, 58, 88). Cl. XI. *Gilmeanu Vasilaș* (3712—15, 18—20, 22, 24—27, 29, 30, 33—36, 38—40, 44, 46—48, 53—57, 60—62, 64—68, 72, 74, 76, 78, 79, 80, 83, 85, 86, 90—93, 96—801, 03—08, 10, 12, 13, 16, 17), Manea Gh. Const. (3798, 99, 801, 03—07, 13, 17, 25, 28, 39, 41, 48, 52, 56, 60, 63, 74, 84, 88, 95, 97).

Școala de 7 ani *Bertea*. Cl. VII. Pîrvulescu Gh. Const. (E: 1355—57, 62, 64—70, 72—74, 80).

Școala de 7 ani *Cricov*. Cl. V. Tîrcă I. Mihail (E: 1367, 69, 73, 80, 84—86, 88—90, 92, 94—98, 401, 06, 08).

RĂDĂUȚI. Cl. VIII. Singer Erica (E: 1387, 88, 93, 94, 97—99, 401, 08, 12). Cl. IX. Sîrghie Mircea (3798—800, 03, 05, 13, 32, 41, 55, 88, 916).

REȘIȚA. Ș.m. 1 Cl. VI. Raica Ana (E: 1358, 66, 67, 72, 73, 80, 86, 90, 93, 94, 97—400, 14, 15). Cl. VII. Birău Mihai (E: 1362, 64—67, 69, 73, 88, 89, 92—97, 99—401, 14, 15), Grandu Ion (E: 1355, 56, 58, 66, 72, 73, 80, 93, 94, 97, 99—401, 07, 08). Cl. VIII. Mureșan Ionel (3803, E: 1381, 87—89, 91—93, 95, 98, 401, 04, 08, 11, 12, 26, 32). Cl. X. Iliu Dan (3713—17, 54, 85, 97, 98, 803, 05, 19, 21, 903), Kunz Günther (3926, 35, 37, 57, 60—64, 67, 4009, 11—13), Rociu Andrei (3761, 63, 80, 85, 93, 94, 96, 98, 99, 803, 05, 06, 12, 21, 23, 32), Swaboda Ivan (3798, 99, 803, 05, 06, 21, 58, 97, 903, 06, 11, 12, 17, 19), Vida Ion (3758, 60—62, 64—68, 75, 80, 82, 87, 88, 90, 91, 94, 97, 99, 821, 23—25, 28, 29, 32, 38—40, 51, 52, 83, 88). Cl. XI. *Perianu Dan* (3727, 29, 52, 60, 62, 83, 93, 802, 09, 10, 12, 15, 23, 37, 44, 52, 55, 57, 58, 60, 63, 73, 74, 84, 88, 91, 95, 97, 902, 03, 05, 07, 10—14, 16, 17, 19, 21, 22—24, 29), *Toth Emil* (3758, 59, 61, 63—67, 83, 85, 90, 91, 93, 94, 96—99, 803, 05, 12, 15, 19, 24, 29, 40, 45, 47, 48, 52, 58, 73, 74, 83, 97, 902, 03, 05, 06, 08, 11, 13, 17, 19, 22).

RIMNICU SĂRAT. Ș.m. „Alexandru Vlahuță". Absolvent Ilie Ștefan (3798, 99, 803, 05, 06, 28, 38, 39, 48, 51, 57, 97, 903, 23). Cl. VIII. Salaoru I. Ion (3803, E: 1385, 86, 88, 93, 97, 98, 411, 12, 18, 26). Cl. X. Asanache G. Horia (3734, 42, 43, 56, 57, 64—68, 90, 91, 95, 98, 801—04, 08, 10, 13, 15, 28, 31—33, 37—39, 42, 45, P).

RIMNICU VILCEA. Ș.m. „Nicolae Bălcescu". Cl. IX. Nicolaescu N. Gh. (3798, 803, 13, 32, 41, 88, 90, 902, 16). Preoteasa N. Petre (3798, 803, 05, 13, 41, 916, 28, 34, 60, 63). Cl. X. Bulucea Dumitru (3736, 52, 54, 59, 64, 67, 72, 90, 91, 98, 803, 05, 13, 41, 44), Ou V. Ion (3798—803, 05, 06, 08, 12, 16, 25, 28, 31, 32, 35, 38, 39, 42, 45, 48, 52, 97, 902, 07, 16, 17, 19, 21—24). Cl. XI. *Burghelea Dan* (3771—90, 92, 93, 95—808, 10—12, 15—22, 24, P).

Școala de meserii. An. II. Tănase C. Constantin (3798, 803, 05, 06, 08, 12, 13, E: 1381—95, 97—401, 03, 06—09, 11, 12, P).

ROMAN. Cl. X. Cănilă C. Const. (3761, 64—67, 72, 76, 78, 98—800, 03—06).

ROȘIORII DE VEDE. Absolvent Leonte Alexandru (3800—08, 21, 31, 38, 41, 43, 46, 49, 55, 60, 61, 77, 88, 97).

Ș.m. „Tudor Vladimirescu". Cl. VIII. Nebunescu I. Alexandru (1385, 89, 92, 96—401, 06—08, 11, 12, 16, 18, 21, 24, 25).

SALONTA. Ș.m. „A. Ianoș". Cl. VII. Rus Maria (E: 1384, 88, 90, 92—94, 96, 408, 18, 25). Cl. VIII. Borcea Valeria (E: 1406, 08, 11, 14, 16, 18, 19, 21, 25, 26, 29, 32, 35, 36, 39), Guiaș Eugen (E: 1407, 14, 16, 18, 19, 21, 25, 26, 28, 32, 33, 35—37, 39). Cl. X. Molnar Elisabeta (3798, 99, 801—03, 06, 13, 31, 57, 63, 70, 89, 901, 03, 07, 17).

SĂVENI (Suceava). Cl. IX. Enache Ioan (P).

SATU MARE. Ș.m. 1 „Mihail Eminescu". Cl. VII. Weisz Andrei (E: 1399, 400, 06, 07, 11, 14, 15, 18), Weisz Ioan (E: 1398—400, 08, 14, 15, 18). Cl. VIII. Mihălțeanu Mircea (3803, E: 1381, 83, 87, 88, 90—92, 94, 95). Cl. XI. *Sava Nicu* (3713—18, 25, 26, 29, 33—38, 41, 44, 46, 47, 52—54, 56—62, 64—68, 72, 78, 80, 81, 83, 85, 86, 90—93, 96, 97).

SAULIA (Cluj). Școala de 7 ani. Cl. VII.

Stoica Viorica (E: 1383, 84, 87, 88, 94, 95, 98, 401, 16, 18, 26).

SIBIU. Cl. VII. Bîrleanu Luminița (E: 1381, 84—95, 97—401, 03, 04, 06, 08, 09, 11, 12, Crețu Silviu (E: 1388—401, 03, 06—08, 11, 12, 15, 18, 21, 25, 32), Ursea Eleonora (E: 1397—99, 401, 03, 04, 06, 08, 11, 12, 14, 28, 33, 36, 38). Cl. VIII. Doară Teodor (E: 1397—401, 03, 11, 14, 18). Cl. XI. Kramer Horst (3855, 74, 79, 88, 91, 95, 97, 902—05, 12, 16, 17, 19).

SIGHIȘOARA. Cl. X. Ciulei Mircea (3800, 03, 05, 06, 15, 24, 33, 38, 39, 45, 48, 61, 63, 73, 88, 97, 917, 28, 29, 31), Kessler Peter (3798, 99, 803, 05, 10, 13, 16, 17, 21, 24, 60, 97, 917, 19, 21), Neagu Gh. (3799, 802, 04, 06, 08, 09, 13, 15, 21, 24, 33, 45, 48, 55, 61, 71, 73, 88, 93, 902, 07, 16, 17, 22). Cl. XI. Costea Doina (3790—92, 825, 27—29, 38—40, 48, 51, 83, 86, 95, 914), Deppner Wolfgang (3798, 99, 801, 03, 05—07, 12, 13, 17, 32, 41, 42, 44, 60, 96, 97, 903, 17, 19), *Bloos Günther* (3798—801, 03, 05—07, 13, 16, 19, 21, 32, 41—44, 60, 61, 79, 93, 96, 97, 902—05, 07, 08, 17, 19, 21, 22, 25—29, 40, 43, 45, 54), Lang Hugo (3798 800, 06, 07, 16, 19, 30, 42—44, 55, 58, 60, 61, 78, 93, 97, 901—04, 06—08, 21, 22), Machat Götz (3798, 99, 803, 05, 10, 16, 17, 24, 32, 38, 39, 41, 47, 97, 917, 19, 21), Vlăduțiu Mircea (3798, 800, 01, 03—05, 13, 16, 30, 32, 45).

SLĂNIC (Ploești). Cl. X. Velicu D. Liviu (3914, 23 ,24, 34, 35, 37, 57, 60—62, 64,67).

SLATINA (Pitești). Student fără frecvență Cochințoiu Ion (3798, 805—07, 09, 97, 903, 08, 18, 21, 26, 28, 29, 34, 36, 37, 43, 47, 49). Absolvent Marcu Fl. Virgil (3803, 06, 13, 30, 43, 55, 97, 903, 16, 17, 21, 28, 29, 31, 32), Drăgoi Olguța (3803, E: 1381, 87, 88, 90, 93, 94), Fianu I. Virgil (3803, E: 1381, 88, 92—96, 98, 99), Ionescu Lucia (3803, 839, E: 1381, 87, 90, 91, 94, 96).

STREHAIA (Craiova). Cl. VII. Bășică Manuela (E: 1381, 91—94, 96, 99, 406, 11). Cl. VIII. Ancuțescu Elisabeta (3803, 39, E: 1381, 87, 88, 90, 91, 94—96), Dăescu Ion (3803, E: 1381, 87, 88, 90, 92—95, 98).

SUCEAVA. Student *Pop Ioan* (3855—63, 23, 25—76, 78, 81, 88, 89, 91, 92, 94—96, 98, 900, 01, 03, 04, 06—08, 12, 15—19, 21—23, 25—75, 78, 81, 88, 89, 91, 92, 94—96, 98, 99, 4002, 04, 05, P). Cl. X. Sorohan Liviu (3798, 99, 803, 06, 16, 13, 14, 37, 45, 61). Cl. XI. Socoliuc Gh. (3701, 02, 05, 07, 08, 13, 14, 24, 26, 36, 61, 72, 96, 803, 12, 44).

TECUCI. Cl. VI. Cozea Ion (E: 1384—86, 90, 93, 94, 97—400, 06—08, 14, 15, 21). Cl. VIII. Ene Lucica (3764, 65, 72, 98, 803, 05, 06, 13, 32, 81, 88, 93, 94, 970, 91, E: 1384, 86, 87, 92, 95, 96). Cl. IX. Profiriu Garofița (3772, 90, 91, 803, 05, 32, 39, 64, 65). Buicescu Al. Mircea (3736, 57, 65, 67, 90, 91, 98, 802, 03, 05, 16, 26, 33, 51, 916, 17). Cl. XI. Bimbirică M. Ion (3869, 97, 901, 03, 05, 17, 19, 28—31, 36, 37, 43, 60, 73, 92, 94, 4002), Bobaru Ion (3803, 48, 97, 928, 29, 34, 37, 43, 49, 60, 64, 75), Cîrstoiu Nicolae (3801, 03, 07, 10, 19, 28, 29, 31, 36, 37, 43, 60, 74, 92, 94, 97, 4002), Lungu Marcel (3798, 801, 06, 08, 13, 55, 88, 902, 17).

TIMIȘOARA. Student Jung Emil (I. Electrotehnic) (3758, 59, 62, 63, 78, 80, 85, 93, 98, 99, 807).

Ș.m. 1. Cl. V. Gheorghiu Doina Rodica (E: 1397—99, 406—08, 14, 15, 21, 36). Cl. VIII. Skack Herik (E: 1397, 98, 400, 01, 03, 06—09, 11, 12, 15, 16, 18, 19, 21, 25, 26). Cl. X. *Hiriș Viorel* (3798—800, 02, 03, 05, 06, 08, 09, 13, 15, 17, 21, 28—30, 32, 33, 38, 39, 41, 42, 46, 48, 56, 61, 69, 83, 88, 93, 97, 901—03, 16, 16, 17, 19, 22, 23), Tupan Ion (3758, 61, 65, 72, 78, 85, 90, 97—99, 803, 05, 06, 12, 60).

Ș.m. 2. Cl. VI. Unguraș Rosana (E: 1397, 98, 400—02, 06, 08, 18, 28, 36—38). Cl. X. Bohn Eich (3780, 83, 98, 99, 801, 03, 05, 06, 09, 17, 21, 33, 41, 42, 916, 17, 19). Dengl Günther (3798, 99, 801, 03—06, 08, 13, 21, 33, 45, 901, 12, 17), Hockl Franz (3798, 99, 801, 03—06, 08, 09, 13, 22, 24, 41, 901, 07, 16, 17). Cl. XI. Kunzelmann Helmut (3798—801, 03—07, 12, 13, 16, 20, 32, 33, 41, 43, 44), Lang Herwig (3798—801, 03—08, 12, 13, 16, 20, 32, 37, 41, 43—46), Schmitz Ernest (3798—801, 03, 05—08, 13, 16, 20, 32, 41, 44, 58).

Ș.m. 3. Cl. XI. Havlic Bogdana (3798, 99, 801, 03, 05, 06, 13, 16, 33, 41, 79, 88, 97, 903, 05, 07, 09).

Ș.m. 4. Cl. X. Lațiu Danilo (3758, 61, 72, 78, 85, 90, 97—99, 803, 05, 06, 12, 60).

Ș.m. 5. Cl. X. Grosz Robert (3758, 77, 80, 82, 94, 98—806, 08, 09, 13, 16, 21, 30, 32, 41, 45), Popovici Volker (3777, 80, 82, 94, 96, 98—806, 08, 09, 13, 16, 21, 32, 41, 45). Cl. XI. *Neagu Mihai* (3754, 56—58, 60, 61, 64—68, 70, 72, 78, 80, 81, 85, 89—94, 96, 98—809, 12, 13, 16, 17, 21, 25, 27, 28, 30, 32, 38, 39, 41—43, 45, 48).

TIRGOVIȘTE. Ș.m. 3 „Nicolae Bălcescu". Cl. IX. Crețu Dumitru (3799, 803, 05, 08, 09, 16, 24, 32, 41). Cl. X. Dumitrică V. Aurel (3799, 801, 04—06, 08, 09, 15, 16, 21, 22, 24, 32, 33, 35, 41, 55, 56, 58, 88, 97, 901, 03, 16, 18, 26, 28, 29). Cl. XI. *Ionel I. Aurel* (3758, 78, 81, 90—92, 98, 800, 03, 05—07, 12, 13, 16, 17, 21, 24, 28, 30, 38, 39, 43, 44, 47, 48, 52—54, 83, 95, 924, 34—37, 57, 59—66, P).

Școala profesională. An. I. Bratu I. Const. (3808, E: 1392, 93, 99, 400, 11, 16—21, 26), Marinoiu Nicolae (E: 1385, 89, 90, 92—95, 97, 400, 16—20, 26, 808).

TIRGU JIU. Absolvent Pupăzeanu Gh.

(3873, 79, 80, 83, 84, 93, 96, 98, 903, 07, 08, 17, 21, 23, 24).

Ş.m. 1 „Ecaterina Teodoroiu". Cl. VII. *Aniţescu N. Maria* (3803, 03, 05, 13, E: 1381, 83—407, 09—16, 18, 19, 21—23, 25, 26). Cl. X. *Cancer Anca* (3856, 58, 60, 71, 74, 83, 84, 88, 93, 97—99, 901—05, 07, 13, 14, 16, 17, 22—26, 28—31, 35—38, 60, 62, 63, 65—67).

Ş.m. 2 „Tudor Vladimirescu". Cl. VI. Popescu I. Mihai (E: 1384—87, 89, 90, 92—902, 06, 07, 09, 10, 14, 15, 18, 21, 22, 25).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Băghină Const. (E: 1393, 98, 401, 12), *Ceapă V. Alexandru* (3765, 90, 803, 39, 63, E: 1366, 67, 69, 71—76, 80—82, 84—89, 92, 93, 95—404, 06, 08—12, 14—21, 24—26), *Ionescu Vladimir* (3803, 06, 08, 13, E: 1381, 83—93, 95, 97—401, 03, 06—12, 14—16, 18, 19, 21—23, 25, 26). Cl. X. *Adam Gheorghe* (3713—18, 20, 22, 24, 26, 27, 29, 33, 38, 47, 52—54, 60, 61, 72, 78, 80, 85, 93—99, 801—03, 05, 06, 09, 13, 16, 21, 24, 32, 41, 55, 58, 60, 66, 97, 907, 17, 19), *Vîlceanu Sabin* (3690, 92, 94, 95, 705—09, 12—18, 20, 24, 26, 39, 54, 59, 60, 78, 80, 85, 93, 94, 96—99, 801—03, 05—07, 13, 16, 21, 24, 32, 41, 43, 60, 63, 97, 903, 17, 22).

TIRGU MUREŞ. Cl. VI. Gersch Egon (E: 1380, 90, 92—94, 96—98, 414, 15), Simovici Melita (E: 1384—86, 89, 90, 92—94). Cl. VIII. Farcaş Dan (E: 1381, 83—89, 92—95, 415, 18, 25, 26). Cl. XI. Kacso Ferenc (3713, 78, 80, 83, 85, 93, 97—99, 801, 03, 06, 13, 16, 17, 32).

TIRGU NEAMŢ. Cl. VIII. Gherşin Burelu (E: 1381, 84, 86, 88, 93, 97, 98, 400, 03, 08, 11, 14, 16, 21, 25, 26), Iţcovici Salom (E: 1366—68, 70, 72, 73, 84—86, 88—90, 92, 94, 95).

TIRNAVENI. Cl. XI. Creangă A. (3806, 10, 43, 45, 46, 48, 51, 53, 79, 80, 97, 98, 903, 21).

TRUŞEŞTI (Suceava). Absolvent Mocanu H. Ovidiu (3855—61, 64—66, 70, 72, 74, 79, 80, 88, 89, 91, 93, 94, 96, 925, 26, 28—33, 41—43, 45, 51—54, P). Cl. XI. Popovici E. Mihail (3799, 806, 07, 09, 10, 16, 29, 47, 48, 83).

TULCEA. Absolvent Grădinaru Niculai (N.P).

TURDA. Ş.m. „Mihai Viteazu". Cl. VIII. Caian Creţu (E: 1398—400, 03, 08, 11, 14—16, 18, 26, 32, 33, 36), Păcuraru Liana (E: 1397—401, 03, 07—09, 12—14, 16, 18, 19, 21, 25, 26), Pop Valer (3803, 05, 13, 16, 28, 38—41, 51, 83, 97, 903, 05, 16).

TURNU MĂGURELE. Cl. V. Balan Maria (E: 1399, 406, 07, 09, 15, 21, 29, 30, 37).

TURNU SEVERIN. Ş.m. 1. Cl. V. Teodorescu Călin (E: 1388, 97—99, 400, 06, 08). Cl. VIII. Canciu Vasile (E: 1387, 88, 90, 94, 95, 97, 98, 401, 15, 16, 18, 21, 22, 26), Ogăşanu Olguţa (3803, E: 1381, 86—88, 95, 98—401, 06, 08, 12). Cl. X. Niţescu G. Ion (3764—68, 78, 83, 88, 90, 91, 96—800, 02—06, 08, 13, 17, 21, 38, 39, P). Cl. XI. Atanasie Elena (3798, 99, 801, 03, 05—07, 13, 16, 33, 37, 41, 43—45, 54).

Ş.m. 2. Cl. XI. Nănuţ Ion (3816, 38, 88, 90, 97, 902—05, 07, 28, 29, 35—37, 41, 45, 66).

Şcoala profesională Şantierul Naval. An. I. Lăcătuş Dinescu Mihai (E: 1397—402, 04, 06, 08, 09).

TUZLA (Constanţa). Cl. V. Blejan Teodora (E: 1384, 85, 90, 93, 97, 406, 07, 15, 21). Rosu Stanca (E: 1303, 84, 85, 90, 97, 405, 07, 15, 21).

URLAŢI. Cl. VI. Cristescu Cecilia (E: 1397—402, 06—10, 15, 16, 21).

ZLATNA (Hunedoara). Cl. VIII. Bunea Bănică (3963, 67, E: 1397—401, 04, 06—08, 11, 12, 14—16, 18, 21, 24—26, 32).

— Autorii sînt rugaţi că la întocmirea articolelor şi notelor să ţină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri şi pe o singură parte a foii, iar figurile să fie desenate îngrijit şi pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoţite şi de soluţii.

Autorul să semneze clar lucrarea ce trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa şi data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B nu vor fi publicate.

ABONAMENTE — Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R. primeşte abonamente începînd cu nr. 1/1960 la oricare din publicaţiile sale în următoarele condiţii:

Pentru instituţii, şcoli, biblioteci la preţul de lei 60 anual, pentru fiecare din periodicile: G.M.F.-A, G.M.F.-B, M.F.L., Bulletin Mathématique şi 40 lei anual pentru „Mathematica".

Petru profesori şi elevi la preţul de lei 18 la G.M.F.-B şi M.F.L.; lei 36 pentru G.M.F.-A, lei 60 pentru Bulletin Mathématique şi lei 40 pentru „Mathematica".

Costul abonamentelor se trimite prin mandat poştal pe adresa Societăţii de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R., la B.R.P.R. filiala Lenin pentru contul 070.004, Bucureşti. Reclamaţiile de neprimirea revistelor vor fi făcute pe adresa sediului Societăţii, în str. Academiei nr. 14, Bucureşti I.

COLECŢII ŞI NUMERE DIN ANII PRECEDENŢI

Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R. posedă în depozit colecţii vechi din G.M.F.-A şi G.M.F.-B, începînd din 1956, precum şi din Bulletin Mathématique, de la apariţie.

Cititorii noştri îşi pot procura colecţii, precum şi numere disparate, în felul următor:

a) pentru Bucureşti, depunînd banii la poştă prin mandat poştal pe numele Societăţii de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R., strada Academiei nr. 14, contul 0,70.004 la B.R.P.R. Filiala Lenin;

b) pentru cei din provincie, în aceleaşi condiţii ca mai sus, urmînd ca plata cheltuielilor de transport să fie făcută prin ramburs.

Preţul unui exemplar este de lei 3 pentru G.M.F.-A, de lei 1,50 pentru G.M.F.-B şi de lei 15 pentru Buletinul Matematic.

CATRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Colaboratorii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat ,însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Se primesc soluţii numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea şi şcoala pe care o urmează rezolvitorul, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei celor evidenţiaţi. Plicul va conţine cel puţin 10 probleme de matematică şi de fizică aşezate în ordinea numerică. Soluţii la problemele propuse pentru şcoala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VII şi ai şcolilor profesionale sau pedagogice.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste este rugat să ne arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective

Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate şi este îndemnat să încerce să schiţeze cîte o *notă* rezultată dintr-o observare făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară şi concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $=$, $\perp$, $=\parallel$, Tr,, $\sim$, Δ . * .. etc, iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări uşor desfăşurarea unei demonstraţii.

— La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi soluţie interesantă, au dat mai multe metode de rezolvare sau generalizare.

Tovarăşii colaboratori elevi sînt rugaţi să ne trimită date asupra activităţii lor extraşcolare la matematică şi la fizică, asupra activităţii cercurilor de matematică şi de fizică la care iau parte şi asupra modului de desfăşurare a *„olimpiadelor de matematică şi fizică"*, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experienţă.

Abonamentele se fac prin oficiile poştale locale sau prin factorii poştali.

Tipografia învăţămîntului, Bucureşti—c. 5274 **Lei 1,50**

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

TRĂIASCĂ CEL DE AL TREILEA CONGRES AL PARTIDULUI MUNCITORESC ROMÎN

Anul XI iunie 1960

6

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 6 — iunie 1960

SUMARUL

		pag.
1.	*Un program măreț al construcției socialiste*	321
2.	*Asupra rezolvării problemelor de fizică* de G. Munteanu și Șt. Sisak	323
3.	*Numere, puteri perfecte în toate bazele de numerație* de L. Mănescu	336
4.	*Pentru cercurile de matematici ale elevilor din clasele a VII-a și a VIII-a*	340
5.	*Note matematice* de Mihail Macovski și D. C. Panu	343
6.	*Caleidoscop matematic*	347
7.	*Evidențiații la „Olimpiada de matematică și fizică" 1960*	349
8.	*Probleme rezolvate (3728; 3778; 3779; 3784; 3785; 3959; 3963; E: 1377; 1380; 1428; 1429)*	351
9.	*Probleme propuse la „Olimpiada de matematică" 1960 (etapa regională) (4192—4211)*	359
10.	*Probleme propuse (4212—4247)*	363
11.	*Exerciții și probleme pentru școala de 7 ani (E: 1612—E: 1527)*	369
12.	*Rubrica rezolvitorilor de probleme*	371

ANUL XI **6** IUNIE

COMITETUL DE REDACȚIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Țiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu Șt.*, profesoară; *Mușat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACȚIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — București 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitatea matematică și fizică a școlilor, precum și orice material informativ care ar putea interesa redacția noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI, nr. 6 iunie 1960

UN PROGRAM MĂREŢ AL CONSTRUCŢIEI SOCIALISTE

Oamenii muncii de pe întreg cuprinsul patriei, tineretul din fabrici, de pe ogoare şi din şcoli, au întîmpinat cu entuziasm măreţul program de muncă şi de luptă ce se desprinde din Proiectul de Directive al celui de-al III-lea Congres al Partidului Muncitoresc Romîn.

Realizările obţinute de poporul nostru sub conducerea partidului în dezvoltarea economiei şi culturii noastre au creat premizele pentru elaborarea unor noi şi măreţe obiective ale căror înfăptuiri, în perioada anilor viitori, va asigura progresul continuu, într-un ritm şi mai înalt al economiei naţionale.

Prin energia şi eforturile depuse de clasa muncitoare, planurile anuale de dezvoltare a economiei naţionale în perioada 1956—1959 au fost îndeplinite şi depăşite an de an, iar în primul trimestru al anului 1960 planul producţiei globale industriale a fost depăşit cu 4 la sută. Sub conducerea partidului, în perioada care a trecut de la cel de al II-lea Congres, s-a creat deci, baza tehnico-materială necesară pentru progresul continuu într-un ritm şi mai înalt al întregii producţii industriale în anii următori.

Într-adevăr, industria ţării noastre va cunoaşte în perioada următorilor şase ani o dezvoltare fără precedent. În anul 1965 producţia industrială globală va fi de aproximativ 2,1 ori mai mare decît în 1959, creştere ce corespunde unui ritm mediu anual de circa 13 la sută; producţia industriei mijloacelor de producţie va spori de circa 2,2 ori, iar cea a bunurilor de consum de circa 2 ori.

Transformări de însemnătate istorică au avut loc şi în agricultură. Sarcina trasată de Congresul al II-lea al partidului ca în anul 1960 sectorul socialist din agricultură să fie preponderent ca suprafaţă şi ca producţie marfă a fost realizată încă de la sfîrşitul anului 1959. Sectorul socialist din agricultură cuprinde astăzi peste 77 la sută din suprafaţa arabilă a ţării şi peste 76 la sută din totalul familiilor ţărăneşti.

În anii care urmează, procesul transformării socialiste a agriculturii va fi desăvîrşit. În urma încheierii colectivizării agriculturii, producţia globală agricolă va creşte pînă în anul 1965 cu 70—80 la sută faţă de anul 1959, iar producţia totală de cereale şi leguminoase boabe—în condiţii climaterice normale — va ajunge la 14—16 milioane tone anual.

Întreaga politică a partidului şi a statului nostru democrat-popular este elaborată şi se înfăptuieşte în scopul ridicării neîncetate a nivelului de trai material şi cultural al oamenilor muncii. Proiectul de Directive este pătruns de grija pe care o are partidul nostru pentru îmbunătăţirea condiţiilor de muncă şi de trai a celor ce muncesc. Dezvoltarea economiei naţionale va avea ca rezultat creşterea venitului naţional de 1,7—1,8 ori

în 1965 față de 1959. Va crește continuu fondul de consum al populației prevăzîndu-se o creștere de 1,6—1,7 ori. Pentru dezvoltarea activității culturale se vor construi noi așezăminte de artă și cultură, cluburi muncitorești, case de cultură, biblioteci, cinematografe etc.

În învățămînt, în perioada pînă la 1965, după ce se va încheia generalizarea învățămîntului de 7 ani, se va începe trecerea treptată la învățămîntul general de 8 ani, durata învățămîntului de cultură generală ajungînd astfel la 12 ani. Numărul total al studenților în anul I va fi cu 38 la sută mai mare în 1965 față de 1959, dîndu-se o atenție deosebită învățămîntului tehnic, astfel încît în 1965 numărul total al inginerilor va fi de aproximativ 80 000 față de circa 59 000 în 1959. În școlile profesionale și tehnice se vor pregăti noi cadre de muncitori calificați în număr de circa 260 000, cadre tehnice medii peste 100 000 și cadre cu pregătire superioară circa 54 000.

În acest scop se va lărgi baza materială a învățămîntului de toate gradele, acordîndu-se din fondurile statului investiții de peste 2 ori mai mari decît în perioada 1954—1959. Aceasta înseamnă tot mai multe construcții noi de școli la orașe și la sate, localuri moderne, clase încăpătoare și luminoase, laboratoare și ateliere mai multe și înzestrate cu material didactic bogat, cu aparate moderne, cu utilaj și unelte perfecționate, înseamnă biblioteci și muzee școlare bine dotate, săli de gimnastică, terenuri de sport tot mai multe la dispoziția elevilor noștri.

Spațiul de școlarizare al învățămîntului superior va fi de asemenea lărgit prin noi construcții, printre care Institutul Politehnic București. Se vor construi cămine studențești cu o capacitate de circa 15 500 locuri.

Cu alte cuvinte, se vor asigura condiții materiale pentru desfășurarea unui învățămînt temeinic, care să aibă drept rezultat elevi și studenți cu profunde cunoștințe teoretice și practice, cu un profil moral demn de societatea socialistă.

Pe de altă parte numărul elevilor admiși în anul I al școlilor care pregătesc muncitori calificați va trebui să crească pînă în 1965 de peste 2,5 ori față de 1959 și al elevilor în anual I al învățămîntului pregătitor de cadre medii tehnice de peste 2 ori.

Un număr tot mai mare de oameni ai muncii vor avea posibilitatea să absolve școlile medii și superioare, fără scoaterea din producție, datorită dezovltării în continuare a învățămîntului seral și fără frecvență.

În proiectul de Directive se precizează faptul că planul de șase ani constituie o primă etapă a programului de perspectivă al dezvoltării economiei naționale pînă în anul 1975, a cărui schiță s-a întocmit pe baza studiilor efectuate în ultimii doi ani. Acest program de dezvoltare a economiei naționale în perspectivă va fi orientat în direcția creșterii intense și multilaterale a forțelor de producție în vederea desăvîrșirii construcției socialiste și treceri treptate la construirea comunismului.

Devoltarea mulitalterală a economiei țării noastre pe baza colaborării frățești cu Uniunea Sovietică și celelalte țări ale sistemului mondial socialist va constitui o contribuție de seamă la creșterea puterii economice a sistemului socialist mondial, la obținerea victoriei socialismului în întrecerea pașnică cu capitalismul, la întărirea forțelor păcii în întreaga lume.

Obiectivele măreț arătate de partid, perspectivele minunate ale viitorului patriei, întăresc pe elevii noștri în dorința de a-și însuși cunoș-

ținte cît mai temeinice, pentru a deveni schimbul de mîine al constructorilor de astăzi.

Alăturîndu-se entuziasmului general, tineretul nostru din școli va depune toate eforturile, pentru a fi la înălțimea așteptărilor, pentru a corespunde grijii pe care i-o poartă partidul nostru scump și care se oglindește în proiectul de Directive ale Congresului al III-lea al P.M.R.

ASUPRA REZOLVĂRII PROBLEMELOR DE FIZICĂ

G. MUNTEANU, șef de lucrări, *ȘT. SISAK*, asistent
Institutul Politehnic Or. Stalin

La rezolvarea problemelor de fizică se întîmpină, în general, greutăți. Acest lucru, îndeobște cunoscut, ni l-a confirmat practica noastră didactică. La examenele de admitere în facultăți mulți candidați obțin note sub limită la probele scrise, care constau în rezolvări de probleme de fizică. Acest fapt demonstrează lipsa de deprindere a candidaților în rezolvarea problemelor de fizică.

Rezultate bune în această direcție se pot obține numai pe baza cunoașterii și însușirii metodelor specifice de rezolvare a problemelor de fizică și prin rezolvarea personală și independentă a unui mare număr de probleme.

Rezolvarea problemelor de fizică ajută pe elevi să aprofundeze cunoștințele de fizică, să înțeleagă mai adînc fenomenele din natură și procesele tehnice, să-și însușească conștient legile fizice și relațiile matematice prin care se exprimă, să interpreteze și să aplice just aceste legi, să lege cunoștințele teoretice de practică.

Ținînd seama de importanța rezolvării problemelor de fizică este necesar ca elevii să dobîndească iscusința de a rezolva astfel de probleme. Pentru aceasta este necesar să cunoască metodele de rezolvare. Avînd în vedere diversitatea fenomenelor fizice, nu există o metodă absolut generală de rezolvare. În cele ce urmează vom prezenta elevilor una din metodele de rezolvare, care după părerea noastră permite urmărirea de către rezolvitori a unei linii generale. Pe baza experienței acumulate în urma rezolvării unor probleme variate, se pot utiliza apoi și alte metode, care în funcție de natura problemei pot fi mai rapide sau mai simple.

Considerăm, pentru familiarizarea cu rezolvarea problemelor de fizică, pentru a răspunde la întrebarea pusă adesea: „de unde să începem?", cît și pentru obținerea unui răspuns corect, că trebuie să se respecte următoarele faze în desfășurarea procesului de rezolvare:

a) Citirea cu atenție a enunțului problemei;

b) Extragerea și notarea cu litere a mărimilor cunoscute și necunoscute;

c) Se începe raționamentul de la mărimea necunoscută, dacă e indicată de textul problemei; în caz contrar, se determină întîi mărimea ce trebuie aflată.

d) Pe baza analizei fenomenelor fizice din enunț se găsesc și se aleg dintre relațiile în care intră mărimea necunoscută, acelea care satisfac textul;

e) În aceste relații, alături de mărimi cunoscute, pot interveni și alte mărimi, necunoscute. Pentru determinarea lor se procedează la fel ca mai sus, pînă cînd se obține o expresie literală a mărimii necunoscute, în funcție numai de mărimi cunoscute.

Alegerile indicate la punctele (*d*) și (*e*), trebuie să se facă, ținînd seama în mod strict de fenomenele cuprinse în enunț. Pentru găsirea relațiilor dintre mărimile fizice care intervin în text, se recomandă ori de cîte ori este posibil, să se execute schițele proceselor descrise;

f) Se alege sistemul de unități de măsură în care se va lucra (dacă acest lucru nu este indicat în mod expres în text) și se fac transformările corespunzătoare;

g) În relația literală găsită se introduc cifrele în locul literelor și se efectuează calculele;

h) Se exprimă rezultatul în unitățile corespunzătoare sistemului ales, sau se transformă în alte unități, dacă acest lucru este cerut în enunț. (Evident, afară de cazul cînd rezultatul este o mărime abstractă — fără dimensiuni);

i) Verificarea rezultatului obținut, printr-o comparare cu datele din text, sau printr-o analiză a veracității sale (dacă acest lucru este posibil de făcut).

Exemple:

1⁰ *Asupra unui corp în repaus, cu masa de 50 kg, începe să acționeze o forță constantă, sub acțiunea căreia corpul se deplasează pe o distanță de 1 km, în timp de 30 s. Să se calculeze valoarea forței.*

Rezolvare:

a) . . . .

b) $m = 50$ kg
$S = 1$ km
$t = 30$ s
$F = ?$

c) Se cere să se determine mărimea lui F.

d) Asupra unei mase m, acționînd o forță F, conform legii fundamentale a dinamicii, avem:

$$F = m \cdot a$$

e) În această relație intervine mărimea necunoscută a accelerației: a. Pentru determinarea lui a, analizăm mai departe enunțul problemei. Deoarece forța care acționează e constantă, mișcarea corpului va fi uniform accelerată, și pentru că corpul era inițial în repaus, avem de-a face cu o mișcare uniform accelerată fără viteză inițială. În această mișcare, spațiul S este dat de relația:

$$S = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Cum în această expresie mărimile S și t sînt cunoscute, putem găsi accelerația:

$$a = \frac{2 \cdot S}{t^2}$$

Introducînd această relație în expresia forței obținem:

$$F = m \cdot \frac{2 \cdot S}{t^2},$$

adică o relație în funcție numai de mărimi cunoscute.

f) Alegem pentru calcul sistemul MKS. Observăm că toate mărimile sînt exprimate în acest sistem, afară de $S = 1$ km și care în sistemul MKS devine $S = 1000$ m.

g) $$F = 50 \cdot \frac{2.1000}{30^2} = 50 \cdot \frac{2000}{900} \approx 111$$

h) Rezultă:

$$F \approx 111 \text{ newton}$$

i) Pentru verificare, exprimăm rezultatul de mai sus în kgf, pentru a ne da mai ușor seama de mărimea forței. Se obține:

$$F \approx 11{,}3 \text{ kgf},$$

ceea ce reprezintă o valoare aceptabilă (neexagerată).

2⁰ *Un automobil de 3,92 t pornește din repaus și urcă o pantă de 0,05. Parcurgînd 200 m, auiomobilul ajunge la viteza de 28,8 km/h. Care este puterea motorului automobilului? Frecarea se neglijează.*

Rezolvare:

a) ....

b) $m = 3{,}92$ t
$\operatorname{tg} \alpha = 0{,}05$
$S = 200$ m
$v_{finală} = 28{,}8$ km/h
$P = ?$

c) Se cere să se calculeze puterea P a motorului automobilului.

d) Cea mai generală relație pentru putere este cea de definiție:

$$P = \frac{L}{t}$$

În această relație nu cunoaștem nici valoarea lucrului mecanic L, nici aceea a timpului t în care se efectuează.

e) Vom determina pe rînd lucrul mecanic L și timpul t. Se execută schița (fig. 1).

Determinarea lucrului mecanic L. Formula cea mai generală a lucrului mecanic este:

$$L = F \cdot s \cdot \cos \theta,$$

unde θ este unghiul dintre direcțiile forței F și deplasării s.

Observînd figura, se vede că forța F trebuie să fie egală, sau mai mare, decît componenta G_1, pentru ca automobilul să poată urca panta.

Deoarece în text se menționează că automobilul pornește din repaus și la un moment dat obține o viteză finală v_f, înseamnă că automobilul execută o mișcare accelerată și deci forța F este în mod necesar mai mare decît G_1. Fie F_a forța constantă care determină accelerația a a automobilului. Rezultă:

$$F = G_1 + F_a$$

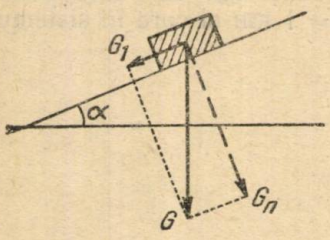


Fig. 1.

Cum:

$$G_1 = G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

iar:

$$F_a = m \cdot a$$

rezultă:

$$F = m \cdot g \cdot \sin \alpha + m \cdot a,$$

în care intervin mărimile necunoscute $\sin \alpha$ și a. Înclinarea planului fiind mică, putem aproxima sinusul prin tangentă, deci:

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$$

Fiind vorba de o mișcare uniform accelerată fără viteză inițială, alegem dintre relațiile în care intervine a, pe aceea în funcție de mărimile cunoscute:

$$v_f = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

Rezultă:

$$a = \frac{v_f^2}{2\,s}$$

și deci expresia forței devine:

$$F = m\ g\ \operatorname{tg} \alpha + m \cdot \frac{v_f^2}{2\,s}$$

Forța F având direcția lui G_1 și deci a deplasării automobilului, unghiul θ dintre forță și deplasare este zero, iar $\cos 0 = 1$.
În consecință:

$$L = \left(m\ g\ \operatorname{tg} \alpha + m.\ \frac{v_f^2}{2\,s}\right) s$$

Determinarea lui t. Mișcarea automobilului fiind uniform accelerată fără viteză inițială, deplasarea s este dată de relația:

$$s = \frac{a\,t^2}{2}$$

de unde:

$$t = \sqrt{\frac{2\,s}{a}}$$

Cum:

$$a = \frac{v_f^2}{2s}$$

rezultă:

$$t = \frac{2s}{v_f}$$

Obținînd pe L și t în funcție de mărimi cunoscute, P se determină cu ajutorul relației:

$$P = \frac{\left(m\ g\ \text{tg}\ \alpha + m.\frac{v_f^2}{2s}\right)s}{\frac{2s}{v_f}} = \frac{\left(m\ g\ \text{tg}\ \alpha + m\ \frac{v_f^2}{2s}\right)v_f}{2}$$

f) Alegem pentru calcul sistemul MKS. Atunci:

$$m = 3{,}92\ \text{t.} = 3920\ \text{kg}$$
$$\text{tg}\ \alpha = 0{,}05$$
$$s = 200\ \text{m}$$
$$v_f = 28{,}8\ \text{km/h} = 8\ \text{m/s}$$
$$g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$$

g) $$P = \frac{\left(3920 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}05 + 3920 \cdot \frac{8^2}{2 \cdot 200}\right)8}{2} \approx 10\,400$$

h) Deci puterea motorului este: $P \approx 10\,400$ W.

i) Pentru aprecierea rezultatului e bine să transformăm în CP. Știind că 1 CP = 736 W, se obține $P \approx 14$ CP, ceea ce reprezintă un rezultat verosimil.

3⁰ *Un ceasornic cu pendul din fier bate secunda la 0⁰C. Cu cît va întîrzia în 24 de ore un astfel de ceasornic, dacă oscilațiile se produc la o temperatură de 30⁰C?*

Rezolvare:

a) ....

b) $T_A = 1$ s
$t_A = 0^0$C
$t_1 = 24$ h
$t_B = 30^0$C
$\Delta t = ?$

c) Δt reprezintă timpul cu care întîrzie ceasornicul.

d) Întîrzierea Δt a ceasornicului se poate determina prin produsul dintre numărul N de secunde corespunzător timpului t_1 și întîrzierea ΔT a ceasornicului în timp de o secundă (semiperioadă).

Deci:

$$\Delta t = N \cdot \Delta T$$

e) Mărimea necunoscută care intervine în relația de mai sus este ΔT, adică diferența semiperioadelor în cazurile cînd ceasornicul execută

mișcarea oscilatorie la temperatura $t_A = 0^0C$, respectiv $t_B = 30^0C$. Cum formula semiperioadei este:

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

unde l este lungimea pendulului, rezultă că:

$$T_A = \pi \sqrt{\frac{l_A}{g}}$$

iar:

$$T_B = \pi \sqrt{\frac{l_B}{g}}.$$

Deoarece temperatura variază, lungimea pendulului se modifică conform relației:

$$l_t = l_0 (1 + \alpha t),$$

care în cazul nostru se scrie:

$$l_B = l_A (1 + \alpha t_B),$$

unde α este coeficientul de dilatare liniară.

În felul acesta expresia semiperioadei T_B devine:

$$T_B = \pi \sqrt{\frac{l_A (1 + \alpha t_B)}{g}}$$

Se observă că $T_B > T_A$, deci într-adevăr ceasornicul întîrzie. Cum:

$$\Delta T = T_B - T_A = \pi \sqrt{\frac{l_A (1+\alpha t_B)}{g}} - \pi \sqrt{\frac{l_A}{g}} = \pi \sqrt{\frac{l_A}{g}} (\sqrt{1+\alpha t_B} - 1) =$$

$$= T_A (\sqrt{1 + \alpha t_B} - 1),$$

rezultă:

$$\Delta t = N \cdot T_A (\sqrt{1 + t_B} - 1).$$

(Pentru valorile coeficienților, atunci cînd nu sînt date explicit, se consultă tabelele).

f) Alegem sistemul CGS. Atunci:

$T_A = 1$ s
$t_A = 0^0C$
$t_1 = 86\,400$ s
$t_B = 30^0C$
$\alpha = 12.10^{-6}$ grad^{-1}

g) Deci:

$\Delta t = 86400 \cdot 1 \ (\sqrt{1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot 30} - 1) \approx 15{,}6$

h) Rezultă $\Delta t \approx 15{,}6$ s.

i) Întîrzierea nefiind mare, rezultatul este verosimil.

4⁰ *Un calorimetru de cupru, cu masa de 145 g, conține 280 g de apă, la 0⁰C. Se introduc în calorimetru 40 g de gheață cu temperatura de —10⁰C împreună cu 15 g de vapori de apă cu temperatura de 100⁰C. Care este temperatura finală a apei?*

Rezolvare:

a) ....

b) $m_1 = 145$ g
$m_2 = 280$ g
$t_2 = t_1 = 0^0$C
$m_3 = 40$ g
$t_3 = -10^0$C
$m_4 = 15$ g
$t_4 = 100^0$C

c) Se cere să se determine temperatura finală θ a apei.

d) Această temperatură se poate determina pe baza principiului amestecurilor, scriind egalitatea dintre căldurile primite Q_p și cedate Q_c:

$$Q_p = Q_c$$

Primesc căldură: — calorimetrul, pentru a-și ridica temperatura de la t_1 la θ:

$$Q_{p_1} = m_1 \, c_1 \, (\theta - t_1),$$

în care c_1 este căldura specifică a cuprului;

— apa din calorimetru, pentru a-și ridica temperatura de la $t_2 = t_1$ la θ (apa fiind în calorimetru, temperaturile lor inițiale și finale sînt aceleași);

$$Q_{p_2} = m_2 \, c_2 \, (\theta - t_2),$$

în care c_2 este căldura specifică a apei;

— gheața, pentru a se încălzi de la t_3 la temperatura ei de topire $t_0 = 0^0$C, pentru a se topi la această temperatură și pentru ca apa rezultată din topirea gheței să se încălzească de la t_0 la θ:

$$Q_{p_3} = m_3 \, c_3 \, (t_0 - t_3) + m_3 \, \lambda_3 + m_3 \, c_2 \, (\theta - t_0),$$

în care c_3 este căldura specifică a gheții, iar λ_3 este căldura latentă de topire a gheții.

Cedează căldura vaporii de apă la condensare la temperatura t_4 (temperatura de fierbere a apei) și apa rezultată, prin răcire de la temperatura t_4 la θ:

$$Q_c = m_4 \, \lambda_4 + m_4 \, c_2 \, (t_4 - \theta),$$

în care λ_4 este căldura latentă de vaporizare a apei. Cum:

$$Q_p = Q_{p_1} + Q_{p_2} + Q_{p_3}$$

și

$$Q_p = Q_c$$

rezultă:

$$m_1c_1(\theta - t_1) + m_2c_2(\theta - t_2) + m_3c_3(t_0 - t_3) + m_3\lambda_3 + m_3c_2(\theta - t_0) = \\ = m_4\lambda_4 + m_4c_2(t_4 - \theta)$$

de unde:

$$\theta = \frac{m_4\lambda_4 + m_4c_2t_4 + m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2 - m_3c_3(t_0 - t_3) - m_3\lambda_3 + m_3c_2t_0}{m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3 + m_4c_2}$$

e) În expresia lui θ nu intervin mărimi necunoscute. Valorile constantelor se iau din tabele.

f) Lucrăm în sistemul CGS. Atunci:

$m_1 = 145$ g
$m_2 = 280$ g
$t_1 = t_2 = 0^0$C
$m_3 = 40$ g
$t_3 = -10^0$C
$m_4 = 15$ g
$t_4 = 100^0$C

$c_1 = 0{,}09$ cal/g.grad
$c_2 = 1$ cal/g.grad
$t_0 = 0^0$C
$c_3 = 0{,}5$ cal/g.grad
$\lambda_3 = 80$ cal/g
$\lambda_4 = 539$ cal/g

g)

$$\theta = \frac{15 \cdot 539 + 15 \cdot 1 \cdot 100 + 145 \cdot 0{,}09 \cdot 0 + 280 \cdot 1 \cdot 0 - \\ - 40 \cdot 0{,}5 \cdot [0 - (-10)] - 40 \cdot 80 + 40 \cdot 1 \cdot 0}{145 \cdot 0{,}09 + 280 \cdot 1 + 40 \cdot 1 + 15 \cdot 1} \approx 17{,}8$$

h) Temperatura finală a apei este aproximativ 17,8°C.

i) Rezultatul este verosimil, deoarece temperatura găsită corespunde stării lichide a apei (H_2O).

5° *Două bobițe de soc, având fiecare o masă de 0,01 g, sînt atîrnate de niște fire de mătase lungi de cîte 50 cm. Se încarcă bobițele cu același fel de electricitate: ele se resping, depărtîndu-se una de alta cu 7 cm. Ce cantitate de electricitate se află pe fiecare bobiță?*

Rezolvare:

a) .....

b) $m = 0{,}01$ g
$l = 50$ cm
$d = 7$ cm
$q = ?$

c) Să se determine valoarea sarcinei electrice q de pe o bobiță. Bobițele fiind identice, cantitățile de electricitate cu care se încarcă vor fi egale.

d) Dintre toate relațiile în care intervine mărimea q, alegem pe aceea care exprimă forța de repulsie dintre cele două sarcini identice q:

$$F = \frac{q^2}{\varepsilon d^2},$$

de unde:

$$q = d\sqrt{F \cdot \varepsilon}$$

unde ε este constanta dielectrică a mediului în care se află sistemul (aer).

e) În relația lui q nu se cunoaște mărimea forței F.

Valoarea lui F se poate determina ținînd seama că, în conformitate cu enunțul problemei, bobițele sînt în echilibru la distanța d una de alta.

Cum asupra unei bobițe acționează în afara forței electrice de repulsie și forța de atracție a pămîntului (greutatea bobiței), este necesar, pentru echilibru, ca rezultanta să fie direcționată în lungul firului și anulată de reacțiunea acestuia.

Cum în acest caz $\alpha = \beta$, deci $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$ (fig. 2) rezultă:

$$\frac{\frac{d}{2}}{l \cos \alpha} = \frac{F}{G},$$

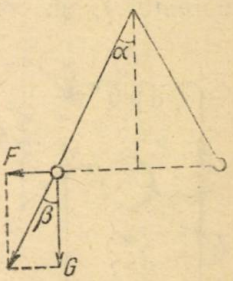


Fig. 2.

de unde:

$$F = \frac{G\,d}{2 \cdot l \cos \alpha} = \frac{m\,g\,d}{2l\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$$

și deci:

$$q = \sqrt{\frac{m\,g\,d^3\,\varepsilon}{2\,l\sqrt{1-\sin^2\alpha}}} = \sqrt{\frac{m\,g\,d^3\,\varepsilon}{2\,l\sqrt{1-\left(\frac{d}{2l}\right)^2}}}$$

f) Utilizăm sistemul CGS.

$m = 0{,}01$ g

$l = 50$ cm

$d = 7$ cm

$\varepsilon \approx 1$ Valoarea lui ε se obține din tabele).

g)

$$q = \sqrt{\frac{0{,}01 \cdot 980 \cdot 7^3 \cdot 1}{2 \cdot 50 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{7}{2 \cdot 50}\right)^2}}} \approx 5{,}86$$

h) Sarcina electrică de pe o bobiță este de aproximativ 5,86 CGSes (q)

i) Pentru distanța la care se resping bobițele, valoarea sarcinei electrice obținută este verosimilă.

6° *Să se calculeze forța electromotoare dezvoltată de un dinam cu excitație mixtă știind că el produce în circuitul exterior un cureni de 55 A, că tensiunea la borne este de 80 V, iar rezistența rotorului este de 0,018 Ω. Înfășurările inductorului au rezistențele de 40 Ω,, respectiv 0,40 Ω.*

Rezolvare:

a) .....

b) $I_c = 55$ A

$U = 80$ V

$R_r = 0{,}018$ Ω

$R_s = 40$ Ω (rezistența înfășurării cu sîrmă subțire)

$R_g = 0{,}04$ Ω (rezistența înfășurării cu sîrmă groasă și în serie cu circuitul exterior (fig. 3).

$E = ?$

c) Să se determine forța electromotoare E.

d) Forța electromotoare E este dată de suma dintre tensiunea U între bornele AB și căderile de tensiune pe rezistențele R_g și R_r :

$$E = U + U_g + U_r$$

e) În expresia lui E nu se cunosc valorile lui U_g și U_r.

I. *Determinarea lui* U_g

Rezistența R_g fiind în serie cu circuitul exterior, este străbătută de curentul I_e și, conform legii lui Ohm, determină o cădere de tensiune:

$$U_g = I_e R_g$$

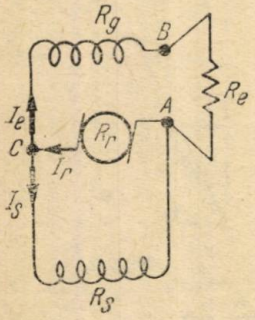


Fig. 3.

II) *Determinarea lui* U_r

Căderea de tensiune pe rezistența rotorului R_r este dată de produsul rezistenței acestuia și curentul I_r care o străbate:

$$U_r = I_r R_r$$

În această relație nu este cunoscută valoarea lui I_r. Observînd figura și conform legii I-a a lui Kirchhoff, pentru punctul C se poate scrie:

$$I_r = I_e + I_s,$$

unde I_s este curentul care circulă prin înfășurarea inductorului cu rezistența R_s.

Nefiind cunoscută valoarea lui I_s, aplicăm legea lui Ohm porțiunii de circuit $C(R_s)A$ și deci:

$$I_s = \frac{U_s}{R_s},$$

unde U_s este diferența de potențial între capetele C și A ale rezistenței R_s.

Această mărime — se vede din figură — reprezintă și diferența de potențial dintre capetele circuitului care cuprinde rezistența R_g și R_e încît:

$$U_s = U_g + U$$

Ținînd seama de toate acestea, expresia lui E devine:

$$E = U + I_e \cdot R_g + \left(I_e + \frac{U + I_e R_g}{R_s}\right) R_r.$$

f) Utilizăm sistemul MKSA. Toate mărimile sînt exprimate în acest sistem.

g)

$$F = 80 + 55 \cdot 0{,}04 + \left(55 + \frac{80 + 55 \cdot 0{,}04}{40}\right) 0{,}018 \approx 83{,}23$$

h) Forța electromotoare este de aproximativ 83,23 V.

i) Forța electromotoare este întotdeauna mai mare decît tensiunea la borne. Deci rezultatul este verosimil.

Observație. Se poate face o verificare a rezultatului obținut calculînd forța electromotoare E ca sumă între U_s și U_r.

7⁰ *Pe un banc optic se găsește o luminare aprinsă avînd flacăra de 5 cm înălțime. În fața ei se așază o lentilă convergentă care formează pe un ecran de pe banc imaginea flacării înaltă de 20 cm. Depărtăm luminarea cu 5 cm de lentilă. Deplasînd apoi ecranul se formează imaginea clară a luminării înaltă de 10 cm. Care este distanța focală a lentilei?*

Rezolvare:

a) .....

b) $AB = 5$ cm
$A'B' = 20$ cm
$AA_1 = 5$ cm
$A_1'B_1' = 10$ cm
$f = ?$

Vom nota: $AB = A_1B_1 = y$
$A'B' = y'$
$AA_1 = d$
$A_1'B_1' = y_1'$

c) Se cere să se determine distanța focală f a lentilei.

d) Deoarece lentila este convergentă, iar imaginile sînt reale, putem determina distanța focală f, utilizînd formula corespunzătoare a lentilelor:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

în care p este distanța dintre obiect-lentilă, iar p' este distanța dintre imagine-lentilă.

Din această relație:

$$f = \frac{p\,p'}{p+p'}$$

e) În expresia lui f trebuie calculate mărimile p' p.

I) *Calculul lui p'*

O altă expresie în care intră p' este aceea care determină mărirea liniară:

$$\frac{y'}{y} = \frac{p'}{p}$$ (v. fig, 4 a)

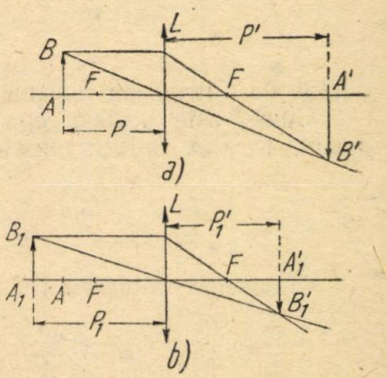


Fig. 4.

de unde:

$$p' = \frac{y'}{y} \cdot p,$$

adică în funcție de p.

II) *Calculul lui p*

Mărimea lui p intervine și în expresia lui p_1 (fig. 4b)

$$p_1 = p + d$$

Mărimea necunoscută p_1 o putem determina ținînd seama de mărirea liniară din cazul b (obiectul fiind același $A_1B_1 = AB$):

$$\frac{y_1'}{y} = \frac{p_1'}{p_1}$$

și de formula distanței focale din cazul b:

$$f = \frac{p_1\,p_1'}{p_1+p_1'}.$$

Cum în aceste ultime două relații apare o altă mărime necunoscută p_1', se observă că aceasta poate fi exprimată în funcție de p_1 și deci în funcție de p prin relația:

$$p_1' = \frac{y_1'}{y}(p+d).$$

Atunci în primul caz (fig. 4a) distanța focală f este dată de expresia:

$$f = \frac{p\,p'}{p+p'} = \frac{p\,\frac{y'}{y}\,p}{p+\frac{y'}{y}\,p} = \frac{y'\,p}{y+y'},$$

iar în al doilea caz (fig. 4b):

$$f = \frac{p_1\,p_1'}{p_1+p_1'} = \frac{(p+d)\,\frac{y_1'}{y}\,(p+d)}{(p+d)+\frac{y_1'}{y}\,(p+d)} = \frac{y_1'(p+d)}{y+y_1'}$$

numai în funcție de mărimea necunoscută p.

Cum f este același, egalînd cele două relații, obținem o ecuație de gradul I în p. Soluția acestei ecuații este:

$$p = \frac{y_1' \cdot d(y+y')}{y'(y+y_1') - y_1'(y+y')}$$

Cunoscînd valoarea lui p rezultă:

$$p' = \frac{y'}{y} \cdot \frac{y_1'\,d(y+y')}{y'(y+y_1') - y_1'(y+y')}$$

și deci:

$$f = \frac{y_1'\,d\,y'}{y'(y+y_1') - y_1'(y+y')}$$

f) Utilizăm sistemul CGS, mărimile fiind exprimate în acest sistem.

g)

$$f = \frac{10 \cdot 5 \cdot 20}{20\,(5+10) - 10\,(5+20)} = 20$$

h) Deci distanța focală a lentilei este 20 cm.

i) *Verificare.* Pentru a se obține o imagine reală prin lentilă, obiectul trebuie să fie așezat, față de lentilă, la o distanță mai mare decît distanța focală.

Introducînd datele numerice în expresia lui p se verifică: într-adevăr $p > f$ și anume $p = 25$ cm.

Pentru ca imaginea să fie mărită este necesar ca $f < p < 2f$, ceea ce de asemenea se verifică.

Observație. Dacă se introduc de la început datele numerice, expresiile de calcul se simplifică.

8⁰ *Un corp cu masa de 20 kg este suspendat de un fir care rezistă la o forță de întindere de 30 kgf. Se deplasează corpul din poziția de echilibru sub un unghi de 60⁰. Lăsat liber din această poziție, se va rupe firul?*

Rezolvare:

a) .....

b) $m = 20$ kg
$F = 30$ kgf
$\alpha = 60^0$

. . . . . .

c) În această problemă, mărimea necunoscută nu este exprimată explicit. Pentru a putea ști dacă firul rezistă sau nu, trebuie calculată valoarea maximă F_m a forței ce acționează asupra firului în timpul mișcării.

d) Forța cu care acționează corpul asupra firului în timpul mișcării curbilinii pe care o execută este rezultanta dintre greutatea G a corpului și forța centrifugă F_{cf}. Valoarea maximă a acestei forțe rezultante se obține cînd direcția forței centrifuge coincide cu aceea a forței de greutate (fig. 5):

$$F_m = G + F_{cf} + mg + \frac{m v^2}{l},$$

unde l este lungimea firului.

e) În expresia de mai sus intervin mărimile necunoscute ale vitezei maxime v și a lungimii l.

Determinarea lui v

Această viteză o obține corpul în punctul B, în urma transformării energiei potențiale din poziția A în energie cinetică. Cum, față de poziția B, energia potențială în A este: mgh, conform legii conservării energiei rezultă:

$$mgh = \frac{m v^2}{2}$$

de unde:

$$v^2 = \frac{2 m g h}{m} = 2 g h.$$

Valoarea lui h este (v. fig. 5):

$$h = l - l \cos \alpha = l (1 - \cos \alpha)$$

și deci:

$$v = \sqrt{2 g l (1 - \cos \alpha)},$$

în funcție de lungimea l a firului,

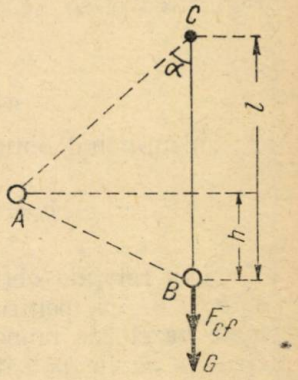


Fig. 5.

Determinarea lui l.

Se observă că introducînd expresia lui v în formula lui F_m, mărimea l se simplifică, astfel încît cunoașterea acestei mărimi nu este necesară:

$$F_m = mg + \frac{m}{l} \cdot 2 g l (1 - \cos \alpha) = mg [1 + 2 (1 - \cos \alpha)].$$

f) Alegem pentru calcul sistemul MKfS. Atunci:
$m = 20$ kg $\approx 2{,}05$ u.t.m.
$F = 30$ kgf
$\alpha = 60^0$

g) $F_m = 2{,}05.9{,}8\ [1 + 2\ (1-0{,}5)] = 40$

h) Valoarea maximă a forței este 40 kgf.

Pentru că această forță, întrece forța $F = 30$ kgf, la care rezistă firul, firul se va rupe.

i) Se observă că F_m depinde, pentru un corp dat, numai de unghiul α. Cum în cazul nostru $\alpha = 60^0$, se vede ușor că $F_m = 2mg$ și deci rezultatul $F_m = 40$ kgf este just.

*

Pentru însușirea metodei de lucru recomandăm elevilor să citească cu atenție și să refacă raționamentele și calculele prezentate mai sus. Apoi pot încerca să o aplice la diferite alte probleme.

NUMERE, PUTERI PERFECTE ÎN TOATE BAZELE DE NUMERAȚIE

L. MĂNESCU, profesor, Rîmnicu Vîlcea

1. Numere de 3 cifre, pătrate perfecte

Considerăm numărul $N_x = abc_x$, unde a, b, c sînt cifre corespunzătoare sistemului zecimal de numerație, iar x este baza sistemului, x fiind mai mare decît a, decît b și decît c.

Sub formă de polinom acest număr se scrie: $N_x = ax^2 + bx + c$. Pentru ca el să fie pătrat perfect în orice bază, trebuie să avem:

$$ax^2 + bx + c \equiv (px + q)^2 \text{ sau}$$

$$ax^2 + bx + c \equiv p^2x^2 + 2\,pqx + q^2.$$

Identificînd obținem: $a = p^2$, $b = 2\,pq$, $c = q^2$ de unde scoatem:

$$p = \sqrt{a}\ ;\ q = \sqrt{c}\ ;\ b = 2\sqrt{ac};\ \frac{b}{2} = \sqrt{a.c.}$$

Din relațiile obținute se deduce, în condițiile puse pentru coeficienții a, b, c — că, pentru ca un număr de trei cifre să fie pătrat perfect în toate bazele de numerație, trebuie îndeplinite următoarele condiții; atît a cît și c să fie pătrate perfecte, iar jumătatea lui b să fie media proporțională a lui a și c. Ca atare, dintre cifrele sistemului zecimal de numerație (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) coeficientul a (pentru ca să fie pătrat perfect) nu poate lua decît valorile 1,4 și 9, iar coeficientul c de asemenea numai valorile: 0, 1, 4, 9.

Coeficientul b se calculează din relația: $b = 2\sqrt{ac}$, sau

$$b = 2\ pq.$$

Acum putem scrie cu ușurință numerele ce îndeplinesc condiția cerută, întocmind următorul tablou:

a	c	$b=2pq$	N	x	a	c	$b=2pq$	N	x
1	0	0	100	$x \geqslant 2$	4	4	8	484	$x > 8$
1	1	2	121	$x > 2$	4	9	12	—	
1	4	4	144	$x > 4$	9	0	0	900	$x > 9$
1	9	6	169	$x > 9$	9	1	6	961	$x > 9$
4	0	0	400	$x > 4$	9	4	12	—	
4	1	4	441	$x > 4$	9	9	18	—	

Din acest tablou se observă că nu există decît nouă numere care să fie patrate perfecte în toate bazele de numerație mai mare ca 2 și numai două numere de trei cifre diferite între ele (169 și 961) care să îndeplinească condiția propusă.

2. Numere de 4 cifre, cuburi perfecte

Din numărul $N_x = abcd$, scris sub formă de polinom se obține:

$$N_x = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

Pentru ca el să fie cub perfect în toate bazele de numerație trebuie să îndeplinească condiția:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d \equiv (px + q)^3 \text{ sau}$$
$$ax^3 + bx^2 + cx + d \equiv p^3x^3 + 3\,p^2qx^2 + 3\,pq^2x + q^3.$$

Identificînd obținem: $a = p^3$; $b = 3\,p^2\,q$; $c = 3\,pq^2$; $d = q^3$.

Din aceste relații se deduce că atît a cît și d trebuie să fie cuburi perfecte, iar coeficienții b și c să îndeplinească condiția:

$$b \cdot c = 9\,p^3q^3 = 9\,ad,$$

pe baza cărora se pot determina ușor, numerele căutate.

Deoarece coeficienții a și d trebuie să fie cuburi perfecte, din mulțimea cifrelor sistemului zecimal de numerație (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) litera a nu poate lua decît valorile 1 și 8, iar litera b poate lua numai valorile 0, 1 și 8.

Coeficienții ceilalți se calculează cu formulele:

$$b = 3\,p^2\,q \quad \text{și} \quad c = 3\,pq^2.$$

Ca atare, întocmim următorul tablou:

a	$b=3p^2q$	$c=3pq^2$	d	N	Baza de numerație x
1	0	0	0	1000	$x \geqslant 2$
1	3	3	1	1331	$x > 3$
1	6	12	8	—	
8	12	6	1	—	
8	0	0	0	8000	
8	24	24	8	—	$x > 8$

Deci, 1331 e singurul număr cu o formă mai deosebită care este cub perfect în toate bazele de numerație mai mari ca 3. Deoarece $1331 = 11^3$, putem scrie, socotind pe x mai mare ca 3:

$$1331_x = (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) = (x+1)^3 \text{ sau}$$

$(11^3)_x = (x+1)^3$ deci, $11_x = x+1$, adică $11_2 = 3$; $11_3 = 4$, etc.

Aplicație. Dîndu-se suma:

$$S = (11^3)_4 + (11^3)_5 + (11^3)_6 + \ldots + (11^3)_{n-1}$$

Să se determine n așa încît să avem $S = 4256$.

Deoarece $(11^3)_x = (x+1)^3$, suma S se mai poate scrie:

$$S = 5^3 + 6^3 + 7^3 + \ldots + n^3 \text{ sau,}$$

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + \ldots + n^3 - (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3)$$

sau,

$$S = \frac{n^2(n+1)^2}{4} - 100;$$

așa dar, avem egalitatea:

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} - 100 = 4256.$$

Trecînd în partea a doua și extrăgînd rădăcina patrată obținem:

$$\frac{n(n+1)}{2} = 66 \text{ sau } n^2 + n - 132 = 0$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2} = \frac{-1 \pm 23}{2}; \quad n = 11.$$

Dealtfel, acel număr poate fi determinat și direct punînd problema: *„Să se afle numărul de forma abba care să fie cub perfect în toate bazele de numerație mai mari ca 3“*. Pentru aceasta scriem:

$$N_x = ax^3 + bx^2 + bx + a \equiv a(x^3+1) + bx(x+1) \equiv$$

$$\equiv a(x+1)(x^2 - x + 1) + bx(x+1) \equiv (x+1)[ax^2 + (b-a)x + a].$$

Pentru ca N să fie cub perfect trebuie deci ca:

$$ax^2 + (b-a)x + a = (x+1)^2 \text{ sau}$$

$$ax^2 + (b-a)x + a = x^2 + 2x + 1$$

De aici deducem că: $a = 1$, $b - a = 2$ sau $b = 3$.

Așa dar, numărul căutat este $N = 1331$.

Ca verificare,

$$1331_{10} = 11^3 \text{ sau } (11^3)_{10} = 11^3 \text{ sau } 11_{10} = 11.$$

3. Numere mai mari de patru cifre — puteri perfecte

Să se determine numărul N de forma *abcba* care să fie putere perfectă de ordinul 4 în orice bază de numerație.

Pentru aceasta scriem:

$$N_x = ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = (px + q)^4 \text{ sau}$$

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a \equiv p^4x^4 + 4p^3qx^3 + 6p^2q^2x^2 + 4pq^3x + q^4.$$

Identificînd avem:

$$a = p^4;\ b = 4p^3q;\ c = 6p^2q^2;\ b = 4pq^3;\ a = q^4.$$

Deoarece $a = p^4 = q^4$, urmează că $p = q$. În acest caz, putem scrie:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = p^4(x + 1)^4 = a(x + 1)^4.$$

Se constată deci, că: $b = 4p^3q = 4p^4 = 4a$ și $c = 6p^2\ q^2 = 6p^4 = 6a$.

Datorită acestui fapt, coeficientul a nu poate lua decît valoarea numerică 1, căci dacă ar lua valoarea — să zicem 2 — atunci coeficientul c ar fi egal cu $6a = 6 \cdot 2 = 12$, valoare care nu convine condițiilor puse la începutul problemei. Ca atare, numărul căutat este: $14641 = 11^4$, însă numai în baze mai mari ca 6.

Într-adevăr, $14641 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = (x + 1)^4$.

Ca aplicație:

$$14641_7 = 8^4 \text{ sau } 11_7^4 = 8^4 \text{ sau } 11_7 = 8.$$

Se putea determina acest număr, pornindu-se chiar de la cazul general N de forma *abcde*.

Potrivit metodei generale scriem:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + c = (px + q)^4 \text{ sau}$$

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = p^4x^4 + 4p^3qx^3 + 6p^2q^2x^2 + 4pq^3x + q^4$$

și identificînd, găsim:

$$a = p^4;\ b = 4p^3q;\ c = 6p^2q^2;\ d = 4pq^3;\ e = q^4.$$

Deoarece coeficienții a și e trebuie să fie puteri perfecte de ordinul 4, urmează că a nu poate lua decît valoarea 1, iar e poate lua valorile 1 și 0.

Ceilalți coeficienți trebuie să îndeplinească condiția:

$$bcd = 96p^6q^6 = 96p^4q^4 \cdot p^2q^2 = 96ae \cdot \frac{c}{6} = 16ae.c.$$

sau, simplificînd cu c obținem:

$$bd = 16ae \quad \text{și} \quad c = 6\sqrt{ab}.$$

Cînd $a = 1$ și $e = 0$, numărul este $10\,000 = 10^4$;
cînd $a = 1$ și $e = 1$, numărul este tocmai 14641;
deci, $14641_x = x^4 + 4\ x^3 + 6\ x^2 + 4\ x + 1 = (x + 1)^4$

$$14641_7 = 8^4;\ 11_7 = 8.$$

DETERMINAREA PE CALE GEOMETRICĂ A FORMULEI SUMEI CELOR MAI SIMPLE PROGRESII ARITMETICE

În cele ce urmează se va expune demonstrația formulei sumei în progresia aritmetică, demonstrație la nivelul ciclului II elementar.

A. *Să se afle suma primelor numere întregi consecutive.* Vom observa că termenii sumei $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$ se pot înșirui unul sub altul determinînd aspectul din figura 1, problema reducîndu-se în acest caz, la aflarea suprafeței acestui triunghi cu ipotenuza în trepte.

Unind A și C printr-o dreaptă se obține un triunghi dreptunghic isoscel a cărui suprafață — după cum se poate urmări pe figura 1 — este mai mică decît aceea a triunghiului cu ipotenuza în trepte, cu atîtea jumătăți

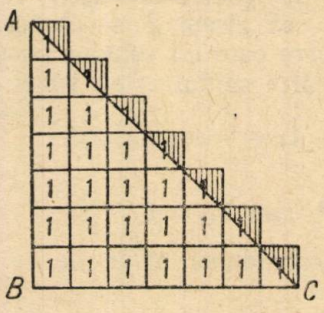


Fig. 1.

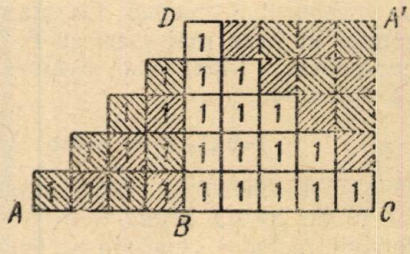


Fig. 2.

de unitate cîte unități de lungime măsoară cateta AB.

Prin urmare, suprafața figurii 1 și deci, valoarea sumei S este $S = \frac{AB \cdot BC}{2} + \frac{AB}{2}$, sau ținînd seama de notațiile algebrice, $S = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$, (deoarece $AB = BC$). De unde rezultă : $S = \frac{n(n+1)}{2}$.

B. *Să se determine suma șirului de numere impare consecutive.*

Termenii sumei $S = 1 + 3 + 5 + \ldots + l$ (termenii fiind în număr de n) se vor așeza ca la punctul A, obținîndu-se figura 2.

Se vede că suprafața acestei figuri, după modul cum a fost construită, are ca valoare suma S. Dar suprafața din figura 2 se află descompunînd în două porțiuni de-a lungul dreptei BD și aplicînd apoi, fiecărei porțiuni formula găsită la punctul A.

Aria porțiunii ABD este $\frac{(n-1)\,n}{2}$, iar aceea a porțiunii BCD este $\frac{n(n+1)}{2}$.

Prin urmare, S care coincide cu suprafața celor două porțiuni devine : $S = \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2}$, de unde $S = n^2$.

Observare. — Formula determinată la punctul *B* poate fi găsită și pe o cale mai directă. Tăiem figura 2 de-a lungul dreptei *BD* și aranjăm cele două fragmente așa fel încît să obținem patratul din figură, a cărui latură este n și deci $S = n^2$. (A se vedea problema 336 din Matematica distractivă de B. A. Kordemski, Editura tineretului, 1959).

C. *Să se afle suma unei progresii aritmetice de formă generală.* Progresia aritmetică reprezintă un șir de numere astfel format încît fiecare număr al șirului este egal cu cel dinaintea sa, adunat cu o cantitate constantă numită *rație.* La o progresie aritmetică deosebim următoarele caracteristici: *primul termen* care se notează cu *a*, *ultimul termen*, care se notează cu *l*, rația notată cu *r* și numărul de termeni pe care îl conține șirul, notat cu *n*.

Am întîlnit la punctele *A* și *B* cele mai simple forme de progresie aritmetică. Iată acum un exemplu numeric de progresie aritmetică ∴ 6, 9, 12, 15, 18. Pentru a scoate în evidență modul de formare al progresiei, precum și valoarea rației, vom scrie mai pe larg: ∴ 6, (6+3), (6+3+3) ș.a.m.d Avem deci, $a = 6$, $r = 3$, $l = 18$ și $n = 5$.

Ținînd seama de notația literală convenită mai sus, în forma sa generală, o progresie aritmetică se scrie:

$$\therefore a, (a + r), (a + 2r), (a + 3r), \ldots, l$$

(semnul ∴ indică faptul că după el urmează numere așezate în progresie aritmetică).

După aceste amănunte de inițiere, să trecem la găsirea sumei propuse: $S = a + (a + r) + (a + 2r) + \ldots + l$.

Pentru a răspunde problemei procedăm după cum urmează. Vom atribui fiecărui termen al sumei de mai sus, cîte un dreptunghi de înălțime unitară. Observăm apoi, că fiecare termen al sumei are două părți: prima este *a*, iar cealaltă are forma *r*, 2*r*, 3*r* ș.a.m.d., primul termen *a* neconținînd, bine înțeles, pe *r*.

Astfel, primul termen va fi reprezentat de un dreptunghi de lungimea *a*, al doilea printr-un dreptunghi de lungimea $(a+r)$, celui de-al treilea îi va corespunde un dreptunghi de lungimea $(a+2r)$, procedeul continuînd asemănător pentru restul termenilor.

Deoarece înălțimea fiecărui dreptunghi este egală cu unitatea, supra-

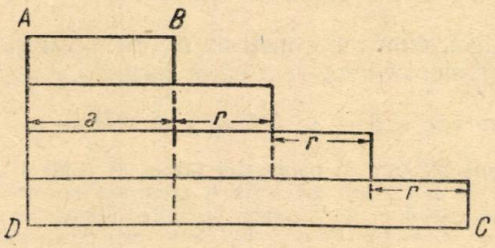


Fig. 3.

fața lor coincide numeric cu lungimea, respectiv cu valoarea fiecărui termenilor din progresie.

Ținînd seama de aceasta, rezultă că suma suprafețelor dreptunghiurilor coincide numeric cu suma progresiei aritmetice date.

Odată fixate aceste idei, să așezăm dreptunghiurile în mod convenabil unul sub altul, obținînd configurația din figura 3. Pentru a determina supra-

fața acesteia, unim printr-o dreaptă B cu C și obținem trapezul dreptunghic $ABCD$ (fig. 4) a cărui suprafață e ușor de aflat după formula cunoscută din geometrie. Rămîne doar în cele ce urmează, să dovedim echivalența dintre suprafețele figurii 3 și fig. 4, fig 4 și 5.

Pentru aceasta contopim cele două figuri într-una singură (fig. 5). Se observă astfel că anumite porțiuni ale dreptunghiurilor rămîn în afara trapezului, în vreme ce trapezul include porțiuni care nu le aparțin (par-

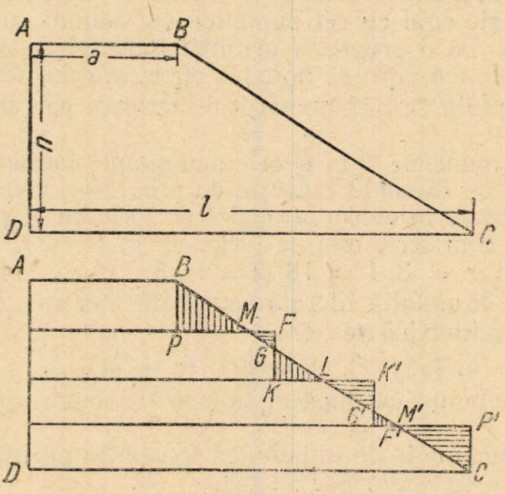


Fig. 4. și 5.

tea hașurată). Vom arăta că aceste porțiuni sînt echivalente și că deci, suprafața figurii 3 coincide cu suprafața figurii 4. În figura 5, triunghiul BMP = triunghiul $CM'P'$, după cum lesne se poate arăta. De asemenea se vede ușor, că triunghiul MFG = triunghiul $M'F'G'$ și triunghiul GKL = triunghiul $G'K'L$. Prin urmare, suprafețele figurilor 3 și 4 sînt într-adevăr, echivalente și ca atare suma suprafețelor tuturor dreptunghiurilor din figura 4 este egală cu suprafața trapezului din figura 4. Deci,

$$S = \frac{(AB + DC)AD}{2}.$$

După modul însă, cum am construit figura 4, suprafața acesteia coincide cu suma progresiei aritmetice a cărei formulă este deci:

$S = \frac{(a+l)n}{2}$, deoarece $AB = a$, $DC = l$ și $AD = n$.

Observare. Formula stabilită în paragraful precedent poate fi dedusă pe o cale mai scurtă. Ținînd seama de felul cum am scris o progresie aritmetică în forma ei generală, rezultă, urmărind modul ei de formare, că între ultimul termen, primul termen și rație există relația: $l = a + (n-1)r$ și deci S se mai poate scrie: $S = a + (a+r) + (a+2r) + \ldots + a + (n-1)r = na + r[1+2+3+\ldots+(n-1)]$.

Dar valoarea parantezei mari reprezintă tocmai suma primelor $(n-1)$ numere întregi consecutive și pe care o determinăm imediat cu ajutorul formulei arătată la punctul A. Notînd cu s această sumă avem: $s = \frac{n(n-1)}{2}$ Înlocuind obținem

$$S = na + r\frac{n(n-1)}{2}.$$

Din formula de mai înainte $l = a + (n-1)r$, îl scoatem pe a și valoarea lui o înlocuim în formula lui S. După o serie de reduceri și simplificări obținem o formă a lui S ușor de reținut, ca la punctul C, deci $S = \frac{(a+l)n}{2}$.

O aplicație la fizică (Mecanica pentru cl. VIII-a). Pentru a se determina formula spațiului în mișcarea uniform-variată e necesară cunoașterea vitezei medii. Valoarea acesteia în mod curent, se dă ca fiind media aritmetică a vitezelor inițială și finală.

Conform celor arătate mai sus la pct. *A*, demonstrația formulei $v = v_0 + at$ este următoarea: Conform definiției vitezei medii vom scrie:

$$v_m = \frac{v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v}{t+1}$$

și ținînd seamă că $v_1 = v_0 + a$; $v_2 = v_0 + 2a$ și $v = v_0 + at$, înlocuim și avem:

$$v_m = \frac{v_0 + (v_0 + a) + (v_0 + 2a) + \cdots + (v_0 + at)}{t+1}$$

sau:

$$v_m = \frac{v_0(t+1) + a(1 + 2 + 3 + \cdots + t)}{t+1}$$

Suma din cea de-a doua paranteză am învățat să o calculăm la pct. *A* și este egală cu $\frac{t(t+1)}{2}$. Înlocuind, avem:

$$v_m = \frac{v_0(t+1) + \frac{at(t+1)}{2}}{t+1} = \frac{\left(v_0 + \frac{at}{2}\right)(t+1)}{(t+1)} = v_0 + \frac{at}{2},$$

de unde $S = v_m t = \left(v_0 + \frac{at}{2}\right) t = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Ștefan Fătulescu, profesor București

NOTE MATEMATICE

Un criteriu de divizibilitate cu 13

În cartea de algebră pentru clasa a X-a se stabilește următorul criteriu relativ la divizibilitatea numerelor cu 13 (p. 93, ed. 1959): un număr este divizibil cu 7, 11 sau 13 dacă diferența obținută prin scăderea numărului exprimat de ultimele trei cifre ale numărului dat din numărul exprimat de toate celelalte cifre (sau invers) este egală cu 0 sau este divizibilă cu 7, 11 sau 13. Mai general, un număr este divizibil prin numerele menționate dacă, împărțit în grupe de cîte trei cifre pornind de la dreapta, diferența dintre suma numerelor exprimate prin grupele de rang impar și suma numerelor exprimate prin grupele de rang par este divizibilă cu 7, 11 sau 13.

Îmi propun să prezint un alt criteriu de divizibilitate cu 13.

Un număr este divizibil cu 13 dacă împărțindu-l în grupe de trei cifre pornind de la dreapta și scăzînd pentru fiecare grupă, din numărul exprimat de ultimele două cifre de patru ori pe prima, diferența dintre sumele numerelor astfel obținute corespunzătoare grupelor impare și celor pare este divizibilă cu 13.

Un prim avantaj al acestui criteriu în comparație cu criteriul de mai sus este simplitatea, deoarece aci avem de efectuat operații cu numere de una sau două cifre și nu cu trei cifre. Pe deasupra, criteriul nou este mai general, deoarece se aplică și numerelor de trei cifre. Din cele subliniate decurge și o rapiditate mai mare în obținerea rezultatului: pe cînd în vechiul criteriu trebuia pînă la urmă, să verificăm divizibilitatea unui număr de două sau trei cifre, cu cel nou, nu trebuie să cunoaștem decît care sînt numerele de două cifre divizibile cu 13.

Iată cîteva exemple:

a) 956. Aci avem $56-4 \times 9 = 20 \neq \mathfrak{M}\,13$, deci 956 nu este un multiplu de 13.

b) 325. Cum $25-4 \times 3 = 13$, rezultă că 325 se împarte exact cu 13.

Să observăm că prin vechiul procedeu trebuia să facem împărțirile $956 : 13$ și $325 : 13$ pentru a da un răspuns.

c) 5967. Folosind procedeul obișnuit: $967-5 = 962$ și cum $962 : 13 = 74$ rezultă că 55967 este $\mathfrak{M}$ 13. Procedeul nou: $(67-36)-5 = 26 = \mathfrak{M}\,13$.

d) 259.196.759.812.916.246. Prin vechiul procedeu: $916 + 759 + 259 - -246-812-196 = 383 \neq \mathfrak{M}\,13$. Calculul s-a făcut în prealabil pentru fiecare grupă.

Să demonstrăm acest criteriu. Fie un număr oarecare

$N = 10^n a_n + 10^{n-1} a_{n-1} + \ldots + 10\, a_1 + a_0$. Vom scrie $10^n = (13 - 3)^n$ și prin dezvoltare binomială avem:

$$10^n = 13^n - C_n^1 \cdot 13^{n-1} \cdot 3 + \ldots + C_n^{n-1} \cdot (-3)^{n-1} \cdot 13 + 3^n (-1)^n = \\ = \mathfrak{M}\,13 + 3^n (-1)^n$$

Deci, N devine:

$$N = \mathfrak{M}\,13 + 3^n (-1)^n a_n + \mathfrak{M}\,13 + 3^{n-1} (-1)^{n-1} a_{n-1} + \ldots$$
$$\ldots + 3(-1) a_1 + a_0 = \mathfrak{M}\,13 + 3^{n-2} (-1)^{n-2} (3^2 a_n - 3 a_{n-1} + a_{n-2}) +$$
$$+ 3^{n-5} (-1)^{n-5} (3^2 a_{n-3} - 3a_{n-4} + a_{n-5}) + \ldots + (3^2 a_2 - 3a_1 + a_0).$$

Observăm că puterile -3 variază din 3 în 3 de la $0 = (n-n)$ pînă la n-2 și că ele pot fi puse sub forma $(-3)^{6k}$ sau $(-3)^{6k+3}$, unde k ia valori din șirul numerelor naturale, astfel încît să nu se depășească gradul polinomului. Dar numerele $6k$ fiind numere cu soț, urmează că grupele din paranteze ce au ca factor pe $(-3)^{6k}$ vor avea semnul +, iar cele ce au ca factor pe $(-3)^{6k+3}$ vor avea semnul —. De asemeni, se știe că orice număr de forma 3^{6k} sau 3^{6k+3} este egal cu un multiplu de 13 plus o unitate. Deci, grupele de cîte trei termeni vor putea fi scrise și fără puterile lui 3, dar ținînd seama de semn, adică, de puterile lui -1. Astfel, N se poate scrie sub forma:

$$N = \mathfrak{M}\,13 + [(-1)^{n-2} (3a_n^2 - 3a_{n-1} + a_{n-2}) + \ldots$$
$$\ldots + (3^2 a_2 - 3a_1 + a_0)] = \mathfrak{M}\,13 + S.$$

și deci,

$$N = \mathfrak{M}\,13, \quad \text{dacă } S = \mathfrak{M}\,13.$$

Cum:

$$9a_p - 3a_{p-1} + a_{p-2} = 13a_p - 4a_p - 13a_{p-1} + 10a_{p-1} + a_{p-2} =$$
$$= \mathfrak{M}\ 13 + (10a_{p-1} + a_{p-2}) - 4a_p,$$
$$S = (-1)^{n-2}\,[\mathfrak{M}\ 13 + (10a_{n-1} + a_{n-2}) - 4a_n] + \ldots$$
$$\ldots + \mathfrak{M}\ 13 + (10a_1 + a_0) - 4a_2$$

sau

$$S = \mathfrak{M}\ 13 + (-1)^{n-2}\,(10a_{n-1} + a_{n-2} - 4a_n) + \ldots +$$
$$+ (10a_1 + a_0 - 4a_2) = \mathfrak{M}\ 13 + S'.$$

In definitiv, $N = \mathfrak{M}\ 13$, dacă:

$$S' = 10a_1 + a_0 - 4a_2 - (10a_4 + a_3 - 4a_5) + \ldots$$
$$\ldots + (-1)^{n-2}\,(10a_{n-1} + a_{n-2} - 4a_n)$$

este $\mathfrak{M}$ 13, ceea ce demonstrează complet, noul criteriu prezentat.

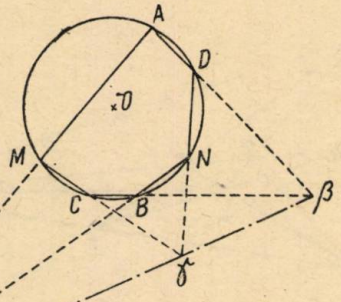
Macovschi Mihail, elev s.m. 13 Bucureşti

Asupra problemelor 3815, 3861 şi 3877

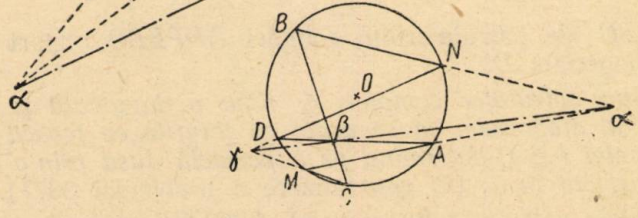
a) *Fie AB şi CD două coarde paralele în cercul O (fig. b). Dacă M şi N sînt două puncte pe cerc, atunci intersecţiile dreptelor AM, BC şi ND respectiv, cu dreptele BN, AD şi CM sînt coliniare.*

În orice ordine am uni punctele *A, B, C, D, M, N*, aşezate oricum

a)



b)

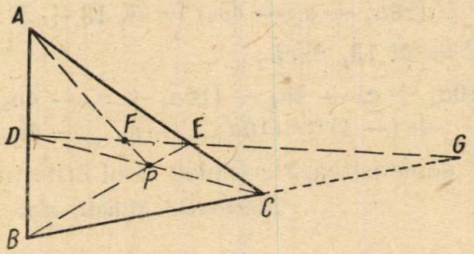


pe cercul (0), exagonului convex sau concav obţinut i se aplică teorema lui Pascal şi anume: laturile opuse ale unui exagon înscris se taie în trei puncte coliniare.

În caz că cele șase puncte sînt unite formînd exagonul MADNBC, laturile opuse sînt *MA* și *NB*, *AD* și *BC*, *DN* și *CM* respectiv, cu intersecțiile α, β, γ coliniare.

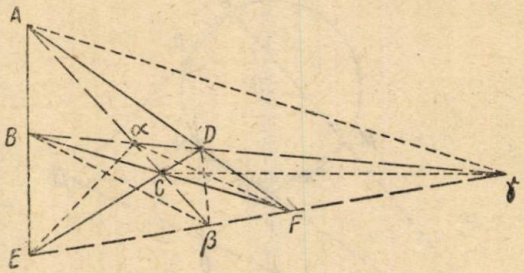
Problema nr. 3815 este cazul particular al exagonului cu diagonalele *AB*, *CD* paralele.

b) *Fie un triunghi oarecare ABC. Prin vîrfurile B și C ducem două drepte arbitrare care se intersectează în punctul P. Dreapta PC taie pe*



AB în D, iar dreapta PB taie pe AC în E. Fie F și G punctele în care dreapta DE intersectează respectiv, pe AP și pe BC. Să se arate că: EG. DF = GD. EF. (În legătură cu problema 3861).

Relația ce se cere demonstrată arată că punctele *F*, *G* sînt conjugate armonic cu punctele *D*, *E*, proprietate care se vede din figură, căci diago-



nalele *AP*, *BC* ale patrulaterului complet *ADPEBC* împart armonic cea de-a treia diagonală *DE*.

c) *Într-un patrulater complet, △ fiind o diagonală și α intersecția celorlalte două diagonale, să se arate că laturile ce pleacă din extremitățile diagonalei (△), determină pe o paralelă dusă prin α la (△) segmente cu mijlocul în α.* (O generalizare a problemei 3877).

Diagonalele patrulaterului complet *ABCDEF* se întîlnesc în $\alpha \equiv (AC, BC)$, $\beta \equiv (AC, EF)$, $\gamma \equiv (BD, EF)$. Considerînd și dreptele $\alpha E, \alpha F, \beta B, \beta D, \gamma A, \gamma C$, punctele *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, α, β, γ sînt vîrfurile a nouă fascicole armonice, căci două diagonale ale unui patrulater complet împart armonic cealaltă diagonală.

O paralelă la una din razele unui fascicol armonic este împărțită în două segmente egale de celelalte trei raze. Prin urmare, pe o paralelă la oricare din dreptele figurii, celelalte trei drepte ale fascicolului respectiv, determină segmente egale.

Problema 3877 este un caz particular al acestei proprietăți.

D. C. Panu, Galați

CALEIDOSCOP MATEMATIC

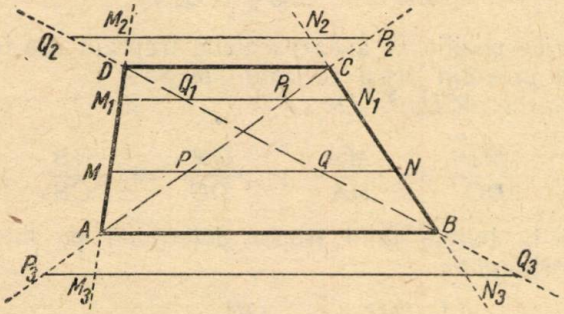
UNDE ESTE GREȘALA ?

Vom „demonstra" că orice trapez are bazele egale. Cum se poate acest lucru ?

O paralelă la bazele unui trapez oarecare ABCD taie laturile neparalele DA, BC în M, N și diagonalele AC, BD în P, Q.

În triunghiurile *ABD, BCD, ABC, ACD* avem :

$$\frac{MQ}{AB}=\frac{DQ}{DB}\ (1)\ ;\ \frac{QN}{DC}=\frac{QB}{DB}\ (2)\ ;\ \frac{PN}{AB}=\frac{CP}{CA}\ (3)\ ;\ \frac{MP}{DC}=\frac{PA}{CA}\ (4)$$



Adunînd (1) cu (2) și (3) cu (4) :

$$\frac{MQ}{AB}+\frac{QN}{DC}=\frac{DQ+QB}{DB}=1\ ;\quad \frac{PN}{AB}+\frac{MP}{DC}=\frac{CP+PA}{CA}=1$$

de unde :

$$\frac{MQ}{AB}+\frac{QN}{DC}=\frac{PN}{AB}+\frac{MP}{DC}\quad \text{sau :}\quad \frac{MQ-PN}{AB}=\frac{MP-QN}{DC}\ ;$$

$$\text{sau}\quad \frac{DC}{AB}=\frac{MP-QN}{MQ-PN}\ .$$

Dar :

$$MQ-PN=(MP+PQ)-(PQ+QN)=MP-QN$$

deci ;

$$\frac{DC}{AB}=\frac{MP-QN}{MP-QN}=1,\ \text{sau :}\quad AB=DC,$$

adică, *orice trapez are bazele egale (!).*

În caz că paralela are poziția M_1N_1 sau M_2N_2 sau M_3N_3 (figura), avem :

$$M_1P_1 - Q_1N_1 = (M_1Q_1 + Q_1P_1) - (Q_1P_1 + P_1N_1) = M_1Q_1 - P_1N_1$$

$$\frac{DC}{AB} = \frac{M_1Q_1 - P_1N_1}{M_1Q_1 - P_1N_1} = 1$$

sau :

$$M_2P_2 - Q_2N_2 = (M_2N_2 + N_2P_2) - (Q_2M_2 + M_2N_2) =$$
$$= N_2P_2 - Q_2M_2 = M_2Q_2 - P_2N_2$$

$$\frac{DC}{AB} = \frac{M_2Q_2 - P_2N_2}{M_2Q_2 - P_2N_2} = 1,$$

sau :

$$M_3Q_3 - P_3N_3 = (M_3N_3 + N_3Q_3) - (P_3M_3 + M_3N_3) = N_3Q_3 - P_3M_3 =$$
$$= M_3P_3 - Q_3N_3$$

$$\frac{DC}{AB} = \frac{M_3P_3 - Q_3N_3}{M_3P_3 - Q_3N_3} = 1.$$

Așa dar, orice poziție ar avea paralela, trapezul are bazele egale (!). De unde a provenit acest rezultat absurd ?

În triunghiurile ACD, BCD :

$$\frac{MP}{DC} = \frac{MA}{DA} \; ; \quad \frac{QN}{DC} = \frac{NB}{CB}.$$

O paralelă la bazele unui trapez determină pe laturile neparalele segmente proporționale :

$\frac{MA}{DA} = \frac{NB}{CB}$; deci : $\frac{MP}{DC} = \frac{QN}{DC}$, sau : $MP = QN$. Deasemeni $MQ = PN$.

Diferențele $MP - QN$, $M_1Q_1 - P_1N_1$, $M_2Q_2 - P_2N_2$, $M_3P_3 - Q_3N_3$ sînt nule, deci fracțiile $\frac{MP - QN}{MP - QN}$ și analoagele nu sînt egale cu unitatea, ci reprezintă nedeterminări de forma $\frac{0}{0}$.

Așa dar, $AB \neq DC$.

D. C. Panu

EVIDENŢIAŢII „OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ“ 1960

(Etapa finală)

Premiaţi la matematică

Premiul I

Eckstein Gheorghe, cl. VIII, ş.m. 3 Timişoara
Micu Nicolae, cl. VIII, ş.m. 2, Rîmnicul Sărat
Oprişan Gheorghe, cl. IX, ş.m. Curtea de Argeş
Strătilă Şerban, cl. X, ş.m. 1 Piteşti
Ioachim Alexandru, cl. XI, ş.m. 1 „Nicolae Bălcescu“ Bucureşti
Masgras Vasile, cl. XI, Liceul „C. Negruzzi“ Iaşi
Grosescu Radu, cl. XI, Liceul Militar „D. Cantemir“ Breaza
Tomescu Ion, cl. XI, ş.m. 1 „I. L. Caragiale“ Ploieşti

Premiul II

Lăzărescu Constantin Toma, cl. VIII, ş.m. 1 „Nicolae Bălcescu“ Buc.
Brînzănescu Vasile, cl. VIII, ş.m. 1 „Mircea cel Bătrîn“ Constanţa
Lustig Gheorghe, cl. VIII, ş.m. 5 Timişoara
Diaconescu Radu, cl. IX, ş.m. Picioasa
Tănase Constantin, anul II şcoala de meserii R. Vîlcea
Popa Nicolae, cl. X, ş.m. „Unirea“ Focşani
Klincser Toma, cl. XI, ş.m. 4 Oradea
Vişan Grazziela, cl. XI, ş.m. 10 Bucureşti
Muşat Mihail, cl. XI, ş.m. 4 Bucureşti
Atanasie Elena, cl. XI, ş.m. 1 Tr. Severin
Mihail Dan, cl. XI, ş.m. „I. L. Caragiale“ Ploieşti
Burghelea Dan, cl. XI, ş.m. „Nicolae Bălcescu“ R. Vîlcea

Premiul III

Ganea Cristian, cl. VIII, ş.m. 17 „Matei Basarab“ Bucureşti
Grigorescu Şerban, cl. VIII, ş.m. 1 „Nicolae Bălcescu“ Bucureşti
Zsidó László, cl. VIII, ş.m. Or. Stalin
Ştefănescu Decebal, cl. IX, ş.m. Moreni
Toth Csaba, cl. IX, ş.m. 5 „Unirea“ Or. Stalin
Stancu Ion, cl. IX, ş.m. 1 Piteşti
Tănase Mihail, cl. X, ş.m. Sinaia
Năstăsescu Constantin, cl. X, ş.m. 1 Pucioasa
Olteanu Stoica Victor, cl. X, ş.m. 17 „Matei Basarab“ Bucureşti
Condrea Nelu, anul II şcoală tehnică maiştri, Cîmpina
Nicolescu Basarab, cl. XI ş.m. 1 „I. L. Caragiale“ Ploieşti
Kramer Horst, cl. XI ş.m. 2 Sibiu
Fazakaş Anton, cl. XI ş. m. Baia Mare
Dumitrescu Horia, cl. XI ş.m. 7 „I. L. Caragiale“ Bucureşti
Ionescu Rodica, cl. XI ş.m. m. 10 Bucureşti
Gheorghe Cezar, cl. XI ş.m. 1 „B. P. Haşdeu“ Buzău
Demco Dan, cl. XI ş.m.m. 2 Alba Iulia

Menționați la matematică

Morariu Simona, cl. VIII, ș.m. „Emil Racoviță" Cluj
Nicolae Grigore, cl. VIII, ș.m. „I. L. Caragiale" Ploiești
Silvestru Constantin, cl. VIII, ș.m. 13 „Mihai Viteazu" București
Dumitrache Dumitru, cl. VIII, ș.m. „Unirea" Focșani
Luca Ladislau, cl. VIII, ș.m. „Papiu Ilarian" Tg. Mureș
Zingher Edy, cl. IX, ș.m. 11 „D. Cantemir" București
Mihalyi Margareta, cl. IX, Liceul „Filimon Sîrbu" Sighet
Ursescu Corneliu, cl. IX, Liceul „C. Negruzzi" Iași
Pantelimon A. Anton, cl. IX, ș.m. „Unirea" Focșani
Marinescu Sorin, cl. X, ș.m. 17 „Matei Basarab" București
Benga Gheorghe, cl. X, ș.m. „Emil Racoviță" Cluj
Adam Gheorghe, cl. X, ș.m. 3 Tg. Jiu
Duma Andrei, cl. X, ș.m. 13 „Mihai Viteazul" București
Rădulescu Mircea, cl. XI, ș.m. 2 Constanța
Marinescu Dan, cl. XI, ș.m. „Nicolae Bălcescu" R. Vîlcea
Lupaș Laurențiu, cl. XI, ș.m. nr. 1 „Nicolae Bălcescu București
Vacaliuc Iosif, cl. XI, ș.m. 11 „D. Cantemir" București
Cotăescu Ioan, cl. XI, ș.m. 1 Timișoara
Tudor Gheorghe, cl. XI, ș.m. Moreni
Craioveanu Mircea, cl. XI, ș.m. 1 „Gh. Lazăr" Sibiu
Ghidalison Mia, cl. XI, ș.m. Galați

Premiați la fizică

Premiul I

Soceanu Alexandru, cl. XI ș.m. 8 București
Mereuță Dan cl. XI, ș.m. 13 „Mihai Viteazu" București

Premiul II

Bircă Gălățeanu Șerban, cl. IX, ș.m. 17 „Matei Basarab" București
Protopopescu Vlad, cl. IX, ș.m.m. 36 București
Moraru Florian, cl. X, ș.m. 17 „Matei Basarab" București
Macovschi Mihail, cl. X, Liceul „Mihai Viteazu" București
Kizik Mircea, cl. X, Liceul „Mihai Viteazu" București
Neaga Mihai, cl. X, Liceul Militar „Mihai Viteazu" Galați
Grill Alfred, cl. XI, ș.m. 1 Bacău
Țibălaru Jean, cl. XI, ș.m. 17 „Matei Basarab" București
Aldea Laurențiu, cl. XI, ș.m. 1 Or. Stalin
Isbășescu Mircea, cl. XI, ș.m. 1 „Nicolae Bălcescu" București
Jaliu Cristel, cl. XI, ș.m. 15 „Elena Sîrbu" București
Irharșiu Mircea, cl. XI, ș.m. 1 „I. Slavici" Arad
Călina Grigore, cl. XI, ș.m. „Mihai Viteazu" Turda
Popescu Dan, cl. XI, ș.m. Pitești
Iacob Alexandru, cl. XI, ș.m. Zlatna

Premiul III

Costea M. Ion, cl. VIII, ș.m. 1 „B. P. Hașdeu" Buzău.
Creangă Ion, cl. IX, Liceul „Unirea" Tr. Măgurele

Birhală Florin, cl. IX, Complexul școlar Bîrlad
Strul Alexandru, cl. X, Liceul Militar „D. Cantemir" Breaza
Popeea Corneliu, cl. X, ș.m. 26 „Al. I. Cuza" București
Bugoi Ion, cl. X, ș.m. 1 Giurgiu
Cancer Anca, cl. X, ș.m. 1 Tg. Jiu
Zoran Valeriu, cl. X, ș.m. 1 Oradea
Lungu Șerban, cl. XI, ș.m. „Emil Racoviță" Cluj
Nistor Viorica, cl. XI, ș.m. 15 „Elena Sîrbu" București
Son Violeta, cl. XI, ș.m. 17 „Matei Basarab" București
Iftodie Săvel, cl. XI, ș.m. 1 Tecuci
Savu Cornel, cl. XI, ș.m.m. 2 Bacău
Costache Gheorghe, cl. XI, ș.m. 15 „Elena Sîrbu" București
Dabó Csaba, cl. XI, ș.m. 11 Cluj
Aniții Constantin, anul II, Școala profesională de ucenici Bîrlad

Menționați la fizică

Caprini Irinel, cl. VIII, ș.m. 36 București
Silvestru Aurelia, cl. VIII, ș.m. 1 „Ion Slavici" Arad
Gălățeanu Viorel, cl. IX, ș.m. 2 Piatra Neamț
Păunescu Doru, cl. IX, ș.m. 1 Caracal
Răzvan Vladimir, cl. IX, ș.m. 1 „Nicolae Bălcescu" București
Vințe Iosif, cl. IX, ș.m. 4 Oradea
Udrescu Florin, cl. IX, ș.m. 1 „B. P. Hașdeu" Buzău
Roncea Aurel, cl. X, ș.m. 3 Sibiu
Papp Erhardt, cl. X, ș.m. 1 „Ion Slavici" Arad
Badea Constantin, cl. X, ș.m. „T. Vladimirescu" Tg. Jiu
Encica Mihai, cl. X, ș.m. „Mircea cel Bătrîn" Constanța
Guțu Iulian, cl. X, ș.m. 1 Bacău
Pintea Paula, cl. X, ș.m. 1 Sighișoara
Nagy Terezia, cl. X, ș.m. Petroșani
Vișan Aurelian, anul II, Școala profesională din Colibași
Stamate Mircea, cl. IX, ș.m. „Nicolae Bălcescu" București
Dimitriu Grigore, cl. XI, ș.m. „Vasile Roaită" R. Vîlcea
Szalay Sandor, cl. XI, Școala pedagogică Odorhei
Titirici Mircea, cl. XI, ș.m. 17 „Matei Basarab" București
Filep Emöd, cl. XI, ș.m. „Bolyai Farcaș" Tg. Mureș
Cernian Oleg Ștefan, cl. XI, ș.m. 23 București
Miron Dumitru, cl. XI, ș.m. 1 „Mihai Sadoveanu" Iași

PROBLEME REZOLVATE

Problema 3728

Un satelit artificial ce ține la zi data locului, culminează la meridianul $\lambda = 142^{0}30'W$, $t_m = 23\ h\ 30^m$, *ziua Z.*

Peste cît timp va avea data Z + 2.

Durata de rotație a satelitului este 2^h, *în sens direct.*

C. V. Costăchescu

Soluție. Avem $\lambda = 142^0 30' = 9^h 30^m$

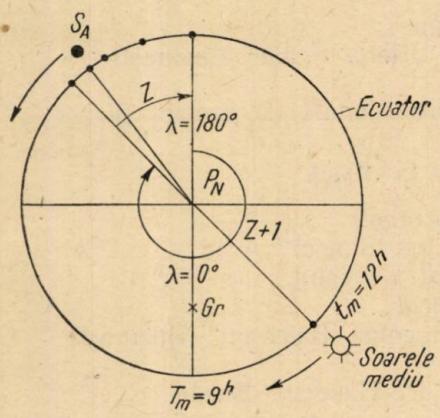
$t_m = 29^h 30^m$ ziua Z

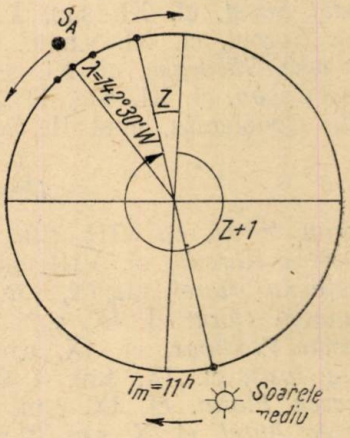
$\lambda = + 9^h 30^m$, de unde:

$T_m = 33^h 00^m$ ziua Z

$T_m = 9^h 00$ ziua Z+1

Din figură se observă: între meridianul $\lambda = 180^0$ și meridianul inferior al culminației Soarelui mediu în sens retrograd este data Z+1. De la





meridianul inferior al culminației Soarelui mediu, pînă la $\lambda = 180^0$ (în sens retrograd) este data Z.

Satelitul schimbă *data,* cînd trece meridianul $\lambda = 180^0$ scăzînd 1 zi din dată și adună 1 zi la dată, cînd trece meridianul inferior al culminației Soarelui mediu.

După 2^h, $T_m = 11^h$, satelitul culminează la același meridian.

$$\lambda_2 = 142^0 30' W$$

Meridianul inferior al culminației Soarelui mediu este: $\lambda_3 = 165^0$ *W* sau $\lambda_3 = 11^h$ *W*, $\lambda_2 - \lambda_3 = 22^0 5$.

Meridianul inferior al culminației Soarelui mediu se deplasează cu o viteză de 15′/minut în sens retrograd, iar Satelitul cu 3°/minut în sens direct.

Satelitul va culmina la meridianul inferior al Soarelui mediu după timpul *t,* cînd va trece la data Z+2.

t este dat de relația:

$$t\left(3^\circ + \frac{1^\circ}{4}\right) = 360^\circ - 22^\circ 5 = 337^\circ 5$$

$$t = 103^m 9 = 1^h 43^m 9$$

Răspunsul la problemă este $2^h + 1^h 43^m 9 = 3^h 43^m 9$.

Observație: Din figură rezultă că la ultima rotație, satelitul a schimbat data de 3 ori, odată la trecerea peste meridianul $\lambda = 180^0$ și de 2 ori la meridianul inferior al culminației Soarelui mediu.

Problema 3778

Într-un triunghi oarecare ABC ortocentrul împarte înălțimea din A în raportul $\frac{m}{n}$. Să se arate că:

$$\frac{m+n}{n} = \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C \cdot$$

M. Rădulescu, elev Constanța

Soluție. — Fie AH_a, BH_b, CH_c cele trei înălțimi ale triunghiului ABC, concurente în H. Avem: $\frac{AH}{HH_a} = \frac{m}{n}$, care se mai poate scrie

$$\frac{AH+HH_a}{HH_a} = \frac{m+n}{n} \quad \text{și} \quad \frac{AH_a}{HH_a} = \frac{m+n}{n} \tag{1}$$

În triunghiul dreptunghic HH_aC avem:

$$\operatorname{tg}(HCH_a) = \operatorname{tg}(90^\circ - B) = \operatorname{ctg} B = \frac{HH_a}{H_aC};$$

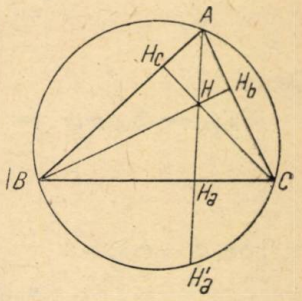
$$HH_a = \operatorname{ctg} B \cdot H_aC \tag{2}$$

În mod analog:

$$HH_a = \operatorname{ctg} C \cdot H_a B \tag{3}$$

Fie H'_a intersecția cercului circumscris triunghiului ABC cu înălțimea AH_a. Puterea punctului H_a față de cercul ABC este:

$$AH_a \cdot H_aH'_a = BH_a \cdot H_aC$$



Însă $H_aH'_a = HH_a$ și rezultă:

$$AH_a \cdot HH_a = BH_a \cdot H_aC.$$

Ținînd seama de relațiile (1), (2) și (3), ultima relație se mai scrie:

$$HH_a^2 \cdot \frac{m+n}{n} = \frac{HH_a}{\operatorname{ctg} B} \cdot \frac{HH_a}{\operatorname{ctg} C}; \text{ prin urmare}$$

$$\frac{m+n}{n} = \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C.$$

Problema 3779

Fie triunghiul ABC înscris în cercul de rază R și A', B', C' simetricele centrului acestui cerc față de înălțimile triunghiului. Să se calculeze diferența ariilor triunghiurilor ABC și A'B'C' în funcție de R și unghiurile triunghiului ABC.

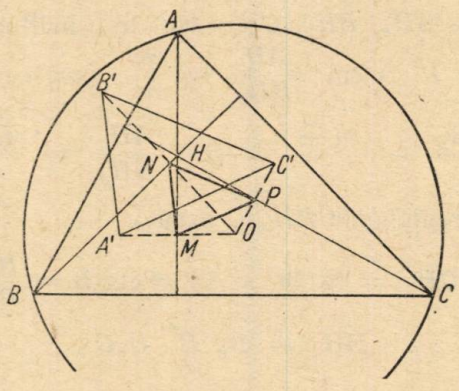
Prof. C. Piscati, Craiova

Soluție. — Însemnăm cu O centrul cercului circumscris triunghiului ABC și cu M, N, P proiecțiile lui O pe înălțimile triunghiului ABC. Patrulaterele $OPHN$ și $OPHM$ fiind inscriptibile, punctele M, N, P se găsesc pe cercul de diametru OH.

Triunghiul MNP este asemenea cu triunghiul ABC, deoarece

$$\sphericalangle PMN = \sphericalangle PON = \sphericalangle BAC \text{ și } \sphericalangle MPN = \sphericalangle NOM = \sphericalangle ACB.$$

Triunghiul $A'B'C'$ este omoteticul triunghiului MNP în omotetia de centru O și raport egal cu 2, deci el este asemenea cu triunghiul ABC și



înscris în cercul cu centrul în H și de rază egală cu OH.

Avem :

$$\begin{aligned} S_{A'B'C'} &= 2 \cdot OH^2 \sin A \sin B \sin C = \\ &= 2 \cdot R^2 (1 - 8 \cos A \cos B \cos C) \sin A \sin B \sin C = \\ &= 2 R^2 (\sin A \sin B \sin C - \sin 2A \sin 2B \sin 2C) = \\ &= S_{ABC} - 2R^2 \sin 2A \sin 2B \sin 2C \end{aligned}$$

Deci :

$$S_{ABC} - S_{A'B'C'} = 2 R^2 \sin 2A \sin 2B \sin 2C$$

Problema 3784

Se dă cercul

$$x^2 + y^2 - \frac{3m^2 + 4m + 2}{(m-1)^2} x + \frac{3m^2 + 4m + 2}{(m-1)^2} y = 0$$

în care m este un parametru variabil. Se cere :

a) *Să se arate că prin fiecare punct al planului trec două cercuri reale sau imaginare ;*

b) *Să se arate că există două curbe în plan pentru care cercurile* (Γ) *sînt confundate. Să se găsească ecuațiile celor două curbe.*

c) *Să se găsească punctele din plan pentru care cele două cercuri sînt ortogonale.*

V. Neagu, profesor Constanța

Soluție. — Ecuația cercului se pune sub forma:

$$m^2(x^2+y^2-3x+3y)-2m(x^2+y^2+2x-2y)+x^2+y^2-2x+2y=0$$

a) Ecuația fiind de gradul II în m există două valori pentru m și deci sînt două cercuri.

b) discriminantul ecuației de gradul II în m este:

$$\Delta=[x^2+y^2+2(x-y)]^2-[x^2+y^2-3(x-y)]\,[x^2+y^2-2(x-y)]=$$
$$=4(x-y)(x^2+y^2)+4(x-y)^2+5(x-y)(x^2+y^2)-6(x-y)^2=0, \text{ sau}$$
$$(x-y)\,[9(x^2+y^2)-2(x-y)]=0,$$

adică prima bisectoare și cercul

$$x^2+y^2-\frac{2}{9}x+\frac{2}{9}y=0.$$

c) Pentru cele două valori ale lui m cercurile sînt de forma:

$$(C_1)\quad x^2+y^2-\alpha x+\alpha y=0$$
$$(C_2)\quad x^2+y^2-\alpha' x+\alpha' y=0.$$

Condiția de ortogonalitate devine:

$$\left(\frac{\alpha-\alpha'}{2}\right)^2+\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2}\right)^2=\frac{2\alpha^2}{4}+\frac{2\alpha'^2}{4}$$

care dă $\alpha\alpha'=0$, adică $x^2+y^2=0$ și deci origina.

Problema 3785

Să se arate că:

$$2^4\sin\frac{\pi}{24}\sin\frac{5\pi}{24}\sin\frac{7\pi}{24}\sin\frac{11\pi}{24}=1.$$

Ilie N. Constantinescu

Soluție. — Notînd cu E primul membru, putem scrie succesiv:

$$E=4\left(-2\sin\frac{\pi}{24}\sin\frac{7\pi}{24}\right)\cdot\left(-2\sin\frac{5\pi}{24}\sin\frac{11\pi}{24}\right)=$$
$$=4\left(\cos\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{4}\right)\cdot\left(\cos\frac{2\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{4}\right)=$$
$$=4\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=4\,\frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{4}=1$$

Problema 3959

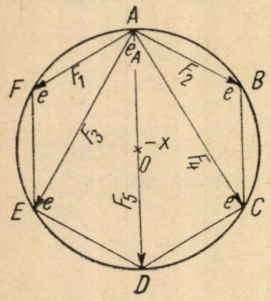
Șase sarcini electrice identice (e) sînt dispuse în vîrfurile unui hexagon regulat. Ce sarcină electrică (-x) trebuie așezată în centrul hexagonului pentru ca forța rezultantă care acționează asupra fiecărei sarcini să se anuleze?

Ion Mirițescu, elev cl. X Pitești

Soluție. — Asupra sarcinii din vîrful A acționează cele 5 sarcini din vîrfurile B, C, D, E și F și sarcina $-x$. Aflăm pe rînd rezultanta forțelor.

Aflăm rezultanta R_1 a forțelor F_1 și F_2 care acționează asupra sarcinii din A.

Hexagonul fiind regulat are toate laturile egale cu r = raza cercului 0. Deci și $F_1 = F_2 = \frac{e^2}{r^2}$



$$R_1^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha ;$$

$$\alpha = 120^\circ \text{ și } \cos 120^\circ = -\frac{1}{2};$$

$$R_1^2 = \left(\frac{e^2}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{e^2}{r^2}\right)^2 + 2\left(\frac{e^2}{r^2}\right)^2\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$R_1^2 = \left(\frac{e^2}{r^2}\right)^2; \quad R_1 = \frac{e^2}{r^2}.$$

Aflăm rezultanta forțelor F_3 și F_4 care acționează tot asupra sarcinei din vîrful A.

$$F_3 = F_4 = \frac{e^2}{3R^2}$$

$$R_2^2 = \left(\frac{e^2}{3r^2}\right)^2 + \left(\frac{e^2}{3r^2}\right)^2 + 2\left(\frac{e^2}{3r^2}\right)^2\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$R_2 = \sqrt{3}\,\frac{e^2}{3R^2}$$

Aflăm F_5 de atracție dintre sarcinile dispuse în vîrfurile A și D

$$F_5 = R_3 = \frac{e^2}{4r^2}$$

Trebuie să aflăm acum R, forța de atracție dintre e_A și $-x$;

$$R = \frac{ex}{r^2}.$$

Această forță R este anulată de suma rezultantelor R_1, R_2 și R_3. Trebuie să avem:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\frac{ex}{r^2} = \frac{e^2}{r^2} + \frac{\sqrt{3}\,e^2}{3r^2} + \frac{e^2}{4r^2};$$

$$\frac{ex}{r^2} = \frac{e^2}{r^2}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{4}\right);$$

$$x = e\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{4}\right); \text{ sau } x = \frac{e}{12}(\sqrt{3} + 15)$$

Problema 3963

O roată de transmisie ce se află fixată pe un ax are diametrul de 955 mm. Cîte rotații pe minut face axul, dacă viteza curelei ce se află pe roata de transmisie este de 6 m/s?

Mihai Pîslaru, elev Bîrlad

Soluție. — $955 \times 3{,}14 \approx 3$ m circonferința roții

$60 \times 6 = 360$ m/min

$360 : 3 = 120$ rot/min

Problema E : 1377.

Să se arate că dacă există relația

$$\frac{ab+c}{ac+b} = \frac{ad+b}{ab+d} = 2$$

atunci există relația:

$$\frac{ac+b}{ab+d} = \frac{b-c}{d-b}$$

Mircea Rădulescu, elev Constanța

Soluție. — Avem: $ab + c - ac - b = ac + b$ sau $a(b-c) - (b-c) = ac + b$, deci,

$$(b-c)(a-1) = ac + b \qquad (1)$$

De asemenea,

$ad + b - ab - d = ab + d$ sau $a(d-b) - (d-b) = ab + d$

de unde:

$$(d-b)(a-1) = ab + d. \qquad (2)$$

Împărțim relațiile (1) și (2) și obținem:

$$\frac{ac+b}{ab+d} = \frac{b-c}{d-b}$$

tocmai ceea ce trebuia demonstrat.

Problema E : 1380.

La „Consfătuirea de la Constanța" s-a hotărît că: ...în 1960 suprafața cultivată cu grîu și porumb de G.A.C.-urile din regiunea Constanța, va ajunge la 380 000 ha, iar producția medie va deveni: la grîu de 1450 kg la hectar, iar la porumb 2 200 kg la hectar.

Să se afle cîte hectare se vor cultiva cu grîu și cîte cu porumb dacă se vor obține 701 000 tone grîu și porumb la un loc. (Soluție aritmetică).

D. M. Bătinețu, Zimnicea

Soluție. — Presupunem că întreaga suprafață s-ar cultiva cu porumb. Atunci s-ar obține:

$$380\,000 \times 2200 = 836\,000 \text{ tone porumb.}$$

Văd că se obțin mai mult decît în problemă cu $836\,000 - 701\,000 = 135\,000$ tone.

Acest plus de 135 000 tone provine din adăugarea la producția fiecărui hectar cu grîu a încă $2200 - 1450 = 750$ kg.

Rezultă că se vor cultiva cu grîu:

$$\frac{135\,000\,000 \text{ kg}}{750} = 180\,000 \text{ ha}$$

iar cu porumb:

$$380\,000 - 180\,000 = 200\,000 \text{ ha.}$$

Problema E: 1428

Unul din hambarele unei gospodării agricole colective are forma unui paralelipiped cu următoarele dimensiuni: lungimea de 5,4 m, lățimea cît $\frac{2}{3}$ din lungime și înălțimea cu 1 $\frac{2}{5}$ m mai mică decît lățimea. Hambarul conține grîu $\frac{25}{27}$ din volum. Să se afle cîți dm^3 de grîu sînt în acel hambar. Cunoscînd că greutatea hectolitrică a grîului este de 80 kg, se cere greutatea grîului înmagazinat.

I. Șt. M.

Soluție. — Cele trei dimensiuni ale hambarului în decimetri sînt: lungimea 5,4 m = 54 dm; lățimea $\frac{2}{3} \cdot 54 = 36$ dm; înălțimea $36 - 14 = 11$ dm.

Volumul hambarului este: $V = 54 \cdot 36 \cdot 22 = 42768$ dm^3.

În hambar se găsește: $\frac{25}{27} \cdot 42768 = 39600$ dm^3 grîu.

Transformăm în unități de capacitate: 39600 $dm^3 = 39600$ l $= 396$ hl.

Greutatea grîului este: $80 \cdot 396 = 31\,680$ kg.

Problema E: 1429

Conținutul a 36 linguri de supă rase, cu orez, echivalează în greutate cu conținutul a 45 linguri de sare, 50 linguri cu apă, 60 linguri griș sau 75 linguri cu făină. Știind că greutatea conținutului unei linguri de orez întrece cu 1 g greutatea conținutului a două linguri de făină, să se afle greutățile conținutului unei linguri de orez, sare, apă, griș și făină. Soluție aritmetică.

I. Șt. M.

Soluție. — Dacă greutatea conținutului unei linguri de orez întrece cu 1 gram greutatea conținutului a două linguri de făină, înseamnă că greutatea a 36 linguri de orez întrece cu 36 grame greutatea a 72 linguri de făină. Dar cum din enunț știm că 36 linguri de orez echivalează cu greutatea a 75 linguri de făină, rezultă că greutatea a 3 linguri de făină este de 36 grame.

Greutatea unei linguri de făină este deci: $36 : 3 = 12$ g.

Greutatea conținutului unei linguri de orez: $\frac{12 \times 75}{36} = 25$ g;

„ „ „ „ „ sare: $\frac{25 \times 36}{45} = 20$ g;

„ „ „ „ „ apă: $\frac{25 \times 36}{50} = 18$ g;

„ „ „ „ „ griș: $\frac{25 \times 36}{60} = 15$ g.

PROBLEME PROPUSE LA OLIMPIADA DE MATEMATICĂ 1960

Etapa regională

Clasa a VIII-a

4192. Trei delegați ai unei întreprinderi călătoresc cu autobuzul, cu trenul și cu turismul. Primul călătorește 18 km cu autobuzul, 24 km cu trenul și 30 km cu turismul, făcînd 105 minute.

Al doilea călătorește 15 km cu autoubuzul, 30 km cu trenul și 20 km cu turismul în 90 minute.

Al treilea călătorește 27 km cu autobuzul, 18 km cu trenul și 16 km cu turismul în 96 minute.

Considerînd că autobuzul, trenul și turismul au viteze constante să se afle viteza fiecăruia dintre ele exprimată în km/oră.

4193. Pentru care valori reale ale lui x avem:

$$\sqrt{x^2-1} + x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}} = 0$$

C. Ionescu-Țiu

4194. Fie ABC un triunghi cu toate unghiurile ascuțite și P, Q, R simetricele unui punct M din interiorul lui față de laturile BC, CA, AB. Să se arate că:

a) Triunghiul format de proiecțiile punctului M pe laturile triunghiului ABC are laturile paralele cu ale triunghiului PQR.

b) Mediatoarele laturilor QR, PR, PQ trec respectiv vîrfurile A, B, C ale triunghiului dat.

c) Mediatoarea laturei QR și dreapta AM formează unghiuri egale cu laturile unghiului A.

Lucia Țene, București

Clasa a IX-a

4195. Se dă un trapez isoscel cu baza mare $2a$ și cu diagonalele perpendiculare pe laturile neparalele.

a) Notînd cu x lungimea uneia din laturile neparalele, să se exprime perimetrul P al trapezului în funcție de a și x;

b) Între ce valori poate să varieze x astfel ca trapezul să existe;

c) Să se afle valoarea lui x pentru care perimetrul este maxim;

d) Să se reprezinte grafic variația perimetrului pentru $a = 1$.

Lucia Țene, București

4196. Se dă ecuația:

$x^2 - 2(m-1)x + m + 5 = 0$, unde m este un parametru.

În cazul cînd ecuația admite rădăcini reale, să se arate că o rădăcină a ecuației și numai una este cuprinsă în intervalul $(-2, 3)$.

C. Ionescu-Țiu

4197. Se consideră triunghiurile $A_1B_1C_1$ și $A_2B_2C_2$ avînd laturile $B_1C_1 = a_1$; $C_1A_1 = b_1$; $A_1B_1 = c_1$; $B_2C_2 = a_2$; $C_2A_2 = b_2$; $A_2B_2 = c_2$.

a) Să se arate că în cazul cînd $\sphericalangle A_1$ și $\sphericalangle A_2$ sînt egale, atunci avem relația:

$$(b_1^2 + c_1^2 - a_1^2)\, b_2c_2 = (b_2^2 + c_2^2 - a_2^2)\, b_1c_1;$$

b) Să se arate apoi, că reciproc, dacă există relația de mai sus, atunci $\sphericalangle A_1$ și $\sphericalangle A_2$ sînt egale.

E. Vișa, Timișoara

Clasa a X-a

4198. Se dă ecuația:

$x^3 + max^2 + ax + na = 0$, unde a, m, n sînt numere reale.

a) Să se calculeze expresia:

$$E = x_1^2 x_2^2 + x_1^2 x_3^2 + x_2^2 x_3^2$$

x_1, x_2, x_3 fiind rădăcinile ecuației date.

b) Folosind rezultatul obținut, să se arate că dacă ecuația

$$2mx^2 + 2x + n = 0$$

are rădăcinile complexe, atunci ecuația dată are numai o rădăcină reală.

O. Sacter, București

4199. a) Știind că latura a a unui triunghi este media aritmetică a celorlalte două laturi b și c, să se arate că există relația:

$$\operatorname{tg}\frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{C}{2} = \frac{1}{3}$$

b) În acest caz, să se stabilească între ce valori poate să varieze unghiul A.

4200. O prismă triunghiulară regulată $ABCA_1B_1C_1$ are latura bazei a și înălțimea b. Pe muchiile laterale se iau punctele M, N, P, astfel ca:

$$\frac{A_1M}{MA} = 1\,; \quad \frac{B_1N}{NB} = \frac{1}{3} \text{ și } \frac{C_1P}{PC} = 3.$$

Fie D dreapta de intersecție a planului bazei ABC cu planul MNP.

a) Dacă se notează cu A_2, B_2 intersecțiile dreptelor BC respectiv AC cu dreapta D, să se arate că triunghiul CA_2B_2 este dreptunghic și că unghiul BA_2N este unghiul plan corespunzător diedrului format de planul bazei prizmei cu planul MNP;

b) Să se calculeze aria triunghiului MNP în funcție de a și b, precum și de mărimea unghiului diedru definit mai sus.

Anastase Petrescu, Craiova

Clasa a XI-a

4201. Se dă funcția $F(x) = x^2 - 3x + 5$ definită pe mulțimea R.

a) Să se determine intervalele pe care, restrîngînd funcția F, se obțin funcții inversabile.

b) Să se determine funcțiile inverse respective.

c) Să se calculeze derivatele funcțiilor directe și inverse conform definiției derivatei (fără a folosi regulile de derivare). Să se verifice proprietatea derivatelor a două funcții inverse.

N. Dinculeanu și E. Radu, București

4202. Se consideră dreptele paralele D_1, D_2, D_3, unde D_2 este echidistantă (la distanță a) față de celelelalte două. Pe dreapta D_2 se iau punctele fixe A, B, astfel ca segmentul AB să fie egal cu distanța între dreptele D_1 și D_3. Fie M un punct mobil pe dreapta D_1. Tangenta în M la cercul ABM taie dreapta D_3 în N. Să se demonstreze că:

a) Dreapta MN este tangentă și cercului ABN;

b) Cercurile ABM și ABN sînt ortogonale;

c) Dacă punctul M se mișcă pe D_1, dreapta MN rămîne tangentă la elipsă $x^2 + 2y^2 - 2a^2 = 0$.

(Se va lua originea axelor la mijlocul segmentului AB).

Școli tehnice de maiștri — Anul I

4203. Să se rezolve sistemul:

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$$
$$x + y - xy = -23.$$

4204. O tablă metalică are forma unui trapez dreptunghic cu bazele $AB = a$, $CD = b$ și latura perpendiculară pe baze $AD = h$. Această tablă trebuie să se desfacă în 3 părți în formă de triunghiuri dreptunghice: EAB, BEC, CDE, unde E este un punct pe latura AD. Se cere:

a) Să se determine poziția punctului E astfel ca să se obțină cele trei triunghiuri dreptunghice. Se vor exprima segmentele DE și EA în funcție de a, b, h.

b) Să se studieze dacă problema este totdeauna posibilă.

c) Ce condiție trebuie să îndeplinească dimensiunile tablei date pentru ca triunghiul EBC să fie și isoscel?

În acest caz, cunoscîndu-se latura $b = 7$ și perimetrul $p = 74$, să se afle celelalte laturi.

Anul II. Școli de maiștri

4205. Un grilaj metalic este alcătuit din n dreptunghiuri complete egale consecutive, avînd fiecare deasupra cîte un semicerc cu diametrul cît baza superioară a dreptunghiului.

Baza grilajului este în linie dreaptă; două dreptunghiuri alăturate au o singură bară comună, iar aria unui dreptunghi este constantă și egală cu a^2. Se cere:

a) Lungimea totală a barelor necesare confecționării dreptunghiurilor și semicercurilor grilajului, în funcție de baza x a unui dreptunghi.

b) Lungimea și înălțimea grilajului în cazul cînd lungimea totală a barelor folosite este minimă.

Florea Constantin, Cîmpina

4206 Să se calculeze cîtă tablă este necesară pentru confecționarea unei cutii de forma unui tetraedru $OABC$ tridreptunghic în O, știind că latura $BC = 16$ cm, înălțimea feței OBC este de 5 cm, iar înălțimeatetraedrului relativă la fața ABC este de 3 cm.

Vicențiu Dumitru, Ploești

Școli profesionale — Anul I

4207. Doi muncitori lucrînd împreună pot să facă o anumită lucrare în 6 zile. Dacă primul muncitor ar lucra 2 zile, iar al doilea muncitor ar lucra 3 zile, atunci ei ar face numai 40% din întreaga lucrare. În cîteva zile poate să facă lucrarea fiecare muncitor lucrînd singur?

4208. O grindă a unui pod are forma unui semicerc al cărui diametru este AB. Din punctele C, D, E care împart diametrul AB în patru părți egale, se ridică barele perpendicularelor CM, DN, EP.

a) Punctele M, N, P de pe semicerc se prind fiecare de capetele A și B ale tălpii prin bare oblice. Fiind dată lungimea $AB = 2R$ se cere lungimea totală a barelor oblice care leagă M, N, P de capetele A și B, precum și lungimea totală a barelor perpendiculare pe AB.

b) Să se arate că se poate construi cu barele AM, AN și AP un triunghi dreptunghic.

Anul II. Școli profesionale

4209. Se dă un triunghi ABC isoscel și dreptunghic în B. Triunghiul se îndoaie după înălțimea BD, astfel încît planele ABD și $C'BD$ să formeze un unghi diedru drept. Prin rotirea triunghiului BCD cu 90^0 în jurul lui BD, poziția punctului C devine C'.

a) Să se arate că unghiul ABC' este de 60^0 și că planul care trece prin BD și prin M mijlocul segmentului AC' este perpendicular pe AC' și face 45^0 cu planul ABD.

b) Cunoscînd că $AB = a$, să se calculeze distanța de la punctul D la planul ABC'.

c) Să se deducă din cele de mai sus, că pentru a construi un cort cu patru fețe laterale triunghiuri echilaterale trebuie să trasăm pe teren un patrat $ABCD$, iar din centrul O al patratului să se ridice o bară OM perpendiculară pe planul $ABCD$ egală în lungime cu jumătatea diagonalei patratului. Punctele A, B, C, D unite cu vîrful M constituie scheletul unui astfel de cort cu baza orizontală.

Școli pedagogice — Anul III

4210. Să se afle cifra x știind că numărul de 6 cifre $24xx^285$ împărțit la 9 dă restul 4.

4211. Se îndoaie două colțuri opuse ale unui patrat de tablă $ABCD$, după liniile EF, GH paralele cu diagonala AC și echidistante de ea (E pe AB, G pe AD), pînă cînd planele lor devin perpendiculare pe planul patratului în pozițiile $EB'F$, GHD'. Celelalte două colțuri se taie și se înlătură, iar fețele $EB'D'G$ și $FB'D'H$ se completează cu tablă. Se obține astfel, o cutie prismatică. Latura a a patratului fiind dată, se cere:

a) Să se exprime aria tablei întrebuințată la confecționarea cutiei, în funcție de distanța de la vîrful B la linia de îndoire EF.

b) Să se precizeze pozițiile liniilor de îndoire, astfel ca aria totală a cutiei să fie maximă.

Gh. D. Simionescu, București

PROBLEME PROPUSE *)

4212. Un patinor are 42,7 kg, iar suprafața patinelor cu care se sprijină pe gheață este de 12 cm^2. Coeficientul de frecare pe gheață este $\mu = 0{,}002$. Deplasîndu-se 5 km pe gheață într-o după masă de sport, ce căldură se dezvoltă la suprafața gheții și ce presiune exercită asupra gheții?

Cînd face o piruetă se sprijină cu o patină pe o suprafață de 5 mm^2. Ce presiune exercită în acest caz?

De ce nu se face un lac de patinat din sticlă?

Petru Florian, profesor Dej

4213. Dacă A', B', C' sînt intersecțiile cevienelor AA'', BB'', CC'' ale triunghiului ABC cu cercul circumscris, $A''B \cdot A''C = \lambda$, $B''C \cdot B''A = \mu$,

*) VIII (4215, 4221, 4222, 4223, 4224, 4238); IX (4212, 4213, 4217, 4227, 4234, 4236, 4239, 4242, 4244, 4245); X (4216, 4218, 4219, 4220, 4226, 4230, 4231, 4233, 4240, 4241, 4243, 4246, 4247); XI (4214, 4225, 4228, 4229, 4235, 4237).

$C''A$. $C''B = \nu$ *iar* $AA'' = d_a$, $BB'' = d_b$, $CC'' = d_c$ să se demonstreze relația:

$$AA' \cdot d_a + BB' \cdot d_b \cdot CC' \cdot d_c = \lambda + \mu + \nu + d_a^2 + d_b^2 + d_c^2$$

(În legătură cu problema 3458).

Gabriel Tîrtan

4214. Dîndu-se distanța Soare-Pămînt $d = 15 \cdot 10^7$ km, raza Soarelui $R = 695\,300$ km și perioada de rotație a pămîntului în jurul soarelui $T = 365$ zile să se deducă densitatea materiei în soare.

Săbăduș Mihai, elev Făgăraș

4215. Să se demonstreze că dacă rotim triunghiul ABC în planul său în jurul vîrfului C cu unghiul $\pi - 2B$, omoloagele A' și B' ale vîrfurilor A și B sînt coliniare cu B.

Gh. Popescu-Lugoj

4216. Se consideră un triunghi ABC și trisectoarele unghiului A: AA_1, AA_2. Se notează $AA_1 = c_1$, $AA_2 = b_1$, $BA_1 = a_1$, $A_1A_2 = a_2$, $A_2C_3 = a_3$. Să se demonstreze relațiile:

$$(b + b_1)\ (c + c_1) = 4\ b\,c\ \cos^2 \frac{A}{3}$$

$$\frac{\sin (C - B)}{\sin \dfrac{A}{3}} = \frac{a_2\ (a_1 - a_3)}{a_1 a_3 - a_2^2}$$

C. V. Costăchescu

4217. Pentru care valori ale lui x avem:

a) $$\frac{2x}{\sqrt{1 - 2x\sqrt{1 - x^2}}} + \frac{2x\sqrt{1 - x^2}}{1 - 2x^2} = 1,$$

b) $$\frac{1 + 2x\sqrt{1 - x^2}}{1 - 2x^2} - \frac{2x}{\sqrt{1 - 2x\sqrt{1 - x^2}}} = 1$$

C. Ionescu-Țiu

4218. Dacă însemnăm cu U_k $(k = 1,2,...)$ numerele șirului lui Fibonacci, să se arate că dacă n este un număr divizibil cu 6 atunci suma

$$(2n - 1)\ U_1^2 + (2n - 2)\ U_2^2 + \ldots + 2U_{2n-2}^2 + U_{2n-1}^2$$

este divizibilă cu 12^4. (Se va avea în vedere că $U_1 = U_2 = 1$).

C. N. Tudor, student

4219. Să se rezolve ecuația

$$81\ x\ (x-13\ \text{m})^4 = 64\ (x+8\ \text{m})^3\ (x+5\ \text{m})^2.$$

C. Ionescu-Țiu

4220. Un con și un trunchi de con sînt echivalente și au înălțimile egale. Să se demonstreze că din razele bazelor lor se poate construi un triunghi. Să se determine unghiul cel mai mare al acestui triunghi.

L. M. Lopovok, U.R.S.S. Hmelnițk

4221. Să se efectueze pe calea cea mai scurtă expresia:

$$(x+a+b+c)^4 - (x+a+b)^4 - (x+a+c)^4 - (x+b+c)^4 - (a+b+c)^4 + (x+a)^4 + (x+b)^4 + (x+c)^4 + (a+b)^4 + (a+c)^4 + (b+c)^4 - x^4 - a^4 - b^4 - c^4$$

L. M. Lopovok, U.R.S.S.

4222. În interiorul unui cerc se dă un punct; se cere să se ducă prin acest punct două coarde perpendiculare între ele, așa fel încît suma lungimilor lor să fie maximă (minimă).

(Cl. VIII. Olimpiada 1959, Moscova)

4223. Să se construiască un triunghi cunoscîndu-se suma dintre o catetă și ipotenuză și înălțimea coborîtă pe ipotenuză.

(Cl. VIII. Olimpiada 1959, Moscova)

4224. În interiorul unghiului AOB se ia un punct C. În acesta se duc perpendicularele: CD pe latura OA; CE pe OB. Din punctele D și E se duc perpendicularele: EM pe OA; DN pe OB. Să se demonstreze că OC și MN sînt perpendiculare între ele.

(Cl. VIII. Olimpiada 1959, Moscova)

4225. Dreptele (D_1) și (D_2) concurente în 0 fac un unghi $0<45°$. Fie A un punct fix pe (D_1). Să se găsească pe (D_2) un punct M și pe (D_1) un alt punct B, astfel ca suma $AM + MB$ să fie minimă.

Bergthaler Cristian

4226. Să se demnostreze că expresia:

$$E = a^{6n+1} + b^{6n+1} + c^{6n+1} - 3abc$$

se divide cu $a + b + c$ cînd $a + b + c = 6n - 1$ (a, b, c, n sînt numere naturale).

Tomescu Ion, elev, Ploiești

4227. Fie E și F intersecțiile perechilor de laturi opuse AB, CD și AD, BC ale patrulaterului inscriptibil $ABCD$. Să se demonstreze că EF trece prin unul din centrele de asemănare ale cercurilor ACE și ACF.

Gh. Buicliu

4228. Pe segmentul de dreaptă AB se ia un punct M și se construiesc triunghiurile asemenea AMC, BMD astfel încît $\sphericalangle CAM = \sphericalangle BMD$.

Să se arate că dreptele AD, BC și simediana triunghiului MCD corespunzătoare laturii CD sînt concurente.

Să se determine locul geometric al punctului de concurență al acestor drepte atunci cînd A, M, B rămîn fixe, iar C descrie o curbă oarecare (C).

R. Z. Eftimie, student București

4229. Să se afle derivata funcției:

$$y = \left[\frac{(1+\operatorname{cotg} x)^2 - (1+\operatorname{tg} x)^2}{(1+\operatorname{cotg} x)^2 + (1+\operatorname{tg} x)^2}\right]^2 + \left(\frac{\operatorname{cotg} x}{1+\operatorname{cotg}^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg}^2 x}\right)^2$$

și să se explice rezultatul.

* * *

4230. Să se rezolve ecuația

$$3x^6 + 3\alpha x^5 + 3\beta x^4 + 3\gamma x^3 + 3\delta x^2 + 2x + 4 = 0.$$

Cunoscînd că are două rădăcini duble și $x_1 = x_2 = -x_5$; $x_3 = x_4 = -x_6$.

Dan N. Paulescu, student București

4231. Fie $a_1, a_2, \ldots, a_k, b, k+1$ numere pozitive astfel încît $a_1^p + a_2^p + \ldots + a_k^p = b^p$. Să se arate că dacă $p < n$, atunci $a_1^n + a_2^n + \ldots + a_k^n < b^n$ (n și p sînt numere naturale).

(În legătură cu problema 3080).

Gh. M. Tudor, student București

4232. În două tuburi capilare comunicante cu diametrele $d_1 = 0{,}5$ mm și $d_2 = 1$ mm se află glicerină la temperatura de 20°C. Cunoscînd tensiunea superficială $\sigma = 66$ *dyn*/cm la temperatura de 20°C, densitatea $\varrho_0 = 1{,}26$ g/cm^3 la temperatura de 0°C și coeficientul de dilatare absolută $\alpha = 0{,}000\,5$ grad^{-1} ale glicerinei se cere să se afle diferența ascensiunii capilare (diferența de nivel) a lichidului din cele două tuburi.

C. Necșoiu

4233. Dacă într-un triunghi ABC mediana AA_1 este egală cu latura BC, atunci aria triunghiului este egală cu $\frac{3}{8}\, BC^2 \operatorname{tg} A$.

Corneliu Georgescu

4234. Să se construiască triunghiul ABC în care cunoaștem poziția vîrfului A, a punctului de tangență a cercului înscris cu latura BC și mijlocul acesteia.

V. V. Băghină, profesor Breaza

4235. O bobină de inductanță de 0,001 H formează un circuit oscilant cu un condensator variabil. Știind că frecvența maximă a circuitului este de

1500*kHz*, iar intervalul de frecvență care se poate produce în acest circuit este de 1000 *kHz*, să se afle :

1) Capacitatea maximă și minimă a condensatorului în *pF* ;

2) Presupunînd că acest circuit oscilant face parte dintr-un aparat de radio-recepție avînd asociată în paralel cu capacitatea lui o antenă cu capacitatea proprie de 150 cm, să se găsească intervalul de lungimi de undă în metri cu care se poate acorda circuitul.

R. Sfichi, Fălticeni

4236. Să se determine relația dintre x și z astfel ca trinomul $y^2 + 2(x + z - 1)y - (x - z + 1)(z - x + 1)$ să fie pozitiv pentru orice valoare a lui y.

* * *

4237. Un condensator este construit din discuri de metal cu diametrul de 10 cm și dielectric sticlă cu $\varepsilon = 6$ și grosimea de 0,3 mm. Între cele două armături se creează un cîmp electric $E = 30\,000 \frac{V}{m}$. Se cere : *a*) cîți electroni se vor găsi pe fiecare placă a condensatorului ; *b*) cu ce forță se vor atrage armăturile. Calculele în CGSes și MKSA.

M. Gogan Turnu Severin

4238. Un lucrător împinge un vagonet de 4,5 t pe o linie orizontală și rectilinie cu o forță constantă de 30 kgf. Forța de frecare, care se opune mișcării este de 25 kgf.

a. După cît timp viteza vagonetului atinge 1m/s dacă acesta pleacă din repaus ?

b. După acest timp vagonetul este lăsat liber. Ce spațiu străbate pînă la oprire ?

c. Cît timp a durat în total mișcarea vagonetului și care a fost spațiul total pe care l-a străbătut ?

(clasa a VIII-a — Olimpiada de fizică 1960 — etapa locală).

4239. Arborele unei mașini are diametrul de $\frac{0,8}{\pi}$ m. El este frînat timp de 2 minute cu ajutorul unor saboți care produc o forță de frecare de 1000 kgf. În acest timp roata face 427 rotații.

a. Ce cantitate de căldură se dezvoltă în timpul frînării ?

b. Cu cîte grade se încălzește arborele mașinii și saboții dacă 60% din căldura produsă se pierde prin radiere. Arborele mașinii și saboții au împreună 100 kg și căldura specifică 0,1 kcal/kg. grad ?

c. Cîți cai putere are mașina ?

(clasa a IX-a, Olimpiada de fizică 1960, etapa locală).

4240. Un bec și un reostat sînt legate în serie într-un circuit electric. Tensiunea la bornele becului este de 60 V, iar rezistența reostatului este de 20 Ω. Becul și reostatul consumă împreună 200 W.

a. Care este intensitatea curentului în circuit ?

b. Ce cantitate de căldură dezvoltă becul într-o oră ?

c. Care este temperatura filamentului din becul electric, dacă rezistența la 0°C este de 2,5 Ω, iar coeficientul de temperatură al rezistenței este $5 \cdot 10^{-3}$ grad $^{-1}$?

(clasa a X-a, Olimpiada de fizică 1960, etapa locală).

4241. Să se rezolve sistemul

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = 2, \quad \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} y = 2$$

și să se afle valorile lui x și y cuprinse între 0° și 180° care satisfac sistemul.

(La admitere în Politehnica din Wroclaw, 1957)

4242. Să se rezolve sistemul

$$\frac{xy}{ay+bx} = \frac{yz}{bz+cy} = \frac{zx}{cx+az} = \frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2}$$

(Din Matematyka, Warszawa, 1957)

4243. Să se rezolve inegalitatea

$$3 < 3 \operatorname{tg}^2 x + 2\sqrt{3} \operatorname{tg} x < 15$$

(La admiterea în fac. mat. din Krakovia, 1958)

4244. Să se rezolve ecuația

$$\frac{2 \log 2 + \log (x-2)}{\log (7x+1) + \log (x-6) + \log 3} = 1$$

(La admiterea în Politehnica din Gdańsk, R. P. Polonă, 1958)

4245. Să se rezolve ecuația

$$x (1 - \log 5) = \log (2^x + x - 1)$$

(La admiterea în Politehnica din Wroclaw, 1958)

4246. Dacă $0 \leqslant \alpha < \frac{\pi}{2}$ și $0 \leqslant \beta < \frac{\pi}{2}$, atunci

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha+\beta}{2} \leqslant \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{2}$$

(Olimpiada matematică, R. P. Polonă, 1959)

4247. Să se arate că

$$\sqrt[5]{409\sqrt{7}+1082} - \sqrt[5]{409\sqrt{7}-1082} = 4$$

(Revista de matematică, Budapesta, 1960, M. Istvan)

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI *)

E: 1512. Două persoane au împreună suma de 210 lei. Dacă prima dă celei de-a doua o șesime din cît are ea, a doua va avea jumătate din cît rămîne primei persoane. Cît a avut fiecare persoană?

* * *

E: 1513. Un litru de lapte cîntărește 1030 g și conține 13% smîntînă. Din cîți litri de lapte se poate scoate un kilogram de smîntînă?

* * *

E: 1514. În cărbunele de pămînt intră 79% carbon; turba conține 54% carbon iar antracitul conține 95% carbon. Dintr-un amestec de 266 kg de turbă și cărbune de pămînt s-a obținut carbon cît în 200 kg antracit. Cîte procente din amestec este turbă?

C. I. Ț.

E: 1515. O barcă cu motor face pe o apă stătătoare 20 km/oră, iar în sensul unei ape curgătoare a făcut 48 km în două ore. Cît timp va face barca cei 48 km la înapoiere în susul apei?

* * *

E: 1516. Pentru nichelarea unui obiect cu suprafața de 24 dm^2 s-au folosit 44 g nichel. Densitatea nichelului fiind 8,8 să se afle grosimea stratului de nichel.

* * *

E: 1517. În două bidoane se află petrol, în primul de două ori mai mult decît în al doilea. Cînd din primul s-au scos 15 litri și din al doilea 10 litri, în primul a rămas de patru ori mai mult decît în al doilea. Cîți litri de petrol au fost în fiecare bidon?

* * *

E: 1518. Să se calculeze valoarea numerică a fracției $\frac{3x+5}{4x-1}$, pentru $x = -\frac{5}{3}$ și pentru $x = 0{,}25$. Să se afle x astfel ca valoarea fracției să fie -7.

* * *

E: 1519. Un triunghi dreptunghic are cateta AB de 5 cm și cateta AC de 12 cm. Perpendiculara pe ipotenuza dusă prin M mijlocul ei, întîlnește pe AC în D și pe prelungirea catetei AB în E. Să se calculeze laturile triunghiului ADE.

C. I. Ț.

---

*) V (E: 1512, 1515, 1517, 1521, 1527); VI (E: 1513, 1514, 1516, 1522, 1525); VII (E: 1518, 1519, 1520, 1523, 1524, 1526).

E: 1520. Să se arate că:

$$\frac{9x^2+6xy+y^2-25}{9x^2-y^2-15x+5y} = \frac{3x+y+5}{3x-y} = 1+\frac{2y+5}{3x-y}$$

* * *

E: 1521. Să se găsească numărul întreg N știind că are ca factori primi pe 2, 5, 7, iar cel mai mare divizor comun al numerelor N și $\frac{24N}{25}$ este 196.

M. Gr. Rădulescu, elev Constanța

E: 1522. Dintr-o școală au participat la olimpiadă în etapa regională, 36 elevi, adică 40% din cîți au participat la etapa raională, iar la etapa raională au participat 30% din numărul total al elevilor școlii. Cîți elevi au participat la fiecare etapă și cîți elevi are școala?

* * *

E: 1523. Pe latura BC a triunghiului isoscel ABC ($AB = BC = a$) se ia $CB = BC'$. Paralela dusă din B la latura AC întîlnește AC' în M. Se cere locul geometric al punctului M cînd unghiul ABC variază, A și B rămînînd fixe.

Șaganai Nusfet, student

E: 1524. Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$ax + by + cz = ay + bz + cx = az + bx + ey = a + b + c.$$

I. Gurămultă, elev Sascut (Bacău)

E: 1525. Un muncitor fiind întrebat ce salariu primește lunar în urma Hotărîrii plenarei din 13—14 iulie 1959, răspunde: îmi lipsesc pînă la 1380 lei atîția lei cît și primi peste 1380 lei dacă și primi de două ori cît primesc acum. Știind că salariul i-a fost mărit cu 15%, să se afle ce salariu primea muncitorul în 1958.

Veronica Stăncescu, elevă Gogoșari

E: 1526. Pe o dreaptă se iau patru puncte A, B, C, D, în ordinea citirii. Să se demonstreze egalitatea:

$$AC^2 + BC \cdot CD + BD \cdot CD = BD^2 + AB \cdot AC + AB \cdot BC$$

W. Pries, elev Caransebeș

E: 1527. Să se arate că dacă un număr de patru cifre impare diferite este divizibil cu 21 atunci una din cifrele sale este 5.

C. Bergthaler, elev Petroșani

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 1 martie 1960 s-au evidențiat ca rezolvitori de probleme de matematică și fizică din G.M.F.-B, după cum urmează:

1. **Grădinaru Nicolae** (clasa XI, Tulcea), 2. **Munteanu Valeriu** (An. 1 șc. tehnică sanitară București), 3. **Popa Nicolae** (clasa X, ș.m. 1 Focșani), 4. **Cimoca M. Gheorghe** (clasa XI, ș.m. 8 Cluj), 5. **Hiriș Viorel** (clasa X ș.m. 1, Timișoara), 6. **Jipa Gr. Constantin** (clasa VIII Moreni), 7. **Perianu Dan** (clasa XI, Reșița), 8. **Pitea M. Teodor** (I.P.G.G. București), 9. **Stoichescu Dan** (clasa XI ș.m. 20 București), 10. **Ursu I. Constantin** (clasa X Buhuși), 11. **Andraș I. Traian** (clasa X ș.m. 2 Brăila), 12. **Gladcenco Gheorghe** (clasa XI ș.m. 1 Codlea), 13. **Stoica Maria** (clasa XI ș.m. 1 Dorohoi), 14. **Năstăsescu Constantin** (clasa X Pucioasa), 15. **Niță Constantin** (clasa X Pucioasa), 16. **Piscupescu Gabriel** (clasa XI ș.m. 1 București), 17. **Mocanu O. Marcel** (clasa XI ș.m. 1 București), 18. **Vasilescu V. Mihaii** (absolvent Cîmpulung Muscel), 19. **Lustig Gheorghe** (clasa VIII ș.m. 5 Timișoara), 20. **Obadă Hareta** (clasa XI ș.m. 10 București), 21. **Persache Octavian** (clasa VII ș.m. 11 București), 23. **Arsene Cătălin** (clasa X ș.m. 18 București), 24. **Ilie Mihai** (clasa X ș.m. 20 București), 25. **Bănică G. Constantin** (clasa XI ș.m. 2 Cîmpulung Muscel), 26. **Iorga Valeriu** (clasa X ș.m. 1 Lugoj), 27. **Creangă Antonie** (absolvent Tîrnăveni, Stalin), 28. **Sfetcu Ioan** (clasa X ș.m. 1 Lugoj), 29. **Gheorghiu A. Nicolae** (clasa X Ploești), 30. **Manea V. Ilie** (clasa VIII Pucioasa), 31. **Ene I. Traian** (clasa X Ploești), 32. **Savin Alexandru** (clasa IX Cîmpulung Muscel), 33. **Radu A. Gheorghe** (clasa IX Pucioasa), 34. **Necula Virgil** (clasa XI ș.m. 23 București), 35. **Vlahovici Nicolae** (clasa X Baia Mare), 36. **Fotescu M. Marin** (clasa VII Bărăști-Vedea), 37. **Scarlat C. Nicolae** (clasa XI ș.m. 1. Pitești), 38. **Boldea Ion** (clasa IX ș.m. 1 Lugoj), 39. **Craioveanu Mircea** (clasa XI ș.m. 3 Sibiu), 40. **Vidrașcu Traian** (student Galați), 41. **Popescu S. Gheorghe** (clasa X Pucioasa), 42. **Georgescu Florin** (clasa XI ș.m. 11 București), 43. **Dolteanu Temistocle** (absolvent Huși), 44. **Calistrate D. Ion** (clasa VIII ș.m. 2 Tîrgu Jiu), 45. **Topliceanu Vasilica** (clasa VIII ș.m. 6 Orașul Stalin), 46. **Diță Petre** (clasa XI ș.m. 1 Pitești), 47. **Ene P. Dumitru** (clasa XI Ploești), 48. **Ghițulescu Adrian** (clasa XI ș.m. 6 Ploești), 49. **Ou V. Ion** (clasa X ș.m. 1 Rîmnicu Vîlcea), 50. **Apostoloiu Victor** (clasa XI Rîmnicu Vîlcea).

* * *

Pînă la 1 martie 1960 s-au mai primit soluții bune la problemele propuse în G.M.F.-B din ultimele trei numere apărute, după cum urmează:

ALEXANDRIA. Ș. m. „Al I. Cuza". Cl. VIII. Boștenaru I. Liviu (3928, 94, E: 1414, 16, 18, 21, 25, 32, 36—38, 41—43, 47, 52). Cl. XI. Ștefan I. Corneliu (3801—03, 05, 07, 09, 32, 41, 46, 97, 906, 07, 17).

ANINA. Cl. XI. Gruescu Const. (3931, 67, 4011, 14, 15, 19, 21, 23, 24, 36, 60), Ingl Felix (3897, 903, 17, 21, 25, 26, 28, 29, 34—37, 43, 60—64, 66), Trăilă T. Moise (3925, 26, 28, 29, 34—38, 57, 60, 62, 64, 66, 67).

ARAD. Ș.m. 1 „Ion Slavici". Cl. IX. Ferenț Militon (3912, 16, 17, 19, 26, 28, 32, 51, 53, 72, 74—76, 83, 92, 95, 4002). Cl. X. Macovei Rodica (3855, 60, 926, 28, 29, 31, 34, 73, 74, 94, 4014, 15, 19, 20), Selmereanu Ioana (3897, 903, 05, 08, 17, 26, 28, 29, 41, 49, 73—76, 88), Vîrșendaru Ioan (3860, 88, 93, 901, 05, 23, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 57, 60, 67, 71—76, 78, 94, 4002, 12—14, 21, 28).

Ș.m. 3. Cl. VIII. Soreanu Petru (E: 1416, 18, 21, 25, 29, 32, 33, 36—40, 42—44, 50, 52). Cl. XI. Stern Toma (3897, 903, 05, 08, 17, 28, 29, 41, 49, 74—76, 88).

Școala de 7 ani Grădiște. Cl. VI. Petrelea Elisabeta (E: 1397—99, 408, 14, 15, 21, 25, 29, 36).

BABADAG (Constanța). Cl. VI. Vîrză Gh. (E: 1346, 84, 87, 408, 15, 28), Bojdu M. Nicolae (E: 1324, 408, 15, 28, 36). Cl. VII. Băzbănel D. Gh. (E: 1388, 94, 96, 97, 413, 15, 18, 36), Beca Dinu (E: 1388, 97, 406, 10, 13, 39), Chiriță Barbu (E: 1346, 84, 85, 97), Colargiu Mihai (E: 1394, 402, 12, 18, 33, 36), Zonă Mihai (E: 1383, 89, 92, 94, 96, 97, 402, 13, 18). Cl. IX. Ignat Ion (3912, 26, 28, 34, 35, 57, 67, 68, 75—77, 84, 4002, 11, 13).

BACĂU. Absolvent Grigoraș Vasile (3883, 923, 24, 34—38, 57, 60—68, 78, 80, 4007, 08, 11—13).

Ș.m. 1. Cl. X. Flachs Iacob (3897, 902, 03, 05, 07, 12, 16, 17, 21, 73—76, 88, 94, 95, 4001, 02). Moraru Petre (3897, 901, 92, 16, 17, 21, 28, 29, 31, 43, P), Negoescu Nicolae (3897, 901—03, 16, 17, 21, 23, 24, 26, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 60—63). Sîrbu Angela (3897, 901, 03, 17, 21, 26, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 43, 51, 60—62). Cl. XI. Lupu Dan (3926, 28—31, 43, 54, 66, 74, 4014, 15, 17, 19, 21, 28, 29, 33, 38, 55, P).

Ș.m. 2 „Vasile Alecsandri". Cl. XI. Pascal Gh. Vasile (3926, 29, 34, 36, 37, 60—64, 66, 68, 78, 79, 92, 4010, 13, Vasilache Ion (3936, 38, 61, 62, 4002, 14, 15—24).

Şc.m. Adjud. Cl. VIII. Bogea Ion (3902, 10, 28, 31 51, E: 1401, 12, 14—16, 18, 21, 22, 25, 26, 28, 30, 32, 33, 36—39). Cl. XI. Gurămultă V. Ion (3800—03, 05—08, 10, 13, 16, 17, 19, 21, 22, 30—33, 37, 41—44, 46, 49, 53, 54, 56, 57, 60, 97, 98, 903, 05, 28, 34, 38, 39, 47, 48, P).

Şc. de 7 ani Păuneşti-Adjud. Cl. VII. Berbecea Dumitru (E: 1404, 21, 23—25, 28, 29, 35—38), Dodu Virginia (3928, 53, E: 1418, 21, 22, 28, 29, 30, 32, 38), Moise Neculai (3953, 62—66, E: 1428, 30, 32, 33, 35—38), Novac C. Georgeta (3928, 53, E: 1407, 28, 31, 33, 35—38), Novac I. Virginia (3917, 28, 53, E: 1414, 18, 28, 31, 35—38). Vasilache Maria (3953, 64, E: 1428—33, 35—38, 49).

BĂCEŞTI (Iaşi). Învăţătoare Grăjdeanu P. Virginia (E: 1414, 15, 18, 20, 21, 25, 33, 36—38).

BAIA DE ARIEŞ (Cluj). Cl. IX. Totolici Gabriel (3793, 99, 805, 09, 28, 30, 83, 97, 926, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 42, 57, 60, 62, 74—76, 78, 80, 81, 4004, 09, 12, 13).

BAIA MARE. Cl. X. Tamaşan Teodor (3806, 13, 21, 97, 901, 28, 29, 51, 54), Vlahovici Nicolae (3855, 56, 97, 99, 901, 14, 17, 21, 23, 28, 29, 34, 35, 37—62, 67).

BEIUŞ. Cl. X. Mihelea Aurel (3901, 03, 05, 10, 23, 24, 28, 29, 34, 35, 37, 60—63, 80, 4009).

BICAZ. Cl. IX. Savin Mihai (3911, 12, 16, 28, 31, 54, 61, 63).

BISTRIŢA (Cluj). Absolvent Armenişan Ion (3828, 48, 909, 11—13, 28, 29, 34, 37, 43, 60—64, 67, 80, 4010), Verveagă T. (3897, 98, 903, 05, 16, 17, 26, 28—32, 42, 43, 75, 99, 4002, 15, 17—22, 28, 29, 31).

BÎRLAD. Complexul şcolar. Cl. VI. Hogaş A. Constantin (E: 1414, 15, 18, 19, 21, 25, 28—30, 35—37, 42—44, 47, 51—53). Cl. VII. Armeanu Corneliu (E: 1414, 16, 18, 25, 26, 30, 32, 36, 41—44, 52). Cl. VIII. Baltă Mioara (3992, 94, E: 1414, 16, 18, 22, 24, 25, 36, 41—44, 50, 51), Bercu Leia (3992, 94, E: 1414—16, 18, 21, 25, 26, 30—32, 36), Călin Lelica (3994, E: 1414—16, 18, 21, 25, 26, 30, 32, 36, 37, 52). Cl. X. Deteşanu Emilia (3897, 921, 25—29, 34, 60, 74, 94, 4002, 14, 21, 28).

BLAJ. Cl. VI. Bariţiu Marina (E: 1336, 37, 84, 86, 90, 93, 94, 400, 06, 14, 15, 25), Mărgineanu Leonte (E: 1362, 66, 68, 69, 73, 80, 86, 94, 408), Popa Doina (E: 1344, 51, 67, 84, 85, 94, 97, 98, 400, 36), Stoica Nicolae (E: 1366, 68, 69, 79, 80, 84, 86, 92, 94, 428), Vasilescu V. Paul (E: 1366, 73, 80, 84, 85, 94, 97, 415, 36, 42, 44, 48).

BOLINTINUL DE VALE (Bucureşti). Cl. X. Ghiţă R. Teodor (3864, 66, 70, 91, 94, 900, 03, 06, 08, 12, 17, 19, 26—31, 36, 37, 41, 42, 44, 45, 48, 54, 59, 69, 71, 74—76, 83, 90, 91, 94, 4013, 14, P).

BOTOŞANI. Ş.m. 1. Cl. VIII. Bucătaru Margareta (3992, 93, 94, E: 1441—44, 47, 50, 52), Cojocaru Otilia (3992—94, E: 1441—44, 47, 50, 52), Tăutu Elena (3992—94, E: 1441—45, 47—52). Cl. X. Paulescu Valerian (3897, 905, 08, 14, 16, 24, 29, 31, 37, 43, 48, 57, 60—68), Sin Oişie Sirley (3897, 907, 08, 12, 23, 24, 29, 31, 37, 43, 57, 60—64, 66, 67). Cl. XI. Glăvoianu N. Paul (3897, 98, 903, 05, 08, 16, 24, 29, 37, 43, 60—67).

Ş.m. 2 „Mihail Eminescu": Cl. VIII. Leibovici Bernard (E: 1414, 15, 18, 19, 21, 24, 26, 32, 36, 41, 43, 44, 47, 50—52), Wittinig Silviu (3994, E: 1414, 16, 18, 21, 26, 32, 33, 36, 39, 43, 44, 47, 48, 51). Cl. X. Constantin Radu (3897, 902, 03, 10, 17, 22, 28, 29, 31, 34, 37, 43, 62, 74, 76, 94, 4002), Dăscălescu Dan (3897, 905, 16, 23, 28, 29, 31, 43, 49, 60, 72, 88, 94, 4002, 12), Vaizer Gherta (3897, 98, 902—05, 08, 16, 17, 28, 29, 31, 72, 74, 76, 88, 94).

BRĂILA. Ş.m. 1. Cl. X. Constanda D. Cristian (3861, 88, 97, 99, 901, 03, 05, 12, 16, 17, 19, 21, 22, 28, 29, 31—33, 45, 48 72—76, 88, 92, 95, 99, 4002).

Ş.m. 2 „N. Bălcescu". Cl. VIII. Gherguş Felicia (3902, 94, E: 1414, 16, 18, 19, 24, 26, 32, 33, 37—39, 41, 43, 44, 47, 52). Cl. VIII. Bibicu Ion (3935, 45, 63, 64, 67, 94, 4013, E: 1429, 30, 33, 36, 37, 39, 41, 43, 44, 47, 51). Cl. IX. Danciu Iulian (3844—46, 55, 56, 58—61, 71, 77, 97, 902, 03, 06, 07, 17, 19, 22). Cl. X. Andraş I. Traian (3869, 84, 97, 902, 03, 06—08, 10, 16, 17, 19, 23, 25, 26, 29, 31, 34, 37, 43, 51, 54, 59—64, 66—68, 74—76, 80—82, 94, 99, 4002, 09—15, 17, 21, 26, 45, P). Cl. XI. Căşaru Mihai (3805—07, 12, 16, 41, 44, 97, 903, 05, 07, 26, 28, 29, 41, 49), Dobrotă A. Nicolae (3893, 97, 98, 903, 05, 18, 28, 29, 41, 74—76, 88, 94, 4002), Farca Valeriu (3855, 93, 97, 98, 903, 05, 18, 28, 29, 41, 74—76, 88, 94, 4002), Petrescu Aurora (3855, 93, 97, 98, 903, 05, 18, 28, 29, 41, 74—76, 88, 94).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Cazacu Elena (E: 1384, 86—89, 92, 93, 95, 441—45, 47, 51, 52), Daraban Elena (E: 1369, 70, 73, 441—45, 47—53), Mihăilă Eufrosina (E: 1367, 69, 70, 73, 441—44, 46—52). Cl. IX. Alexandru Nicoleta (3934, 51, 74—76, 94, 4002, 12, 13, 28), Andronescu Irina (3804, 30, 32, 39, 41, 47,88, 907, 74—76, 94, 4002, 11—13, 41—43), Gheorghişan Petrica (3928, 74—76, 94, 4011, 13). Cl. XI. Giurgiu Maria (3971, 73—76, 78, 81, 83, 94—96, 4002, 04, 09, 13).

BREAZA. Lic. mil. „Dimitrie Cantemir". Cl. X. Constandache Mihalache (3897, 98, 901—03, 05, 07, 17, 21, 26, 28, 29, 31,

43, 51, 52, 74, 76, 88, 94). Nae Anton (3897, 901, 03, 05, 07, 12, 16, 17, 21, 26, 28, 29, 31, 43, 51, 52, 74, 76, 94).

BUCUREȘTI. **Studenți:** Danciu Viorel (I. Polit.) (3801, 03, 05—07, 13, 22, 35, 43, 44, 48, 60). **Pitea M. Teodor** (Inst. Petrol, Gaze, Geolog.) (3883—85, 87, 95, 913, 23, 24, 34—38, 48, 51, 57, 59—63, 65—68, 72, 74, 75, 77—82, 91, 92, 94, 4000, 07—13, 25—33, 40—43, 45, 46).

Absolvenți: George Stela (3974, 75, 4002, 14—21, 28, 29, 33, 38), Iambor I. Petre (3817, 98, 901, 03, 05, 13, 14, 25, 26, 28—30, 34, 36, 37), Previn S. Eugen (3860, 72, 74, 75, 83, 97—99, 901, 03, 10, 17—19, 21, 22, 92—94, 99).

Ș.m. 1. „Nicolae Bălcescu". Cl. VIII. Vasilescu Gh. Mihaela (E: 1397, 401, 03, 06, 11, 14, 18, 26, 32, 36—38). Cl. IX. Pascu Adrian (4023, 24, 35, 36, 39, 55—60), Răzvan Vladimir (3931, 34, 65, 72, 75—77, 80, 4015, 17—19, 23, 29, 36, 39). Cl. X. Rațiu S. Sebastian Virgil (3901, 07, 23, 25, 35, 38, 57, 64, 67, 73—76, 80, 4011, 13), Stan A. Mircea (3860, 61, 71, 77, 97, 901—03, 16, 17, 21, 28, 29, 42, 43, 97, 99, N, P). Cl. XI. **Lupaș Laurențiu** (3841—63, 65, 66, 69, 71, 72, 74, 77—81, 85, 87—91, 93—904, 06—08, 12, 16—19, 21, 24, P). **Mocanu O. Marcel** (3897, 903, 08, 23, 24, 26, 29, 30, 34—37, 41, 45, 59—68, 72, 74—76, 79, 4007, 09—15, 17—19, 21—24, 27, 28, 31, 32, 35, 38, 39, 59), **Petrescu Lucian** (3897, 98, 902, 03, 06, 13, 16, 17, 21, 25, 28, 29, 75, 76, 94, P), **Piscupescu Gabriel** (3926—37, 40, 41, 43—46, 49—51, 53, 54, 56, 57, 60—67, 71—76, 78, 83, 88, 91—93, 95, 96, 98, 99, 4002, 04, 05, 10, 12, 13).

Ș.m. 3 „Ion Neculce". Cl. VI. Cohn Sorina (E: 1406, 14, 15, 21—23, 28, 36—38, 42, 50), Horun M. (E: 1406, 15, 28—30, 37, 50). Popescu C. Radu (E: 1425, 29, 36, 42, 44, 47—49, 51—53), Sucitu Alexandru (E: 1429, 30, 35—37, 42, 44, 47, 50, 51, 53). Treistar Mihaela (E: 1414, 15, 21, 25, 29, 36—38, 42, 44, 45, 47, 50, 52, 53). Cl. VIII. Andreescu Paul (3953, 57, 63, 4013, 35, 39, E: 1432, 41, 43, 44, 46, 47, 71), Olanssen Imanuel (3994, E: 1432, 33, 36, 41, 42, 44, 47, 48, 50—52, 59), Pavlovski Mihaela (E: 1432, 36, 38, 41, 43, 44, 50, 52, 71), Stanciu Dragoș (E: 1429, 30, 37, 42, 44, 47, 50, 51, 53, 54, 57). Cl. IX. Sucitu Gheorghe (3928, 31, 45, 51, 72, 74, 75, 85, 91, 92, 94, 99, 4002, 14, 16, 17, 54, P), Turturică D. Ion (3926, 28, 31, 39, 45, 50, 60, 61, 74—76, 91, 99, 4014).

Ș.m. 4. „Aurel Vlaicu". Cl. XI. Carp Mihai (3837, 41, 45—48, 51—54), Cojocaru Paul (3832, 60, 97, 98, 902, 03, 43), Purcea I. Teodor (3897, 99, 901, 03, 05, 08, 10, 17, 19, 21, 22, 28, 29, 31, 41, 42, 44, 45, 52, 54, 73—75, 83, 88, 92, 96, 4002).

Ș.m. 7 „I. L. Caragiale". Cl. IX. Stan Ștefan (3855, 61, 88, 99, 902, 06, 16, 19, 28, 31, 45, 50, 57, 60, 61, 67, 68, 74—76, 92). Cl. XI. Ștefănescu D. Mihai (3914, 23—32, 34—38, 40, 41, 43, 49, 57, 71, 74—76, 88, 90, 92, 94, 96, 97).

Ș.m. 10. Cl. VI. Barbălat Florența (E: 1429, 30, 35—38, 42, 44, 45, 48, 50, 51, 57, 66—68), Nicolau Silvia Ileana (E: 1414, 18, 19, 21, 25, 29, 30, 35, 37, 42, 44, 45, 47, 49—52). Cl. VII. Ivan Floriana (E: 1416, 18, 26, 30, 32, 35, 36, 38, 41, 42, 44, 45, 50—52), Leibovici Valeriu (E: 1414, 15, 18, 19, 21, 29, 30, 35—38, 41, 42, 44, 48, 50—52). Cl. X. Teodorescu Catrinel (3929, 31, 34, 37, 43, 73—76, 94, 4015, 17—21, 29, 31—33, 43, 45,50). Cl. XI. **Ionescu Rodica** (3897, 901—03, 06—08, 14, 16, 17, 21, 23—32, 34—38, 40—43, 54, 57, 62, 63, 74—76, 88, 94, 99, 4002), **Obadă Hareta** (3857, 97, 901, 03, 04, 08, 16, 17, 21—32, 34—38, 41, 43—45, 54, 57, 60—67, 71, 74—78, 81, 4010).

Ș.m. 11 „D. Cantemir". Cl. V. Stănculescu I. Radu (E: 1428—30, 32, 35—37, 42, 47, 51). Cl. VI. Medaru Doina (E: 1429, 38, 41—45, 47, 49—53), Tonceanu Dan (E: 1428, 29, 36—38, 42—44, 48, 51—54). Cl. VII. **Persache Octavian** (3945, 63, 64, 4013—15, E: 1428—55, 58—68, 70, 71). Cl. VIII. Bergher Dan (E: 1414, 18, 19, 21, 25, 26, 28, 29, 32, 33, 36, 37—39, 41—44, 47, 48, 51—53), Constantinescu Mariana (E: 1458, 65, 67, 68, 70), Gropper Jean (3953, 67, 94, 4013, E: 1414—16, 18—21, 23—26, 28—31, 33—38, 40—53), Simu Cornel (3963, 67, 94, 4013, E: 1414—16, 18—21, 23—26, 28—30, 32—38, 40—53). Cl. IX. Crăciun Viorel (3916, 63, 64, 75, 94, 99, 4011, 13), Galeriu G. Ion (3923., 28, 34, 35, 51, 57, 60, 61, 63, 64, 67, 75, 4011, 13, 14, 39), Gianni Emanuel (3845, 902, 07, 10, 14, 16, 23, 24, 26, 31, 34, 43, 45, 57, 60, 62, 4013), Mihu Răzvan (3916, 19, 26, 28, 31, 34, 35, 38, 43, 51, 57, 60, 62—64, 74—77, 80, 94, 99), Moga M. Paraschiva (3926, 28, 31, 43, 73—76, 94, 4002, 14, 15, 17—19), Stănculescu I. Ion (3916, 17, 22, 23, 26, 35, 51, 61, 4014, 39), Zingler Basil (3903, 07, 27, 28, 31, 34, 43, 63, 72, 74, 76, 94, 95, 4002, 08, 11), Cl. X: Balter Henri (3897, 905, 12, 17, 21, 23, 26, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 43, 45, 53, 60—63), Cristofor Radu (3897, 903, 05, 10, 12, 17, 21, 23, 24, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 43, 53, 60, 62, 63), Gali Alexandru (3897, 912, 17, 21, 28, 29, 34, 35, 37, 43, 53, 60—62, 64). Cl. XI: **Georgescu Florin** (3879, 93, 96, 97, 901, 03, 04, 07, 08, 12, 14, 16, 17, 21, 23—32, 34—38, 43, 51, 52, 55, 57—67), **Tomescu** Const. (3973—76, 88, 94, 4013, 14, 17, 19, 28).

Ş.m. 12 „Spiru Haret": Cl. IX: Vodă Viorel (3915, 18, 22, 28, 29, 76, 89, 4014, 21), Cl. X: Lazăr Şerban (3897, 902, 03, 05, 08, 17, 21, 22, 26—29, 31, 39, 42, 45, 73—76, 83, 91, 94, 95), Rantz Gabriel (3903, 75, 76, 94, 4002, 14, 17, 21, 28, 29).

Ş.m. 13 „Mihai Viteazu": Cl. VIII: Zalman Gabriela (3902, E: 1414—16, 18, 26, 32, 37, 43, 47, 49, 50, 54, 67, 68, P).

Ş.m. 15: Cl. X. Bănică Marielle (3926, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 45, 60, 62, 64, 67, 73, 75—77, 4013, 17, 21, 28).

Ş.m. 16 „Gheorghe Coşbuc": Cl. VIII. Mendelsohn Marina (3943, 51, E: 1428—33, 35—39, 43, 44), Petrescu Adina (3967, E: 1430, 38, 41—44, 46—52, 58), Cl. X: Deleanu Denise (3926, 28, 29, 34, 35, 37, 54, 57, 60—64, 67, 74—76, 78, 80—82, 94, 4009—13), Emanoil Alexandru (3897, 901, 03, 05, 07, 14, 17, 19, 22, 26, 28—32, 34, 35, 37, 42, 43, 48, 53, 54, 57, 60, 62, 64, 4003), Petrof Al. (3903, 12, 14, 24, 34, 35, 37, 57, 60—64, 67, 78, 4009—13).

Ş.m. 17 „Matei Basarab": Cl. X. Moraru Florian (3897, 901, 06, 12, 14, 16, 17, 21, 23, 25, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 43, 51, 57, 59—64, 67).

Ş.m. 18 „Mihail Eminescu": Cl. VIII. Moldoveanu Theodora (E: 1414, 15, 18, 20, 21, 25, 37, 42, 43, 47, 50), Cl. X. Arsene Cătălin (3897— 903, 05—07, 10—12, 14, 17—19, 21—24, 26, 28—31, 34—37, 39, 41—45, 47, 49, 53, 54, 57, 59—64, 67, P), Costescu Vasile (3897, 901—03, 05, 07, 12, 16, 17, 21, 25, 26, 28, 29, 31), Pîrşan C. Liviu (3841, 42, 99, 919, 26, 31, 34, 35, 43, 52), Cl. X. Mira I. Nicolae (3855, 56, 60, 88, 97, 903, 07, 17, 19, 25—31, 34—37).

Ş.m. 20 „Gheorghe Şincai": Cl. X. Albrecht A. (3926, 28, 29, 31, 34, 37, 43, 60, 62, 63, 4010, 13, 14, 17, 21), Ilie Mihai (3926, 28, 29, 31—35, 37, 43, 45, 51, 57, 60—63, 66, 67, 74—76, 83, 88, 92—94, 4002, 12—15, 17—19, 21, 22, 24, 26, 28, 29, 31, 34, 40, 45, 46), Cl. XI. Stoichescu Dan (3780, 82, 98, 99, 801, 04—08, 12, 13, 17, 21, 926—29, 31, 34—37, 69, 71, 73—81, 83, 88, 94, 95, 98—4000, 02, 04, 06—16).

Ş.m. 22 „Gheorghe Lazăr": Cl. X. Florescu Dan (3858, 71, 85, 88, 97, 908, 19), Mihăilescu I. Nicolae (3928, 29, 31, 42, 54, 73, 74, 94, 4014—19, 22, 28), Simionescu Ion (3976, 92, 4014, 15, 17, 19, 22—24, 28, 29).

Ş.m. 23 „Barbu Delavrancea": Cl. VIII. Clenoveanu Eugen (3906, 17, 19, E: 1415, 16, 18, 21, 22, 25, 26, 32, 33, 36, 37), Cl. IX. Dumbravă Mircea (3856, 61, 77, 902, 06, 16, 17, 19, 23, 43, 45, 48, 51, 60, 61, 63, 64, 67), Cl. XI. Florian N. Emil (3925, 26, 28—32, 34, 36—38, 40—45, 49, 50, 56, 60, 62), Necula Virgil (3898, 916, 17, 19, 21, 22, 25, 26, 28—32, 34, 36, 37, 42, 43, 45, 50, 60, 62, 63, 65, 72—76, 83, 85, 86, 90—95, 97—99, 4001, 02).

Ş.m. 25: Cl. XI. Catrina Dumitru (3900, 15, 41, 45, 49, 56, 74, 75, 93, 94, 99, 4014—21).

Ş.m. 28 „Petru Groza": Cl. X. Mezincescu Andrei (3929, 4014—19, 21, 28), Constantinescu Şerban (3972, 74, 78, 80, 94, 4002, 09, 10, 12—15, 17—19, 23, 24, 28, 58, 60).

Ş.m. 31: Cl. X. Dobre Florica (3973, 74, 87, 92, 4013, 14, 17, 19, 28, 43).

Ş.m. 36: Cl. VIII. Oancea Ileana (E: 1432, 33, 36, 39, 41, 44, 48, 50—52).

Ş.m. tehnică sanitară: An. I. Arnuş Petre (3897, 903, 10, 21, 25, 28—31, 33, 47, 51, 74, 83, 94, 99, 4002), Munteanu Valeriu (3869, 86, 93—95, 97—99, 901—03, 05—08, 10, 12, 14—17, 21—40, 43, 45, 46, 48, 49, 54, 55, 57, 59—81, 88, 89, 94, 96, 97, 99, 4002, 04, 07—21, 39, 40, 42, 45).

Şc. de 7 ani nr. 124: Cl. VI. Miron Sorin (E: 1414, 15, 25, 26, 36—38, 44, 53).

Şc. de 7 ani nr. 145: Cl. VI. Teican Olga (E: 1400, 01, 08, 14—16, 25, 36, 37). Cl. VII. Duschel Const. (E: 1414—16, 18, 21, 23, 25, 26, 30, 32, 36, 37).

Şc. de 7 ani nr. 177: Cl. VII. Martin Maria (E: 1414—18, 22, 26, 41, 44—46, 52).

BUHUŞI (Bacău) Cl. X. Ursu I. Const. (3897, 901—06, 08, 16—19, 21—24, 26, 28, 29, 34, 37, 49, 54, 57, 60—63, 67, 72—78, 81, 82, 94, 99, 4002, 08—13).

BUZĂU. Ş.m. 1 „B. P. Hajdeu" Cl. X. Mihalcea Adrian (3829, 47, 52, 83, 84, 914, 23, 34—36).

Ş.m. 2 „Mihail Eminescu": Bocioacă Radu (3926, 28, 29, 34, 37, 60—64, 74, 78, 88, 4002, 09, 10, 12).

BUZIAŞ (Timişoara): Cl. VI. Adamescu Cornel (E: 1414, 29, 30, 36, 42—45, 49, 52, 53), Dejan Nicolae (E: 1429, 30, 36, 42—45, 52, 53), Drutul Florica (E: 1415, 19, 21, 29, 36, 44, 47, 49, 50), Neamţu Ira (E: 1414, 29, 30, 36, 42, 44, 45, 49, 52), Savu Carmen (E: 1415, 30, 35, 36, 42, 45, 47, 49, 50, 51), Vintze Gheorghe (E: 1414, 15, 19, 21, 29, 30, 35—37, 52), Cl. VII. Popescu Viorel (E: 1418, 29, 36, 41, 42, 44, 45, 47, 49, 51, 52), Sămăuţ Emilia (E: 1418, 29, 30, 36, 41, 42, 44, 45, 47, 49, 52), Cl. IX. Dobojan Ion (3928, 34, 35, 51, 60, 63, 67, 74—77, 94, 4011—13). Cl. X. Işfan Ion (3923, 29, 34, 35, 37, 51, 62, 63, 67, 74, 76, 94, 4010, 12, 13), Pisat Ana (3923, 29, 34, 35, 37, 51, 60, 62, 63, 67, 69, 72—76, 78, 92, 94, 4002, 10—13), Popescu Mircea (3929, 34, 35, 62, 63, 67, 75, 94, 4011, 14, 21), Rămăneţu Ana (3897, 925, 28, 29, 34, 37, 57, 60, 62, 67, 74—76, 81, 94, 4002, 10, 12, 13). Cl. XI. Clepcioc Ioan (3897, 903, 21, 28, 29, 34, 35, 38,

51, 62, 63, 67, 74, 77, 80, 88, 94, 4011), Lepădat Romulus (3897, 903, 23, 29, 34—36, 62—64, 67, 74, 94, 4011—13).

CALAFAT: Cl. X. Băgnaru I. Dan (3897, 901, 03, 05, 06, 17, 20, 28, 29, 31, 37, 73, 74, 88, 94, 402), Leoveanu Eugenia (3901, 06, 10, 17, 28, 29, 34, 37, 51, 74, 94).

CĂLĂRAȘI: Ș.m. 2. Cl. X. Burcu Victoria (3897, 98, 900, 02—05, 07, 08, 16, 17, 19, 21, 22, 29, 45), Gheorghe Violeta (3897, 99, 903, 05, 08, 16, 19, 21, 23, 29, 31, 33, 37, 47), Mitrache Cristina (3897, 99, 908, 16, 17, 19, 21, 28, 32, 33, 47, 74), Prodan Florica (3897, 99, 900, 03, 05, 06, 08, 16, 17, 19, 21, 28, 29, 31, 33, 42), Știrbu Mircea (3889, 97, 903, 16, 17, 19, 25, 27—29, 33, 37, 74, 76).

CARACAL: Absolvent Stratan Gheorghe (3897, 98, 900, 03—04, 08, 17, 21, 25—30, P).

Ș.m. 1. Cl. VIII. Popa C. Emil (3943, 51, 92, 94, E: 1429, 30, 32, 33, 36—39, 41, 43—45, 47—50), Sișan G. Dan (3994, E: 1414, 15, 18, 21, 22, 36, 37, 41, 43—45, 47, 50, 51). Cl. IX. Păunescu Doru (3917, 26, 28, 34, 35, 53, 57, 60, 61, 63, 67, 68, 74—77, 80, 4002, 08, 10, 11, 13—15, 17, 19, 26).

CARANSEBEȘ: Ș.m. 2. Cl. XI. Petria Ion (3926, 28—30, 34, 36, 47, 60—67, 79).

CEHU SILVANIEI (Baia Mare): Cl. X. Velea Ion (3928, 29, 54, 74, 75, 94, 4014, 17—19, 28).

CIMPIA TURZII (Cluj): Cl. XI. Crivii Mircea (3888, 97, 903, 12, 21, 22, 24, 26—29, 31, 32, 34—37, 40, 41, 43, 51, 60—63, 66, 67), Suciu Ion (3902, 09, 16, 28, 34, 35, 38, 60, 62, 74—77, 80, 81, 85, 4011).

CIMPULUNG MUSCEL: Absolvent Vasilescu V. Mihail (3897, 98, 901, 03—09, 14, 21, 22, 25—32, 34—38, 41, 43, 51, 54, 60, 61, 65, 66, 69, 71, 74—76, 79—81, 88, 94, 4001, 02, 10, 12, 13, P).

Ș.m. 1. Cl. VII. Popescu Mihai (E: 1406, 14, 15, 18, 21, 25, 37, 38, 42), Vasilescu V. Bogdan (E: 1416, 18, 19, 25, 26, 30, 32, 33, 36—38, 42, 44, 45, 48, 51, 52). Cl. IX. Savin Alexandru (3899, 902, 07, 10, 16, 17, 19, 22—24, 26—28, 30—32, 34, 35, 37, 38, 43, 45, 48, 49, 51, 53, 57, 60—64, 67—69, 74—76, 94, 4010—13). Cl. X. Scărlătescu Doru (3897, 901, 03, 21, 23, 24, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 43, 45, 57, 60—62, 64, 67, 68).

Ș.m. 2. Bănică Gh. Const. (3856, 57, 69, 71, 72, 74, 78—81, 94, 98, 925—45, 48—51, 53—57, 59—67, P).

CIMPULUNG SUCEAVA: Cl. XI. Paraschiv Ioan (3897, 903, 14, 16, 19, 25, 28, 29, 31, 41, 42, 49, 53, 74, 76, 83, 94, 4002).

CLUJ: Studenți: Bîrzan Romanel (Inst. Polit.) (3902, 04, 07, 25—33, 42, 43, 46, 47, 49, 51, 53, 54, 69—71, 74—76, 86, 92, 93, 96, 98, 99), Moldovan G. (Fac. Mat.-Fiz.) (3897, 99, 903, 05—07, 12, 16, 17, 21, 22, 29—31, 33, 41, 43, P).

Absolvent Stoica Aurel (3897, 918, 26, 28, 29, 42, 45, 48, 74, 4002, P).

Ș.m. 1. Cl. X. Rocașiu Ștefan (3934, 35, 37, 59—63, 78, 80, 81, 4009, 11—13).

Ș.m. 4 „Emil Racoviță": Cl. VI. Gross Adalbert (E: 1414, 15, 21, 28, 29, 30, 36, 37, 42, 44), Marin Iuliu (E: 1397—401, 03, 04, 06—08, 11, 12). Cl. VIII. Andrei Adrian (3963, 4013, E: 1416, 18, 25, 30, 32, 36—38, 41—43, 52), Bodea Ecaterina (3963, 4013, E: 1416, 18, 24, 26, 30, 32, 36, 38, 41—45, 51, 52), Decanovici Leonid (3968, 4011, 13, 52, E: 1416, 18, 26, 30, 32, 36, 38, 41—45), Emanoil Liana (E: 1414—16, 18, 19, 21, 25—26, 28—30, 32, 35, 37—39), Peteanu Elena (3943, 94, 4011, E: 1429, 32, 38, 39, 43—47, 50, 52, 58, 63, 66—68), Totoescu Mihai (3943, 63, E: 1416, 18, 30, 32, 36—39, 41—43, 52). Cl. IX. Cioban Octavian (3911, 13, 28, 35, 49, 51, 54, 60, 63, 74—76, 94, 99, 4002). Onișor Ion (3928, 29, 34, 49, 51, 54, 60, 63, 74, 75, 94, 99, 4002, 11, 13), Pop Ovidiu (3928, 31, 35, 49, 51, 53, 54, 60, 63, 74—76, 88, 94, 95, 99, 4002, 11, 13). Cl. XI. Lungu Șerban (3855, 56, 58, 61, 65, 69, 70, 88, 97, 98, 901, 03, 17, 21, 22, 28, 29, 41, 75).

Ș.m. 8 „Nicolae Bălcescu": Cl. XI. Ciomoca M. Gh. (3918, 21, 52, 58, 59, 69—81, 84—86, 88, 90—94, 96, 99, 4001—03, 07—15, 17—24, 28—31, 35, 36, 43, 46, 49, 55, 57—60).

CODLEA (Stalin): Ș.m. 1 „Alexandru Ion Cuza". Cl. XI. Gladcenco Gh. (3925, 26, 28—32, 34—38, 41, 43, 45, 49, 51, 54, 57, 60, 62—67, 71—77, 79, 90, 92—94, 99, 4002, 08, 11—15, 17—19, 24, 28, 34, 45, N), Pascu N. (3858, 97, 99, 900, 02, 03, 06—08, 12, 14, 17, 19, 21, 23, 24).

CORABIA (Craiova): Cl. VI. Steplecaru Eugenia (E: 1429, 35, 36, 42, 44, 47, 48, 51, 68).

CONSTANȚA: Ș.m. 1 „Mircea cel Bătrîn". Cl. VIII. Angelescu C. Traian (3994, E: 1414—16, 18, 25, 26, 32, 36, 37, 41, 43, 44, 47, 50—52), Manole Mihai (3914, 4013, E: 1416, 18, 26, 29, 36, 42—44, 52). Cl. IX. Roitman Mose (3855, 56, 58, 61, 71, 74, 88, 912, 16, 17, 28, 34, 35, 60, 63). Cl. X. Bacalbașa Gh. (3887, 901—04, 10, 12, 17, 19, 21, 22, 28, 29, 43, 90).

Șc. de 7 ani „Nicolae Bălcescu" Istria: Cl. VI. Badiu Silviu (E: 1384, 85, 415, 28, 36), Glodeală Neaga (E: 1384, 85, 93, 97, 408, 15, 36), Jgumă Ecaterina (E: 1384, 85, 93, 97, 408, 15, 36).

CRAIOVA Absolvenții: Marin Elena (3897—99, 901, 03—08, 12, 16, 17, 21, 22), Marinică C. Ion (3926, 28, 29, 31, 43, 49, 54, 74, 76, 94, 99, 4002, 14, 20, 32), Păpușoiu Corneliu (3874, 88, 94,

904, 27, 29, 31, 71, 76, 84, 94, 4002, 14, 15, 17—22, 28).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Şipoteanu Elvira (3963, 67, 68, 70, E: 1390, 1414, 16, 18, 21, 25, 26, 32, 36, 37, 43, 47, 48, 51, 72). Cl. X. Nicolescu Doina (3928, 29, 31, 32, 74, 75, 88, 4014, 17—19, 21, 22, 28, 31, 32, 38), Pavel N. Radu (3825, 26, 28, 38—43, 47, 48, 52, 60, 74, 78—80, 83, 84, 95, 97—99, 901, 03, 04, 17, 22, P).

Ş.m. 4. Cl. VIII. **Corîciu I. Antonie** (3830, 32, E: 1381, 84—86, 90, 93, 97, 404, 06, 08, 16, 18, 22, 26).

Şc. de 7 ani nr. 7. Cl. VI. Ghiţuleasa I. Dan (E: 1415, 18, 21, 25, 25, 29, 36, 37, 44, 53).

Şc. de 7 ani nr. 9. Cl. VII. Pantelimon Gh. (E: 1414—16, 18, 25, 26, 30, 32, 35, 36, 38, 41, 44, 51, 52).

Şc. de 7 ani nr. 10 „Tudor Vladimirescu". Cl. VI. Nicolaescu Vasile (E: 1414, 15, 18, 19, 21, 22, 25, 26, 29, 30, 32, 33, 35, 36, 38), Vasile Ion, (E: 1414, 17—19, 21—26, 29, 30, 32, 33, 35—39, 41). Cl. VII. Popa T. Mihail (E: 1399, 401, 11, 14, 15, 20, 28—32, 36, 39, 41—44, 47, 51, 53).

CUGIR (Hunedoara). **Ş.m. serală.** Cl. X. Dubleş Cornelia (3923, 34, 37, 61, 78, 80, 88, 4013). Cl. XI. Mureşan Gh. (3895, 98, 917, 23, 34—37, 57, 60, 63, 79, 4007).

CURTEA DE ARGEŞ. Cl. VII. Bărănescu M. Vasile (E: 1416, 26, 36, 37, 41—44, 48, 51, 52), Oprescu Alexandru (E: 1414, 16, 18,25, 41—44). Cl. IX. Manda T. Mihai (3899, 902, 06, 07, 17, 19, 26—28, 43, 45, 49, 74—76, 94, 4002). Cl. XI. Murăreci P. Nicolae (3856, 57, 59, 63, 64, 67, 68, 75, 92, 97, 902—04, 07, 10, 16, 17, 19, 22, 28, 29, 31, 43, 52), Voicescu Maria (3903, 04, 17, 28, 29, 43, 75, 76, 92, 94, 96, 97, 99, 4002), Zeveda A. Vleriu (3857, 59, 63, 64, 68, 75, 92, 97, 901—04, 16, 17, 19, 22, 28, 29, 31, 43, 52).

DĂRĂBANI (Suceava). Moga Ion (P).

DEJ. **Liceul Unic.** Cl. VIII. Lucaciu Mircea (E: 1397, 411, 14—16, 18, 22, 26, 30, 40—43, 50, 51), Nechira Grigore (E: 1418, 26, 40—42, 44, 47, 50), Schmoll Eugen (E: 1414, 16, 18, 19, 22, 25, 26, 30, 41—45, 47, 48, 50). Cl. X. Gavrilescu Liviu (3897, 903, 28, 29, 34, 37, 42, 62, 73, 78, 88, 4013), Szabo Carol (3928, 29, 34, 35, 37, 57, 60—63, 67, 72, 75, 4002, 09, 17).

DEVA. **Absolvent** Lazăr Ioan (3912—15, 17, 19, 28, 29, 31, 35, 37, 43, 62, 72—76, 94).

Ş.m. „Decebal". Cl. VIII. Răgălie Ştefan (E: 1415, 21, 24, 28—30, 36, 37).

Ş.m. „Petru Groza". Cl. V. Gîrboveanu Gina (E: 1414, 15, 21, 28—30, 36, 42, 47, 50, 51), Vasiu Rodica (E: 1414, 21, 28—30, 36, 42, 50), Vizireanu Eugenia (E: 1415, 28—30, 35,36, 42, 47, 49—51).

Şc. Pedagogică „I. A. Kamenski". Cl. VII. Aştefanei Georgeta (E: 1397, 98, 411, 12, 18, 42—45, 47).

DIŢEŞTI (Piteşti). **Şc. de 7 ani.** Cl. VI. Toader St. Gh. (E: 1397—402, 06, 08, 15, 30, 36—38, 42, 44, 45, 47, 50—52).

DOROHOI. **Ş.m. 1.** Cl. XI. **Stoica Maria** (3897—904, 06—08, 10, 16—19, 21—31, 33, 34, 36, 37, 40, 41, 43—45, 54, 60, 62, 63, 65—67, 69—71, 73—76, 80, 90, 92, 94—99, 4011).

DRĂGĂNEŞTI (Piteşti). Cl. IX. Stănescu I. Cicerone (3928, 31, 34, 43, 51, 72, 74, 76, 92, 4002, 12, 13, 23). Cl. X. Blidaru Ion (3921, 26, 28—31, 34, 37, 38, 43, 57, 60, 62, 88, 94, 4002, 13), Raicu Viorel (3900, 01, 03, 07, 16, 17, 22, 24, 72, 74—76, 88, 91—93, 95, 4002, 09, 10, 13).

FĂGET (Timişoara). Cl. VIII. Neagoe Petru (E: 1414—16, 18, 26, 32, 36, 43, 44, 50—52), Petrovici Nicolae (E: 1414—16, 18, 21, 32, 36, 50). Cl. XI. Capotescu Mircea (3899, 900, 04, 06, 07, 12, 15, 16, 21, 25, 26, 28—31, 83, 85, 92, 99, N), Costea Dumitru (3855, 56, 63, 97, 901, 03, 05, 16, 18, 21, 25, 26, 28—31, 43, 85, 88, 92, 94, 4002).

FĂGĂRAŞ. **Ş.m. 1.** Cl. XI. Dan Ioan (3872, 88, 97, 99, 903, 21, 29, 43, 54, 55, 60—62, 66).

FĂLTICENI. Ş.m. 1. Cl. X. Vargonici Alexandru (3924, 28, 29, 34, 35, 37, 60, 62, 74, 75, 78, 80, 4007, 09, 10, 12, 13).

FETEŞTI (Constanţa). Cl. VIII. Ghinescu A. Viorel (E: 1397, 98, 406, 08, 11, 15, 16, 18, 21, 26, 32, 35, 37, 39, 41, 43, 44, 47, 48, 50, 51).

FOCŞANI. **Ş.m. „Unirea".** Cl. VI. Perju C. Nicolae (E: 1415, 26, 30, 32, 36, 37, 41, 42, 44, 50—52). Cl. IX. Segal Zeilic (3803, 05, 09, 13, 24, 28, 30, 38, 39, 41). Cl. X. Grădeanu George (3897, 903, 28, 29, 34, 36, 37, 43, 52, 92, 94, 4013), Ledaru N. Mircea (3928, 75, 93, 94, 4002, 11—14), Mihăilescu Claudia (3929, 36, 37, 43, 52, 62, 94, 4012, 13, 24, 58), Năstase Aurel (3901, 03, 17, 21, 23, 26, 28, 29, 34, 36, 37, 43, 52, 60, 62, 64), Paraschiv V. Florin (3897, 98, 903, 17, 21, 26, 29, 34, 35, 37, 43, 51, 52, 60, 63—64, 66), **Popa Nicolae** (3925—31, 33—38, 40—42, 44, 46, 51, 52, 54, 56, 57, 59—68, 70—73, 75—81, 86, 90, 92—95, 98, 99, 4001, 02, 04, 05, 08—13).

GĂEŞTI (Piteşti). Cl. VIII. Burnel Toma (3803, E: 1355, 66—68, 72, 75, 78, 80, 86—89, 91—93, 95).

GALAŢI. **Student. Vidraşcu Traian** (3831—33, 35, 42—46, 49, 55, 56, 58, 60, 74, 79, 80, 88, 91, 97, 901, 02, 04, 06—08, 16—19, 22, 26, 28—33, 42, 45).

Ş.m. 1 „Vasile Alecsandri". Cl. XI. Muşat Sorin (3851, 61, 66, 68, 69, 71, 928—31, 40, 45, 50, 74, 92).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Grigore Elena (E: 1387, 88, 97, 401, 06, 10, 12, 18, 26, 29), Iacobovici Sorin (3803, E: 1384, 93, 403, 11, 14—16, 18, 36, 37), Toader Elena (E: 1414, 16, 18, 26, 29, 30, 32, 35, 36, 38, 41, 43, 44, 50, 52), Cl. X. Prodan Iuliu (3928, 29, 31, 35, 37, 42, 43, 57, 60—64, 67, 68, 73—76, 80, 81, 88, 94, 4001, 06, 08, 11—13).

Ş.m. 3. Dăscălescu Maria (3902, E: 1414—16, 18, 21, 25, 26, 29, 32, 33, 36—39). Cl. VIII serală. Petrache Ion (E: 1429, 30, 32, 35, 37, 38, 41, 42, 44, 45, 47, 48, 50, 52, 53). Cl. IX. Selingher Diana (3902, 07, 16, 17, 22, 26, 28, 31, 43, 74—76, 94, 4002, E: 1416), Tuchel Sanda (3933, 902, 16, 26—28, 31, 51, 72, 74—76, 94, 99, 4002). Cl. XI. Bejan Costel (3833, 55, 57, 61, 97, 98, 902—04, 16, 17, 29, 31, 92), Feldstein Dora (3897, 98, 901, 04, 08, 16, 18, 21, 25, 26, 28—33, 42, 43), Gheorghe Virginia (3855, 60, 69, 78, 79, 88, 97, 98, 902—04, 06, 08, 16, 21), Ghidalison Mia (3856, 58, 60—62, 66, 72, 77—81, 88, 93, 97, 98, 901—04, 07, 08, 16—18, 21, 22), Popoiu I. Const. (3855—57, 60, 61, 66, 72, 77—79, 82, 88, 93, 97, 98, 901—04, 08, 16, 17, 21, 22).

Lic. mil. „Mihai Viteazu". Cl. X. Gogulenco Anton (3928, 29, 34, 35, 37, 60—63, 78, 80, 81, 94, 4008—11, 13).

Şc. de 7 ani nr. 21 .Cl. VII. Mărăcineanu Maria (E: 1426, 29, 30, 32, 33, 36—38, 41, 43, 44, 50, 51), Pohride Teodor (E: 1418, 26, 30, 36, 37, 41, 42, 44, 47, 52).

GĂLĂŢENI (Bucureşti). Şc. de 7 ani Sf. Gheorghe. Cl. VI. Boernaşu Nicolae (E: 1429, 32, 34, 35, 37, 38, 40—45, 57—50, 52, 53), Bunea Aurica (E: 1429, 30, 35—37, 44, 45, 47, 49—53), Mahalagiu E. Petriţă (E: 1421, 30, 35—37, 42, 44, 45, 47—51, 53), Sorică Ioana (E: 1429, 30, 35—38, 42, 45, 49, 51—53), Cl. VII. Creţu Zamfira (E: 1429, 30, 32, 35—37, 42, 44—53), Crivăţ Maria (E: 1429, 30, 32, 35—38, 42, 44, 45, 47—53), Iliuţă G. Georgeta (E: 1429, 30, 32, 35—38, 42, 44—53), Ionescu Elena (E: 1429, 30, 32, 33, 35—38, 41—53), Soare Petre (E: 1429, 30, 32, 35—38, 41—52).

GHIRDOVENI (Ploeşti). Cl. VI. Matache Maria (E: 1366, 84, 86, 92, 401, 28, 35, 36, 51). Cl. VII. Dogaru St. Nicolae (3962, E: 1381, 88, 413—15, 18, 26, 41, 52, 53). Cl. VII. Dragomir I. Petre (E: 1313—15, 18, 41, 52, 53, 62, 84, 88, 96), Niţă D. Vasile (4011, E: 1381, 88, 89, 92, 96, 413, 14, 18, 25), Pană Teodor (3803, E: 1369, 73, 81, 84, 86, 88, 89, 92—95), Stănescu Teodora (3803, 962, E: 1365, 66, 69, 73, 88, 92—95, 98, 413).

GIURGIU. Ş.m. 1. Cl. XI. Lăzărescu Gh. (3847, 74, 97, 903, 05, 14, 21, 28, 29, 34—37).

GOGOŞARI (Giurgiu). Cl. VII. Stănescu St. Veronica (E: 1441—44, 47—53).

HAŢEG (Hunedoara). Cl. X. Băcălete Romulus (3897, 903, 05, 26, 28, 29, 31, 34, 37, 42, 62, 74, 88, 4009, 13).

HOREZU (Piteşti). Ş.m. „Alexandru Ioan Cuza". Cl. VIII. Albuică D. Ion (E: 1415, 16, 21, 26, 30, 36, 42—44, 50, 51), Andronache Georgeta (3803, E: 1388, 412, 15, 21, 43, 45, 48), Anghelescu T. Dumitru (E: 1418, 21, 28, 42—45), Antonie Dorina (3803, 05, E: 1386, 88, 93, 415, 21, 26, 28, 43, 44, 50), Armăşescu Jana (3803, E: 1411, 15, 18, 21, 41, 43—45, 50, 51), Bănacu C. Tiberiu (E: 1415, 18, 21, 24, 41—44, 50, 51), Belciu Veronica (3803, 4011, E: 1415, 18, 21, 41, 43—45, 50, 51), Cîrstea I. Antoaneta (3803, E: 1388, 415, 18, 21, 43—45, 48, 51), Cocioabă Antonia (3803, E: 1388, 415, 21, 28, 43—45, 48, 50, 51), Crăciunescu Loriana (3803, 4011, E: 1386—88, 93, 418, 21, 26, 43, 44, 50, 51), Diaconu I. Dumitru (4011, E: 1415, 18, 21, 28, 41—44, 50, 51), Dumbrăvescu D. Ion (E: 1415, 18, 21, 26, 28, 41—44, 50), Ghidei I. Dumitru (E: 1415, 18, 21, 26, 28, 41—44, 50, 51), Gîrban I. Const. (E: 1418, 21, 42, 44, 45, 48, 50, 51), Ilinescu I. Mihai (E: 1415, 18, 21, 26, 28, 41—44, 50), Jidoveanu I. Ileana (3803, E: 1388, 415, 18, 21, 43—45, 48), Mecu I. Alexandrina (3803, E: 1388, 418, 21, 43—45, 48, 51), Miu D. Elena (3803, 4011, E: 1415, 21, 28, 41—45, 50), Munteanu Veronica (3803, 4011, E: 1318, 21, 26, 44, 50—52, 86—88, 93), Orzan D. Dumitru (E: 1415, 18, 21, 28, 41—44, 50), Petrescu Gh. Traian (3994, E: 1415, 18, 21, 28, 43, 42, 50), Popescu M. Nicolae (E: 1415, 18, 21, 43, 44, 50), Secătureanu V. Verna (3805, E: 1388, 411, 15, 21, 42—45, 50), Smeu D. Martin (E: 1415, 18, 21, 26, 42, 43, 47, 50, 52), Soceanu V. Toma (3805, E: 1415, 18, 21, 41—45, 50, 51), Tudorică V. Petre (3994, E: 1415, 18, 21, 28, 42, 43, 50). Cl. X. Armăşescu I. Sorin (3897, 903, 17, 21, 28, 29, 31, 73, 74, 88, 92, 94, 4002, 13), Mugescu Mihai (3894, 903, 17, 21, 28, 39, 31, 73, 74, 88, 92, 94, 4002, 13), Tănăsescu T. Miron (3856, 83, 97, 903, 17, 26, 28, 29, 31, 51, 73, 74, 88, 94, 4002).

HUEDIN. Cl. VIII. Bîlc Eugen (E: 1397, 98, 400, 03, 06, 08, 14, 18, 19, 25, 30, 32, 36, 42—44, 47, 53), Goia Gavril (E: 1397, 98, 400, 01, 03, 08, 16, 18, 19, 21, 42—44, 47, 50, 53), Popşa Octavian (E: 1414—16, 18, 19, 21, 25, 26, 30, 32, 33, 36—38).

HUNEDOARA. Cuş Ioan (3902, 17, 26, 28, 31, 34, 35, 57, 60, 63, 67, 75, 76, 80, 4011, P), Gostian Carol (3914, 17, 23, 28, 34, 35, 60, 61, 63, 67, 75, 76, 80, 4012, 13).

HUŞI (Iaşi). Absolvent Dolteanu Temistocle (3897, 901—03, 06—10, 17, 18, 20, 21, 41, 45, 47, 49, 53, 54, 69—76, 84, 86, 88, 89, 91—96, 4002). Cl. VI. Bostan Const. (E: 1414, 15, 18, 19, 21, 25, 30, 31, 36—38, 44, 45, 47, 49—52). Cl. VIII. Gheorghiu Marioara (E: 1414—16, 18—20, 25, 26, 32, 36, 37). Cl. X. Bejan Gh. (3897, 901, 23, 28, 29, 37, 62, 78, 81, 92, 94, 4002, 09, 10, 12, 13), Pagu Marilena (3897, 903, 17, 25, 28, 29, 31, 32, 73, 74, 88, 92, 94, 95, 99, 4002). Cl. XI. Antohi Valentina (3928—31, 36, 43, 75, 76, 79—81, 92, 94, 96, 4002, 09, 10, 13), Stîngaciu Petru (3914, 17, 23, 28, 34, 35, 60, 61, 64, 67, 75, 76, 80, 4012, 13).

IAŞI. Student Stancu Mihai (Fac. Mat.-Fiz.) (3974—77, 92, 94—96, 98, 4002, 04, 08—11, 13).

Ş.m. 1 „Mihail Sadoveanu". Cl. X. Banacovski Ioan (3897, 903—05, 08, 14, 16, 23, 24, 28, 34, 35, 37, 59, 60, 62, 66). Cl. XI. Olănuţă Laurenţiu (3928, 29, 74, 4002, 14—19, 21, 23, 58).

Ş.m. 2. Cl. VI. Bercovici Carola (E: 1423, 25, 28, 36, 42, 44, 47, 48, 51—53).

Ş.m. 3 „Costache Negruzzi". Cl. VIII. Ganciu Teohari (E: 1414, 16, 18, 25, 26, 32, 36, 39, 41—44, 47,52), Moise Vasile (E: 1416, 18, 21, 24, 26, 38, 41, 52). Cl. XI. Caba Mihai (4897, 98, 901—03, 05, 07, 08, 10, 17, 25, 28, 29, 31, 36,43), Chiriţă Mihai (3857, 60, 62, 64—67, 97, 98, 901, 03, 05, 17, 26, 28, 30, 34, 36, 37, 43), Curpen Florin (3897, 98, 901—03, 07, 08, 10, 17, 22, 26, 28—31, 36, 49), Masgras Vasile (3855, 57, 58, 60, 63, 64, 67, 71—74, 10—12, 17, 21), Vasiliu Mihai (3897, 98, 901, 03—05, 08, 25, 26, 28, 29, 36, 94). 79, 88, 91, 93, 97, 98, 901—03, 06, 08, 25, 26, 28, 29, 36, 94).

Ş.m. 5. Cl. X. Dragoslav Iulian (3897, 901—03, 06, 10, 16—18, 21, 22, 25, 28, 29, 31, 43, 51, 54, 74, 83, 94, 99, 4002), Lovin Alexandru (3897, 901—03, 06, 10, 16, 22, 28, 31, 43, 47, 54, 74, 83, 99, 4002), Pavel Nicolae (3897, 901—03, 05, 06, 10, 16—18, 21, 22, 26, 28, 29, 31, 43, 51, 54, 73, 75, 76, 83, 94, 99).

Ş.m. 6 „Vasile Alecsandri". Cl. VII. Falic Denisa (E: 1414, 28, 25, 26, 36, 38, 41, 44, 51, 52).

LIPĂNEŞTI (Ploeşti). Şc. de 7 ani. Cl. VII. Ene Elena (E: 1400, 01, 03—16, 18, 19, 21, 22, 25, 26, 29, 30, 32—40).

LUGOJ. Ş.m. 1. Cl. VI. Brînda M. Rodica (E: 1419, 21, 23—25, 28, 30, 35, 38, 42, 44, 45, 51, 53), Popovici Cornel (E: 1397—99, 402, 06, 08, 10, 15, 18, 28—30, 35—37). Cl. VII. Popovici I. Mariana (E: 1414, 30, 32, 36, 39, 41, 44, 48, 50—52), Zegrea Marius (E: 1397—99, 401, 15, 29, 36, 37, 39). Cl. VIII. Boldea Bujor (4013, E: 1418, 26, 32, 36, 38, 39, 41, 47), Gangure Petre (3951, 57, 62, 63, 4013, E: 1430, 32, 35—38, 41—43, 47, 49—53). Cl. IX. Boldea Ioan (3914, 23, 24, 26—28, 31, 32, 34, 35, 38, 43, 45, 51, 57, 60—64, 67, 73—79, 81, 83, 85, 94, 99, 4001, 02, 08—13). Cl. X. Iorga Valeriu (3897—908, 10, 12, 16, 17, 19—23, 25, 26, 28—32, 34—38, 41, 43, 45, 50, 53, 54, 57, 60—67), Jurca Iulian (3860, 97, 901, 03, 11, 12, 16, 19, 24, 28, 29, 34—38, 43, 57, 60—65, 67, 86, 93, 96, 4012, 13), Sfetcu Ioan (3840, 46, 97, 99, 901—03, 06, 08, 10, 12, 16, 17, 19—23, 26, 28, 29, 31, 34—38, 43, 51, 57, 60—65, 67, 78, 80, 81, 4008—13). Cl. XI. Popa Doina (3897, 99, 901, 03, 06, 12, 15, 19, 21, 26, 29, 31—33, 42, 43, 53).

MORENI (Ploeşti). Cl. VIII. Jipa Gh. Constantin (3910, 14, 19, 31, 34, 35, 60, 62, 63, 67, 94, 4011, E: 1397—416, 18—21, 24—26, 28—30, 32, 35, 53), Şerbănescu N. Nicolae (E: 1400—03, 05, 06, 08, 10—13, 15, 16, 18, 19, 21, 24—26, 28, 29, 32, 34—40). Cl. XI. Tudor N. Gheorghe (3846, 53, 61, 921, 28, 29, 31, 43—45, 54, 73—75, 83, 85, 91, 92, 96, 99, P).

MURGENI (Iaşi). Cl. VIII. Bucătaru Dumitru (E: 1414—16, 18, 21, 30, 32, 36, 38, 41, 43, 44, 50, 52).

NĂSĂUD (Cluj). Ş.m. „George Coşbuc". Cl. VII. Zigelstain Izidor (E: 1397, 99, 400—03, 06—08, 10—12).

OCNA MUREŞ. Cl. XI. Lupaşcu Ecaterina (3898, 902, 03, 06—08, 11, 12, 17, 22).

ODOBEŞTI. Cl. VIII. Brusalis Teodor (3994, E: 1416, 26, 32, 33, 41, 43, 44), Morohoi Stelian (3994, E: 1416, 32, 41, 43, 44). Cl. IX. Păncescu Paul (3889, 97, 903, 10, 26, 28, 29, 31, 43, 74, 75, 85, 92, 94, 4002), Petrescu Adrian 3897, 903, 10, 16, 26, 29, 31, 43, 74—76, 88, 92, 94, 4013), Vlaicu Ion (3902, 10, 26, 28, 29, 43, 74, 75, 92, 94). Cl. X. Amartei Gabriel (3903, 28, 29, 37, 43, 61, 74, 75, 88, 92, 94, 4013), Benedict Anamaria (3897, 903, 07, 28, 29, 35, 74, 75, 88, 92, 94, 4013), Modogeanu Nicolae (3897, 901, 03, 05, 28, 29, 36, 37, 43, 62, 74, 75, 92, 94, 4013), Serghi Stela (3897, 901, 03, 10, 16, 26, 28, 29, 31, 43, 74, 88, 92, 94), Stricof Stelian (3897, 901, 03, 26, 28, 29, 31, 37, 43, 62, 74, 75, 92, 94, 4013). Cl. XI. Teliţă Paul (3897, 98, 903, 07, 28, 29, 36, 41, 66, 76, 92, 4012).

ORADEA. Ş.m. 1. Cl. VI. Borciu Sorin (E: 1411, 25, 29, 30, 36—38, 42, 44, 45). Cl. VIII. Dragomir T. Leonida (3943, 51, 92, 94, E: 1400, 01, 12, 15, 21, 32, 33,

35—39, 41—45, 47—52), Erdei Gavril (E: 1430, 35—38, 41—47, 51, 52).

Ş.m. 4. Cl. X. Bărbulescu Aurelia (3899, 903, 05, 10, 12, 16, 17, 21, 26, 28, 29, 31, 34, 37, 43, 42, 60, 62, 64, 74, 78, 94, 5009). Farcaş Irina (3899, 903, 05, 10, 12, 14, 17, 21, 24, 26, 29, 31, 34, 35, 37, 38, 42, 43, 60, 62, 64, 74, 75, 4009).

Şc. de 7 ani Săcădat (Oradea). Cl. VI. Gherghel Traian (E: 1397—99, 406, 08, 10, 15, 25, 28, 30, 35, 36), Negruţ Vasile (E: 1386, 97—99, 408, 10, 15, 25, 28, 30, 32, 36).

ORAŞUL STALIN. Ş.m. 1. Cl. IX. Andreescu Justin (P), Melinte Dionisie (3873, 901, 04, 19, 26—28, 32, 34, 35, 38, 49, 60, 74, 4002, 11—13). Cl. X. Savu Silvia (3926, 28, 29, 34, 35, 37, 38, 43, 54, 60—64, 67, 74). Cl. XI. Comes Tiberiu (3397, 903, 19, 25, 28, 29, 34, 36, 44, 54, 60, 75, 76, 94, 4002).

Ş.m. 3. Cl. VII. Veţeleanu Afrodita (E: 1414—16, 18, 21, 24—26, 29, 30).

Ş.m. 5. „Unirea". Cl. X. Feldioreanu Liviu (3897, 903, 08, 16, 21, 27—29, 31, 34—38).

Ş.m. 6 „Ştefan Gheorghiu". Cl. VIII. Beschea Cornelia (E: 1387, 98, 400, 02, 11, 14, 15, 18, 22, 28, 33, 35—38), Brătianu Mariana (3803, 969, E: 1387, 88, 98, 400, 02, 11, 15, 18, 22, 28, 32, 35—38), Cazan I. Gh. (E: 1397, 98, 400, 02, 06, 08, 11, 15, 16, 18, 21, 32, 33, 35—38), Comaniţă Lucia (E: 1387, 88, 98, 400, 02, 11, 15, 18, 22, 28, 33, 36—38), Grama Maria (E: 1398, 402, 08, 16, 18, 22, 26, 32, 33, 36, 38, 41, 43), Grovu Mihai (3906, 16, 28, 35, 94, 4013, E: 1441—43, 50, 52), Nicolau Ioan (E: 1398, 400, 03, 06, 08, 11, 16, 18, 19, 21, 22, 25, 26, 35, 51), Roşu Eugenia (3916, E: 1376, 93, 98, 402, 03, 11, 15, 18, 22, 26), Simionescu Cătălina (3919, 57, 67, E: 1404—06, 13, 18, 22, 26, 32, 33, 35, 38, 40), **Topliceanu Vasilica** (3802, 03, 05, 13, 19, E: 1373, 81, 83, 84, 86, 88, 89, 92—95, 97, 98, 400—04, 06, 08, 09, 11, 12, 14—16, 18, 21, 22, 25, 26), Voicu Cornelia (3803, 919, E: 1387, 98, 400, 02, 11, 14, 15, 18, 22, 28, 32, 33, 35—38), Vulpe Victor (3962, 67, 4008, 11, 13, E: 1398, 400, 02, 08, 10, 12, 15, 18, 22, 25, 26, 32, 33, 35—38, 41—45, 53). Cl. X. Brad Doina (3901, 03, 24, 28, 29, 35—38, 60—62, 67, 88), Ghiuriţan Mariana (3897, 902, 06—08, 16, 21, 27—29, 34—38), Grovu Maria (3897, 901, 03, 06, 08, 19, 23, 24, 29, 35—38, 60), Popescu Florica (3897, 903, 06—08, 16, 21, 27—29, 31, 34, 35, 37, 38), Simu Ioan (3897, 901, 03, 28, 29, 31, 34—36, 38, 60—62, 67). Cl. XI. Bălăteanu Dan (3899, 903, 08, 10, 17, 28, 29, 36, 37, 60—62, 64, 74, 75), Bălătescu Ovidiu (3897, 98, 903, 28, 29, 36, 63, 66, 74, 75), Bicher Iacob (3897—99, 902, 05, 10, 19, 26, 28, 29, 34, 36, 37, 43, 51), Bogoşan Marcela (3897—99, 903, 10, 28, 29, 35—37, 74, 75, 92, 94), Ilie Stela (3898, 99, 908, 10, 28, 29, 35—37, 60—62, 64, 94), Lefter A. (3897, 99, 903, 17, 19, 28, 29, 35—37, 43, 61, 64, 63, 66, 67, 94), Pincovici Ivan (3897, 99, 903, 23, 24, 28—31, 34—37, 60, 62), Popescu N. Nicolae (3897—99, 903, 08, 24, 28, 29, 34, 36, 37, 62, 66, 67), Roşca Ioan (3897—99, 903, 05, 10, 17, 19, 26, 28, 29, 34—36, 62), Rusu Mircea (3897, 99, 905, 17, 19, 28, 29, 36, 43, 63, 64, 74, 92, 94).

ORAVIŢA: Cl. X. Kindick Richard (3923, 34, 37, 57, 59—63, 67, 80—82, 4008—13), Sasu Ramiro (3923, 24, 34, 35, 37, 57, 60—63, 67, 80, 81, 4008—11, 13). Cl. XI. Incu Mircea (3825, 27, 28, 39, 40, 49, 51, 83, 914, 34—38, 60, 62, 66).

PANCIU: Wotkins George (3897, 903, 05, 14, 15, 17—22).

PETROŞANI: Cl. VII: Popescu Lucian (E: 1414, 15, 25, 36, 41, 42, 44, 45, 52, 53). Cl. X. Coşulski Mircea (3923, 34—38, 57, 59—64, 67, 80, 81).

PIATRA NEAMŢ: Ş.m. 2. Cl. XI. Trifan Ioana (3929, 31, 32, 34—38, 40, 49, 60, 62, 63, 65, 66).

PITEŞTI: Ş.m. 1 „Nicolae Bălcescu". Cl. VIII. Voicu C. Ioan (3897, 905, 28, 29, 74, 94, 4001, 02, E: 1430—33, 36, 39, 51, 68). Cl. IX. Chiva A. Petre (3798, 824, 902, 06, 07, 17, 26, 27, 34, 35, 38, 43, 49, 57, 60—62, 74, 75, 92, 94, 4002, 11, 12), Pătraşcu I. Gh. (3935, 43, 57, 60—62, 74, 76, 80, 81, 92, 94, 4009, 10, 12, 13). Cl. X. Adameşteanu Ion (3888, 91, 902, 12, 16, 19, 26, 28—31, 33, 45, 69, 72, 73, 75, 76, 92, 95), Enescu M. Radu (3928, 29, 31—35, 37, 57, 59—63, 65—68). Cl. XI. Anghelache Tudorică (3799, 801, 03, 05—08, 11, 13, 14, 17, 32, 42—44, 56, 60, 61, 69, 97, 901—03, 05, 28, 29, 31, 36, 43, 45), **Diţă N. Petre** (3798—909, 11—21, 24, 25, 32, 41, 44, 55—61, 64, 69, 71—74, 89), **Scarlat C. Nicolae** (3932, 36, 38, 40, 45, 53, 72, 73, 77, 79, 83, 91, 95, 4004, 10—12, 14, 15, 17—22, 24, 26—29, 31—35, 38, 40, 44—46, 50, 53, 57—59).

Ş.m. 3: Cl. IX. Joiţa Dan (3899, 907, 19, 28, 32, 55, 56, 68, 93, 4002), Oprea A. Victor (3906, 16, 17, 26—28, 31, 32, 34, 53, 73, 75).

PLOEŞTI: Cl. VII. Leonte I. Filip (E: 1414—18, 24—26, 32, 33). Cl. IX. Regină Petre (3926, 28, 38, 43, 49, 53, 60, 74, 75, 94, 4012—14, 17—19, 29). Cl. X. Apostol Nicolae (3897, 901, 03, 05, 17, 22, 26, 28, 29, 31, 33, 45, 51, 74—76, 92, 94, 4002), Berdan Radu (3897, 903, 17, 26, 28, 29, 31, 45, 51, 74—76, 94, 4002), Constantinescu Iosefina (3885, 902, 03, 28, 29, 31, 32, 43, 45, 51, 72, 74, 75, 92, 94, 4002), Drugea I. Gh. (3897, 901, 03, 07, 22,

26, 28, 29, 31—35, 37, 45, 51, 57, 60—63, 68, 78, 80, 81, 94, 4002), **Ene I. Traian** (3758, 817, 24, 61, 97, 901—03, 05, 10, 16, 17, 21, 22, 26, 28, 29, 31—35, 37, 45, 51, 57, 60—63, 68, 73—76, 78, 80, 81, 83, 92, 94, 4002, 10, 12, 23), **Gheorghiu A. Nicolae** (3870, 71, 77, 82, 83, 87, 89, 91, 925, 31—38, 43, 45, 73, 74, 76, 78, 80, 92, 94, 4002, 14—21, 23, 24, 26—36, 45, 53), Marinescu Alexandru (3910, 21, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 42, 43, 45, 51, 54, 72—76, 88, 92, 94, 99), Miu Ion (3798, 99, 803, 05, 08, 12, 19, 24, 33, 41, 42, 55, 88, 907, 09, 12, 17), Nicolaescu Mihaela (3809, 13, 17, 42, 44, 90, 97, 928, 45, 60), Pechiu Traian (3897, 901, 03, 05, 17, 22, 26, 28, 29, 31, 32, 45, 51, 73, 74, 76, 94), Patron Alexandru (3798, 99, 801—03, 05—07, 13, 44), Ştefan Zaharia (3803, 13, 19, 24, 42, 97, 903, 17, 28, 29, 31, 33, 45, 51). Cl. XI. **Ene P. Dumitru** (3897, 98, 900, 02—04, 06, 08, 11, 12, 14, 16, 17, 21—23, 25, 26, 28—34, 36, 37, 41—43, 45, 48, 50, 54, 57, 60—63, 65—68, P).

Ş.m. 2. „A. Toma". Cl. VIII. Georgescu Petre (E: 1397, 400, 03, 11, 15, 18, 20, 21, 26, 32, 36—38, 41, 44, 52), Liptac V. Florica (E: 1423, 27, 34, 40, 53). Cl. XI. Botezatu Zoe (3926, 28, 29—31, 34, 36, 71, 73—76, 4002).

Ş.m. 3 „Mihai Viteazul". Cl. VIII. Stăvaru Cristina (3888, 906, 51, 94, E: 1416, 18, 21, 26, 32, 36, 38, 41—44, 47, 50, 52). Cl. IX. Andronescu Laurenţiu (3855, 89, 90, 912, 16, 26, 28, 43, 45, 74—76, 84, 92, 4002), Bursuc Emilia (3855, 88—90, 912, 16, 28, 43, 45, 48, 74—76, 84, 92, 94, 4002), Florescu A. Mihai (3855, 90, 912, 16, 26—28, 43, 45, 49, 51, 74—76, 89, 92, 94, 4002), Ionescu Mariana (3855, 76, 911, 12, 26, 28, 43, 45, 49, 51, 60, 62, 74, 75, 84, 92, 94, 4002), Mociorniţă Georgel (3855, 926, 28, 31, 32, 43, 49, 73—76, 92, 94, 4002, 11), Nicolae Maria (3912, 26, 28, 43, 45, 49, 50, 52, 74, 75, 84, 92, 94, 4002, 11), Onoiu Const. (3926, 28, 43, 45, 49, 74—76, 92, 94), Racoţi Octavia (3855, 90, 916, 26, 28, 45, 74—76, 84, 92, 94, 4002, 11), Sandu Gh. 3926, 28, 31, 32, 43, 45, 49, 74, 75, 4002), Stoica Dan (3855, 90, 926, 29, 45, 49, 60, 73—75, 99, 4002, 11). Cl. X. Manolache Daniela (3892, 94, 97, 916, 26, 28, 29, 43, 49, 74, 75, 84, 4002, 11), Negrea Ştefan (3897, 901, 03, 17, 19, 25, 26, 28, 29, 31, 43, 73, 75, 76, 85, 94, 4002), Pampu Virginia (3803, 05, 21, 64, 903, 07, 28, 29, 34, 37, 51, 4011).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Grecu Letiţia (E: 1416, 18, 26, 32, 39, 41, 43, 44, 48, 51), Moraru Vasile (E: 1414, 25, 30, 42—45, 50, 52).

Ş.m. 6. Cl. XI. **Ghiţulescu Adrian** (3932, 34—37, 60—67, 72—75, 79, 80, 99, 4007—15, 17—24, 27—31, 55—57, 59, 60).

PREDEAL: Cl. VI. Ioniţă I. Maria (E: 1406—11, 14, 15, 18, 19, 21, 24, 25).

PUCIOASA (Ploeşti): Cl. VIII. Doda Gh. (4017, 18, 32, 33, 36, 41, 43, 44, 47, 48, 50—52, 63), Manea V. Ilie (3858, 88, 99, 902, 06, 07, 28, 31, 32, 38, 43, 53, 62, 63, 67, E: 1397—408, 10—17, 19, 21, 22, 24—26, 30—40). Cl. IX. Longin Şerban (3899, 902, 06, 07, 14, 16, 17, 19, 22, 23, 26, 28, 31, 37, 43, 53, 60, 63, 67, 74—76, 92, 4012, 13), **Radu A. Gh.** (3899, 902, 06, 07, 10, 12, 16, 17, 19, 23, 26—28, 31, 32, 34, 35, 38, 43, 45, 48, 50, 53, 57, 60—65, 67—69, 72—77, 83, 85, 92, 93, 99, 402, 10—13), Savu D. Mihai (3899, 06, 07, 16, 17, 19, 28, 31, 32, 38, 45, 53, 63, 67). Cl. X. Ionescu I. Ion (3861, 99, 906, 07, 13, 14, 17, 19, 22, 23, 28, 32, 34, 35, 37, 40, 43, 45, 53, 60, 62, 63, 67, 75, 77, 88, 92, 4011, 12, 17), **Năstăsescu Const.** (3857, 907, 25—45, 47—56, 59—84), **Niţă Constantin** (3899, 910, 25—29, 31, 33—38, 43—45, 48—54, 57, 60—69, 73—78, 80—87, 92—95, 99, 4001, 02, 09—11), Popa Const. (3903, 28, 29, 36, 43, 74, 83, 84, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 18, 21, 46, 53), **Popescu S. Gh.** (3861, 88, 89, 902, 06, 07, 14, 17, 19, 22, 23, 28, 29, 31, 32, 34—37, 43, 53, 60, 62, 63, 67, 75—78, 81, 88, 92, 4009—15, 17—19, 21, 40, 45).

REŞIŢA: Cl. IX. Anonim (3928, 30, 31, 34, 37, 38, 43, 57, 60—64, 66—68). Cl. X. Boiangiu A. Corneliu (3832, 58, 97, 903, 06, 11, 12, 17, 22), Niţă Constantin (3897, 929, 74, 94, 4014, 21, 28, 40, 54), Cl. XI. Cuna Cornel (3926—32, 34—37, 40, 60, 62, 63, 67), **Perianu Dan** (3859, 72, 78, 80, 83, 89, 92, 98, 925—38, 40—48, 51—54, 56—70, 73—76, 85, 88—94, 96, 97, 99—4002, 04, 06—13).

Ş.m. Anina: Cl. XI. Gruescu Constantin (3897, 903, 17, 21, 25, 28, 29, 34—38, 43, 57, 60—65, 66, 68, 74, 77, 78, 80, 81, 94, 4009, 10, 12, 13).

RIMNICUL VILCII: **Ş.m. „Nicolae Bălcescu"**, Cl. X. Fărtat C. Radu (3855, 61, 69, 72—77, 83, 85), Ilie A. Dumitru (3841, 43, 48, 57—61, 88, 93, 903, 12, 17, 19, 43), **On V. Ion** (3925—29, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 43—45, 48, 50, 51, 53, 57, 60—64, 72—76, 78, 80, 81, 83, 85, 88, 91, 92, 94—96, 99, 4002, 09, 13), Poşircă M. Ion (3841, 43—48, 58—61, 63, 88, 92, 97, 99, 903, 12, 16, 17, 19, 28, 29, 43). Cl. XI. **Apostoliu A. Victor** (3844—46, 53—57, 59, 60, 97—99, 903—05, 08, 10, 17, 18, 26929, 31, 32, 34, 37, 49, 54, 60—63, 66, 75, 4010).

Ş.m. „Vasile Roaită": Cl. XI. Dimitriu I. Grigore (3928, 34—37, 60—62, 64—66, 71, 78—81, 4014, 15).

ROŞIORII DE VEDE: **Absolvent Nelu Iosif** (3841, 48, 928, 29, 31, 36, 72, P).

Ş.m. „Tudor Vladimirescu": Cl. VIII. Nebunescu I. Al. (3994, E: 1411, 17, 25, 29, 30, 32, 33, 36, 38, 41—44, 48, 51, 52).

RUPEA (Stalin): Ş.m. „Ştefan O. Iosif". Cl. IX. Lazea Ioan (3902, 07, 16, 26—28, 31, 32, 74—76, 92, 94, 4002).

SATU MARE: Cl. VIII. Apşan Liliana (E: 1397, 98, 401, 08, 11, 12, 32, 36), Blaga Rodica (E: 1397, 98, 401, 08, 11, 12, 32, 36), Bologa Octavian (E: 1398, 400, 01, 08, 10, 11, 13, 16, 18, 25, 32, 36, 38), Lichtman Maria (E: 1397, 98, 403, 06, 08, 12, 16, 26, 32, 36), Lini Edelkraut (E: 1397, 98, 400, 01, 03, 04, 06, 08, 11, 12, 14, 15, 18, 25, 29, 32, 33, 36, 37, 41—44, 47, 48, 50—52), Müller Maria (E: 1397, 403, 12, 13, 16, 18, 26, 30, 32, 36), Zelikovits Hedwiga (E: 1397, 98, 401, 08, 12, 18, 32, 36).

SF. GHEORGHE: Cl. V. Finichiu Bogdan (E: 1414, 15, 21, 22, 29, 30, 35, 36).

SIBIU: Absolventă Berezescu Maria (3925—31, 41, 46, 47, 50, 51, 54, 71, 74—76, 88, 4002).

Ş.m. 1 „Gheorghe Lazăr". Cl. VI. Bucur Delia (E: 1401, 14, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 28—30, 35—38).

Ş.m. 3 „Gheorghe Coşbuc. Cl. VIII. Birleanu Luminiţa (E: 1414—16, 18, 19, 21, 25, 26, 32, 36, 39), Codreanu Ruxandra (E: 1416, 19, 26, 32, 40). Cl. X. Sigmireanu Gabriela (3912, 17, 21, 25, 28, 29, 42, 69, 72, 74—76, 86, 97, 900, 01). Cl. XI. Craioveanu Mircea (3855, 56, 60, 61, 63, 69—71, 73, 79, 88, 93, 97, 99—905, 17, 12, 16—22, 25—33, 43—45, 50—52, 54).

Şc. de 7 ani nr. 9: Cl. VII. Bobiţă Lucia (E: 1414, 15, 21, 25, 28, 36, 44, 48, 51), Bota Monica (E: 1414, 15, 21, 25, 28, 30, 36, 44, 48, 51, 52), Creţu Silviu (E: 1416, 26, 29, 36, 37, 41, 43, 44, 47, 51), Ionescu Mircea (E: 1414, 15, 18, 32, 33, 36, 37, 41, 44, 52), Tăpălagă Vasile (E: 1416, 26, 28, 30, 36—38, 41, 42, 44, 52).

Şc. de 7 ani nr. 13: Cl. V. Nicoară Ioan (E: 1415, 29, 30, 32, 36, 37, 42, 44—51). Cl. VII. Dordea Gh. (E: 1381, 84, 86—89, 91—95, 97—401, 03, 06—09, 12, 15, 16, 18, 21, 25).

SIGHIŞOARA: Absolvent Sîrbu M. Aristide (3903, 06, 07, 19, 25, 29, 43, 53, 74, 92, 94, 4002).

Ş.m. 1: Cl. VII. Floca Margareta (E: 1415, 18, 19, 22, 29, 30, 36, 37, 41—44, 47, 51, 52), Răducan Dorina (3953, E: 1429, 30, 35—37, 41—44, 50, 51, 53). Cl. VIII. Mîrza Liviu (3803, 32, E: 1384, 87, 88, 90, 92, 93, 97, 98, 400, 01, 03, 06, 08, 11, 14—16, 18, 21, 25, 26), Tudoran Minodora (3803, E: 1364, 87, 88, 95, 97, 98, 401, 03, 06, 11, 16, 18, 26, 32, 36, 38). Cl. IX. Mola Georgeta (3923, 34, 35, 38, 57, 61, 63, 64, 77, 80, 81, 4008, 10, 13). Cl. X. Ciulei Mircea (3902, 12, 14, 20, 24—26, 51, 73, 78, 83, 88, 94, 4002, 08, 12, 13), Popescu Gabriel (3897, 910, 12, 14, 22—25, 28, 29, 34, 35, 37, 38, 43, 51, 57, 60, 62—64, 67, 68, 78, 80, 88, 4008, 12, 13). Cl. XI. Costea Doina (3898, 900, 02, 04, 07, 08, 12, 16, 23, 24, 28, 29, 34—36, 38).

Ş.m. 2: Cl. X. Dieter Engelbert (3925, 28, 30, 42, 43, 51, 63, 75, 78, 81, 94, 4009, 10—13). Cl. XI. Lang Hugo (3917, 19, 24—31, 40, 43, 52, 54, 72, 74, 75, 94, 96), Schotsch Walter (3864, 78, 80, 83, 98, 903, 08, 17, 28, 29, 34, 35, 41, 54, 75, 76).

SINAIA: Ş.m. 1 „George Enescu". Cl. X. Tănase D. Mihai (3806, 08, 13, 16, 17, 21, 30, 31, 33, 37, 41, 45, 46, 49, 55, 56, 61, 69, 77, 90, 97, 99, 902, 03). Cl. XI. Sava Radu (3897, 98, 901, 03, 08, 19, 21, 25, 26, 28, 29, 31, 43, 54).

SINNICOLAUL MARE: Cl. X. Avrigeanu Valentin (3929, 31, 44, 73—75, 94, 96).

SLATINA (Piteşti): Ş.m. „Tudor Vladimirescu". Cl. VII. Popescu Tiberiu (E: 1416, 18, 26, 33, 36, 39, 40, 44, 48, 51). Cl. X. Popescu Mircea (3803, 48, 55, 83, 88, 97, 928, 29, 31, 34, 37, 43, 51, 60, 64, 73, 74, 94, 4002, 13), Vîlcu F. Ilie (3897, 903, 48, 28, 29, 34, 37, 43, 49, 54, 60, 62, 64). Cl. XI. Boşoagă Ileana (3855, 97, 903, 16, 17, 07, 27, 29, 31), Chiostea Gh. Mircea (3873, 97, 59, 79, 63, 69, 901, 03, 04, 07, 10, 16, 19, 31, 32, 36, 43, 28, 29, 94), Florescu I. Vasile (3803, 06, 55, 58, 97, 901, 03, 04, 06, 07, 10, 12, 16, 17, 19, 21, 22, 62, 60, 36, 37, 94, 92, 74, 73, 71, 69, 43, 31).

ŞTEFANEŞTI (Piteşti): Cl. VIII. Liptac V. Florica (E: 1417, 28, 33, 35—39, 41, 46, 52).

STREHAIA (Craiova): Cl. VIII. Ancuţescu Elisabeta (E: 1414—18, 22, 24, 26), Dănciulescu I. Gh. (3943, E: 1428—32, 34—36, 40), Drăgoi Olguţa (E: 1414—20, 22, 24, 26), Fianu Virgil (E: 1415—20, 22, 24, 26), Ionescu Lucia (E: 1414—18, 22, 24, 26), Nicola V. Petre (E: 1414—17, 19, 20, 22, 24, 26, 28—30, 32—36, 40, 51), Popescu M. Gh. (3943, E: 1328, 30, 32, 34—36, 40, 43).

SUCEAVA: Absolvent Bortă Gh. Dan (3841, 47, 48, 54, 55, 60, 78—80, 97, 98, 901, 03, 04, 07, 08, 19, 25—32, 34—37, 40—46, 54, 60).

Ş.m. 1: Cl. XI. Socoliuc Gh. (3841, 43, 46, 98, 903, 41, 63), Wittner Werner (3897, 903, 04, 08, 16, 26, 28, 29, 31, 74, 92).

TECUCI: Ş.m. 2. Cl. VI. Marian Ştefania (E: 1414, 15, 18, 21, 25, 30, 35, 36, 42, 44, 45, 50, 51). Cl. VII. Ecea Gh. (E: 1414, 15, 18, 21, 25, 30, 35, 36, 42, 44, 45, 50, 51).

Şc. de 7 ani Nărteşti: Cl. VII. Maxim Vasilica (E: 1415, 16, 18, 21, 25, 26, 29,

32, 36, 37, 40, 44, 51), Năstase V. Ion (E: 1414, 18, 29, 41—44, 48—51, 53), Popa Viorica (E: 1414, 18, 29, 40—44, 48—51, 53), Vițu V. Aurel (E: 1429, 32, 37, 41—44, 48—51, 53).

TIMIȘOARA: Ș.m. 1. Cl. X. **Hiriș Viorel** (3925, 26, 28, 29, 31—35, 37, 42, 43, 45, 57, 60—64, 71—78, 88, 92—95, 4002, 09, 11—15, 17—24, 26, 28, 29, 31—36, 39, 40, 42, 45, 50, 60).

Ș.m. 2 „Nikolaus Lenau": Cl. VIII. Amberg Iuliu (4011, 13, E: 1432, 33, 36, 38, 41—44, 46—48, 50—52), Barta Robert (E: 1414, 15, 18, 21, 25, 26, 32, 41—44, 47, 48, 50—52), Basch Heintz (E: 1414—16, 18, 19, 21, 25, 32, 36, 37, 41, 42, 44, 47, 50), Baumstarck Helene (3943, 94, E: 1416, 18, 32, 33, 42—45, 47, 50, 51), Sala Codruța (E: 1414—16, 18, 19, 21, 36, 37, 42—45, 47, 50, 52). Cl. X. Berg Fritz (3897, 903, 07, 08, 16, 28, 29, 42, 51, 74, 88, 92, 94, 4002), Blum Herta (3897, 903, 07, 08, 16, 19, 28, 29, 31, 42, 74, 76, 88, 92, 94, 4002), Bohn Erich (3897, 903, 07, 08, 21, 26, 28—33, 75, 76, 4002), Dengl Günther (3897, 903, 07, 08, 16, 19, 26—29, 31, 42, 74, 76, 88, 92, 94, 4002), Höckl Franz (3897, 903, 16, 17, 19, 26, 28, 29, 31, 32, 42, 74, 76, 88, 93, 94, 4002), Lindacher Horst (3897, 903, 07, 08, 16, 17, 19, 28, 29, 31, 42, 74, 76, 88, 92, 94, 4002).

Ș.m. 5: Cl. VIII. Costi Ioan (E: 1414—16, 18, 26, 30, 32, 36, 41—44, 47, 50, 52), Grosz Eva (E: 1414—16, 18, 19, 21, 26, 32, 36, 39, 41, 43, 44, 47, 50), **Lustig Gh.** (3813, 21, 908, 12, 17, 19, 22, 26, 28, 31, 34, 43, 49, 51, 54, 62, 63, 67, 74, 94, 97, 99, 4002, E: 1414—16, 18—21, 25, 26, 29—33, 35—39, 41, 42, 44—46, 48—52), Popazu Florian (E: 1414, 18, 26, 30, 32, 36, 41—43, 47, 48, 52). Cl. X. Grosz Robert (3858, 61, 71, 83, 88, 97, 901—03, 06—08, 12, 14, 17, 19, 22—24), Popovici Volker (3858, 61, 71, 83, 88, 97, 901, 03, 06—08, 10, 14, 16, 17, 19, 22, 24).

Ș.m. 7: Cl. VI. Klein Gabriel (E: 1414, 15, 19, 21, 25, 30, 37, 42—44). Cl. VIII. Andru Dorina (E: 1406, 13, 15, 16, 19, 21, 25, 26, 32, 36, 37, 39—44, 50, 52). Cl. XI. Rösner Gh. (3897, 903, 04, 17, 28, 29, 43, 48, 74, 924, 37, 62, 65, 4007, 13), Solomon Vera (3897, 903, 04, 17, 24, 28, 29, 37, 43, 48, 62, 65, 73, 74, 4007, 13), Spitzer Marta (3897, 903, 04, 17, 24, 28, 29, 37, 43, 48, 62, 65, 73, 74, 4007, 13).

TÎRGOVIȘTE: Ș.m. 2. Cl. X. Drăgan Maria (3888, 97, 903, 25, 28, 29, 31, 42, 43, 51, 74, 75, 92), Zaharia M. Adina (3897, 901, 03, 08, 10, 12, 17, 20, 22, 29, 43, 74, 94, 4002). Cl. XI. Marinescu Anton (3928, 29, 31, 71, 74, 83, 94, 4014, 15, 17—19, 21, 28, 31), Stănciulescu G. M. (3874, 88, 97, 903, 05, 28—31, 36, 37, 62—67), Tănase I. Eugen (3806, 13, 25, 28, 29, 47, 48, 84, 923, 24).

Ș.m. 3: Cl. X. Brezeanu Florin (3806, 07, 12, 13, 16, 17, 21, 24, 41, 42, 60, 88). Cl. XI. Trifan Aurel (3915, 17—19, 21, 26, 29, 31, 32, 36, 37, 40, 41, 61—64, 66, 71, 74, 75, 78, 79, 83, 4012, 13).

TÎRGU-JIU: Ș.m. 2 „Tudor Vladimirescu". Cl. V. Bănică Marian (E: 1414, 15, 21, 28—30, 35—37, 51). Cl. VIII. **Calistrate D. Ion** (3839, 63, 89, 974, 75, E: 1404, 09, 14, 28, 32, 33, 35—39, 41—44, 47, 49—52, 57, 60, 61, 63, 64, 66—68, 71). Cl. IX. Demetrescu Rodica (3897—99, 902—04, 16, 26—28, 30, 31, 38, 49), Stamate Laurian (3914, 16, 17, 43, 76, 83, 94). Cl. X. Anghel C. Nicolae (3839, 41, 42, 44—49, 51, 52, 80, 97, 903, 14, 21, 23—25, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 42, 43, 49, 57, 60, 61), Hotărăscu Dan (3844—52, 58, 80, 88, 97, 903, 14, 21, 23—25, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 42, 43, 49, 57, 60, 61).

TÎRGU MUREȘ: Ș.m. „Papiu Ilarian". Cl. VI. Simovici Melita (E: 1397, 98, 400—02, 06—10), Stratan Valentin (E: 1414, 15, 21, 29, 36, 37, 42, 44, 49, 51). Cl. VIII. Doți Leontina (3943, E: 1411, 15, 16, 18, 26, 32, 33, 37, 49, 50, 52). Cl. XI. Kacso Francisc (3841—44, 55, 57, 60, 79, 89, 92—99, 903, 05—08, 17, 21, P).

TÎRGU NEAMȚ: Cl. VIII. Schärf Wolf (E: 1381, 84, 86—90, 93—98, 401, 08).

TÎRNAVENI (Stalin): **Absolvent Creangă Antonie** (3925, 28—32, 34—37, 43, 45, 51, 57, 60, 62—67, 71, 73—77, 79, 80, 82, 94, 4002, 08, 11—15, 17—19, 21, 22, 27—29, 31, 34, 35).

TRUSEȘTI (Suceava): Cl. VIII. Odrica Iacob (E: 1397—400, 03, 16, 18, 26, 41, 42, 44, 47, 51, 67, 68). Cl. XI. Melinte Mihai (3929, 34, 60, 63, 76, 94, 4012, 13), Noroc Ioan (3928, 34, 35, 60, 75, 76, 94, 4001, 12, 13, 17). Cl. X. Silion Gh. Dumitru (3903, 28, 29, 34, 57, 60, 63, 76, 78, 81, 4013, 14, 21). Cl. XI. Popovici Mihai (3902, 14, 23, 28, 29, 34—36, 57, 60, 63, 76, 78, 80, 81, 4012, 13).

TULCEA: Cl. XI. **Grădinaru Nicolae** (3855—62, 64—71, 73—75, 77—80, 82—89, 92—900, 02—04, 06—08, 11, 12, 15—19, 21—43, 45, 46, 52, 54, 56, 57, 59—81, 83, 85, 89—4002, 04, 07—13).

TURDA: Ș.m. „Mihai Viteazu". Cl. VIII. Apostol Adrian (E: 1414, 18, 25, 26, 32, 36, 38, 43, 47, 51), Filip Maria (3963, E: 1414—16, 18, 24—26, 36, 37), Kovrig Magdalena (3963, E: 1414—16, 18, 19, 24, 26, 36—38), Moldovan Florin (E: 1414, 15, 18, 21, 25, 26, 33, 37, 47, 51, 52), Păcuraru Liana (3963, E: 1432, 33, 41—44, 47, 49, 50, 52), Popa Octavian (E: 1415—18, 26, 32, 36, 39, 43, 44, 51), Radu Emil (E: 1418, 26,

32, 36, 37, 41, 43, 44, 47, 49, 52), Ştefănic Ioan (E: 1415, 18, 19, 21, 26, 32, 36, 42—44, 47, 50, 52), Zaiu Ioan (E: 1415, 18, 19, 21, 26, 32, 36, 42—44, 47, 50, 52). Cl. IX. Olar Iacob (3934, 35, 38, 57, 60, 61, 64, 67, 80, 81, 4008, 10, 11). Cl. X. Pop Valer (3934, 35, 37, 38, 57, 60—64, 67, 77, 78, 80, 81, 4008—10, 12, 13).

TURNU MĂGURELE. Cl. VII. Chelu St. Pandele (E: 1398, 401, 10, 14, 15, 21, 25, 29, 33, 37).

TURNU SEVERIN. Ş.m. 1 „Traian". Cl. VIII. Ogrăşanu Olguţa (E: 1415, 16, 18, 19, 21, 25, 26). Cl. IX. Guiu N. (3927, 28, 31, 34, 35, 57, 60, 61, 67, 74, 75, 81, 92, 4002, 11—13). Cl. XI. Roată Radu (3841, 43, 44, 48, 60, 82, 97, 903, 04, 08, 21, 23, 24, 26, 28—31, 34, 35, 37, 43, 54, 60—64, 67, 71, 74, 76, 80, 94, 4011—13).

TUZLA (Constanţa). Cl. VI. Panţuru Dumitru (E: 1436, 37, 44, 45, 47, 50—52, 57), Popa Petre (E: 1436, 37, 42, 44, 45, 47, 48, 50, 52, 57). Cl. VII. Totoiu Anişoara (E: 1436, 41, 42, 44, 45, 48, 50—52, 57).

ŢĂNDĂREI (Constanţa). Cl. VII. Pană Petru (E: 1397, 98, 401, 03, 18, 26, 28—30, 32, 33, 36, 37, 39, 41, 44, 47, 48, 50, 51, 57).

URLAŢI (Ploeşti). Cl. VI. Mihalache Maria (E: 1429, 30, 32, 35—38, 42, 44, 45, 47, 49—53).

VASLUI. Ş.m. „Ştefan-cel-Mare". Cl. XI. Roşca Dumitru (3928, 29, 34, 36, 37, 60, 62, 71, 76, 80, 4007, 08, 10—13).

VEDEA (Piteşti). Şc. de 7 ani Bărăşti. Cl. VII. Fotescu M. Marin (3802, 03, 05, 09, 16, 28, 29, 48, 74, 94, 97, 903, 4001, 02, E: 1355, 58, 62, 64—70, 74—81, 84—89, 91—404, 06, 08, 11, 12, 18, 26, 30—33, 36, 39, 41, 42, 44, 48, 51, 68, 71).

VIDRA (Galaţi). Cl. XI. Dochiţoiu Const. (3897, 99, 901, 03, 04, 06, 12, 16—19, 21, 22), Dorobăţ Nicolae (3003, 05, 07, 13, 21, 55, 97, 902—04, 12, 16—18, 29).

ZALĂU (Cluj). Şc. de 7 ani Rominaş. Cl. VI. Elec T. Maria (E: 1414, 15, 19, 21, 23, 25, 42—44, 47, 50—53).

* * *

Pînă la 1 aprilie 1960 s-au mai primit soluţii bune la problemele propuse în G.M.F.-B nr. 12 din 1959 şi nr. 1—3 din 1960, după cum urmează:

ABRUD (Cluj). Ş.m. „Horia, Cloşca şi Crişan". Cl. XI. Burz Vasile (3925, 28, 31, 51, 92, 94, 4014, 15, 17—19, 21 ,28, 34, 36, 53, 63, 64), Ursu Moise (3925, 28, 29, 92, 94, 4014, 15, 17—19, 21, 28, 52).

ADJUD. Învăţător Moldoveanu Leonida (3971, 73, 4014, 15, 17—20, 22—24, 29, 31, 33, 34). Cl. X. Băluţă Gh. (3971, 76, 81, 88, 90, 92, 94, 4002, 08—26, 40, 42, 45, 47, 50, 51, 53, 54, 60, 97).

AFUMAŢI (Bucureşti). Cl. X. Camburu Cristache (3928, 29, 31, 32, 34, 37, 43, 51, 60, 64, 72, 74, 92, 94, 4009, 12—15, 17—19, 21—24, 28, 29, 40, 45, 51, 64).

ALBA IULIA. Cl. VIII. Săbăduş Petre (4011, 13, 39, 57, E: 1441, 43, 44, 54, 65, 71).

ALEXANDRIA. Absolvent Drăgănescu M. Aurelian (3928, 29, 41, 74—76, 4014, 15, 17, 20, 21, 28, 67, 70—72).

ANINA. Cl. XI. Gruescu Constantin (3926, 79, 4002, 07, 17, 18, 20, 28, 31, 32, 35, 39, 55—57), Ingl Felix (3974—76, 94, 4002, 10, 12—15, 17, 18, 20, 21, 23, 24, 26—29, 32, 45, 56, 57, 60, 67, 68, 71, 72, 78, 79, 82, 85, 92).

ARAD. Ş.m. 3. „Ion Slavici". Cl. IX. Malcoci Andrei (3957, 60, 61, 63, 64, 67, 4002, 09, 11, 13), Puia Doru (3928, 45, 61, 83, 94, 99, 4012, 13, 39, 41). Cl. X. Macovei Rodica (3975, 78, 99 ,4002, 09, 13, 16—18, 21, 22, 24, 28, 32), Popeţiu Dorina (3928, 29, 49, 73, 75, 76, 94, 4002, 14—22, 26, 28—33), Varşendanu Ioan (4015, 17—20, 22, 26, 27, 32, 63, 68, 88). Cl. XI. Jurcă Virgil (3974, 4014, 15, 17—21, 28, 33, 66, 72), Klein L. (3925, 28—31, 42, 74—76, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 18), Slimac Stere (3972, 74, 75, 79, 4014—21, 26, 28), Weisz Gavril (3972, 74, 76, 4014, 15, 17—21, 28).

Ş.m. 2. „Olga Bancic". Cl. VIII. Holländer Maria (4017, E: 1441—43, 47, 68, 73, 75, 78, 81). Cl. IX. Tiriac Luciana (3932, 75, 81, 4011, 14, 15, 17, 18, 22, 54).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Vaşar Traian (4017, 39, E: 1454, 55, 58, 63—68, 71). Cl. X. Matei Cornel (3972, 76, 94, 4014—17, 19—21, 24). Cl. XI. Stern Toma (4014, 21, 27, 28, 38, 42, 46).

AZUGA (Ploeşti). Cl. V. Puşcariu Mariana (E: 1442, 44, 45, 51, 57, 68, 72, 73, 76, 81). Cl. VII. Birău Constantin (E: 1441, 44, 45, 48, 51, 52, 57, 67—71, 73, 75, 76, 81), Rohai Rita (E: 1441, 42, 44, 45, 51, 52, 57, 62, 68, 71—76, 81).

BABADAG. Şc. de 7 ani „N. Bălcescu". Cl. VI. Vîrză M. G. (E: 1385, 86, 93, 94, 96, 402, 14, 18, 32).

Ş.m. „Vasile Pîrvan". Cl. VII. Bîzbănel Gh. (E: 1386, 89, 92, 93, 402, 12, 14, 32, 40, 64). Cl. VIII. Jora S. Boris (3963, 92, 94, 4017, E: 1029, 32, 35—38, 41, 43—47, 50, 52, 53, 58, 66—68, 70).

BACĂU. Ş.m. „G. Bacovia". Cl. X. Dabu Răzvan (3928, 31—35, 37, 43, 57, 60—64, 67), Kloetzer Eugen (3974, 76, 81, 94, 4011, 14, 15, 17—21, 23, 24, 28, 32, 36, 39), Moraru Petru (3923, 34, 35, 37, 57, 60—63, 67). Cl. XI. Lupu Dan (4018, 20, 22—24, 31, 65—70, 72).

Ş.m. 2 „Vasile Alecsandri" .Cl. VIII. Vlad Constantin (3803, 05, 06, 08, 943, 63, 51, 62, E: 1388, 91, 95, 406, 11, 13, 15, 16,

18, 24—26, 32, 38, 43, 44, 46, 50, 52, 53). Cl. XI. Vasilache Ioan (4027, 28, 32, 59, 60, 64—72). Cl. XI. **Apostol Vasile** (3925—37, 41, 49, 51, 52, 54, 58, 60—69, 71, 73—81, 92, 94—96, 4007—37, 39, 42, 48, 57—60), **Gurămultă V. Ion** (3925—37, 40, 43, 71—76, 79, 94, 4014, 15, 17—24, 26—33, 35, 36, 64—67, 69—72).

Şc. de 7 ani Păuneşti. Cl. V. Popa Iacovache (E: 1436, 42, 44, 50, 51). Cl. VI. Bogdan Maria (E: 1435, 36, 42—45, 47, 49, 51, 53, 57, 67), Matei Lenuţa (E: 1430, 36, 44, 45, 47, 48, 51, 52, 57), Savin Dumitru (E: 1442, 44—46, 51, 59), Vasiloiu Ioan (44, 45, 50, 51, 56, 67). Cl. VII. Berbece C. Dumitru (E: 1441—45, 47, 48, 50—52, 71), Dodu Virginia (E: 1442—45, 47, 50—52, 57, 67, 68), Moise Neculai (4012, 13, E: 1434, 40, 42—45, 48, 50—53), Novac I. Virginia (E: 1437, 41, 42, 44, 45, 47—52), Vasilache Maria (E: 1434, 40—42, 44—53).

BAIA DE ARIEŞ. Cl. VIII. Ciura I. Alexandru (3977, 93, 94, 4011, 13, E: 1441—44, 46—52, 54).

BAIA MARE. **Absolvent Racolţă Mihai** (3910, 19—22, 25—29, 31, 33, 34, 37, 40, 41, 43, 45, 46, 51, 54, 64—67, 70, 71, 75, 76, 92, 94, 4004, 12—22, 24, 26—29, 31, 32, 34, 44, 50, 51, 53, 66, 67, 70—72, 80, 92).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Buciuman Toma (4011, 13, E: 1430, 32, 36, 38, 41—44, 46, 47, 50, 52, 53, 57, 67, 68, 71), Cioltea Valer (4013, 17, 19, 31, 39, E: 1441, 43, 47, 51, 57—59, 66, 70, 71), Liliţei Elisabeta (3993, 4019, 31, E: 1441, 43, 44, 47, 51, 52, 57—59, 66, 71), Valiu Marian (4039, E: 1430, 35, 38, 41—43, 45, 47, 50, 57, 58). Cl. IX. Bob Vasile (3928, 73, 75, 76, 4002, 14, 15, 17, 19, 43), Răfan Iosif (3927, 28, 74—76, 4014, 15, 17, 64, 70, 81, 83).

BALŞ (Craiova). **Şc. de 7 ani Drăgoteşti.** Cl. VII. Drăguceanu Mihai (E: 1441, 43, 45, 46, 49, 51, 52, 56, 64, 67, 68).

BICAZ. Sold. Gruian Ştefan (3926, 28, 29, 31, 32, 34, 74—76, 92), Covar Eugen (3969, 73—76), 4014, 15, 17—21, 24, 26—29, 31, 34, 64, 67, 71, 72, 81, 92).

BERTEA (Ploeşti). Şc. de 7 ani .Cl. VII. Pîrvulescu Constantin (3944, E: 1414—16, 18, 19, 21, 25, 28, 30, 32, 37, 41—45, 47, 48, 50).

BÎRLAD. **Complexul şcolar** .Cl. VIII. Iordan Dumitru (3977, 94, 4012, 13, 41—45, 47—53, 56—58, 60).

BOTOŞANI. **Absolvent** Cojocaru Beniamin (3973—76, 92, 94, 99, 4002, 15—22, 26—29, 31—34, 38, 40, 42, 45, 50, 54, 67, 70—72, 80).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Anghelescu Dan (3993, 94, 4013, E: 1441—44, 46, 48, 50—52). Cl. IX. Segal Arnold (3975, 76, 94, 4013—15, 17, 19, 32, 64, 70, 71, 73, 80). Cl. X. Boacă Vasiliana (3978, 81, 94, 4009—15, 17, 23, 24, 36, 60), Sin Oişie Sirley (3978, 81, 94, 4002, 09—15, 21, 24, 28, 60).

Ş.m. 2 „Mihail Eminescu". Cl. VIII. Linodaru Felicia (E: 1441—47, 50—53), Rapaport Tom (E: 1441—44, 47, 48, 51, 58, 67, 68, 72, 73, 75, 78, 80, 81). Salter Henriette (E: 1441—44, 47, 48, 51, 58, 67, 68, 72—74, 80, 81). Cl. X. Bauer Gh. (3928, 29, 31, 43, 45, 74, 76, 88, 94, 4002, 09, 15, 17—19, 22, 28, 32, 45). An. I. Hîrtie Gh. (4013, E: 1444, 53, 73, 80, 81).

RBĂILA. Ş.m. 1. Cl. VIII. Gomolea Viorica (3994, 4013, E: 1441, 43, 44, 51, 52, 58, 67, 72, 73, 75, 78, 80, 81), Palaga Florina (3994, 4002, 12—14, E: 1432, 41—44, 47, 52), Stanciu Paulina (4039, E: 1413, 32, 36, 37, 41, 43, 44, 47, 48, 52). Cl. X serală. Mihai I. Aurică (4014—17, 19, 21, 24, 36), Moraru Margareta (3973, 75, 76, 94, 96, 4014, 15, 17—19, 21, 24, 28, 32, 64, 74, 92), Surdeanu V. Tudor (3928, 29, 34, 62, 74, 94, 4013—15, 17, 19, 4002, 21, 24, 28).

Ş.m. 2 „Nicolae Bălcescu". Cl. XI. **Chirilă Dumitru** (3897, 902, 03, 06, 07, 14, 16, 17, 19, 22—26, 28, 29, 31, 34—38, 43, 45, 53, 54, 57—68, 74—76, 79—82, 99, 4001, 02, 09—15, 17—19, 23—26, 35, 36, 39, 57, 58, 60, P), **Frecuş D. Const.** (3926—28, 30—32, 34, 35, 37, 38, 43, 45, 48, 49, 53, 57, 60—67, 73—78, 80, 81, 93, 99, 4002, 04—13), Petcu Gr. Dan (3976, 80, 94, 99, 4002, 09—14, 17, 18, 23, 24). Cl. X. **Crăcea I. Gh.** (3897, 902, 03, 06—08, 12, 16, 17, 19, 23, 25, 28, 29, 31, 33—37, 43, 51, 54, 59—64, 66—68, 73—76, 80—82, 94, 99, 4002, 09—13), Rosman Iza (3928, 29, 31, 34, 37, 60, 62, 73, 74, 94, 4002, 12—15, 17, 19, 21, 24, 28), Spiratos C. Antonio (Idem). Cl. XI. Custurea N. Corneliu (3928, 29, 34, 36, 37, 41, 60, 62—66, 75, 76, 79, 88, 4007, 11, 14, 15, 26, 56, 59).

Ş.m. „Aurel Vlaicu". Cl. VIII. Băşanu Traian (3968, 93, 94, 4013, E: 1432, 37—39, 41—45, 47—53), Bucur Mihai (3943, 68, 94, 4013, E: 1432, 39, 41—45, 47, 50, 51, 53), Drăgoi Florica (3943, 51, 64, 67, 93, 94, 4013, E: 1432, 33, 36—38, 41—45, 47, 48, 50, 52, 53, 57), Petrescu D. Margareta (3943, 51, 63, 64, 67, 68, 93, 94, 4013, E: 1432, 33, 36—38, 41—45, 47—53).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Colaboratorii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Plicul va conține cel puțin 10 probleme de matematică și de fizică așezate în ordinea numerică. Soluții la problemele propuse pentru școala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit și înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $=$, $\perp$, $\parallel$, Tr., $\sim$, Δ, $\cdot$, $\ldots$ etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații.

— La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, au dat mai multe metode de rezolvare sau generalizare.

Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică și de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a *„olimpiadelor de matematică și fizică"*, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experiență.

— Autorii sînt rugați ca la întocmirea articolelor și notelor să țină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri și pe o singură parte a foii, figurile să fie desenate îngrijit și pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoțite și de soluții.

Autorul să semneze clar lucrarea pe care o trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa și data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B, nu vor fi publicate.

Colecții și numere din anii precedenți

Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R., posedă în depozit colecții vechi din G.M.F.-A și G.M.F.-B, începînd din anul 1956.

Cititorii noștri își pot procura colecții ca și numere disparate, depunînd banii la poștă prin mandat poștal pe numele Societății de Științe Matematice și Fizice, strada Academiei nr. 14, contul 070.004 la B.R.P.R., filiala Lenin, urmînd ca plata cheltuielilor de transport să fie făcută prin ramburs.

Prețul unui exemplar este de lei 3 pentru G.M.F.-A și de lei 1,50 pentru G.M.F.-B.

ABONAMENTE — Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. primește abonamente începînd cu nr. 1/1960 la oricare din publicațiile sale în următoarele condiții: a) Pentru instituții, școli, biblioteci la prețul de lei 60 anual, pentru fiecare din periodicele sale: G.M.F.-A, G.M.F.-B, M.F.L., Bulletin Mathématique și 40 lei anual pentru „Mathematica".

b) Pentru profesori și elevi la prețul de 18 lei la G.M.F.-B sau M.F.L. de 36 lei pentru G.M.F.-A, de 60 lei la Bulletin Mathématique și 40 lei la „Mathematica".

Abonamentele se fac prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R.

1. E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2. A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
3. N. N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4. P. S. ALEXANDROV	Introducere în teoria grupurilor.
5. I. S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6. GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților.
7. H. IONESCU	Calcule numerice.
8. A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9. A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
10. O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
11. ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12. F. I. ZIGHEL	Cometele.
13. S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14. V. ATANASIU	Structura materiei.
15. V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16. O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17. B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18. M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19. A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20. GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
21. A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22. N. STANESCU	Electronul.
23. V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24. G. N. BERMAN	Cicloida.
25. C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26. AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27. M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
28. C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii romîne.
29. I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.
31. C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura internă, originea și evoluția lor.
32. C. DRIMBA	Elemente de mecanică cerească.
33. C. IONESCU BUJOR	Elemente de transformări geometrice (I).
34. NICOLAE MILEA	Elemente de geomagnetism.
35. GH. A. CHIȚEI	Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.
36. G. PETRESCU	Cutremure de pămînt.
37. C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (II).
38. O. SACTER	Olimpiade matematice.
40. I. S. GRADSTEIN	Teorema directă și reciprocă.

Tipografia Învățămîntului, București — c. 5383

Lei 1,50

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI iulie 1960

7

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 7 — iulie 1960

SUMARUL

	pag.
1. *Pentru bunăstarea şi fericirea oamenilor muncii din patria noastră*	385
2. *Limbă, informaţie şi coduri de S. Marcus*	388
3. *Efectul Peltier*	399
4. *Aparat pentru studiul experimental al interferenţei şi difracţiei luminii de H. Savin*	402
5. *Notă matematică de Mircea Florescu*	407
6. *Caleidoscop fizic şi matematic*	409
7. *Probleme rezolvate (3720; 3724; 3729; 3732; 3737; 3777; 3796; 3797; 3813; 3815; 3837; 3842; 3856; E: 1427)*	411
8. *Probleme propuse la etapa finală a Olimpiadei de matematică 1960 (4248—4263)*	422
9. *Probleme propuse (4264—4301)*	427
10. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1528—E: 1539)*	434
11. *Rubrica rezolvitorilor de probleme*	435

ANUL XI **7** IULIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu Şt.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI, nr. 7 iulie 1960

PENTRU BUNĂSTAREA ȘI FERICIREA OAMENILOR MUNCII DIN PATRIA NOASTRĂ

La 20 iunie, în sala Palatului Republicii Populare Romîne s-au deschis lucrările celui de-al III-lea Congres al Partidului Muncitoresc Romîn, care au luat sfîrșit sîmbătă 25 iunie.

Congresul a avut loc în condițiile creșterii uriașe a forțelor socialismului, a progresului și păcii, în condițiile avîntului puternic al economiei și culturii țărilor socialiste, a creșterii prestigiului lor politic în lumea întreagă.

La lucrările Congresului au participat — în afară de cei peste 1100 de delegați ai organizațiilor regionale de partid, dintre cei mai înaintați muncitori, țărani muncitori, intelectuali și invitați, printre care mulți reprezentanți ai partidelor comuniste și muncitorești din 50 de țări.

De la tribuna Congresului au răsunat cuvintele delegaților, care aduc aprobarea unanimă a politicii partidului de către masele populare, dovedind că Partidul Muncitoresc Romîn este un înțelept și încercat conducător ; au răsunat cuvintele reprezentanților partidelor comuniste și muncitorești, care au subliniat prețuirea de care se bucură partidul nostru în rîndurile mișcării comuniste internaționale ; au răsunat caldele cuvinte de salut ale tovarășului Nikita Sergheevici Hrușciov, conducătorul delegației P.C.U.S. : „Comuniștii din întreaga lume se bucură de succesele voastre, sînt mîndri că în același rînd, umăr la umăr cu celelalte partide marxist-leniniste pășește cu fermitate prietenul și fratele nostru — Partidul Muncitoresc Romîn".

Uriașul ecou pe care cel de-al III-lea Congres al partidului l-a avut în rîndul celor mai largi mase ale poporului nostru se datorește faptului că ele s-au convins prin propria lor experiență că politica partidului exprimă interesele lor vitale.

Așa cum a arătat tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej în cuvîntarea de încheiere a Congresului : „Congresul a constituit o impunătoare manifestare a unității partidului nostru, a consecvenței și fermității politicii sale marxist-leniniste, a maturității și combativității lui".

Congresul a demonstrat cu strălucire că Partidul Muncitoresc Romîn este mai omogen și mai unit în jurul Comitetului său Central în frunte cu tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej, cum n-a fost niciodată în cei aproape 40 de ani de existență.

Congresul al III-lea al Partidului Muncitoresc Romîn — eveniment istoric de însemnătate deosebită în viața poporului nostru — a făcut bilanțul unei perioade de mari realizări și a trasat sarcinile desăvîrșirii construcției socialiste în patria noastră.

Planul de dezvoltare a economiei naționale pe anii 1960—1965 conturează cu claritate viitorul măreț al țării noastre. Prevederile planului dovedesc fidelitatea față de învățătura marxist-leninistă, folosirea legilor generale ale revoluției socialiste, dovedesc grija atentă a partidului față de om, față de gospodărirea chibzuită a bogățiilor țării, ne arată politica consecventă a partidului pe linia aplicării creatoare a învățăturii marxist-leniniste la condițiile țării noastre.

Continuarea în ritm susținut a industrializării țării, dezvoltarea cu prioritate a industriei grele, cu pivotul ei — industria constructoare de mașini, încheierea colectivizării agriculturii și creșterea considerabilă a producției agricole vegetale și animale, extinderea mecanizării și automatizării producției și aplicarea tot mai largă a proceselor tehnologice moderne, creșterea potențialului economic al regiunilor, raioanelor și orașelor mai puțin dezvoltate, creșterea bunăstării materiale și culturale a oamenilor muncii — iată în linii mari sarcinile de bază ale planului de dezvoltare a economiei naționale pe anii 1960—1965 care ne va asigura desăvîrșirea construcției socialiste.

Peste 180 de întreprinderi noi și aproape 300 secții noi la care se adaugă alte aproape 400 de întreprinderi ce vor fi lărgite și înzestrate cu utilaje de mare capacitate, vor intra în funcțiune asigurînd o creștere a producției industriale în 1965, de aproximativ 2,1 ori față de 1959.

Toate prevederile planului vorbesc de cantitate sporită, de calitate superioară, de nivel tehnic înalt, modern, de preț redus. Lupta pentru calitate, pentru belșug de produse este o cerință comună care stă în fața tuturor ramurilor economiei.

Încheierea procesului de colectivizare pînă în anul 1965 va deschide posibilități mari și va da un avînt continuu forțelor de producție ale agriculturii noastre asigurînd o creștere a producției globale agricole pînă în 1965 cu 70—80% față de 1959.

Aplicarea largă a cuceririlor științei moderne, folosirea tehnicii de nivel mondial și ușurarea muncii prin mecanizarea completă a operațiilor grele cu volum mare de muncă, introducerea treptată a automatizării, ridicarea calificării muncitorilor, va permite ca peste 70 la sută din sporul producției industriale să fie obținut prin creșterea productivității muncii.

Dezvoltarea impetuoasă a economiei naționale impune sporirea însemnată a numărului de specialiști de înaltă calificare, a numărului de muncitori și tehnicieni cu un nivel superior de pregătire. Necesitățile economiei cer ca în perioada 1960—1965 învățămîntul să dea economiei naționale peste 100 000 de noi cadre tehnice medii și circa 54 000 de cadre de calificare superioară și totodată ca numărul cadrelor muncitorești calificate să crească cu circa 200 000. În acest sens, învățămîntul profesional și tehnic și învățămîntul mediu seral se vor dezvolta în continuare. Începînd cu acest an școlar se introduce gratuitatea completă a manualelor pentru toți elevii de la clasa I-a pînă la clasa a VII-a inclusiv, iar pentru viitor se prevede extinderea gratuității și asupra rechizitelor școlare.

În anul școlar încheiat, peste 88 la sută dintre absolvenții clasei a IV-a au continuat studiile în clasa a V-a. În anul 1962 aproape întregul tineret de vîrstă școlară va fi absolvit școala de 7 ani. Acest fapt constituie un moment important al revoluției culturale ce se desfășoară în patria noastră. În Directivele Congresului al III-lea al P.M.R. se prevede ca odată cu

încheierea generalizării învățământului de 7 ani să se înceapă trecerea treptată la învățământul general de 8 ani, astfel încît durata școlii medii de cultură generală va ajunge la 12 ani.

Sarcinile etapei noi în construirea socialismului cer întărirea legăturii dintre învățămînt și munca productivă, pentru ca elevii școlilor noastre să capete deprinderi practice, dragoste pentru munca fizică și să se orienteze spre diferitele profesiuni potrivit înclinațiilor pe care le au, pentru ca dezvoltarea lor să fie multilaterală. Legătura dintre învățămînt și munca productivă contribuie totodată la formarea profilului moral al elevului, care vede în clasa muncitoare forța conducătoare din țara noastră pe care o respectă și o prețuiește. De aceea, în afara orelor de curs elevii trebuie să participe, în mod organizat, la forme variate de muncă, în ateliere școlare, pe terenurile experimentale, în cercuri tehnice, în întreprinderi industriale și unități agricole socialiste, pe șantiere de construcții.

Tineretul nostru se îndreaptă astăzi tot mai mult spre munca productivă din fabrici și uzine.

În anul școlar care a luat sfîrșit, din totalul elevilor înscriși în anul I al diferitelor școli de nivel mediu, circa 39000 s-au înscris în școlile medii de cultură generală și pedagogice, iar 45000 în școlile profesionale și de meșerii.

În școlile profesionale și tehnice învață astăzi aproape 180 000 de tineri, iar în învățămîntul seral și fără frecvență de cultură generală și superior peste 110 000 de oameni ai muncii, din care majoritatea sînt tineri.

Legătura științei cu practica și-a dovedit pe deplin justețea. Această legătură, prin treptata ei extindere, este astăzi principiu călăuzitor în organizarea și desfășurarea învățămîntului de toate gradele.

Prelungirea duratei școlii de cultură generală și îmbinarea procesului instructiv-educativ cu producția va asigura învățămîntului o dezvoltare calitativ superioară, în pas cu cerințele economiei socialiste, cu progresul rapid al științei și tehnicii contemporane.

Directivele Congresului al III-lea al P.M.R. pentru planul de dezvoltare a economie naționale pe anii 1960—1965 și pentru programul economic de perspectivă pun sarcini deosebit de importante în fața cercetării științifice care este chemată să dea o contribuție însemnată la introducerea tehnicii noi și la soluționarea problemelor tehnico-economice ridicate de dezvoltarea continuă și puternică a economiei naționale. Astfel, institutele de fizică trebuie să colaboreze strîns cu industria, în special în problema folosirii energiei nucleare în scopuri pașnice, a proiectării și folosirii mașinilor de calcul și aparatelor electronice, a aplicării izotopilor în practica industrială, agricolă și medicală, a folosirii pe scară industrială a semiconductorilor. În domeniul matematicii se cer soluții pentru problemele puse de cercetarea științifică și de practică în diferitele ramuri ale economiei naționale, se cere dezvoltarea lucrărilor de calcul mecanic, grafic și statistic cu aplicații în economie.

Elevilor de azi, viitoarele cadre de mîine, le vor reveni sarcina să contribuie la îndeplinirea grandioaselor sarcini trasate de Congres. Numai printr-o pregătire temeinică, printr-o ridicare pe o treaptă tot mai înaltă a nivelului lor la învățătură, printr-o muncă rodnică în producție și o participare largă la munca obștească, elevii vor putea să răspundă așa

cum se cuvine grijii și dragostei pe care le-o poartă partidul și întreaga clasă muncitoare.

Alături de întregul popor muncitor tineretul nostru va ști să traducă în viață Directivele Congresului al III-lea al partidului, fiind prezent pe marile șantiere ale anilor ce vin, luptînd cu tot elanul tineresc și entuziasm în primele rînduri pentru însușirea științei și tehnicii înaintate, pentru viitorul fericit al patriei noastre.

LIMBĂ, INFORMAȚIE ȘI CODURI

de *S. MARCUS*, candidat în științe fizico-matematice

1. Introducere

Cei care au avut prilejul să expedieze măcar odată o telegramă au observat, probabil, calmul și indiferența cu care funcționara de la ghișeu numără cuvintele. Telegramele conțin, deobicei, lucruri foarte importante pentru cei cărora le sînt destinate. O telegramă poate să aducă o veste minunată, dar și o mare nenorocire. „Operația reușit sănătos". „Vino tata bolnav". Iată două telegrame diametral opuse din punctul de vedere al sentimentelor pe care le provoacă destinatarilor. Totuși, pentru funcționara de la ghișeul de primire a telegramelor aceste două telegrame au o situație egală. Ea poate că nici nu a observat despre ce este vorba în aceste telegrame, reținînd doar faptul că și una și cealaltă au trei cuvinte, deci trebuie taxate la fel. O telegramă conține o anumită informație, dar pe funcționară nu o interesează conținutul informației ci numai numărul de cuvinte, adică aspectul cantitativ al informației.

2. Economie și risipă

Cetățeanul care trimite o telegramă, renunță la cuvintele care nu sînt esențiale pentru înțelegerea informației de către destinatar. De exemplu, textul de mai sus: „Operația reușit sănătos" este o formă prescurtată a textului „Operația a reușit. X este sănătos". Acest text, deși mai lung, nu conține o informație mai bogată, mai completă decît textul prescurtat, deoarece nu este îndoială că destinatarul știe despre cine este vorba. O tendință naturală de economie ne determină să preferăm textul prescurtat. Această prescurtare este, în general, posibilă, datorită faptului că, aproape în orice text, se manifestă o anumită risipă, o anumită abundență de simboluri.

Un alt exemplu semnificativ în ceea ce privește risipa de simboluri într-un text îl constituie diversele sisteme de stenografie. În stenografie se renunță, de multe ori, la vocale, deoarece multe cuvinte pot fi identificate indicîndu-se doar consoanele. Eventualele ambiguități se rezolvă folosind contextul, adică termenii vecini. De ce oare se manifestă atîta risipă în limbă? Sînt oamenii niște ființe atît de nepractice încît nu și-au dat seama de aceasta și continuă să-și risipească energia complicînd ceea ce poate fi spus simplu și scurt? Desigur, nu se poate nega că în modul de exprimare al multor oameni există o anumită lipsă de concizie.

Astfel, așa numitele „pleonasme" reprezintă tocmai una din formele de risipă care pot și trebuie să fie evitate. Totuși, o anumită risipă nu poate fi evitată, fiind chiar bine venită. Dacă, de exemplu, vorbim la telefon cu cineva și, la un moment dat, trecerea unui tramvai ne împiedică să înțelegem un anumit cuvînt, există multe șanse ca acest cuvînt să poată fi identificat pe baza contextului sau, dacă el nu este identificat, aceasta să nu împiedice înțelegerea, în ansamblu, a comunicării care ni se transmite de la celălalt capăt al firului. Astfel de situații au loc nu numai într-o convorbire telefonică, dar și în discuțiile directe. Posibilitatea pe care o avem de a risipi cuvinte, de a repeta, la nevoie, comunicarea, asigură, în ciuda eventualelor perturbații, înțelegerea comunicării de către interlocutor.

Prin urmare, în transmiterea unei informații se manifestă două tendințe opuse, amîndouă la fel de necesare : una de economie, iar cealaltă de risipă. Problema este de a le împăca, deci de a realiza cea mai mare economie de simboluri care asigură integritatea transmisiei informației față de diverse perturbații și posibilitatea înțelegerii ei de către destinatar.

3. Ne vine în ajutor „Teoria informației"

Teoria informației este o știință tînără, mai tînără chiar și decît cititorii acestui articol. Această știință manifestă față de conținutul unei informații, aceeași indiferență ca și funcționara de la ghișeul de telegrame despre care am vorbit mai sus. Într-adevăr, teoria informației consideră informația nu din punct de vedere calitativ, adică al conținutului ei, ci din punct de vedere cantitativ. Totuși, această teorie apreciază aspectul cantitativ al unei informații cu totul altfel decît o face funcționara de la poștă. Pentru funcționară, ceea ce contează este numărul de cuvinte, deci cantitatea de mijloace materiale necesare pentru transmiterea informației. Însă, cum am observat mai sus, informația „Operația a reușit. X este sănătos" nu este cu nimic mai bogată, mai completă decît informația „Operația reușit sănătos" deși prima conține mai multe cuvinte decît a doua. Din acest motiv, teoria informației adoptă un alt criteriu, acela al măsurării cantității de informație, anume consideră informația din punctul de vedere al precizării unei anumite variante din mai multe variante posibile. Cu cît este mai mare gradul de nedeterminare pe care-l elimină o anumită informație, cu atît s-a furnizat o cantitate mai mare de informație. De exemplu, precizarea că o anumită literă reprezintă o vocală sau o consoană reprezintă o cantitate de informație inferioară celeia reprezentată de însăși indicarea literii respective. În primul caz, s-a precizat o variantă din 2 variante posibile ; în al doilea caz, s-a precizat o variantă din 26 variante posibile. Deci în primul caz s-a eliminat o nedeterminare mai mică decît în al doilea caz.

4. Intră în scenă logaritmul

La prima vedere, s-ar părea că trebuie să măsurăm cantitatea de informație prin numărul variantelor posibile. Un exemplu va arăta însă, că este mai înțelept să definim cantitatea de informație nu prin numărul de variante posibile ci prin logaritmul în baza 2 al acestui număr.

Să presupunem că avem de căutat într-o carte de telefon de 512 pagini, o persoană cu numele MARIAN. Ce cantitate de informație reprezintă indicarea paginii pe care se găsește acest nume? Ea corespunde alegerii dintre 512 variante posibile, deci am fi tentați să reprezentăm cantitatea de informație furnizată prin numărul 512. Însă este ușor de văzut că aceasta ar constitui o exagerare destul de grosolană a cantității de informație furnizată. Anumite pagini, ca cele de la începutul cărții de telefon, ca și cele de la sfîrșitul ei, se elimină de la sine; un nume care începe cu M nu poate figura decît la mijlocul cărții de telefon.

Vom proceda atunci în modul următor: Deschidem cartea de telefon la jumătate, adică la pagina 256. Controlînd cuvîntul cu care începe această pagină, aflăm în care jumătate a cărții se găsește cuvîntul căutat. Să presupunem că se află în a doua jumătate. Împărțim a doua jumătate din nou în două, deschidem cartea de telefon la pagina 384 și, în funcție de cuvîntul cu care începe această pagină, determinăm în al cîtelea sfert al cărții se află cuvîntul căutat. Să presupunem că se află în sfertul al treilea. Împărțind acest sfert în două și continuînd tot așa, ajungem, după cel mult nouă asemenea operații, să determinăm pagina pe care se află numele căutat. Cifra 9 care indică numărul de operații nu este altceva decît numărul care indică de cîte ori se poate împărți succesiv la doi numărul 512, adică puterea la care trebuie să ridicăm pe 2 ca să-l obținem pe 512; cu alte cuvinte: $\log_2 512 = 9$. Vedem, deci, că nu numărul 512 ci logaritmul său în baza 2 ne indică în mod fidel cantitatea de informație furnizată prin precizarea paginii la care se află numele căutat.

5. Probabilitate și entropie

Fiind dat un text de limbă, se poate pune problema de a se calcula cantitatea de informație reprezentată de fiecare literă din text. Într-o primă aproximație, destul de grosolană, vom presupune că fiecare literă are aceeași șansă de apariție. Cum alfabetul are 26 de litere, rezultă că fiecare literă precizează o variantă dintre 26 variante posibile, deci cantitatea de informație este $\log_2 26$. Făcîndu-se calculele, se găsește 4,7. Cantitatea de informație astfel calculată se mai numește și „entropia de ordinul zero". Noțiunea de „cantitate de informație" a fost introdusă în 1928 de către R. V. Hartley. Ideile sale au fost reluate în 1948 de către C. E. Shannon, care a pus bazele unei noi discipline: teoria informației.

După cum vedem, definiția dată mai sus cantității de informație nu ține seamă de frecvența reală a fiecărei litere. Este foarte greu să acceptăm că fiecare literă are aceeași frecvență în limbă, deoarece se știe că unele litere, cum sînt *Z* sau *J*, apar foarte rar, în timp ce altele, cum sînt *E* și *A*, apar des. Pentru acest motiv, s-a introdus ca măsură a cantității de informație o altă expresie, pentru a cărei definire este necesară lămurirea unei noțiuni noi: noțiunea de probabilitate.

Să presupunem că, într-un anumit text format din N litere (distincte sau nu), o anumită literă apare de A ori. Raportul $\frac{A}{N}$ se numește *frecvența relativă* a literei în text. Este clar că frecvența relativă este cu atît mai

mare cu cît litera apare mai des în textul respectiv. Raportul $\frac{A}{N}$ satisface inegalitățile.

$$0 \leqslant \frac{A}{N} \leqslant 1.$$

Noțiunea de frecvență relativă este semnificativă și prezintă interes pentru valori mari ale lui N. Astfel, considerînd un text de 10 rînduri, deci pentru care N este de ordinul sutelor, s-ar putea întîmpla ca litera E să apară rar în acest text, deci frecvența ei relativă în text să fie mică, deși litera E apare, în general, foarte des în textele de limbă romînă. Dacă însă constatăm că, într-un text de 200 de pagini, litera E are o frecvență mai mare decît orice altă literă, putem fi aproape siguri că, în orice text de 200 pagini, litera E va avea o frecvență mai mare decît orice altă literă.

Altfel spus, frecvența relativă manifestă o anumită stabilitate de îndată ce textele considerate sînt destul de mari. Cu cît textul este mai mare, cu atît devine mai pregnantă stabilitatea frecvențelor relative. Această stabilitate se concretizează în faptul că valorile frecvenței relative a unei anumite litere gravitează în jurul unei valori bine determinate, valoare care se înfățișează ca o caracteristică obiectivă a literei respective. Această valoare în jurul căreia gravitează frecvența relativă se numește *probabilitate*. Deci, probabilitatea unei litere are o semnificație care depășește experiența particulară, referitoare la un anumit text. În timp ce frecvența oglindește situația unei litere într-un anumit text, probabilitatea oglindește situația literei în limbă.

Ca și frecvența relativă, probabilitatea este cuprinsă între 0 și 1. În fapt, lucrăm cu valori aproximative ale probabilității, luînd drept valoare aproximativă pe aceea a frecvenței relative. Vom avea însă grijă ca această frecvență să fie măsurată pe un text cît mai mare pentru ca eroarea, adică diferența dintre probabilitate și frecvența relativă, să fie cît mai mică.

Dacă litera în cauză nu apare niciodată în text, frecvența ei relativă este egală cu zero ; dacă fiecare literă din text coincide cu litera dată, frecvența ei relativă este egală cu 1.

Fie l_1, l_2,..., l_i,..., l_{26} literele alfabetului și fie p_i probabilitatea de apariție a literei l_i. Vom defini cantitatea de informație prin expresia :

$$-\sum_{i=1}^{26} p_i \log_2 p_i \qquad (1)$$

numită și entropia de ordinul 1. Este vizibil că această expresie ține seamă de frecvența literelor în text, deci — în raport cu entropia de ordinul zero — este mai apropiată de realitate. Pentru a justifica forma acestei expresii, vom arăta mai întîi că, în cazul în care $p_1 = p_2 = p_3 = \ldots p_i = \ldots = p_{26}$, ea se reduce la entropia de ordinul zero. În adevăr, în acest caz avem $p_i = \frac{1}{26}$ $(i = 1, \ldots, 26)$, deci :

$$-\sum_{i=1}^{26} p_i \log_2 p_i = -26 \cdot \frac{1}{26} \log_2 \frac{1}{26} = -\log_2 \frac{1}{26} = \log_2 26.$$

Investigații făcute pe diverse texte de limbă romînă au arătat că litera cu cea mai mare probabilitate de apariție este *E*. Urmează, în ordine, *I* și *A*. Cititorul ar putea face verificări directe pe texte luate la întîmplare, calculînd și entropia de ordinul 1. Logaritmii se vor lua mai întîi în baza 10, după tabele, urmînd ca apoi, după regula bine cunoscută, să fie transformați în baza 2.

6. Cum se ajunge în mod natural la entropia de ordinul întîi

Să arătăm cum se introduce expresia (1) în mod natural, ca măsură a cantității de informație care revine unei litere a alfabetului unei limbi în care literele au probabilități de apariție diferite. Într-adevăr, din ultima egalitate de mai sus rezultă că entropia de ordinul zero („cantitatea de informație" introdusă de Hartley) este

$$-\log_2 \frac{1}{26}$$

adică tocmai logaritmul, cu semn schimbat, al probabilității de apariție a unei litere oarecare. Tocmai această semnificație a sugerat denumirea de „entropie", prin analogie cu expresia asemănătoare întrebuințată în fizică. Dacă, acum, presupunem că cele 26 de litere ale alfabetului au probabilitățile $p_1, p_2, \ldots, p_i, \ldots, p_{26}$, cantitatea de informație furnizată de apariția literei de probabilitate p_i va fi dată de expresia

$$-\log_2 p_i .$$

Este firesc atunci să definim drept cantitate de informație furnizată de o literă oarecare a alfabetului media ponderată (cu ponderile $p_1, \ldots, p_n$) a cantităților de informație furnizate de cele 26 de litere, deci

$$\frac{p_1(-\log_2 p_1)+p_2(-\log_2 p_2)+\ldots+p_i(-\log_2 p_i)+\ldots+(-p_n \log_2 p_n)}{p_1+p_2+\ldots+p_i+\ldots+p_n} .$$

Însă, deoarece o literă oarecare din text se află sigur printre cele 26 de litere care alcătuiesc alfabetul, rezultă că $p_1 + p_2 + \ldots + p_i \ldots + p_n = 1$. In felul acesta, expresia obținută coincide cu expresia (1) de mai sus. Pentru ca expresia (1) să convină și cazului în care unele dintre probabilitățile p_i sînt egale cu zero, vom înlocui, în cazul $p_i = 0$, expresia $p_i \log_2 p_i$ prin 0.

Este de observat că entropia nu poate fi negativă și că valoarea ei este cu atît mai mare cu cît probabilitățile p_i au valori mai apropiate; entropia de ordinul întîi atinge valoarea maximă cînd probabilitățile p_i sînt, toate, egale între ele și, prin însuși acest fapt, ea devine entropia de ordinul zero. Rezultă deci că entropia de ordinul întîi este mai mică sau egală cu entropia de ordinul zero, deci, cu cît probabilitățile de apariție ale literelor sînt mai diferite, cu atît este mai mică entropia de ordinul întîi. Entropia de ordinul întîi atinge valoarea minimă atunci cînd există o literă cu probabilitatea de apariție egală cu unu. În acest caz, textul se reduce la o singură literă, cunoscută și repetată de un număr oarecare de ori, deci apariția acestei litere nu mai reprezintă alegerea unei variante din mai multe variante posibile și, în mod firesc, textul nu mai furnizează nici o informație. Entropia este, în acest caz, egală cu zero.

Se poate studia și entropia care revine, în medie, unui cuvînt. În acest scop se arată foarte utilă legea rang-frecvență [1]).

7. Entropiile de ordin superior

Se poate merge mai departe și defini entropia de ordinul al doilea, care ține seama nu numai de probabilitatea de apariție a fiecărei litere, dar și de preferința pe care o are fiecare literă de a fi urmată mai mult de anumite litere și mai puțin de altele. De exemplu, litera *A* este urmată, cu preferință, de litera *R* și mult mai rar de litera *B*.

Sub acest aspect, un text de limbă constituie ceea ce se cheamă un „lanț Markov". A. Markov a introdus această noțiune în 1913, pornind tocmai de la modelul pe care îl oferă limba; pentru a cunoaște structura probabilistică a unei limbi nu este suficient să cunoaștem probabilitatea de apariție a fiecărei litere în limba respectivă, ci trebuie să cunoaștem și probabilitățile de trecere de la o literă la alta. (A. Markov a studiat, în această privință, capodopera lui Pușkin „Evgheni Oneghin). Nici acest lucru nu este suficient; apariția unei litere nu e legată numai de litera precedentă ci și de literele anterioare acesteia. Deci un text de limbă se prezintă ca un „lanț" de litere în care apariția fiecărei verigi, adică a fiecărei litere, este legată de literele care o preced. Modelul matematic al unor astfel de lanțuri a fost studiat de matematicienii romîni O. Onicescu și Gh. Mihoc, care le-au dat numele de „lanțuri cu legături complete".

Este interesant de semnalat că legea rang-frecvență, sub forma ameliorată dată de Mandelbrot[1]), nu are doar o justificare empirică, ci rezultă logic din caracterul probabilist al textelor de limbă, adică din faptul că fiecare literă apare cu o anumită probabilitate determinată de literele anterioare. Pentru ca această justificare logică a legii rang-frecvență să poată fi dată este însă nevoie ca textele să nu fie formate din multe cuvinte scurte. Aceasta revine la a spune că „litera" reprezentată prin spațiul alb nu are o frecvență prea mare. Justificarea logică a legii rang-frecvență conduce la valori ale lui β superioare lui unu, ceea ce confirmă încă odată caracterul excepțional al textelor cu temperatură de informare superioară lui unu[1]). Urmează, apoi, să se definească entropiile de ordinul al treilea, al patrulea etc. fiecare reprezentînd o și mai bună apropiere de situația reală existentă în limbă.

Dacă entropia de ordinul zero depinde doar de bogăția alfabetului, fiind incapabilă să discearnă între două limbi cu același alfabet sau între două texte ale aceleiași limbi, entropia de ordinul întîi reprezintă un progres esențial; ea trece mult dincolo de ceea ce poate furniza observația directă, putînd avea valori apropiate pentru texte în care probabilitățile de apariție ale literelor sînt destul de diferite de la un text la altul.

8. Redondanță

Paralel cu noțiunea de entropie, se studiază risipa de simboluri pe care o prezintă un text sau o limbă, adică posibilitatea de a înțelege un mesaj chiar atunci cînd unele simboluri lipsesc. Supraabundența de simboluri este utilă, deoarece numai datorită ei noi putem descifra un text chiar atunci cînd el a suferit anumite mutilări. Să ne gîndim cît de

[1]) A se vedea articolul „Legi cantitative în limbă" publicat în G.M.F. seria B, nr. 4, 1960, p. 199—208.

bine venită este această supraabundență într-o scrisoare prețioasă din care ploaia a șters unele litere sau într-un document vechi a cărui reconstituire ar aduce informații prețioase asupra anumitor moravuri dintr-o epocă demult dispărută. Pe de altă parte, o tendință firească de economie, atît de simboluri cît și de timp, cere ca supraabundența de simboluri să nu întreacă măsura. Este deci nevoie să se realizeze un echilibru, o bună dozare a economiei și a risipei. Aceasta este una dintre cele mai interesante și importante probleme ale teoriei informației și ale aplicării acesteia la transmiterea unui mesaj de limbă. Posibilitatea de a transmite un text fără vocale, posibilitatea de a reconstitui un text mutilat, perfecționarea sistemelor de stenografie, iată doar cîteva probleme în care teoria informației are un cuvînt de spus.

În teoria informației, risipa este denumită cu un termen special, acela de „redondanță".

Din discuția asupra noțiunii de entropie a rezultat că entropia maximă este aceea de ordinul zero. Pe măsură ce ordinul entropiei crește, entropia scade și oglindește mai bine situația reală. Redondanța absolută de ordinul n este dată de diferența dintre entropia maximă și entropia de ordinul n. Redondanța relativă de ordinul n este dată de raportul dintre redondanța absolută de ordinul n și entropia maximă, ea este deci cuprinsă între 0 și 1. Lăsăm pe seama cititorului explicarea acestor definiții.

9. Coduri

În transmiterea unui mesaj de limbă, literele alfabetului, sunetele vorbirii prezintă o formă prea complicată pentru a putea fi transmise și înregistrate ca atare. Se pune atunci problema de a se introduce un cod, adică o convenție pe baza căreia fiecărei litere i se asociază un simbol pe care o mașină îl poate înțelege și înregistra ușor. S-a constatat că cel mai simplu cod, în această privință, este cel construit pe baza a două valori: „închis" și „deschis" (sau „aprins" și „stins"). Acest lucru se poate realiza asociind fiecărei litere un număr cuprins între 1 și 26, urmînd ca acest număr să fie reprezentat în baza 2, adică folosind doar cifrele 0 și 1. Deoarece avem $2^4 < 26 < 2^5$, rezultă că orice literă se reprezintă prin cel mult cinci cifre 0 sau 1. De exemplu, litera exprimată prin numărul 26 se reprezintă prin 11010, deoarece avem $26 = 1.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 1.2 + 0.2^0$. Astfel, o succesiune de cifre 0 sau 1 se înregistrează de către o mașină electronică de calcul ca o succesiune de lămpi stinse sau aprinse și în felul acesta s-a realizat codul dorit. Un astfel de cod construit pe bază binară, adică folosind două simboluri fundamentale și formînd apoi combinațiile cu repetiție ale acestor simboluri, este de mult cunoscut în telegrafie sub numele de „sistemul Baudot". Ca și mai sus, în sistemul Baudot se utilizează combinații (cu repetiție) de 5 simboluri formate cu ajutorul a două simboluri fundamentale. Numărul combinațiilor utilizate este $2^5 = 32$.

10. Descifrarea unui text codificat

Să revenim, pentru moment, la reprezentarea fiecărei litere cu ajutorul unui număr de două cifre și, pentru ca fiecare literă să se reprezinte exact prin două cifre, convenim ca numerele inferioare lui 10 să primească

un zero în față. Să presupunem că ni se dă un text scris cu ajutorul unui astfel de cod. Ce posibilitate există de a-l descifra? Pentru a răspunde la această întrebare trebuie să ținem seama de probabilitatea de apariție a fiecărei litere. Unele investigații recente au condus la următoarele frecvențe (a se vedea: I. Constantinescu, S. Condrea și E. Nicolau, Teoria informației, Ed. Tehnică, București, 1958, p. 15), calculate în procente, ale celor 26 de litere ale limbii române

E	11,6	*O*	4,54			*X*	0,276
I	10,8	*S*	3,94	*Î*	1,47	*J*	0,24
A	10,15	*C*	3,56	*Ţ*	1,34	*H*	0,071
R	7,78	*D*	3,44	*Ş*	1,015		
N	6,87	*Ă*	3,43	*V*	0,96		
U	6,35	*P*	2,98	*B*	0,9		
T	5,95	*M*	2,54	*Z*	0,78		
L	5,04	*F*	1,95	*G*	0,64		

Precizăm că, în cele de mai sus, frecvența literei *H* a fost stabilită fără a se lua în considerare prezența ei în grupurile *CHE, GHE, CHI, GHI*. Frecvența acestor grupuri a fost evaluată separat. S-a stabilit și frecvența altor grupuri de litere. Iată unele rezultate:

CI	1,53	*CHI*	0,23	*GI*	0,22	*GHI*	0,134

Este suficient acum să așezăm grupurile de cîte două cifre care alcătuiesc codul în ordinea frecvenței lor. Identificarea fiecărui grup se va face prin comparație cu tabelul de mai sus. De exemplu, un grup care va avea rangul 5 în lista astfel formată va reprezenta litera *N*, adică litera care are rangul 5 în tabelul de mai sus.

Trebuie însă, să observăm că cele spuse sînt adevărate numai dacă textul codificat pe care vrem să-l descifrăm este destul de lung. Anumite nepotriviri izolate vor putea fi remediate printr-un studiu direct, folosind contextul.

Există coduri care nu sînt construite pe bază binară. În ceea ce privește codul utilizat în sistemul de telegrafie Morse, el utilizează ca

simboluri fundamentale liniile, punctele și intervalele dintre linii și puncte. Se poate însă arăta ușor că acest cod este construit, în esență, tot pe bază binară.

Problema unei judicioase codificări este de cea mai mare importanță pentru transmiterea mesajelor de limbă. Într-adevăr, o astfel de operație de transmitere se compune, în esență, dintr-o operație de codificare, operația propriu zisă de transmitere (complicată de unele perturbații) și operația de decodificare, adică de găsire a mesajului transcris. Anumite zgomote care intervin pe parcurs pot deforma mesajul. S-a pus atunci problema construirii unor coduri care, nu numai că dau posibilitatea de a se detecta eroarea, dar dau și posibilitatea de a o corecta. Sînt așa numitele „coduri corectoare". Vom da, în cele ce urmează, cîteva exemple de coduri construite pe bază binară, detectoare sau corectoare de erori.

Fie 0 și 1 simbolurile fundamentale ale codului. Să considerăm anumite șiruri standard formate cu cifrele 0 și 1 și să presupunem că toate aceste șiruri sînt formate dintr-un același număr l de cifre. Astfel de șiruri vor fi numite „cuvinte ale codului", iar l se va numi „lungimea cuvîntului". Toate codurile considerate în cele ce urmează vor fi coduri binare, cu toate cuvintele de aceeași lungime.

11. „Distanța" dintre două cuvinte

Vom numi „distanța dintre două cuvinte" numărul de locuri ale acestor cuvinte pe care se află cifre diferite. De exemplu, luînd $l = 4$, cuvintele 1011 și 1001 sînt la distanță egală cu 1 deoarece diferă numai prin cifra de pe locul trei, în timp ce cuvintele 0010 și 1111 sînt la distanță egală cu trei, deoarece diferă prin cifrele de pe locurile 1, 2 și 4. Denumirea de „distanță" apare justificată dacă observăm că au loc următoarele proprietăți care amintesc de distanța obișnuită între două puncte: α). Distanța de la un cuvînt la alt cuvînt este egală cu zero dacă și numai dacă cele două cuvinte coincid; β) distanța dintre două cuvinte nu depinde de ordinea în care sînt considerate aceste două cuvinte; γ) fiind date trei cuvinte x, y, z distanța de la x la y nu întrece suma dintre distanța de la x la z și distanța de la z la y.

12. Coduri detectoare de erori

Vom spune despre coduri ca cele de mai sus că detectează o eroare unică dacă, oricare ar fi această eroare unică, apariția ei are ca rezultat transformarea unui cuvînt al codului într-un cuvînt care nu aparține codului. Cu ajutorul noțiunii de distanță introduse mai sus, putem caracteriza foarte simplu codurile care detectează o eroare unică:

Necesar și suficient ca un cod să detecteze o eroare unică este ca distanța între două cuvinte arbitrare ale codului să fie superioară lui 1.

Într-adevăr, să admitem că un cod detectează o eroare unică și să presupunem, prin reducere la absurd, că acest cod conține două cuvinte la distanță egală cu unu. Pentru a fixa ideile, fie 1010 și 1011 aceste două cuvinte. Să considerăm acum eroarea care constă în înlocuirea cifrei 0 de pe locul 4 din cuvîntul 1010 prin cifra 1. Constatăm că această eroare unică are ca efect transformarea unui cuvînt al codului într-un alt cuvînt al codului, în contradicție cu ipoteza.

Să presupunem acum că distanța dintre două cuvinte arbitrare ale codului este mai mare ca 1. Dacă un cuvînt x în care ar apărea o eroare unică ar fi transformat tot într-un cuvînt al codului, anume în cuvîntul y, atunci distanța dintre cuvintele x și y ar fi egală cu 1, în contradicție cu ipoteza. Deci codul detectează o eroare unică.

Un exemplu de cod care detectează o eroare unică este cel format din cuvintele 1111, 1001, 0110. Dacă, de exemplu, cuvîntul 1111 este deformat în 1110, cuvîntul 1110 se dovedește imediat a fi eronat, el neaparținînd codului.

Propoziția de mai sus se poate generaliza, dacă introducem următoarea definiție: Un cod detectează n erori dacă orice șir de cel mult n erori transformă cuvintele codului în cuvinte care nu aparțin codului. Are loc următoarea proprietate:

Un cod detectează n erori dacă și numai dacă două cuvinte arbitrare ale codului se află la distanță mai mare ca n.

Lăsăm pe seama cititorului stabilirea acestui fapt.

13. Coduri corectoare

Pînă acum am caracterizat coduri detectoare de erori. Însă erorile trebuie să fie nu numai detectate ci și corectate. Vom spune că un cod corectează orice eroare unică dacă o astfel de eroare are ca efect transformarea unui cuvînt aparținînd codului într-un cuvînt care nu aparține codului, dar care se găsește, față de un anumit și unic cuvînt al codului, mai aproape decît față de orice alt cuvînt al codului. Acest unic cuvînt al codului față de care cuvîntul eronat se află la distanță minimă va fi tocmai cuvîntul corect care urmează să înlocuiască cuvîntul eronat. Fie, de exemplu, un cod format din următoarele cuvinte: 00101, 11001, 10110. Să presupunem că ultimul cuvînt este deformat, devenind 10111. Acest cuvînt eronat nu aparține codului. Dintre cele trei cuvinte care alcătuiesc codul, cel mai apropiat de 10111 este 10110. Într-adevăr, distanța dintre aceste două cuvinte este egală cu unu, în timp ce distanța de la cuvîntul eronat la cuvîntul 00101 este egală cu doi, iar distanța față de cuvîntul 11001 este egală cu 3. Deci cuvîntul eronat 10111 urmează a fi înlocuit prin 10110. Se poate arăta că:

Un cod corectează orice eroare unică dacă și numai dacă distanța dintre două cuvinte arbitrare ale codului este mai mare ca doi.

Lăsăm pe seama cititorului stabilirea acestui fapt.

Vom spune că un cod corectează n erori dacă orice șir de cel mult n erori transformă un cuvînt oarecare al codului într-un cuvînt care nu aparține codului, dar care se găsește, față de un anumit și unic cuvînt al codului, mai aproape decît față de orice alt cuvînt al codului. Se poate arăta că:

Un cod corectează n erori dacă și numai dacă distanța dintre două cuvinte arbitrare ale codului este mai mare ca $2n$.

Este ușor de văzut că, pe măsură ce distanțele dintre cuvinte se măresc, numărul cuvintelor pe care le conține codul se micșorează. De exemplu, dacă considerăm două coduri cu cuvinte de lungime egală cu patru și dacă în primul cod distanțele dintre cuvinte sînt mai mari ca doi, iar în al doilea cod distanțele dintre cuvinte sînt mai mari ca trei, atunci al doilea cod nu poate conține decît două cuvinte: 1111 și 0000, în timp ce

primul cod poate conține mai mult de două cuvinte. Pentru ca un cod detector sau corector să poată fi cît mai bogat în cuvinte este deci indicat să luăm distanțele dintre cuvinte la valoarea minimă admisă. De exemplu, într-un cod detector de n erori cuvintele vor fi luate la distanță egală cu $n + 1$; într-un cod corector de n erori cuvintele vor fi luate la distanță egală cu $2\ n + 1$.

14. Încheiere

În ultimii ani au început să apară și la noi în țară lucrări în care se aplică teoria informației în lingvistică. Menționăm, în acest sens, articolul „Observații asupra entropiei limbii romîne" de Ed. Nicolau, C. Sala și Al. Roceric, apărut în „Studii și cercetări lingvistice" vol. 10, nr. 1, 1959, p. 35—53. În acest articol se calculează entropia de ordinul întîi a poeziilor lui Eminescu și Arghezi, a unor texte din presă și a unor texte de folclor, dezvoltîndu-se unele considerații interesante asupra semnificației rezultatelor obținute. Atragem de asemenea atenția asupra cărții „Teoria informației" de I. Constantinescu, S. Condrea și E. Nicolau, apărută în 1958 în Editura Tehnică. În această carte, un întreg capitol este dedicat aplicațiilor teoriei informației în lingvistică. Se dau unele informații asupra structurii statistice a limbii romîne contemporane: probabilitatea de apariție a fiecărei litere, probabilitatea ca după o literă să urmeze o anumită literă, entropia limbii romîne și verificarea legii rang-frecvență [1]) pe unele texte de limba romînă.

Trebuie spus însă că evaluarea entropiilor de ordin superior este legată de calcule laborioase, care necesită ajutorul mașinilor de calcul. Aceasta, chiar pentru entropia de ordinul al treilea. D. S. Lebedev și V. A. Garmaș au evaluat, recent, entropia de ordinul al treilea a literelor alfabetului rus, analizînd fragmente din „Război și pace" de L. N. Tolstoi, care totalizau 30 000 de litere. Ei s-au folosit de o mașină de calcul analitică.

Într-o comunicare ținută la Conferința de lingvistică matematică de la Leningrad, din aprilie 1959, G. P. Melnikov a discutat posibilitatea automatizării anumitor cercetări lingvistice. În acestă privință, cercetările de statistică lingvistică au cele mai bune perspective.

Preocupările privind legătura dintre limbă și informație prezintă un deosebit interes. Ele vor atrage, fără îndoială, un număr din ce în ce mai mare de cercetători.

---

[3]) A se vedea articolul citat din G.M.F.-B, nr. 4, 1960, p. 199—208.

EFECTUL PELTIER

GRECU I. EFTIMIE, student Bucureşti

Dacă într-un circuit prin care trece un curent electric intercalăm două metale diferite, de pildă stibiu şi bismut (fig. 1) constatăm că locul de sudură a celor două metale se încălzeşte sau se răceşte după cum sensul curentului este de la stibiu spre bismut sau invers. Acest fenomen poate fi constatat în toate cazurile similare şi poartă numele de „efectul Peltier" *).

Încălzirea sau răcirea locului de contact al metalelor depinde de natura lor, de sensul curentului şi de intensitatea lui. Aşa de exemplu, dacă

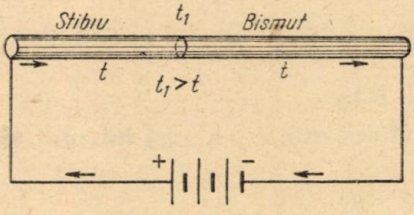


Fig. 1.

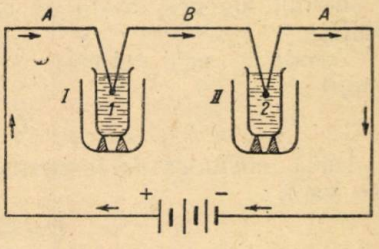


Fig. 2.

pentru un anumit sens al curentului în sudură se degajă căldură, pentru sensul contrar al curentului se absoarbe căldură. Pentru a observa acest fenomen se poate face următoarea experienţă: în două calorimetre se introduc sudurile 1 şi 2 a trei conductori montaţi în serie: conductorul *A*, conductorul *B* şi din nou conductorul *A* (fig. 2).

La trecerea curentului în sensul arătat de săgeţi în sudura 1 curentul trece de la metalul *A* către metalul *B*, iar în sudura 2, de la metalul *B* către metalul *A*. În acest caz, se constată că, dacă în sudura 1 se degajă căldură, atunci în sudura 2 se absoarbe căldură.

Efectul Peltier se explică în modul următor: dacă curentul electric circulă în sensul pentru care trecerea electronilor dintr-un metal în altul implică absorbţie de energie, atunci electronii suferă o frînare. Dacă sensul curentului se inversează, atunci trecerea electronilor dintr-un metal într-altul se face cu degajare de energie şi în consecinţă, electronii suferă o accelerare.

Însă, micşorarea sau mărirea vitezei electronilor se transmite prin ciocnire moleculelor întîlnite în cale şi aceasta are ca efect modificarea intensităţii de agitaţie termică. Într-un caz, metalul care primeşte electronii se încălzeşte, iar în celălalt caz, se răceşte. De remarcat este faptul că în zona de contact se încălzeşte sau se răceşte numai unul dintre metale, dar variaţia de temperatură dintr-un metal se transmite prin conductibilitate termică şi celuilalt metal. Rezultă că, din punct de vedere calitativ, efectul Peltier se explică prin existenţa diferenţei de potenţial de

*) Jean Charles Athanase Peltier (1785—1845) a fost un ceasornicar parizian. Pasionat fiind de cercetările fizice, el a publicat numeroase lucrări originale, mai ales în domeniul electricităţii şi electromagnetismului.

contact (diferența de potențial de contact este diferența de potențial care apare între două metale diferite care se ating; fenomenul a fost descoperit de către Volta în 1797 și poartă denumirea de „efectul Volta".)

Să cercetăm acum problema și sub aspectul său cantitativ și anume, să vedem ce formă capătă legea lui Ohm în aceste condiții.

În mod experimental se constată că, pentru două metale date, cantitatea de căldură implicată în răcirea sau încălzirea zonei de contact este direct proporțională cu timpul și cu intensitatea curentului care străbate circuitul. Dacă exprimăm cantitatea de căldură în unități mecanice, vom avea deci:

$$Q_p = \pm P\,I\,t,$$

unde factorul de proporționalitate P se numește constanta lui Peltier, iar semnul algebric arată că este vorba de o căldură degajată sau absorbită.

Totodată, prin efectul Joule-Lenz se dezvoltă cantitatea de căldură:

$$Q_j = + I^2 R\,t.$$

Dacă tensiunea de la bornele circuitului este U, atunci bilanțul energetic va fi:

$$UIt = I^2 Rt + PIt,$$

de unde rezultă prin simplificare cu It, că:

$$IR = U \pm P.$$

relație care ne arată că, constanta lui Peltier intervine ca o diferență de potențial suplimentară, care se adaugă sau se opune diferenței de potențial pe care am aplicat-o la bornele circuitului.

Constanta lui Peltier se poate determina prin simple operații calorimetrice în modul următor: în cele două calorimetre I și II (fig. 2) cufundăm segmente de circuit egale și atunci cantitățile de căldură Q_j, degajate în ele într-un anumit interval de timp, prin efectul Joule-Lenz, sînt egale, iar cantitățile de căldură Q_p, degajată sau absorbită prin efectul Peltier sînt egale și de semn contrar.

Prin urmare, dacă în calorimetrul I, într-un anumit interval de timp t, se degajă cantitatea de căldură $Q_1 = Q_j + Q_p$, atunci în calorimetrul II, în același interval de timp se degajă cantitatea de căldură:

$$Q_2 = Q_j - Q_p.$$

Scăzînd membru cu membru aceste două relații avem:

$$Q_1 - Q_2 = 2Q_p,$$

de unde,

$$Q_p = \frac{1}{2}(Q_1 - Q_2).$$

Însă

$$Q_p = PIt \text{ (în unități mecanice) sau}$$

$$Q_p = \frac{1}{J} \cdot PIt \text{ (în unități calorice)}$$

unde J este echivalentul mecanic al caloriei.

Atunci :

$$Q_p = \frac{1}{J} \cdot PIt = \frac{1}{2}(Q_1 - Q_2)$$

de unde :

$$P = \frac{J(Q_1 - Q_2)}{2It}.$$

După natura metalelor, constanta lui Peltier are valori cuprinse între 10^{-3} și 10^{-5} V.

Un caz particular al efectului Peltier este efectul Thomson, care constă în faptul că, la trecerea curentului electric printr-un conductor încălzit neuniform se degajă sau se absoarbe în el cantități suplimentare de căldură, afară de căldura degajată prin efectul Joule-Lenz.

În porțiunea în care sensul curentului electronic coincide cu sensul fluxului termic se degajă o cantitate suplimentară de căldură. În porțiunea în care sensul curentului electric și al fluxului termic sînt opuse se absoarbe căldură.

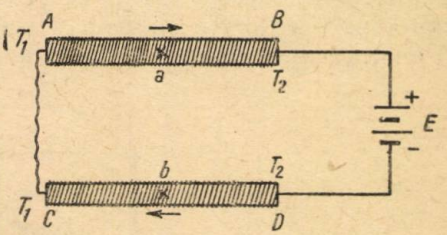


Fig. 3.

Pentru observarea efectului Thomson se poate face următoarea experiență : două vergele egale AB și CD sînt unite cu o sîrmă (fig. 3). Capetele A i C sînt menținute la o temperatură mai înaltă T_1, iar capetele B și D la o temperatură mai joasă T_2.

Dacă introducem vergelele în circuitul bateriei E, curentul electronic, al cărui sens este indicat de săgeată, va circula în vergeaua CD în sensul creșterii temperaturii.

Pînă la trecerea curentului, punctele așezate simetric a și b de pe ambele vergele, au avut o temperatură egală. După trecerea curentului, datorită apariției efectului Thomson, punctul a va deveni mai cald decît punctul b, deoarece în vergeaua AB curentul electronic coincide ca sens, cu fluxul termic, iar în vergeaua CD îi este opus.

Observații.

1° Efectul Peltier este inversul efectului termoelectric (efectul Seebeck). După cum variația de temperatură a unei suduri metalice produce în circuit un curent electric, prin efectul Seebeck, tot așa trecerea unui curent printr-o sudură îi modifică temperatura, prin efectul Peltier.

2° Efectul Peltier nu este o caracteristică exclusivă a metalelor, el apărînd nu numai la contactele metalice, dar și la alte specii de conductori, de pildă între metale și electroliți.

3° Efectul Peltier decurge în mod independent de efectul Joule-Lenz, cu care nu trebuie confundat.

APARAT PENTRU STUDIUL EXPERIMENTAL AL INTERFERENŢEI ŞI DIFRACŢIEI LUMINII

prof. *H. SAVIN*, şc. m. „Gh. Lazăr" — Secţia serală — Bucureşti

(Indicat pentru lucrări practice din învăţămîntul mediu)

Principiul dispozitivului interferometric derivă din experienţa clasică a lui Young.

O sursă, *S*, de lumină cu filament rectiliniu (fig. 1) se află la o distanţă *p* de o lentilă cilindrică, *Lc*, (aşezată paralel cu filamentul sursei şi la aceeaşi înălţime) şi va forma o imagine reală *S'*, rectilinie, apropiată şi foarte îngustă (jucînd rolul primei fante din experienţa Young). La distanţa *l* de această nouă sursă *S'* coerentă cu prima,

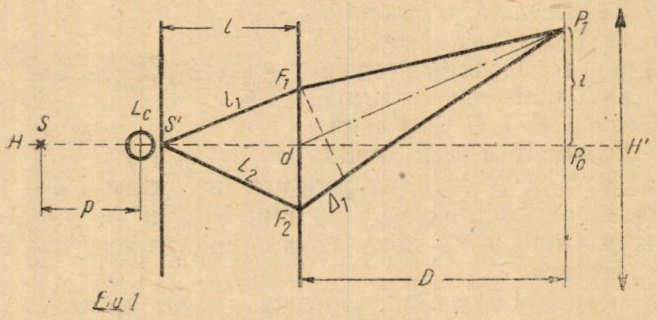


Fig. 1.

se află un ecran opac, prevăzut cu două fante F_1, F_2, distanţa dintre ele fiind *d*, iar orientarea lor, paralel cu sursa *S*. Întrucît vibraţiile în fantele F_1 şi F_2, sînt produse de una şi aceeaşi undă incidentă, provenită din *S'*, aceste vibraţii sînt în aceeaşi fază (sau prezintă o diferenţă de fază constantă) şi au amplitudini egale. Undele care pornesc din F_1 şi F_2 se întîlnesc în fiecare punct al regiunii *D*, cu o diferenţă de drum Δ_i determinată de distanţele parcurse de ele. În funcţie de această diferenţă de drum, ele se întăresc sau se slăbesc reciproc. Rezultatul interferenţei (fenomen de însumare a celor două fascicule de unde), se poate observa cu ajutorul lupei *Lm*, explorînd regiunea *D*. Dacă observaţia se face în lumină albă, franjele care se observă sînt colorate, afară de una, centrală, care este albă. Folosind însă un filtru monocromatic, interpus în calea undelor, franjele vor fi numai de culoarea filtrului şi vor alterna cu franje întunecoase echidistante; intervalul între două franje, numit interfranje, se notează cu *i*. Figura 1 reprezintă schema de principiu. Dacă diferenţa de drum

Δ_1, dintre drumurile parcurse de undele pornite din F_1, F_2 și concurente în P_1, corespunde unei lungimi de undă λ, atunci acțiunea undelor în P_1 va fi în aceeași fază și va rezulta o franjă de intensitate luminoasă maximă, prima după franja centrală de maximă din P_0.

Relația matematică, valabilă în primă aproximație, va fi $\lambda = \frac{d \cdot i}{D}$ în care D este distanța între planul fantelor F_1, F_2 și planul punctului P_1.

În dispozitivele folosite în mod curent, parametrii i și D sînt variabili, iar valorile lor se determină prin măsurători directe. Mărimea parametrului d se dă cunoscută, ca fiind o constantă a aparatului sau se măsoară în prealabil. Pornind de la observația că determinarea parametrului i necesită folosirea unui mecanism special, așa-numita „lupă Fresnel", de o construcție dificilă, s-a experimentat și pus la punct o nouă metodă, care înlocuiește lupa Fresnel, cu o lupă, *Lm*, prevăzută cu micrometru ocular *M*, montat în însăși garnitura metalică a lupei și anume în planul ei de observație (planul obiect). Prin această modificare, determinarea mărimei interfranjei i se face cu mare precizie și mult mai ușor.

În adevăr: dispozitivul fiind pus la punct, în cîmpul lupei *Lm* se observă franje întunecoase (lucrînd în lumină monocromatică), care se suprapun peste diviziunile micrometrului ocular *M*.

Se deplasează, apropiind sau îndepărtînd sistemul de fante F_1, F_2, pînă cînd se obține coincidență între toate franjele întunecoase, care se văd în cîmpul lupei, cu diviziunile micrometrului. În acest moment, denumit de riguroasă coincidență, mărimea interfranjei i este egală cu interdiviziunea (distanța între 2 diviziuni consecutive ale micrometrului). Dacă micrometrul este divizat în zecimi de milimetru, urmează că $i = 0{,}1$ mm. Subliniem că o mică diferență, care ar exista între mărimea interfranjei i și interdiviziunea micrometrului, prin însumare va da o diferență ușor apreciabilă la franjele extreme din cîmpul lupei. Există, desigur o limită a preciziunii ce se poate obține determinată printre altele și de fenomenul de paralaxă, ce va interveni în observarea franjelor extreme.

Dar, dispozitivul folosit drept sursă coerentă, imaginea reală *S'*, capătă o caracteristică, specifică dispozitivului construit de noi. În adevăr sursa *S* cît și dispozitivul interferometric sînt montați fiecare pe cîte un suport aparte. Datorită acestui detaliu de construcție, rotind ușor dispozitivul interferometric față de sursă, rămasă fixă, se obține în cîmpul de observație a lupei *Lm* o mișcare de translație a întregului sistem de franje, fără a se schimba mărimea interfranjei.

Această caracteristică a dispozitivului va permite realizarea riguroasei coincidențe între franjele întunecoase și diviziunile micrometrului realizînd condiția $i = 0{,}1$ mm.

Determinarea parametrului d se obține folosind o radiație cunoscută monocromatică (de exemplu, flacăra de sodiu: $\lambda = 5896$ Å), sau folosind un filtru de radiație monocromatică, etalonat.

În momentul de riguroasă coincidență, cînd putem lua $i = 0{,}1$ mm, se măsoară distanța D și se deduce valoarea d.

Exemplu :

Să presupunem că folosind radiația cunoscută $\lambda = 5896$ Å, s-a obținut riguroasa coincidență pentru $D = 85$ mm. Urmează că :

$$d = \frac{\lambda}{i} D = \frac{5896 \cdot 10^{-7}}{0{,}1} 85 = 0{,}501\,160\,0 \approx 0{,}5 \text{ mm.}$$

Exactitatea acestei mărimi este în funcție de exactitatea mărimilor i și D.

Facem însă următoarea remarcă :

În relația $\lambda = \frac{d \cdot i}{D}$, dacă menținem produsul di = constant = K, atunci relația devine $\lambda = \frac{K}{D}$, iar în exemplul luat vom avea : $K = \lambda D$, deci :

$$K = 5896 \cdot 10^{-7} \cdot 85 = 50\,116 \cdot 10^{-6}.$$

Astfel că pentru noi determinări (pentru alte radiații) folosind același sistem de fante (respectiv același d), vom putea folosi relația :

$$\lambda = \frac{K}{D} = \frac{50\,116 \cdot 10^{-6}}{D} \text{ mm.}$$

În consecință,

odată determinată constanta K a aparatului, determinarea valorii lui λ se obține prin măsurarea unui singur parametru D.

Aparatura necesară realizării dispozitivelor : (fig. 2)

Bancul optic, este format dintr-o bară, cu secțiunea pătrată (3×3 cm) și cu lungimea de 54 mm, gradat în centimetri. Este montat pe un suport-picior, cu baza circulară de circa 5 cm, masivă, pentru stabilitate. Poate fi construit din lemn de fag fiert sau din metal. Suporții vor fi prevăzuți cu mici șanțuri $ș$, pentru așezarea paravanelor-suport, pentru lentila Lc, pentru filtre, pentru fante (fig. 3 a). Suportul pentru fantele $F_1 F_2$ este prevăzut cu o pană milimetrică, lungă de 1 cm și gradată în milimetri (fig. 3 b). Bara fiind gradată în centimetri, cu ajutorul penei se apreciază micile diferențe în milimetri.

Lentila cilindrică Lc, este confecționată dintr-o vergea de sticlă, perfect transparentă, avînd raza de circa 4 mm și înălțimea de 4 cm. Deseori, suprafața laterală prezintă striațiuni provenite din fabricație. Se va alege, cu multă atenție, ca vergeaua din care se va construi lentila, să nu aibă asemenea striațiuni, care dau fenomenul de difracție, ceea ce ne va jena. Lentila se montează pe un mic paravan suport, (6×6 cm) în dreptul unei deschizături în formă dreptunghiulară (40×4 mm) făcută, în prealabil, în mijlocul paravanului. Pentru claritate, lățimea b a sursei S' va satisface condiția : $b \leqslant \frac{1}{2} \lambda \frac{1}{d}$. Se vor construi două asemenea lentile cilindrice : una (Lc) — montată vertical și a doua ($L'c$) montată orizontal pe paravanul-suport.

Filtrele de culoare monocromatică, se construiesc din sticlă colorată, care prezintă transparență selectivă pentru o bandă foarte îngustă. Se montează pe un paravan-suport (6 × 4 cm), care prezintă o deschizătură în mijloc (4 × 2 cm), și cu totul se montează pe suport. De dorit să dispunem de 7 filtre (culorile de bază) sau măcar 3 (roș, galben, albastru).

Sistemul de fante $F_1 F_2$. Se construiește dintr-o placă fotografică expusă (4 × 4 cm), mai înegrită, pe care se realizează 2 fante înguste prin tăierea gelatinei cu un vîrf ascuțit. Lățimea *a*, a unei fante, va satisface condiția: $a = \frac{1}{2}i$. Fantele vor fi paralele și apropiate. Distanța dintre fante, *d*, va fi între 0,5 și 1 mm, valori mai mari pentru *d*, vor necesita de asemenea, valori mari pentru *D*. Pentru cunoașterea raționamentelor care au determinat condițiile, privind parametrii *a*, *b*, *d*, recomandăm: Cursul de fizică generală Friș — Timoreva, vol. III, pag. 43. Prin încercări, vom găsi sistemul de fante cel mai potrivit.

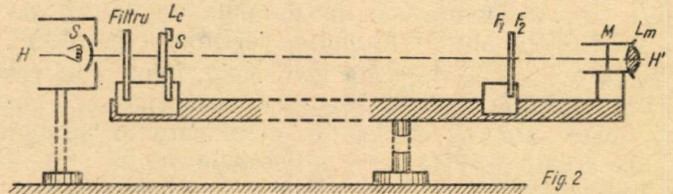


Fig. 2

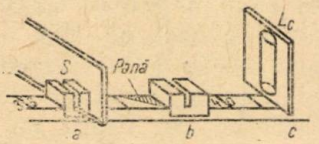


Fig. 3.

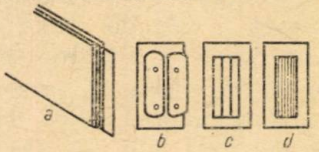


Fig. 4.

Folosind lupa cu ocular micrometric la microscopul de la care s-a luat, putem măsura și lățimea fiecărei fante și distanța *d* dintre fante, determinînd în prealabil grosismentul obiectivului.

Lupta cu micrometru ocular, se poate realiza, folosind ocularul de la microscopul școlii (tip I.O.R.), căruia i se scoate, prin deșurubare, lentila din spate. În interiorul garniturii metalice se află o fantă circulară. Între această fantă și lentila ocular se va monta micrometrul, în poziția optimă de claritate. Micrometrul ocular este un disc de sticlă, perfect transparentă, raza de 9 mm, cu fețe paralele, grosimea 1 mm și avînd gravat o mică riglă, lungă de 1 cm și divizată într-o sută intervale egale. Sînt gravate și numerele corespunzînd grupelor de 10 diviziuni. O interdiviziune este egală cu 0,1 mm. Puterea optică a lentilei este de circa 10 *D*; lupa (*Lm*) se montează pe un suport, care o saltă la nivelul viziunii, în axul principal al sistemului. Poziția lupei este la capătul bancului (fig. 2) pe porțiunea negradată de 4 cm, astfel ca planul micrometrului să corespundă poziției *O*, inițiale a riglei de pe banc. Micrometrul ocular se poate procura de la fabrica I. O. R. (Se poate și confecționa: se desenează cu alb, pe fond negru, o riglă de un metru în mărime naturală, care apoi se

fotografiază, avînd grije ca imaginea să aibă lungimea de 1 cm. Din filmul negativ, se taie un cerc pe dimensiunea interioară a garniturii unde se va monta. Cu un inel de aluminiu se presează și fixează în locul indicat mai sus.

Sursa luminoasă *S*, va fi un bec electric cu filamentul rectiliniar (40—60 wați) montat într-o garnitură metalică, bine proporționată pentru a se evita o încălzire prea mare. Este mult mai comod ca filamentul și implicit fantele și lentila să fie orientate vertical. O fantă centrală va permite ieșirea razelor luminoase în direcție orizontală. Sursa va fi montată pe un suport aparte, care va permite și reglaj în înălțime pentru centrarea cu întregul sistem.

Piese accesorii pentru realizarea unei serii de experiențe documentare:

a) Două plăci de sticlă (60 × 40 × 1 mm) între care se montează o peliculă de celofan pentru realizarea unei „lame subțiri cu fețe paralele". Se va observa că foaia de celofan prezintă de asemenea striațiuni, provenite din procesul de fabricație. La montarea peliculei se va urmări ca striațiunile să fie paralele cu latura de 40 mm a sticlei, care va fi verticală în timpul experienței (fig. 4 a).

b) O fantă variabilă, formată din două lame (de ras), montate, una fixă, iar cealaltă mobilă. Se montează pe un paravan opac (6 × 6 cm), care are la mijloc o deschidere dreptunghiulară (de 4 × 2 cm), în dreptul căreia se va deschide fanta (fig. 4 b).

c) Un mic cadru (6 × 6 cm) cu o deschidere de 4 × 4 cm în care se montează 2 fire de sîrmă (de circa 3 mm și 0,2 mm). Firele vor fi montate paralel cu latura verticală a cadrului (fig. 4 c).

d) O rețea de difracție procurată de la I.O.R., montată pe un suport de tipul menționat (fig. 4 d). Rețeaua se poate de asemenea construi: pe un fond alb, se desenează cu tuș negru un sistem, de 100 linii drepte, paralele de aceeași grosime, echidistante. De observat ca spațiile să fie late cît dublul grosimei unei linii. Se fotografiază avînd grijă ca imaginea sistemului să aibă baza de 1 cm, iar înălțimea de 2 cm. Liniile vor fi paralele cu înălțimea, care va fi verticală în faza de observare a fenomenului. Se taie din film porțiunea cu rețeaua obținută și se montează pe un suport.

e) O placă de sticlă (60 × 40 × 2 mm) pentru obținerea inelelor lui Newton folosind ca soluție specială ulei de parafină. Soluția se întinde în peliculă subțire pe placa de sticlă.

f) Un coșuleț de azbest pentru colorarea flacării în galben cu clorură de sodiu.

Lucrări experimentale.

Se realizează montajul conform schiței din figura 2, care reprezintă secțiunea verticală-longitudinală, trecînd prin axul optic (*HH'*) al întregului dispozitiv.

a) Se obține fenomenul de interferență în lumină monocromatică procedînd astfel:

Se montează filtrul colorat, se aprinde becul *S* și prin lupa *Lm* se observă un sistem de franje colorate alternînd cu franje întunecoase. Pentru claritate optică se controlează (rotind ușor lentila și sistemul de fante, în suporturi) realizarea unui paralelism, cît mai

riguros, între filamentul becului, lentila cilindrică *Lc* și sistemul de fante $F_1 F_2$ (care evident trebuie să se găsească simetric dispuse față de planul, filament-lentilă cilindrică *Lc*) ; mici ameliorări se mai pot obține rotind ușor și întregul dispozitiv (după cum s-a arătat mai sus) acționînd asupra suportului-picior masiv.

b) Se urmărește cum variază fenomenul cu deplasarea sistemului de fante $F_1 F_2$.

c) Se analizează fenomenul folosind diferite filtre.

d) Se analizează fenomenul în lumină albă, cînd nu se folosesc filtre colorate.

e) Se determină lungimea de undă a unei radiații, după ce în prealabil s-a determinat constanta *K*, după cum s-a arătat mai sus — folosind lumina galbenă de sodiu.

f) În locul sistemului de fante se montează fanta variabilă (descrisă la accesorii) și se analizează fenomenul de interferență prin difracție. (Vezi Friș—Timoreva, vol. III, pag. 79).

g) Se montează în locul fantei, cadrul cu fire și se analizează fenomenul de interferență obținut prin difracția luminii, adică ocolirea firelor de diferite grosimi.

h) Se poate determina grosimea firului, folosind o radiație de lungime de undă λ, cunoscută.

i) Se montează rețeaua de difracție în locul firelor și se analizează fenomenul.

j) Se montează și a doua lentilă cilindrică *L'c*, obținînd un fascicul conic. Se prepară pelicula de ulei pe o placă de sticlă, care apoi se montează în locul rețelei. Se apropie cît mai mult de lupa ocular și se observă :

1. În lumina albă, la marginile peliculei, care este în mișcare, o bordură conturată de franje colorate, iar în cîmp — ceva mai tîrziu, apar inelele lui Newton colorate.

2. În lumina monocromatică, se observă fenomene analoage, numai în franje întunecoase și franje monocromatice, culoarea filtrului.

NOTA MATEMATICĂ

Asupra problemei 790 (A)

Să se determine numerele naturale m și n astfel ca ecuația $n(x^2 + y^2) = mz^2$ *să poată fi rezolvată în numere întregi și să se afle soluțiile ecuației.*

Împărțim ecuația cu $n \cdot x^2$:

$$1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{m}{n}\left(\frac{z}{x}\right)^2 \qquad (1)$$

Notăm : $\frac{m}{n} = p$; $\frac{y}{x} = u$; $\frac{z}{x} = v$. Ecuația devine :

$$1 + u^2 = p \cdot v^2 \qquad (2)$$

care se mai poate scrie:

$$1 - v^2 = (p - 1)v^2 - u^2$$

sau:

$$(1 - v)(1 + v) = (av - u)(av + u). \tag{3}$$

unde am notat $p - 1 = a^2$.

Punem problema aflării valorilor raționale pentru u și v care verifică ecuația (3). Fie:

$$1 - v = k(av - u) \quad \text{și} \quad 1 + v = \frac{1}{k}(av + u) \tag{4}$$

unde k este un număr rațional oarecare.

Rezolvînd sistemul (4) rezultă:

$$u = \frac{ak^2 + 2k - a}{1 + 2ak - k^2} \; ; \; v = \frac{k^2 + 1}{1 + 2ak - k^2} \tag{5}$$

Se observă că u și v sînt raționale atunci cînd a este rațional, adică $\sqrt{\frac{m}{n}} - 1$ trebuie să fie un număr rațional.

Aceasta se realizează cînd m și n sînt de forma

$$m = q^{2s} + r^{2s} \; ; \qquad n = r^{2s} \tag{6}$$

unde q, r și s sînt numere naturale.

Situîndu-ne în cadrul condițiilor (6), să aflăm soluțiile ecuației date. Avem:

$$\frac{y}{x} = \frac{ak^2 + 2k - a}{1 + 2ak - k^2} \; ; \; \frac{z}{x} = \frac{k^2 + 1}{1 + 2ak - k^2}$$

Putem lua: $x = d(1 + 2ak - k^2)$

$y = d(ak^2 + 2k - a)$

$z = d(k^2 + 1)$

d fiind un număr întreg ales astfel ca x, y, z să fie numere întregi.

Dacă $q = 1$ și $r = 1$ sau $s = 0$ sîntem în cazul problemei 790(A) care cere să se găsească trei patrate perfecte în progresie aritmetică.

Simetria ecuației în raport cu x și y arată că sistemele de tipul (4) care se deduc din (3) dau soluții asemănătoare cu (5),

Se observă că m și n pot fi ambele negative dar prin înmulțirea cu -1 a ecuației devin numere naturale.

Mircea Florescu, student Fac. de utilaj petrolifer

În ce caz un drum mai lung se parcurge mai repede decît unul scurt?

(Prelucrare din limba rusă, după *I. I. PERELMAN*)

O are este cu putință ca un drum ocolit să ducă la țintă mai repede decît unul drept? Da, în acele cazuri cînd viteza de deplasare pe porțiuni diferite de drum este diferită.

Să luăm un exemplu. Un cavalerist trebuie să ducă un raport

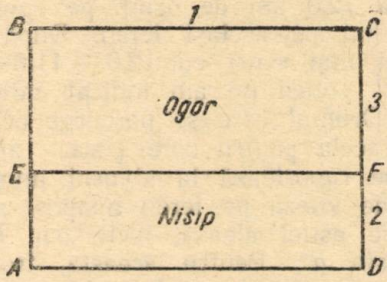


Fig. 1.

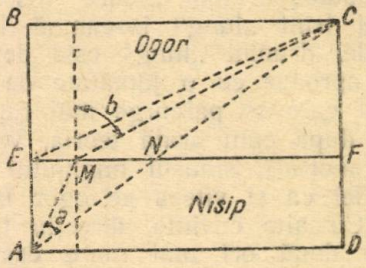


Fig. 2.

din punctul A la cortul comandantului din punctul C (fig. 1). Pe el îl separă de cort o fîșie de teren nisipos adînc și o fîșie de arătură, delimitate una de alta prin dreapta EF. Pe terenul nisipos calul se mișcă de două ori mai încet decît pe ogor. Ce drum trebuie să aleagă cavaleristul pentru a ajunge la cort în timpul cel mai scurt?

La prima vedere se pare că drumul cel mai convenabil este linia dreaptă dusă din A în C. Aceasta este însă complet greșit și nu cred că se va găsi un cavalerist care să aleagă un astfel de drum. Deplasarea înceată pe nisip îl va conduce la ideea corectă de a prescurta această porțiune dificilă pentru mers tăind fîșia de nisip printr-o linie mai puțin oblică; desigur în acest caz cea de a doua porțiune din drum, cea de pe ogor, va fi mai lungă; cum pe ogor el se poate deplasa însă de două ori mai repede, alungirea drumului nu va depăși cîștigul de timp care se obține și în total drumul va fi efectuat într-un interval de timp mai mic. Cu alte cuvinte, drumul cavaleristului trebuie să se frîngă pe frontiera dintre cele două feluri de teren în așa fel, încît drumul pe ogor să facă cu perpendiculara la frontieră un unghi mai mare decît unghiul pe care-l face drumul pe teren nisipos.

Cine este familiarizat cu geometria, și anume cu teorema lui Pitagora, va putea să verifice că, drumul drept AC nu este drumul cel mai rapid și că pentru aceleași dimensiuni ale fîșiilor de teren pe care le avem în vedere, ținta se poate atinge mai repede dacă deplasarea se face de exemplu pe linia frîntă AEC (fig. 2).

Pe figura 1 se arată că lățimea fîșiei de teren nisipos este de 2 km, a ogorului de 3 km, iar lungimea BC de 7 km. Deci, distanța AC (fig. 2) este egală conform teoremei lui Pitagora, cu $\sqrt{5^2 + 7^2} =$

$= \sqrt{74} = 8{,}6$ km. Porțiunea AN — drumul pe teren nisipos — din acest segment, formează după cum se vede 2/5 din această mărime, adică 3,44 km. Deoarece pe terenul nisipos mișcarea se face de două ori mai încet decît pe ogor, rezultă că cei 3,44 km de drum pe teren nisipos echivalează, în timp, cu 6,88 km pe ogor. Prin urmare, întreg drumul mixt de dreapta AC este egal cu 8,60 km, ceea ce corespunde la 12,04 km de drum pe ogor.

Să facem acum aceeași raportare la ogor și pentru linia frîntă AEC. Porțiunea $AE = 2$ km, ceea ce corespunde la 4 km de drum pe ogor. Porțiunea $EC = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58} = 7{,}6$ km. În total întreg drumul frînt AEC corespunde cu $4 + 7{,}6 = 11{,}6$ km.

Așadar, drumul „scurt" înseamnă 12,0 km de drum pe ogor, iar drumul frînt „lung" înseamnă 11,6 km pe același teren. După cum se vede, drumul „lung" este de fapt mai scurt cu $12{,}0 - 11{,}6 = 0{,}4$, adică aproape cu o jumătate de km! Totuși nu am indicat care este drumul care se parcurge mai rapid. Drumul care se parcurge cel mai rapid, după cum arată teoria, va fi acela pentru care (facem apel la trigonometrie), sinusul unghiului b se raportează la sinusul unghiului a, la fel ca și viteza pe ogor față de viteza pe teren nisipos, adică: 2 : 1. Cu alte cuvinte, direcția trebuie astfel aleasă, încît „sin b" să fie de două ori mai mare decît „sin a". Pentru aceasta, frontiera trebuie trecută într-un punct M care se află la o distanță de 1 km de E. Într-adevăr, în acest caz avem:

$$\sin b = \frac{6}{\sqrt{3^2 + 6^2}}, \text{ iar } \sin a = \frac{1}{\sqrt{1 + 2^2}}.$$

Raportul lor va fi:

$$\frac{\sin b}{\sin a} = \frac{6}{\sqrt{45}} : \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{6}{3\sqrt{5}} : \frac{1}{\sqrt{5}} = 2,$$

adică exact cît raportul vitezelor.

Care va fi în acest caz, lungimea drumului raportată la ogor? Să o calculăm: $AM = \sqrt{2^2 + 1^2}$, ceea ce înseamnă 4,47 km de drum pe ogor. $MC = \sqrt{3^2 + 6^2} = 6{,}49$ km. Lungimea totală a drumului este $4{,}47 + 6{,}49 = 10{,}96$, adică cu 1,08 km mai scurt decît drumul drept, care, știm că este de 12,04 km.

Se vede dar ce avantagii prezintă, în condițiile date, frîngerea drumului. Raza de lumină cînd trece prin suprafața de separație dintre două medii transparente cu densități diferite, alege exact un astfel de drum, deci legea refracției luminii verifică exact condiția matematică de rezolvare a problemei: sinusul unghiului de incidență se raportează la sinusul unghiului de refracție ca și vitezele de propagare a luminii în cele două medii; pe de altă parte acest raport este egal cu indicele de refracție al mediului al doilea față de mediul întîi.

Întrunind într-o singură regulă particularitățile refracției și reflexiei, putem spune că raza de lumină, în toate cazurile, parcurge drumul cel mai rapid, adică se supune la regula care în fizică se numește *principiul lui Fermat.*

Dacă mediul este neomogen și capacitatea sa refractantă variază treptat cum se întîmplă de exemplu în atmosferă, acest principiu se realizează și în acest caz. Prin aceasta se explică acea curbare în atmosferă, a razelor care vin de la corpurile cerești și care în limbajul astronomilor se numește „refracție atmosferică". În atmosferă, densitatea devenind din ce în ce mai mare, pe măsură ce ne apropiem de pămînt, raza de lumină se curbează în așa fel încît, concavitatea sa este îndreptată spre pămînt. Raza de lumină rămîne mai mult timp în stratele superioare, care îi micșorează mai puțin calea și stau un timp mai scurt în stratele inferioare, care îi micșorează mai mult această cale ; ca rezultat raza ajunge la țintă mai repede decît pe drumul rectiliniu. Principiul lui Fermat este adevărat nu numai pentru fenomenele luminoase : acestui principiu i se supune în egală măsură propagarea sunetului și în general toate propagările ondulatorii, ori care ar fi natura lor.

Cititorul ar dori desigur să știe cum se explică acest fenomen al mișcărilor ondulatorii. De aceea voi da aci considerațiile făcute de celebrul fizician contemporan Schrödinger*). El pleacă de la un exemplu care ne este cunoscut și anume acela al soldaților care mărșăluiesc, și are în vedere cazul propagării razei luminoase într-un mediu a cărei densitate variază treptat :

Să presupunem — spune el — că soldații pentru a păstra alinierea sînt uniți între ei printr-o bară lungă pe care fiecare din ei o ține strîns în mîini. Comanda sună astfel : să alerge fiecare cît se poate mai repede. Dacă structura solului variază încet de la un punct la altul, atunci, mai întîi să zicem aripa dreaptă a frontului și apoi aripa stîngă, se vor mișca mai repede și rotirea frontului se va realiza de la sine. Vom observa în acest caz că drumul parcurs nu este rectiliniu, ci curbat. Faptul că acest drum coincide exact cu drumul cel mai scurt în sens temporal este destul de lesne de înțeles, deoarece fiecare soldat a căutat să se deplaseze cît se poate mai repede.

V. A.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 3720

O prismă dreaptă are baza un paralelogram cu laturile 3 și $2\sqrt{6}$; iar diagonala mare este de $\sqrt{41}$. Prin vîrful unghiului mare al bazei se duce o secțiune care face forma unui patrat. Să se calculeze latura acestui patrat.

(Olimpiada de matematică 1958, Astrahan)

Soluție. Notăm latura acestui patrat cu x. Atunci avem : $MB = \sqrt{x^2 - 24}$, (din triunghiul dreptunghic AMB) și $PD = \sqrt{x^2 - 9}$, (din triunghiul dreptunghic APD).

*) Într-un raport citit la Stokholm cînd a obținut premiul Nobel (în anul 1933).

Atunci, $PQ = \sqrt{x^2 - 9} - \sqrt{x^2 - 24}$

Cum triunghiul MPQ este dreptunghic avem:

$$(\sqrt{x^2 - 9} - \sqrt{x^2 - 24})^2 + 41 = 2x^2$$

($MP = x\sqrt{2}$ fiind diagonala patratului de latură x), sau:

$$8 - 2\sqrt{(x^2 - 9)(x^2 - 24)} = 0$$

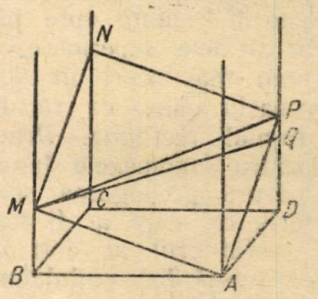
ce dă:

$$x^4 - 33x^2 + 200 = 0$$

de unde:

$$x^2 = \frac{33 \pm \sqrt{33^2 - 800}}{2} = \frac{33 \pm 17}{2},$$

cu soluția acceptabilă $x = 5$.



Problema 3724

Să se demonstreze că pentru orice unghi x cuprinde între 0 și 180° avem relația:

$$\sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x > 0$$

(Olimpiada de matematică, R. P. Ungară)

Soluție. Observăm că:

$\sin 3x = \sin(2x + x) = \sin 2x \cos x + \sin x \cos 2x = 2\cos^2 x \sin x + \sin x(2\cos^2 x - 1) = 4\cos^2 x \sin x - \sin x.$

Expresia din membrul întîi devine succesiv:

$$\sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x = \sin x + \sin x \cos x +$$

$$+ \frac{1}{3}(4\cos^2 x \sin x - \sin x) = \frac{4\cos^2 x \sin x + 3\sin x \cos x + 2\sin x}{3} =$$

$$= \frac{1}{3}\sin x(4\cos^2 x + 3\cos x + 2) = \frac{1}{3}\sin x\left[\left(2\cos x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{16}\right]$$

Cum expresia din paranteză este totdeauna pozitivă și $\sin x$ este pozitiv cînd x este cuprins între 0° și 180° rezultă că expresia inițială este pozitivă, ceea ce trebuia arătat.

Problema 3729

Să se demonstreze inegalitatea:

$$\frac{x^2 + y^2}{x + y} + \frac{y^2 + z^2}{y + z} + \frac{z^2 + x^2}{z + x} \geqslant x + y + z.$$ Generalizare.

C. Coșniță

Soluție. Se observă că avem:

$$\frac{x^2+y^2}{x+y} \geqslant \frac{x+y}{2}; \quad \frac{y^2+z^2}{y+z} \geqslant \frac{y+z}{2}; \quad \frac{z^2+x^2}{z+x} \geqslant \frac{z+x}{2}$$

(căci avem: $2(a^2+b^2) \geqslant (a+b)^2$ adică, $a^2+b^2-2ab \geqslant 0$, ceea ce este evident). Adunînd aceste inegalități obținem:

$$\frac{x^2+y^2}{x+y} + \frac{y^2+z^2}{y+z} + \frac{z^2+x^2}{z+x} \geqslant x+y+z,$$ ceea ce trebuia arătat.

Analog, se arată că avem:

$$\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1+x_2} + \frac{x_2^2+x_3^2}{x_2+x_3} + \frac{x_3^2+x_4^2}{x_3+x_4} + \ldots + \frac{x_{n-1}^2+x_n^2}{x_{n-1}+x_n} + \frac{x_n^2+x_1^2}{x_n+x_1} \geqslant$$
$$\geqslant x_1+x_2+\ldots+x_{n-1}+x_n \qquad (1)$$

Într-adevăr, avem inegalitățile evidente:

$$\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1+x_2} \geqslant \frac{x_1+x_2}{2}; \quad \frac{x_2^2+x_3^2}{x_2+x_3} \geqslant \frac{x_2+x_3}{2}; \ldots$$
$$\frac{x_n^2+x_1^2}{x_n+x_1} \geqslant \frac{x_n+x_1}{2}$$

Adunînd aceste inegalități obținem inegalitatea de demonstrat (1)

Observare. În demonstrația de mai sus, s-a presupus că numerele x, y, z, x_1, x_2 $x_3, \ldots x_n$ sînt pozitive.

Problema 3732

În suplimentul Gazetei Matematice din 1910 este dată drept curiozitate, egalitatea $45^2 = 2025$ ce se menține dacă sporim cu o unitate toate cifrele numărului de două cifre precum și ale pătratului său, adică $56^2 = 3136$. Să se găsească numere de trei, patru și mai multe cifre care să îndeplinească aceleași condiții.

Alex. Stoenescu

Soluție, — dată de *O. Nanu,* student Iași. — Vom considera un număr de n cifre. Conform enunțului înseamnă că avem:

$$(a_1a_2\ldots a_n)^2 = b_1b_2\ldots b_m \qquad (1)$$
$$[(a_1+1)(a_2+1)\ldots(a_n+1)]^2 = (b_1+1)(b_2+1)\ldots(b_m+1) \qquad (2)$$

unde m poate fi egal cu $2n$ sau $2n+1$.

Relația (2) se mai scrie:

$$(a_1a_2a_3\ldots a_n + \underbrace{111\ldots1}_{n \text{ cifre}})^2 = b_1b_2\ldots b_m + \underbrace{111\ldots1}_{m \text{ cifre}}$$

sau:

$$(a_1a_2a_3\ldots a_n)^2 + \underbrace{2.11\ldots1}_{n \text{ cifre}}N + \underbrace{111\ldots1}_{n \text{ cifre}}{}^2 = b_1b_2\ldots b_m + \underbrace{11\ldots1}_{m \text{ cifre}}$$

și ținînd seama de relația (1) această relație devine:

$$\underbrace{11\ldots1}_{n \text{ cifre}}(2N + \underbrace{11\ldots1}_{n \text{ cifre}}) = \underbrace{11\ldots1}_{m \text{ cifre}}$$

unde am notat prin N, numărul $a_1\,a_2\ldots a_n$.

Ca această relație să fie posibilă trebuie să avem $m = 2n$ (ca $\underbrace{11\ldots1}_{m \text{ cifre}}$ să se împartă exact la $\underbrace{11\ldots1}_{n \text{ cifre}}$). Atunci relația devine:

$$2N + \underbrace{11\ldots1}_{n \text{ cifre}} = \underbrace{10\ldots0\ldots01}_{n+1 \text{ cifre}} \text{ de unde:}$$

$$2N = \underbrace{888\ldots890}_{n \text{ cifre}} \text{ de dă: } N = \underbrace{44\ldots45}_{n \text{ cifre}}$$

ceea ce trebuia aflat.

Pentru $n = 2$ avem: $45^2 = 2025$ și $56^2 = 3136$
Pentru $n = 3$ avem: $445^2 = 198025$ și $556^2 = 309136$ ș.a.m.d.

Problema 3737

Să se arate că numărul

$$N = \frac{a^{2n}}{(2a+1)\,2\,(2a+2)} - \frac{(a+1)^{2n}}{(2a+1)\,(2a+3)} + \frac{(a+2)^{2n}}{2\,(2a+2)\,(2a+3)}$$

este întreg, cînd n și a sînt numere întregi.
(Generalizarea problemei 3460)

L. Lupaș, elev București

Soluție: Trebuie să demonstrăm că:

$$E = (2a+3)\cdot a^{2n} - 2\,(2a+2)\,(a+1)^{2n} + (2a+1)\,(a+2)^{2n} =$$
$$= \mathfrak{M}\,(2a+1)\,2\,(2a+2)\,(2a+3).$$

și avem:

$$E = (2a+3)\cdot a^{2n} - (4a+4)(a+1)^{2n} + \mathfrak{M}\,(2a+1) =$$
$$= (2a+3)\,a^{2n} - (2a+3)\,(a+1)^{2n} - (2a+1)\,(a+1)^{2n} + \mathfrak{M}\,(2a+1) =$$
$$= (2a+3)\,[a^{2n} - (a+1)^{2n}] + \mathfrak{M}\,(2a+1) =$$
$$= (2a+3)\,\mathfrak{M}\,(a^2 - a^2 - 2a - 1) + \mathfrak{M}\,(2a+1) = \mathfrak{M}\,(2a+1).$$

iar:

$$E = (4a+4-2a-1)a^{2n} - 2\,(2a+2)\,(a+1)^{2n} + (2a+1)\,(a+2)^{2n} =$$
$$= \mathfrak{M}\,2\,(2a+2) + (2a+1)\,(a+2)^{2n} - (2a+1)\cdot a^{2n} =$$
$$= \mathfrak{M}\,2\,(2a+2) + (2a+1)\,\mathfrak{M}\,(a^2 + 4a + 4 - a^2) = \mathfrak{M}\,2\,(2a+2).$$

și:

$$E = \mathfrak{M}\,(2a+3) - (2a+3+2a+1)\,(a+1)^{2n} + (2a+1)\,(a+2)^{2n} =$$
$$= \mathfrak{M}\,(2a+3) + (2a+1)\,(a+2)^{2n} - (2a+1)\,(a+1)^{2n} =$$
$$= \mathfrak{M}\,(2a+3) + (2a+1)\,\mathfrak{M}\,(a^2 + 4a + 4 - a^2 - 2a - 1) = \mathfrak{M}\,(2a+3).$$

Însă numerele $(2a+1)$; $2(2a+2)$; $(2a+3)$ sînt numere prime între ele și deci urmează că:

$$E = \mathfrak{M}\,(2a+1)\,2\,(2a+2)\,(2a+3).$$

Se observă că pentru $a > 0$ și $a < -2$ numărul N este întreg. Să vedem acum ce valori ia N pentru $a = 0$; $a = -1$ și $a = -2$.
Pentru $a = 0$ avem:

$$N = -\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{2^{2n}}{3\cdot 2\cdot 2} = \frac{4^n}{12} - \frac{1}{3} = \frac{4\,(4^{n-1}-1)}{12} = \frac{4^{n-1}-1}{3} = \frac{\mathfrak{M}3}{3} = k$$

unde k este un număr întreg.
Pentru $a = -1$, avem:

$$N = \frac{(-1)^{2n}}{2\cdot 0\,(-1)} - \frac{0}{(-1)\cdot 1} + \frac{1^{2n}}{1\cdot 2\cdot 0} = \infty$$

Pentru $a = -2$, avem:

$$N = \frac{(-2)^{2n}}{2(-2)(-3)} - \frac{(-1)^{2n}}{(-3)\,(-1)} = \frac{4^n}{12} - \frac{1}{3} = k$$

unde k este număr întreg.

Observații:

1. Pentru $a = 5$ obținem problema 3460.
2. Cînd $n = 1$, atunci:

$$N = \frac{a^2}{(2a+1)\,2\,(2a+2)} - \frac{(a+1)^2}{(2a+1)\,(2a+3)} + \frac{(a+2)^2}{(2a+3)\,2\,(2a+2)} =$$

$$= \frac{(2a+3)a^2 - (2a+3)\,(a+1)^2 - (2a+1)\,(a+1)^2 + (2a+1)\,(a+2)^2}{(2a+1)\,2\,(2a+2)\,(2a+3)} =$$

$$= \frac{(2a+3)\,(a^2-a^2-2a-1) + (2a+1)\,(a^2+4a+4-a^2-2a-1)}{(2a+1)\,2\,(2a+2)\,(2a+3)} =$$

$$= \frac{-(2a+3)\,(2a+1) + (2a+1)\,(2a+3)}{(2a+1)2(2a+2)(2a+3)} = 0$$

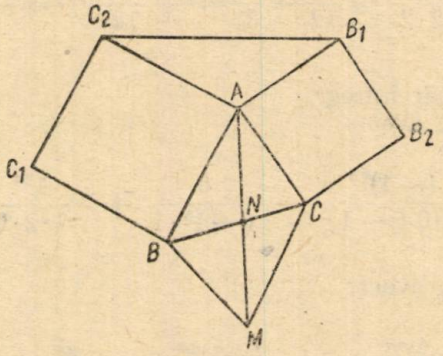
Deci cînd $n = 1$ și $a \neq -1$, $N = 0$.

Problema 3777

Se dă triunghiul oarecare ABC, iar ABC_1C_2; BCA_1A_2; CAB_1B_2 patratele construite spre exterior (sau spre interior) pe laturile triunghiului. Să se construiască triunghiul ABC cînd se cunosc lungimile segmentelor A_1B_2, B_1C_2, C_1A_2 (în legătură cu problema 3405).

Mihai Vrăjitoru, elev Aiud

Soluție. — Vom demonstra că C_2B_1 este dublul medianei din A a triunghiului. Analog se va arăta pentru celelalte două segmente A_1B_2 și C_1A_2.

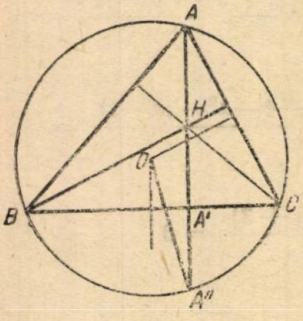


Fie M simetricul lui A față de N mijlocul lui BC. Se observă că triunghiul AB_1C_2 este egal cu triunghiul ACM, căci: $AB_1 = AC$; $AC_2 = AB = CM$ și $\sphericalangle C_2AB_1 = 360° - 2 \cdot 90° - A = 180° - A = \sphericalangle ACM$. Rezultă $C_2B_1 = AM$, de unde $AN = \frac{1}{2} B_1C_2$, adică problema s-a redus la problema cunoscută: Să se construiască triunghiul cînd se cunosc lungimile celor 3 mediane, medianele fiind respectiv, jumătățile segmentelor date.

Problema 3796

Să se construiască triunghiul ABC cunoscînd H, O și A' piciorul lui h_a.

Cotfas C. profesor Giurgiu



Soluție. — Fie A'' simetricul lui H față de A'. Dar se știe că simetricul ortocentrului față de piciorul unei înălțimi se află pe cercul circumscris triunghiului. A'' fiind astfel fix ca și O vom construi cercul circumscris triunghiului cunoscîndu-i centrul O și raza OA''. Prelungim pe HA' care taie cercul în A și apoi ducem prin A' perpendicular pe HA' care taie cercul în punctele căutate B și C. Deci triunghiul ABC este perfect determinat.

Problema 3797

Să se arate că:

$$\left[\frac{C_2^1+C_4^2+C_6^3\ldots C_{2m}^m}{C_1^1+C_3^2+C_5^3\ldots C_{2m-1}^m}\right]^m=\frac{C_2^1C_4^2C_6^3\ldots C_{2m}^m}{C_1^1C_3^2C_5^3\ldots C_{2m-1}^m}=2^m$$

Radu Răşcanu, elev Bucureşti

Soluţie. — Plecăm de la relaţia $C_{2m}^m=2C_{2m-1}^m$. Într-adevăr, aceasta se reduce la:

$$\frac{2m(2m-1)\ldots(m+1)}{1\cdot2\ldots(m-1)m}=2\cdot\frac{(2m-1)\ldots(m+1)m}{1\cdot2\ldots(m-1)m}$$

sau:

$$\frac{2m\ldots(m+1)}{m!}=\frac{2m(2m-1)\ldots m+1}{m!}$$

ceea ce este adevărat. Deci avem:

$$C_2^1=2C_1^1;\ C_4^2=2C_3^2;\ C_6^3=2C_5^3;\ldots;\ C_{2m}^m=2C_{2m-1}^m$$

Adunînd aceste relaţii avem:

$$C_2^1+C_4^2+C_6^3+\ldots+C_{2m}^m=2(C_1^1+C_3^2+C_5^3+\ldots+C_{2m-1}^m$$

sau:

$$\frac{C_2'+C_4^2+C_6^3+\ldots+C_{2m}^m}{C_1^1+C_3^2+C_5^3+\ldots+C_{2m-1}^m}=2\quad\text{şi deci:}$$

$$\left[\frac{C_2'+C_4^2+C_6^3+\ldots+C_{2m}^m}{C_1^1+C_3^2+C_5^3+\ldots+C_{2m-1}^m}\right]^m=2^m$$

Înmulţind relaţiile de mai sus, membru cu membru, obţinem:

$$C_2'\cdot C_4^2\cdot C_6^3\ \ldots\ C_{2m}^m=2^m\,C_1^1\cdot C_3^2\,C_5^3\ldots C_{2m-1}^m$$

şi astfel s-au demonstrat relaţiile din enunţ.

Problema 3813

Se dă un punct M pe diagonala AC a unui patrulater oarecare ABCD. Se duce MP paralelă la AB şi întîlnind latura BC în P, MQ paralelă la CD şi înlocuind pe AD în Q. Să se demonstreze că:

$$AB.MQ+CD.MP=AB.CD.$$

* * *

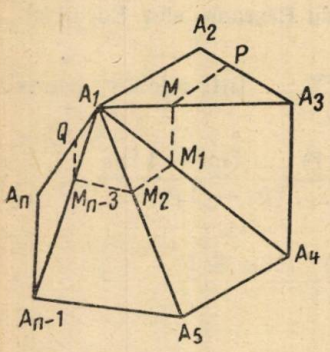
Soluţie dată de elevul *Mircea Rădulescu*, Constanţa. În triunghiul *ABC*, *AB* şi *MP* sînt paralele, deci:

$$\frac{MP}{AB}=\frac{MC}{AC}.$$

În mod analog :

$$\frac{MQ}{CD} = \frac{AM}{AC}.$$

Adunînd cele două relații obținem :



$$\frac{MP}{AB} + \frac{MQ}{CD} = 1 \qquad (1)$$

și aducînd la același numitor :

$$AB.MQ + CD.MP = AB.CD.$$

Observare. Sub forma relației (1) problema este cunoscută (v. „Culegere de probleme de geometrie" de G. Țițeica, pr. 523, p. 56).

Generalizare. Fie $A_1A_2A_3 \ldots A_n$ un poligon oarecare și M_1 un punct arbitar pe diagonala A_1A_3. Paralela dusă din M la A_1A_2 taie pe A_1A_3 în P, iar paralela din M la A_3A_4 taie pe A_1A_4 în M_1. Din M_1 se duce o paralelă la A_4A_5 care taie pe A_1A_5 în M_2 ș.a.m.d. Din M_{n-3} se duce o paralelă la $A_{n-1}\,A_n$ care taie pe $A_1\,A_n$ în Q. Să se arate că :

$$\frac{PM_1}{A_1A_2} + 2\left(\frac{M_1M_2}{A_3A_4} + \frac{M_2M_3}{A_4A_5} + \ldots + \frac{M_{n-4}\,M_{n-3}}{A_{n-2}A_{n-1}}\right) + \frac{M_{n-3}\,Q}{A_{n-1}\,A_n} = n - 3.$$

Soluție. Aplicînd relația (1) în patrulaterele $A_1A_2A_3A_4$, $A_1A_3A_4A_5, \ldots,$ $A_1\,A_{n-2}\,A_{n-1}\,A_n$ obținem :

$$\frac{PM_1}{A_1A_2} + \frac{M_1M_2}{A_3A_4} = 1\,;\ \frac{M_1M_2}{A_3A_4} + \frac{M_2M_3}{A_4A_5} = 1;\ \ldots;\ \frac{M_{n-4}\,M_{n-3}}{A_{n-2}\,A_{n-1}} + \frac{M_{n-3}\,Q}{A_{n-1}\,A_n} = 1$$

Adunînd relațiile de mai sus membru cu membru, găsim tocmai ceea ce trebuia demonstrat.

Problema 3815

Distanța zenitală meridiană a unui astru este de 4 ori latitudinea, iar unghiul la pol în momentul răsăritului este P. Se cere latitudinea.

C. V Costăchescu

Soluția. În momentul răsăritului unui astru : h = O

$$\sin h = \sin 0 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P,$$

$$\cos P = - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$$

Cînd astrul este în meridian :
$\varphi = z + \delta$; $\varphi =$ latitudinea : $z =$ distanța zenitală, $\delta =$ declinația astrului

$$\varphi = 4\varphi + \delta, \text{ deci } 3\varphi + \delta = 0\,;\ \delta = -3\varphi$$

$$\cos P = - \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg}\,(-3\varphi) = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} 3\varphi = \frac{3 \operatorname{tg}^2 \varphi - \operatorname{tg}^4 \varphi}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \varphi}$$

$$\cos P - 3 \cos P \operatorname{tg}^2 \varphi = 3 \operatorname{tg}^2 \varphi - \operatorname{tg}^4 \varphi,$$

$$\operatorname{tg}^4 \varphi - 3 \operatorname{tg}^2 \varphi (1 + \cos P) + \cos P = 0,$$

$$\operatorname{tg}^4 \varphi - 6 \operatorname{tg}^2 \varphi \cos^2 \frac{P}{2} + 2 \cos^2 \frac{P}{2} - 1,$$

$$\operatorname{tg}^2 \varphi = 3 \cos^2 \frac{P}{2} + \sqrt{9 \cos^4 \frac{P}{2} + 1 - 2 \cos^2 \frac{P}{2}}$$

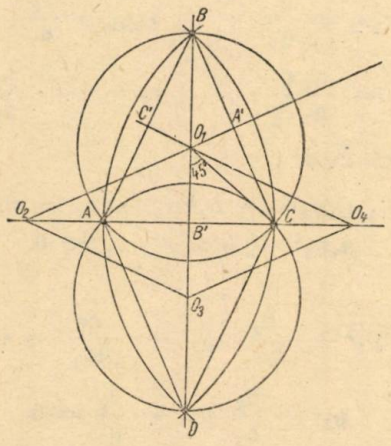
$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3 \cos^2 \frac{P}{2} + \sqrt{9 \cos^4 \frac{P}{2} + 1 - 2 \cos^2 \frac{P}{2}}}$$

Relația $3 \varphi + \delta = 0$ arată că declinația și latitudinea sînt de semne contrare.

Problema 3837

Se dă un romb $ABCD$ și fie O_1, O_2, O_3, O_4 centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor ABC, BCD, CDA, DAB.

1. Să se arate că patrulaterul $O_1O_2O_3O_4$ este tot un romb, cu unghiurile egale cu cele ale primului romb;



2. Să se afle măsura unghiurilor unuia din romburi în cazul cînd ambele romburi sînt egale;

3. Să se deducă din rezultatul precedent, ortogonalitatea perechilor de cercuri O_1, O_3 și O_2, O_4.

Corneliu Georgescu, Craiova

Soluție. 1. Centrele celor patru cercuri se găsesc, două cîte două, pe cîte una din diagonalele rombului, simetric așezate față de cealaltă diagonală, deci $O_1O_2O_3O_4$ este romb.

Triunghiurile ABO_1 *și* ABO_4 fiind isoscele, O_1O_4 este perpendiculară pe AB. La fel găsim $O_3O_4 \perp AD$ și deci, $O_3O_4 \perp BC$; de unde rezultă $\sphericalangle O_1O_4O_3 = \sphericalangle ABC$, ș.a.m.d.

2. Dacă romburile sînt egale, atunci $AC = O_1O_3$ și $BD = O_2O_4$. Rezultă că rombul AO_1CO_3 este pătrat și tot așa rombul O_2BO_4D este patrat.

$$\sphericalangle ABC = \frac{\sphericalangle AO_1C}{2} = 45°; \quad \sphericalangle BAD = 135°.$$

3. O_1C fiind perpendiculară pe O_3C, cercurile O_1, O_2 sînt ortogonale; O_2BO_4D fiind patrat, $O_2B \perp BO_4$, deci și cercurile O_2, O_4 sînt ortogonale.

Problema 3842

Se dau ecuațiile:

$$a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$$
$$a_2y^2 + b_2y + c_2 = 0.$$

Să se determine condiția ca una din rădăcinile primei ecuații să fie de k ori mai mare decît una din rădăcinile ecuației a doua. (Enunț generalizat).

* * *

Soluție dată de *M. Rădulescu*, s.m.2 Constanța. Fie x_1, x_2 și y_1, y_2 respectiv rădăcinile celor două ecuații. Avem:

$$x_1x_2 = \frac{c_1}{a_1} \quad ; \qquad y_1y_2 = \frac{c_2}{a_2}$$

$$\frac{x_1x_2}{y_1y_2} = \frac{a_2c_1}{a_1c_2} \quad ; \qquad x_2 = \frac{1}{k} \cdot \frac{a_2c_1}{a_1c_2} y_2$$

Evident, trebuie să avem:

$$a_1(ky_1)^2 + b_1ky_1 + c_1 = 0,$$
$$a_2y_1^2 + b_2y_1 + c_2 = 0$$

sau:

$$y_1^2 + \frac{b_1}{ka_1} y_1 + \frac{c_1}{ka_1} = 0$$

$$y_1^2 + \frac{b_2}{a_2} y_1 + \frac{c_2}{a_2} = 0$$

Scăzînd membru cu membru cele două ecuații găsim:

$$y_1 = \frac{1}{k} \cdot \frac{a_2c_1 - k^2a_1c_2}{ka_1b_2 - a_2b_1}$$

În mod analog:

$$a_1x_2^2 + b_1x_2 + c_1 = 0$$
$$a_2y_2^2 + b_2y_2 + c_2 = 0$$

sau, introducînd pe x_2 în funcție de y_2:

$$y_2^2 + k\frac{b_1c_2}{a_2c_1} y_2 + k^2 \frac{a_1c_2^2}{a_1^2c_1} = 0$$

$$y_2^2 + \frac{b_2}{a_2} y_2 + \frac{c_2}{a_2} = 0$$

Scăzînd cele două relații obținem:

$$y_2 = \frac{c_2}{a_2} \cdot \frac{a_2c_1 - k^2a_1c_2}{k\,b_1c_2 - c_1b_2}.$$

Scriind că $y_1y_2 = \frac{c_2}{a_2}$, găsim:

$$\frac{1}{k} \cdot \frac{a_2c_1 - k^2a_1c_2}{k\,a_1b_2 - b_1a_2} \cdot \frac{a_2c_1 - k^2a_1c_2}{k\,b_1c_2 - c_1b_2} \cdot \frac{c_2}{a_2} = \frac{c_2}{a_2};$$

de unde

$$(k^2e_1c_1 - a_2c_1)^2 = k\,(ka_1b_2 - a_2b_1)\,(kb_1c_2 - b_1c_1).$$

Aceasta este relația între coeficienții celor două ecuații pentru a fi satisfăcută condiția $x_1 = ky_1$.

Cînd $a_1 = a_2 = l$; $b_1 = -3m$; $b_2 = -n$; $c_1 = n$; $c_2 = m$, avem enunțul problemei 3842 din GMF-B nr. 9/1959 și condiția pentru ca $x_1 = 2y_1$ este:

$$(n-4m)^2 = 2\ (3m-2n)\ (6m^2 + n^2).$$

Problema 3856

Să se construiască triunghiul ABC cunoscînd dreapta lui Euler CH, raza cercului circumscris și diferența a două unghiuri.

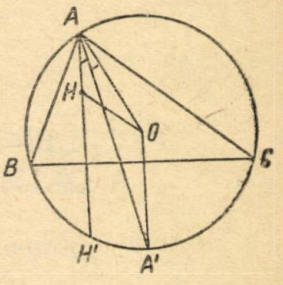
Paul Popescu

Soluție, Fie $B - C = \alpha$ cunoscut și A' intersecție bisectoarei lui A cu cercul,

Se știe că: $\sphericalangle OAA' = \sphericalangle H'AA' = \frac{B-C}{2}$

(v. de ex. „Geometria triunghiului" de Tr. Lalescu, 1958, p. 15).

Deci, trunghiul isoscel AOA' e determinat și se construiește imediat. Dreapta lui Euler întîlnește paralela din A la OA', (AH'), în H. Ducem apoi mediatoarea la HH' care taie cercul O în B și C celelalte vîrfuri ale triunghiului.



Problema E: 1427

Ce energie se va consuma pentru a produce prin electroliza apei, cantitatea de hidrogen necesară umplerii unui balon a cărui forță ascensională este de 650 kgf, știind că greutatea totală a balonului, a nacelei și a încărcăturii este de 1690 kgf, iar curentul electric necesar electrolizei provine de la o sursă avînd o tensiune de 40 V?

Echivalentul electrochimic al hidrogenului este $K = 0{,}0104 \frac{mg}{c}$; *densitatea hidrogenului este* $\varrho_H = 0{,}00009 \frac{g}{cm^3}$; *densitatea aerului este* $\varrho_a = 0{,}0013 \frac{g}{cm^3}$.

J. Hirschsohn

Soluție. Un metru cub de aer va cîntări 1,3 kgf. Tot aerul pe care îl va dezlocui balonul va trebui să cîntărească:

$$M_a = 650 + 1\,690 = 2\,340 \text{ kgf.}$$

Volumul aerului dezlocuit de balon va fi dat de relația:

$$V_a = \frac{M_a}{1{,}3} = \frac{2340}{1{,}3} = 1\,800 \text{ m}^3.$$

Pentru umplerea balonului va fi deci necesară o cantitate de 1 800 m³ de hidrogen. Un metru cub cîntărește 90 g, deci 1 800 m³ de hidrogen vor cîntări: $1\,800 \cdot 90 = 162\,000$ gf = 162 kgf; sau, masa de hidrogen necesară va fi $M_H = 162$ kg.

Pentru a calcula cantitatea de electricitate necesară folosim relația: $M = Kq$, de unde în cazul nostru vom avea (ținînd seamă că $M_H = 162 \text{ kg} = 162 \times 10^6$ mg):

$$q = \frac{M_H}{K} = \frac{162 \cdot 10^6}{0{,}0104} = \frac{162 \cdot 10^{10}}{104} = 1{,}56 \cdot 10^{10} C$$

Energia cheltuită va fi:

$$W = q\,u = 1{,}56 \cdot 10^{10} \cdot 40 = 6{,}24 \cdot 10^{11} \text{ jouli} =$$

$$= \frac{6{,}24 \cdot 10^{11}}{3{,}6 \cdot 10} = 1{,}75 \cdot 10^5 \, kWh.$$

PROBLEME PROPUSE LA ETAPA FINALĂ A OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ 1960

Etapa finală, București, 24 aprilie 1960

Subiectele lucrărilor scrise *)

Școli medii — clasa a VIII-a

4248. Să se rezolve sistemul:

$$\frac{x+y+1}{x+y-1} + \frac{y+z+2}{y+z-3} - \frac{z+x+3}{z+x-2} = \frac{3}{2}$$

*) Se primesc soluții la aceste probleme pînă la 15 octombrie 1960.

$$\frac{1}{x+y-1}+\frac{1}{y+z-3}-\frac{2}{z+x-2}=0$$

$$\frac{1}{x+y-1}-\frac{2}{y+z-3}+\frac{1}{z+x-2}=0$$

4249. Pe baza BC a triunghiului ABC se ia un punct variabil M prin care se duc paralelele MP și MQ la AC și AB; P și Q fiind respectiv pe AB și AC. Fie N al doilea punct de intersecție al cercurilor circumscrise triunghiurilor BMP și CMQ.

a) Să se arate că tangentele în P și Q, respectiv, la cercurile BMP și CMQ sînt paralele.

b) Să se găsească locurile geometrice ale centrelor celor două cercuri cînd M descrie latura BC.

c) Să se găsească locul geometric al lui N cînd M descrie latura BC.

d) Să se arate că punctul de intersecție ale celor două locuri geometrice de la punctul (b) este centrul cercului circumscris triunghiului ABC.

D. Flondor

Clasa a IX-a

4250. a) Să se simplifice fracția:

$$Y=\frac{(x^2+3x+3)^2-1}{(x^2+5x+5)^2-1}$$

b) Să se afle maximul și minimul fracției, precum și valorile lui x corespunzătoare acestor extreme.

C. Ionescu-Țiu

4251. Printr-un punct fix F din plan, cuprins între două cercuri concentrice de raze R și r $(R>r)$ se duce o dreaptă mobilă care intersectează cercul de rază r în punctele M, M', iar perpendiculara dusă din F pe FM taie cercul de rază R în punctele N, N'.

a) Să se arate că $MM'^2+NN'^2=$ constantă.

b) Să se arate că $FM^2+FM'^2+FN^2+FN'^2=$ constantă.

c) Cum trebuie luat punctul F pentru ca punctul M să fie ortocentrul triunghiului $M'N'N$?

d) Să se arate că locul geometric al mijloacelor segmentelor MN, MN', $M'N$, $M'N'$ este un cerc al cărui centru este mijlocul segmentului OF.

C. Coșniță

Clasa a X-a

4252. Se dă șirul:

$$\frac{1}{1\cdot 2};\ \frac{1}{2\cdot 3};\ \frac{1}{3\cdot 4};\ \frac{1}{4\cdot 5};\ \ldots;\ \frac{1}{n(n+1)};\ \ldots$$

a) Să se afle care este grupul de termeni consecutivi ai acestui șir, a căror sumă să fie $\frac{1}{3}$;

b) Să se demonstreze că nu există în șirul dat un număr finit de termeni consecutivi a căror sumă să fie $\frac{1}{2}$;

c) Să se deducă apoi, că dacă n este întreg, expresia $n^2 + 8n$ este pătrat perfect numai pentru $n = 1$, iar $n^2 + 12n$ este pătrat perfect numai pentru $n = 4$.

O. Sacter

4253. Pentru confecționarea unei matrițe, se trasează pe o foaie de tablă două cercuri concentrice de rază R, r $(R > r)$. Se împart apoi, cele două cercuri în cîte cinci părți egale prin punctele consecutive A, B, C, D, E de pe cercul mare și A', B', C', D', E' de pe cercul mic, astfel ca A' să se afle pe raza care trece prin mijlocul arcului AB; B' pe raza care trece prin mijlocul arcului BC ș.a.m.d. Unind A' cu A, B; B' cu B, C; C' cu C, D; D' cu D, E și E' cu E, A se formează șablonul unei stele în cinci colțuri.

a) Să se demonstreze că prin îndoirea triunghiurilor $AE'A'$, $BA'B'$, $CB'C'$ etc. după laturile $E'A'$, $A'B'$, $B'C'$, ... vîrfurile A, B, C, D, E pot fi aduse într-un punct comun astfel ca să se formeze o piramidă regulată. Să se exprime volumul acestei piramide în funcție de R și r.

b) Să se exprime aria laterală a piramidei în funcție de R și r.

c) Să se stabilească formule care dau înclinarea muchiilor piramidei pe bază, precum și măsura diedrului format de o față laterală cu baza piramidei.

d) Presupunînd că vrem să folosim șablonul la confecționarea unor stele de sticlă avînd numai triunghiurile $AE'A'$, $BA'B'$, $CB'C'$ etc. colorate în roșu, să se determine cum trebuie să fie r față de R pentru ca roșul să prezinte o suprafață maximă.

Notă: Pentru rezolvarea problemei se vor folosi, acolo unde este cazul, formule trigonometrice; iar rezultatele se vor lăsa fără a calcula numeric funcțiile trigonometrice care intervin.

O. Sacter

Clasa a XI-a

4254. Se dau: elipsa $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ și hiperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$.

Fie A, A' vîrfurile axei mari ale elipsei situate pe axa Ox. O dreaptă variabilă care trece prin A taie din nou elipsa și hiperbola respectiv în M și N.

a) Să se arate că proiecțiile punctelor M, N pe axa OX, împreună cu vîrfurile A, A' formează o diviziune armonică.

b) Să se arate că între ordonatele y_1 și y_2 ale punctelor M și N există relația:

$$\frac{1}{y_1^2} - \frac{1}{y_2^2} = \frac{1}{b^2}$$

Să se deducă în ce punct taie elipsa o paralelă dusă prin A la una din asimptotele hiperbolei.

c) Care este locul geometric al intersecției tangentelor în M și N respectiv la elipsă și hiperbolă.

Gh. D. Simionescu

4255. Se dă funcția:

$$y(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{k} + \frac{k}{\sqrt{x+1}}$$

unde $k > 0$ este un parametru.

a) Să se arate că oricare ar fi k pozitiv, funcția dată are o valoare minimă constantă. Fie (C) curba care reprezintă grafic, funcția dată, pentru o valoare a lui k. Să se arate că (C) are un punct de inflexiune și să se arate locul geometric al acestui punct cînd k variază.

b) Să se reprezinte grafic funcția dată pentru $k = 1$.

c) Fie M punctul în care curba (C) taie axa Oy. Tangenta în M la curba (C) taie axa Ox în N. Să se studieze variația lungimii segmentului MN, considerat în valoare absolută, cînd k variază. Care este cea mai mică lungime a lui MN?

Gh. D. Simionescu

Școli profesionale — anul I

4256. Costul forării primului metru în adîncime al unui puț este a lei, iar forarea fiecărui metru de adîncime costă cu 10% mai mult decît metrul precedent.

a) Să se afle de cîte ori costă mai scump forarea unui puț de 5 metri adîncime decît a unuia de 2 m.

b) Cu cît la sută costă mai mult forarea celui de-al cincilea metru față de costul primului metru de adîncime?

C. I. Ț.

4257. O piesă de tablă are forma unui hexagon regulat din care s-a tăiat în interior un alt hexagon regulat concentric și cu laturile paralele cu ale primului hexagon. Distanța între două laturi paralele ale piesei de aceeași parte a centrului este a.

a) Cunoscînd lungimea l a laturii hexagonului exterior, să se găsească formula care dă aria acestei piese în funcție de l și a.

b) Care este cea mai mare valoare pe care o poate lua a și ce ne dă formula de mai sus în acest caz?

Școli profesionale — anul II

4258. Pe un plan la scara 1 : 500 un teren orizontal are forma unui patrulater $ABCD$ determinat prin coordonatele vîrfurilor exprimate în centimetri :

$$A(-5,3)\ ;\ B(6,3)\ ;\ C(6,\ -5)\ ;\ D(1,\ -9)$$

a) Să se calculeze aria patrulaterului $ABCD$ și să se deducă aria terenului.

b) Se construiește o șosea mărginită de dreptele :

$$y = \frac{x}{2} + 3 \quad \text{și} \quad y = \frac{x+11}{2}.$$

Știind că $y = -2x - 7$ reprezintă dreapta AB, să se afle coordonatele punctelor unde marginile șoselei întîlnesc dreptele AB și AD.

* * *

4259. O ramă metalică are laturile exterioare în formă de patrat. Un plan perpendicular pe două laturi opuse dă ca secțiune două triunghiuri isoscele cu baza a și înălțimea h.

a) Știind că latura exterioară a ramei este lungimea l, să se găsească o formulă care să exprime volumul ramei metalice. Aplicație numerică : să se afle greutatea unei astfel de rame, cunoscînd $l = 30$ cm, $a = 5$ cm, $h = 4$ cm și știind că este de oțel cu greutatea specifică 7,8.

b) Să se determine a în cazul cînd volumul ramei metalice este egal cu volumul paralelipipedului care are aceeași înălțime h, iar baza un patrat cu latura $\frac{l\sqrt{6}}{4}$.

Școli de maiștri — anul II

4260. O piramidă de lemn cu vîrful O are baza un dreptunghi $ABCD$ cu laturile $AB = 12$ cm și $BC = 6$ cm. Fața OCD este un triunghi isoscel cu $OC = OD = 8$ cm, al cărui plan este perpendicular pe planul bazei. Se taie piramida în două corpuri printr-un plan care trece prin latura CD și prin mijlocul E al muchiei OA.

Să se calculeze greutatea fiecăruia din cele două corpuri în care a fost despărțită piramida, știind că lemnul din care este construită are greutatea specifică 0,8 g/cm^3.

* * *

4261. Se construiește din tablă un flotor (plutitor) alcătuit dintr-un cilindru terminat la capete prin două conuri egale, avînd fiecare baza comună a cilindrului ; generatoarea egală cu generatoarea l a cilindrului, care este dată. Să se afle diametrul cilindrului în funcție de l astfel ca flotorul să aibă volum maxim. Să se desemneze aproximativ secțiunea axială a flotorului de volum maxim.

4262. Pe o șosea se află localitățile A, B, C, D, E. Se cunosc distanțele $AB = 73{,}5$ km și $CD = 63$ km.

Din A și B pornesc în același timp, automobilele M și N, primul cu viteza constantă de 57 km/oră, al doilea cu viteza v; M îl ajunge din urmă pe N în localitatea O. Mai tîrziu automobilul N pleacă din C în același timp în care un camion P pleacă din D. Automobilul N își păstrează viteza v, iar camionul are viteza constantă de 31 km/oră. Automobilul ajunge camionul în localitatea E. Știind că timpul necesar ca automobilul N să ajungă camionul este egal cu timpul în care automobilul M a ajuns pe N, să se afle: a) viteza v a automobilului N și b) distanțele BC și DE.

* * *

4263. Un vas conic are diametrul bazei de 8 dm și secțiunea axială un triunghi echilateral. În acest vas se introduce un corp în formă de piramidă regulată triunghiulară astfel ca vîrful piramidei să coincidă cu vîrful conului, iar muchiile piramidei să fie pe suprafața laterală a conului.

a) Știind că latura bazei piramidei este de 2 dm, să se determine distanța de la vîrful conului pînă la baza piramidei, precum și volumul piramidei.

b) Presupunînd că în vasul conic așezat vertical cu vîrful în jos se află lichid pînă la $\frac{3}{4}$ din înălțimea conului, să se exprime printr-o formulă numerică grosimea stratului de lichid care se urcă peste nivelul inițial după introducerea piramidei în vasul conic cum s-a arătat mai sus. Pentru stabilirea rezultatelor se va ține seamă că diametrul bazei vasului conic este de 8 dm.

O. Sacter

PROBLEME PROPUSE *)

4264. Doi observatori A și B situați pe același meridian, unul în emisferul nordic, iar al doilea în emisferul sudic, avînd latitudinea φ_1 și φ_2, măsoară în același moment, unghiul format între verticala locului și bordul superior al Lunei — ce se găsește în planul meridianului celor doi observatori — găsind valorile α_1 și α_2.

Să se determine distanța între centrul Pămîntului și centrul Lunii, cunoscînd raza Pămîntului R și raza Lunii r.

C. V. Costăchescu, Constanța

4265. Să se demonstreze că într-un patrulater inscriptibil cu diagonalele rectangulare, diametrul care trece prin unul din vîrfuri este izogonal diagonalei care pleacă din acel vîrf.

Gh. Buicliu

---

*) VIII (4268, 4271, 4278, 4285, 4286, 4298); IX (4265, 4269, 4272, 4273, 4276, 4284, 4291, 4292, 4293, 4299); X. (4266, 4267, 4270, 4274, 4277, 4279, 4286, 4283, 4287, 4288, 4289, 290, 4294, 4295, 4300); XI (4264, 4275, 4281, 4282, 4296, 4297, 4299, 4301).

4266. Să se determine valoarea parametrului m și să se rezolve ecuația:

$6 \sin^4 x - 44 \sin^3 x \cos x + m \sin^2 x \cos^2 x + \sin x \cos^3 x = 6 \cos 2x$, știind că două din rădăcinile ei satisfac relația:

$$x_1 + x_2 = 90^0 \quad (2k + 1).$$

C. Săndulache, profesor Bacău

4267. Să se arate că dacă între unghiurile unui triunghi ABC există relația:

$$\frac{\sin \dfrac{A-B}{2}}{\sin \dfrac{A-C}{2}} = -\frac{\sin B \sin \dfrac{B}{2}}{\sin C \sin \dfrac{C}{2}}$$

atunci $2 \operatorname{cosec} A = \operatorname{cosec} B + \operatorname{cosec} C$.

Grecu I. Eftimie, student București

4268. Berbecul unei sonete de bătut piloni având greutatea de 1000 kgf, cade liber de la o înălțime de 6 m. Să se determine energia potențială și cea de mișcare pe care o are berbecul la $1/4$ din spațiul parcurs în căderea liberă, precum și viteza finală de cădere.

Sfichi R., prof. Fălticeni

4269 Să se arate că:

$$2\sqrt{37 + 12\sqrt{7}} - \sqrt{121 + 24\sqrt{7}} = 3$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{5 + 2\sqrt{37 + 48\sqrt{7}}}} + \sqrt{9 - \sqrt{77}} =$$

$$= \sqrt{4 + \sqrt{15 + \sqrt{421 + 60\sqrt{11}}}}$$

C. Ionescu-Țiu

4270. Forța magnetomotoare a unui circuit magnetic este de 250 Gb, inducția magnetică de 10 Gs, iar secțiunea miezului de 2 cm^2. Să se afle reluctanța circuitului.

D. Bătinețu

4271. Să se demonstreze că dacă $a < b < c$ atunci

$$\frac{a+b+c}{3} < \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca}{6}} < c$$

Se va presupune că a, b, c, sînt pozitive.

Gh. D. Simionescu, București

4272. Transversala Δ taie prelungirile laturilor BC, CA, AB ale triunghiului ABC, în L, M, N. Fie $A_1 \equiv (BM ; CN)$. $B_1 \equiv (CN ; AL)$. $C_1 \equiv (AL ; BM)$. Să se arate că AA_1, BB_1, CC_1 sînt concurente.

Iacob I. Voia, student Timişoara

4273. Ce cantitate de combustibil trebuie să aibă ultima treaptă a unei rachete pentru a parcurge o traiectorie de 250 km cu o viteză constantă de 11,5 km/s? Puterea rachetei este de 200 000 C.P., iar puterea calorică a combustibilului este de $0{,}5{,}10^4 \frac{\text{k cal}}{\text{kg}}$.

Mercheş Ioan, prof.

4274. O prismă ABC cu unghiul A drept are feţele AB şi AC argintate. O rază de lumină monocromatică SA' se refractă pe faţa BC în punctul A', se refractă pe faţa AC în punctul B', se refractă pe faţa AB în punctul C' şi se refractă pe faţa BC în punctul A'' după direcţia $A''S'$. Să se arate că:

a) Raza incidentă SA' este paralelă cu raza emergentă $A''S'$;

b) Distanţa parcursă în prismă de raza de lumină rămîne constantă dacă unghiul de incidenţă al razei incidente SA' rămîne constant;

c) Distanţa maximă pe care poate să o parcurgă raza de lumină în prismă este egală cu distanţa BC.

Gh. Cezar, Buzău

4275. Să se arate că:

$$8 \cos\left(\frac{\pi}{8} + x\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - x\right) \cos\left(\frac{3\pi}{8} + x\right) \cos\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) = \cos 4x$$

şi apoi să se aplice derivata logaritmică. Să se generalizeze.

C. Ionescu-Ţiu

4276. Fie E, F mijloacele arcelor BAC, BC din cercul circumscris triunghiului ABC şi M, N intersecţiile medianei CC_1 cu bisectoarele interioară AD şi exterioară AD'. Să se construiască triunghiul ABC cunoscînd două laturi şi ştiind că: a) M se află pe BE sau b) N se află pe BF.

D. C. Panu

4277. Un galvanometru sensibil, cu oglindă, măsoară curenţi cu intensităţi pînă la 10^{-6}A, cînd oglinda se roteşte cu 1 grad. Ce curent a trecut prin galvanometru dacă raza reflectată s-a deplasat pe rigla gradată cu 2 mm, ştiind că distanţa de la oglindă la centrul riglei este de 20 cm.

Petru Florian, profesor Dej

4278. Se dă un paralelogram $ABCD$ cu centrul O. Simetricele vîrfurilor acestui paralelogram faţă de diagonalele lui sînt A', B', C', D'. Să se arate că:

a) Patrulaterele $ABC'D$ și $ABCD'$ sînt trapeze isoscele egale;

b) Patrulaterele $AA'CC'$ și $BB'DD'$ sînt dreptunghiuri cu același centru O;

c) Patrulaterele $A'B'C'D'$, $A'DC'B$ și $AB'CD'$ sînt paralelograme concentrice cu paralelogramul dat.

Corneliu Georgescu, Craiova

4279. De un cîrlig este suspendat cu ajutorul unui fir de mătase de 10 cm, un conductor de 0,6 gf. Transmițîndu-i-se o sarcină electrică, se apropie de el un alt conductor avînd o sarcină egală și de același semn. Să se afle:

a) Mărimea forței de respingere care produce mișcarea pendulului pentru elongația corespunzătoare coardei de 9,42 cm.

b) Știind că conductorii se găsesc în aer, să li se determine sarcina.

Vlad Valentin, elev București

4280. Să se rezolve ecuația:

$$x^4-(1+\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{ab})x^3+[(a+1)\sqrt{b}+(b+1)\sqrt{a}+2\sqrt{ab}]x^2-$$
$$-[a\sqrt{b}+b\sqrt{a}+(1+\sqrt{ab})\sqrt{ab}]x+ab=0$$

Valeriu St. Udrescu

4281. Două vîrfuri ale unui triunghi echilateral alunecă pe două drepte perpendiculare. Să se arate că suma ariilor curbelor descrise de al treilea vîrf este egală cu triplul ariei cercului circumscris triunghiului.

Gh. Popescu, Lugoj

4282. Să se stabilească identitatea:

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{\sin^3 k\alpha-\sin^3\left(\frac{\pi}{3}-k\alpha\right)}{\sin k\alpha+\sin\left(k\alpha-\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{3}{4}n$$

Ioan Șt. Mușat

4283. Să se arate că dacă $a+b+c=0$ atunci:

$$10(a^7+b^7+c^7)=7(a^5+b^5+c^5)(a^2+b^2+c^2) \text{ și}$$
$$6(a^7+b^7+c^7)=7(a^4+b^4+c^4)(a^3+b^3+c^3).$$

V. Nicula, elev s.m. 23 București și A. Tudorică, elev s.m. 1 Pitești

4284. Fie un triunghi ABC și o ceviană oarecare AD. Tangentele în D la cercurile circumscrise triunghiurilor ABD și ADC taie respectiv laturile AB și AC în E și F. Să se arate că dreapta EF trece printr-un punct fix, cînd punctele B, D și C rămîn fixe, iar A variază oricum în plan.

Mircea Stan, elev București

4285. Două greutăți egale m sînt legate la capetele unei sfori trecută peste un scripete fix situat la extremitatea de sus a unui plan înclinat de un unghi α față de orizontală. Să se calculeze:

a) În cît timp urcă corpul de pe plan dacă inițial se găsește în repaus la baza planului de lungime l, iar coeficientul de frecare este μ.

b) Care este tensiunea în fir și cum variază ea cu înclinarea planului?

c) Care este forța ce se exercită asupra axului scripetelui?

Aplicație: $m = 500$ g; $l = 2$ m; $\alpha = 30°$; $g = 980 \frac{cm}{s^2}$ și $\mu = 0{,}1$.

D. Tănase, prof. București

4286. Un tractor avea de arat un teren de 192 pogoane ce trebuia să fie semănat cu porumb. Cunoaștem puterea tractorului 32 *kW*, viteza cu care ară de 4,5 km/oră și că se cheltuiesc 48 kWh la hectar. Se stabilește ca terenul să fie arat în mai puțin de 20 de zile. Știind că s-a lucrat 8 ore pe zi, să se calculeze:

a) În cît timp se ară terenul ce trebuie semănat?

b) Forța de tracțiune a tractorului.

Ion Stoinea, elev București

4287. Un corp punctiform izolat, fiind încărcat cu sarcina $Q = +0{,}003$ *C*, crează în jurul lui un cîmp electric. În acest cîmp se dau două puncte: *A*, aflat la depărtarea $r_1 = 0{,}3$ m și *B*, aflat la depărtarea $r_2 = 90$ cm de sarcină. Să se determine:

a) intensitatea cîmpului în punctul *A*; *b*) potențialul electric în punctul *A*; *c*) diferența de potențial în volți, între punctele *A* și *B* și *d*) lucrul mecanic în jouli, ce se consumă la deplasarea unei sarcini $q = +200$ *u.e.s. CGS* de la punctul *A* la punctul *B*.

J. Jaliu, prof. București

4288. Să se demonstreze, că dacă avem:

$$\cos A = \cos \alpha \cdot \sin \beta \; ; \; \cos B = \cos \beta \cdot \sin \gamma \; ; \; \cos C = \cos \gamma \cdot \sin \alpha$$

și $A + B + C = \pi$, atunci mai avem: $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma = 1$

(Journal de mathématiques élémentaires)

4289. Pe un turn de înălțime h este așezat vertical un stîlp de lungime a. La ce depărtare de turn trebuie să ne depărtăm pentru ca stîlpul să se vadă sub un unghi maxim.

M.F.L.

4290. Un cazan de formă cilindrică, cu generatoarea de 3 m, este culcat pe podea; iar pentru a împiedica rostogolirea lui este sprijinit cu bare rotunde cu diametrele de cîte 10 cm, puse lîngă cazan paralel una cu alta. Să se calculeze volumul cazanului, dacă se știe că generatoarele cele mai apropiate a celor două bîrne paralele sînt la o distanță de 90 cm, iar cazanul este confecționat dintr-un material gros de 2 cm.

M.F.L.

4291. Să se înscrie în triunghiul ABC un triunghi ale cărui laturi să fie perpendiculare pe laturile triunghiului dat. Să se demonstreze că există două triunghiuri căutate și că cele șase vîrfuri ale lor se află pe același cerc.

(Cl. IX. Olimpiada 1959, Moscova)

4292. Să considerăm aria unui triunghi format din picioarele perpendicularelor coborîte dintr-un punct oarecare interior al unui triunghi pe laturile sale. Să se demonstreze că locul geometric al punctelor pentru care această arie este constantă este un cerc concentric cu cercul circumscris triunghiului.

(Cl. IX. Olimpiada 1959, Moscova)

4293. Se dă un triunghi ABC. Să se găsească un punct X astfel încît să existe un cerc circumscris patrulaterului $ABCX$ și un cerc înscris în acesta.

(Cl. IX. Olimpiada 1959, Moscova)

4294. Să se demonstreze că pentru orice $n > 2$ diferența $C_{2^n}^{2^n-1} - C_{2^n}^{2^n-2}$ se divide la 2^{2n}.

(Cl. X. Olimpiada 1959, Moscova)

4295. Considerăm următoarele trei numere:

$$C_n^0 + C_n^3 + C_n^6 + \ldots;\ C_n^1 + C_n^4 + C_n^7 + \ldots;\ C_n^2 + C_n^5 + C_n^8 + \ldots$$

Să se demonstreze că două dintre ele sînt egale, iar al treilea diferă de ele printr-o unitate.

(Cl. X. Olimpiada 1959, Moscova)

4296. Două sfere metalice identice, fiecare de rază r cm și masă m grame, sînt legate de cîte un fir de lungime l metri și cu același punct de suspensie, astfel că sferele se ating. Facem contactul uneia din sfere cu polul pozitiv al mașinii electrostatice. Cele două sfere se îndepărtează astfel că fiecare fir face cu verticala un unghi α. Să se calculeze:

a) Cantitatea de electricitate exprimată în amperi-oră ce a trecut pe fiecare sferă; b) Intensitatea cîmpului electric exprimat în $\frac{volți}{m}$ pentru punctul de suspensie; c) Capacitatea fiecărei sfere în farazi și potențialul polului în volți.

D. Tănase, prof. București

4297. Dispunem de două becuri identice cu indicativele: 50 W, 220 V și de un încălzitor electric cu indicativele: 400 W, 220 V.

1) Să se determine variația tensiunii la bornele becurilor în cazul cînd: a) încălzitorul este în paralel cu becurile, b) încălzitorul este

în serie cu becurile. Tensiunea rețelei este 220 V, iar rezistența firelor care leagă receptorii la sursa de curent este de 10 Ω.

2) Cu cît diferă prețul energiei consumate de receptori în cele două cazuri, dacă 1 kW costă 0,60 lei?

3) Care sistem de montare se utilizează în practică și de ce?

Constantin Emilia, prof. Iași

4298. Un muncitor urcă un sac de 60 kgf la înălțimea de 15 m. El poate să facă 8 drumuri pe oră timp de 7 ore.

a) Să se calculeze lucrul mecanic pe care îl produce muncitorul la fiecare drum;

b) Să se calculeze lucrul mecanic efectuat într-o zi știind că greutatea sa proprie este de 70 kgf;

c) Să se exprime lucrul mecanic în greutăți MKS, în fiecare caz.

I. Jaliu, prof. București

4299. Perioada pendulului unui ceasornic este de 1 s. Să se calculeze perioada pendulului acestui ceasornic în următoarele cazuri:

a) Ceasornicul este așezat la suprafața Lunii. (Se va lua masa Lunii de 81 ori mai mică de cît aceea a Pămîntului, iar raza sa de 4 ori mai mică decît a Pămîntului).

b) Ceasornicul este așezat într-un ascensor ce urcă cu o accelerație $a = g$.

c) Ceasornicul este așezat într-un ascensor ce cade liber.

d) Ceasornicul este așezat într-al III-lea satelit artificial sovietic.

C. Savu, prof. Urlați

4300. O sirenă emite un sunet cu frecvența de 660 H_z. Vîntul bate într-o anumită direcție cu viteza de 17 $\frac{m}{s}$. Care va fi frecvența acestui sunet auzit de un observator ce se află fix față de sirenă în sensul mișcării vîntului.

C. Savu, prof. Urlați

4301. Circuitul oscilant pentru undele medii al aparatului de radio „Concert", construit de „Uzinele Electronica", conține un condensator variabil, a cărui capacitate variază între 54 pF și 500 pF. Undele care pot fi recepționate cu acest circuit oscilant au lungimea de undă cuprinsă între 187,5 m și 600 m.

Să se calculeze:

a. Frecvențele extreme cu care se poate acorda circuitul oscilant.

b. Inductanța bobinei circuitului oscilant pentru valoarea maximă a capacității. (Se va lua în considerare numai prima cifră semnificativă după virgula zecimală).

c. Ce intensitate de curent circulă prin ramurile circuitului oscilant cînd aparatul recepționează un post de radio care emite lungimea de undă de 314 m, știind că la bornele bobinei antena induce o tensiune de 120 mV. Rezistența ohmică a bobinei se neglijează.

N. Stănescu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU ȘCOALA DE 7 ANI *)

E: 1528. Care sînt fracțiile cu numitorul și numărătorul de cîte două cifre, ale căror valori să fie cuprinse între $\frac{1}{4}$ și $\frac{1}{5}$?

C. I. Ț.

E: 1529. Să se ia la întîmplare un număr par și să se verifice că el este suma a două numere prime. Apoi, să se ia la întîmplare un număr impar și să se verifice că el este suma a trei numere prime.

* * *

E: 1530. Să se afle valoarea lui x pentru care avem:

$$\frac{\left[5\sqrt{1{,}447209} - 3\frac{7}{16} : \left(1{,}5 - \frac{23{,}5}{36{,}5}\right)\right]x}{\left[2{,}(45) + 8\frac{3}{11} - 4\frac{1}{4} : (1 - 11{,}7 : 26)\right]x - 5} = 1{,}5$$

A. Herșcu, elev București

E: 1531. Un biciclist și un motociclist pleacă din A spre B, primul pornește la ora 8 și 30 de minute și merge cu viteza de 8 m/s, iar al doilea pornește la ora 8 și 45 minute și merge cu viteza de 25 m/s. Dacă distanța de la A la B este de 20 km, să se afle:

a) la ce distanță de A motociclistul ajunge pe biciclist și la ce distanță de B este biciclistul în momentul sosirii în B a motociclistului? b) la ce oră ar fi trebuit să plece motociclistul pentru ca el să fi putut sosi în B în același timp cu biciclistul?

Stelian Lambă, profesor Tuzla

E: 1532. Să se rezolve ecuația:

$$(x-4)^3-(2x+1)^3+(2x+3)^3-(x+4)^3 = 42.$$

Liviu Pîrșan, elev București

E: 1533. Într-un triunghi dreptunghic este înscris un patrat astfel încît două din vîrfurile sale se află pe ipotenuză, iar celelalte două, pe catete. Să se demonstreze că latura pătratului este mai mare decît raza cercului înscris în triunghi și mai mică decît diametrul acestuia.

L. M. Lopovok, U.R.S.S.

E: 1534. Numerele 2, 3, 7 au proprietatea că produsul a oricare două din ele adunat cu unu se divide cu al treilea. Să se demonstreze că aceasta

*) V (E: 1528, 1530, 1538); VI (E: 1529, 1531, 1539); VII (E: 1532, 1533, 1534, 1535, 1536, 1537).

este singura tripletă de numere mai mari decît unitatea care au această proprietate.

(Cl. VII. Olimpiada 1959, Moscova)

E: 1535. Să se demonstreze că numerele 2^p-1 și 2^q-1 sînt prime între ele, atunci și numai atunci cînd p și q sînt prime între ele.

(Cl. VII. Olimpiada 1959, Moscova)

E: 1536. Se dă patrulaterul $ABCD$ circumscris unui cerc. Fie A_1 centrul cercului circumscris triunghiului BCD; B_1 centrul cercului circumscris triunghiului ACD; C_1 centrul cercului circumscris triunghiului ABD și D_1 centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Să se demonstreze că patrulaterul $A_1B_1C_1D_1$ este circumscris unui cerc.

(Cl. VII. Olimpiada 1959, Moscova)

E: 1537. Se dă un triunghi și două puncte în interiorul său. Cum se poate trece dintr-un punct în celălalt pe drumul cel mai scurt trecînd prin fiecare latură a triunghiului?

(Cl. VII. Olimpiada 1959, Moscova)

E: 1538. Un hambar al unui G.A.C. are forma unui paralelipiped cu dimensiunile: lungimea de 6,3 m, lățimea cît 2/3 din lungime, iar înălțimea cu $5\frac{1}{2}$ mai mică decît suma celor două dimensiuni. Conținutul hambarului este 20/27 din volum. Știind că greutatea hectolitrică a grîului este de 80 kg, se cere greutatea în quintale a grîului înmagazinat.

(Cl. V. OMMF 1960, Oradea)

E: 1539. Conform planului, 16 muncitori termină o lucrare în 10 zile. Dacă după trei zile de lucru mai vin 12 muncitori, cu cîte zile înainte de termen se va termina lucrarea?

(Cl. VI. OMMF 1960, Oradea)

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Pînă la 1 aprilie 1960 s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme din G.M.F. — B, următorii:

1. **Ionescu D. Alexandru** (student Timișoara); 2. **Vidrașcu Traian** (absolvent, Tecuci); 3. **Brînzei P. Dan** (student matetică, Iași); 4. **Apostol Vasile** (cl. XI, Bacău); 5. **Oproiu Vasile** (Fac. de mat. Iași); 6. **Arsene Cătălin** (cl. X ș.m. 18, București); 7. **Chirilă Dumitru** (cl. IX, ș.m. 2, Brăila); 8. **Simpăleanu I. Marin** (cl. X, Turda); 9. **Murărici C. Nicolae** (cl. XI, Curtea de Argeș); 10. **Recoltă Mihai** (absolvent, Baia Mare); 11. **Ionescu Rodica** (cl. XI, ș.m. 10, București); 12. **Năstăsescu Constantin** (cl. X, Pucioasa); 13. **Obadă Hareta** (cl. XI, ș.m. 10, București); 14. **Lupu Victor** (cl. XI, ș.m. 3, Galați); 15. **Gurămultă V. Ion** (cl. XI, Bacău); 16. **Băluță Gheorghe** (cl. X, Adjud); 17. **Timuș M. Dan** (cl. XI, ș.m. 1, Ploești); 18. **Vișan Grazziella** (cl. XI, ș.m. 10, București); 19. **Crăcea I. Gheorghe** (cl. X, ș.m. 2, Brăila); 20. **Cornblum Eugen** (cl. XI, ș.m. 11, București); **Frecuș D. Constantin** (cl. IX, ș.m. 2, Brăila); 22. **Faibiș Elianu** (cl. X, ș.m. 17, București); 23. **Radu A. Gheorghe** (cl. XI, Pucioasa),

24. **Foral Iosif** (cl. VIII, Reşiţa); 25. **Niţă Constantin** (cl. X Pucioasa); 26. **Apostolescu Victor** (cl. XI, ş.m. 2, R. Vîlcea); 27. **Popa I. Nicolae** (cl. IX, Pucioasa); 28. **Marini Ileana** (cl. 10, ş.m. 10, Bucureşti); 29. **Pupăzan V. Nicolae** (absolvent, Lugoj); 30. **Finţescu Elena** (cl. 10 ş.m. 10, Bucureşti); 31. **Masgras V. Vasile** (cl. XI, ş.m. 3, Iaşi); 32. **Stoica Alexandru** (cl. VII ş.e. 173, Bucureşti); 33. **Chiriţă Marcel** (cl. XI ş.m. 18, Bucureşti); 34. **Marton Gh.** (tehnician, Bucureşti); 35. **Piscupescu Gh.** (absolvent, Bucureşti); 36. **Lungu Şerban** (cl. XI ş.m. 4, Cluj); 37. **Ursu C. Constantin** (cl. X, Buhuşi); 38. **Panteli mon Radu** (absolvent, Cîmpia Turzii); 39. **Moga Ion** (cl. X, Dorohoi); 40. **Tanislav M. Dan** (absolvent, Galaţi); 41. **Pop Ioan** (Fac. matematică Iaşi); 42. **Rusu Constantin** (cl. XI ş.m. 2, Ploeşti); 43. **Gîlmeanu Vasilaş** (cl. XI, Pucioasa); 44. **Toth Emil** (cl. XI, Reşiţa); 45. **Ou V. Ion** (cl. X ş.m. 2, R. Vîlcea); 46. **Neagu Gheorghe** (cl. X, Sighişoara); 47. **Lustig Gheorghe** (cl. VIII ş.m. 5, Timişoara); 48. **Dumitrică Aurora** (cl. X ş.m. 2, Tîrgovişte); 49. **Bortă Gh. Dan** (absolvent, Suceava); 50. **Creţu Gh. Dumitru** (cl. IX ş.m. 2, Tîrgovişte); 51. **Ionel I. Aurel** (cl. XI ş.m. 2, Tîrgovişte); 52. **Moscovici Henry** (cl. X, Tecuci); 53. **Pelmuş Ionel** (cl. XI, Suceava); 54. **Sintie Ion** (cl. X ş.m. 2, Tg. Jiu); 55. **Caneer N. Anea** (cl. X ş.m. 1, Tg. Jiu); 56. **Enescu Radu** (cl. X ş.m. 1, Piteşti); 57. **Jilăveanu Gheorghe** (locot., Ploeşti); 58. **Opriş Ion** (cl. X ş.m. 1, Ploeşti); 59. **Negruţiu Ilie** (cl. X, Oradea); 60. **Ghica Şerban** (cl. VIII ş.m. 3, Piteşti); 61. **Adameşteanu Ion** (cl. X ş.m. 1, Piteşti); 62. **Grigoraş Vasile** (absolvent, Orbeni-Bacău); 63. **Hulea Ioan** (cl. X, Oradea); 64. **Bejan Costel** (cl. XI ş.m. 1, Galaţi); 65. **Mărgărit Cătălin** (cl. X, Cîmpulung Muscel); 66. **Zevedei Valeriu** (cl. XI, Curtea de Argeş); 67. **Roşca N. Nicolae** (cl. XI, Medgidia); 68. **Paraschivoiu Gh. Ioan** (cl. X, Moreni); 69. **Garabedian Rodica** (cl. X ş.m. 1, Oraşul Stalin); 70. **Zbîrnea Boris** (cl. XI, Medgidia); 71. **Frînculescu Iulian** (cl. X ş.m. 1, Buzău); 72. **Oproiu R. Gheorghe** (cl. IX, Curtea de Argeş); 73. **Toma C. Dragomir** (cl. VIII, Oradea); 74. **Ionescu M. Ion** (cl. VIII, Găiţeni); 75. **Muşat Sorin** (cl. XI ş.m. 1, Galaţi); 76. **Corîci Antonie** (cl. VIII ş.m. 4, Craiova); 77. **Segal Zeilie** (cl. X ş.m. 2, Focşani); 78. **Ender Lucian** (cl. IX ş.m. 1, Galaţi); 79. **Oniga Sanda** (cl. X ş.m. 1, Ploeşti); 80. **Popescu N. Liviu** (cl. XI ş.m. 1, Ploeşti); 81. **Banu N. Gheorghe** (cl. IX, Pucioasa); 82. **Longhin Şerban** (cl. XI, Pucioasa); 83. **Bîrău Nicolae** (cl. VIII, Reşiţa); 84. **Topală V. Anton** (cl. XI ş.m. 1, R. Sărat); 85. **Consuela Corneliu** (cl. XI ş.m. 1, Timişoara); 86. **Ionescu N. Vladimir** (cl. VIII ş.m. 3, Tg. Jiu); 87. **Roată Radu** (cl. XI ş.m. 1, Tr. Severin).

*

Pînă la 1 aprilie 1960 s-au mai primit soluţii bune, la problemele propuse în G.M.F.B., după cum urmează:

BRĂNEŞTI (Ploeşti). **Ş.m. serală.** Cl. X. Frăţilă Silvia (3974—76, 78, 88, 92, 94, 4002, 12—14, 16, 21, 23, 53, 71).

BUCUREŞTI. **Studenţi:** Antoniu I. Sorin (Fac. Electronică) (3925—31, 34—38, 42, 52, 57, 62—67). Pantelimon Gh. (Facult. Mat.-Fiz.) (3925—31, 36, 40, 41, 43), Ursu Gh. Mihai (P).

Absolvenţi: Piscupescu Gh. (3952, 79, 4009, 14—24, 26—29, 31—37, 40, 42, 43, 45, 50, 53, 54, 60, 66, 67, 70, 72, 80, 92), Reviu Eugen (4006, 07 ,12—15, 17, 18, 20—22, 26, 28, 29, 31, 35, 40—42, 50, 53, 59), Ţuţuianu Ovidiu (3972, 73, 83, 88, 92, 94—96, 4000, 07—12, 14, 15, 17—36, 39, 51, 55—57, 59, 60, P).

Tehnician Martin Ch. (Întrepr. F.C.M.E.) (3970—82, 90—92, 94, 95, 97, 4002, 09, 10, 12—24, 26—29, 32, 34, 35).

Ş.m. 1 „Nicolae Bălcescu". Cl. VIII. Arsenescu Dana (3992, 94, 4013, 39, 57, 85, E: 1443, 44, 47, 72, 75). Cl. IX. Răzvan Vladimir (3924, 30, 35, 40, 63, 64, 67, 70, 74, 83, 92, 94), Stoian C. Nicolae (3926, 28, 31, 34, 74—76, 85, 4001, 02, 14, 15, 17), Talle Petre (3926, 28, 34, 74—76, 4014, 15, 17—19, 29). Cl. X. Soceanu V. Gh. (3988, 4075, 17—19, 24, 29, 60, 64, 71, 83), Stan A. Mircea (3969, 72—74, 85, 91, 94, 95, 97, 4002).

Ş.m. 2. „Tudor Vladimirescu". Cl. VIII. Nistor E. Valeria (E: 1441, 43, 44, 48, 51, 58, 72, 73, 75, 78, 81, 84).

Ş.m. 3. „Ion Neculce". Cl. VI. Popescu C. Radu (E: 1443, 53, 68, 72—74, 77, 80, 81). Cl. VIII. Andreescu Paul (3994, 4017, 64, E: 1452, 55, 57, 58, 75, 78, 81). Anonim (3994, 4013, 17, 19, 35, 39, E: 1441, 43, 44, 46, 58, 63, 67, 71, 75, 78), Buzilă Tiberiu (3977, 94, 4014, 17, 18, 39, E: 1441, 43, 44, 58, 63, 67, 68, 70, 71, 75, 78), Ionescu Ştefan (3994, 4013, 17, 19, 35, 39, E: 1441, 43, 44, 46, 47, 57, 58, 67, 71), Nicolae Gheorghe (4013, 17, E: 1458, 63, 67, 71), Poplicher Leo (3994, 4064, 68, R: 1441, 47, 52, 55, 73, 75, 78, 81), Cl. IX. Sucitu Gheorghe (3926, 27, 34—36, 38, 43, 48, 50, 53, 57, 60, 61, 67, 77.

Ş.m. 4 „Aurel Vlaicu". Cl. IX. Şerbănescu Virgil (3969, 71, 73, 74, 4013—15, 17—19, 22, 28, 29, P).

Ş.m. 7 „I. L. Caragiale". Cl. X. Duţică Cristian (3927, 29, 31, 37, 38, 42, 45, 48, 53, 57, 59, 60, 63, 64, 4009, 13), Mazilu

Gabriela Luminița (3974, 76, 88, 92, 94, 4002, 14, 21, 28, 32, 40, 46, 51, 63, 67—70, 75, 92), Ricci Mario (3897, 926, 28, 29, 31, 32, 54, 73—76, 94, 4002, 14—19, 21, 28, 31, 34, 39). Cl. XI. Nițu Elena (3929, 34, 36, 37, 43, 62, 65, 74, 75, 94, 4002, 14, 16—18, 20, 21, 26—28, 32, 45).

Ș.m. 10. Cl. VII. Ioan D. Florina (E: 1456, 57, 64, 67, 68, 70, 71, 73, 75, 78). Cl. VIII. Niculescu Liliana (E: 1428—30, 32, 33, 35—39, 41—45, 47—51). Cl. X. **Finţescu Elena** (3973, 75—78, 80, 81, 94, 95, 409, 10, 12—15, 17—24, 26, 28, 30—32, 34—36, 39, 44, 45, 60, 63, 64, 68—70, 88). **Marini Ileana** (3973—76, 78, 79, 88, 92, 94, 99, 4002, 08—15, 17—24, 26—29, 31—34, 40, 42, 45, 46, 51, 53, 58, 63), Teodorescu Catrinel (3992, 99, 4002, 14, 34, 42, 51, 54, 60, 64, 67, 69—72, 81, 83). Cl. XI. **Ionescu Rodica** (3970, 71, 73, 77—80, 85, 92, 93, 4004, 07, 09, 12—36, 38, 42, 45, 46, 48, 55, 5, 58, 59, 664—72, 80, 81, 84, 85, 92), **Obadă Hareta** (3973, 79, 80, 85, 92, 94, 98, 99, 4002, 04, 07, 09, 12—24, 26—36, 38, 42, 45, 46, 55, 56, 58, 59, 64—71, 80, 81, 84, 85, 92), **Vișan Graţiela** (3944, 73, 92, 94, 96, 4007—09, 14—24, 26, 28—30, 32—34, 36, 38, 40, 44, 45, 48, 59, 63—72, 80—82, 92).

Ș.m. 11 „Dimitrie Cantemir". Cl. VIII. Frunzescu Paula (3994, 4039, 57, E: 1444, 58, 70, 75). Cl. IX. Gianni Emanuel (3927, 32, 37, 38, 48, 63, 73, 74, 76, 4014, 15), Popescu T. Corneliu (3855, 58, 70, 88, 926—28, 71—76, 94, 4002), Stănculescu I. Ion (3927, 30, 31, 33, 36—38, 77, 80, 4017). Cl. X. Cătănescu I. Vasile (3973—76, 80, 4008—10, 12—15, 17—24, 26, 28, 31, 32, 35, 36). Cl. XI. **Cornblum Eugen** (3908, 14, 26—31, 36, 40, 43—46, 54, 60—67, 72, 74—76, 88, 92, 94, 4002, 04, 14, 15, 17—22, 24, 28, 32, 40, 45, 46, 50, 51, 53), Drăgan Mihai (3897, 901, 03—05, 17, 21, 26, 28—31, 54, 55, 94, 4002), Isbășoiu Constantin (3973, 88, 4002, 14, 15, 17—22, 28, 29, 32, 64), Luca Dan (3974, 75, 4014, 15 17, 18, 20—22, 28, 29, 33).

Ș.m. 12 „Spiru Haret": Cl. VII. Nicolaide Alexandra (E: 1441, 43, 44, 47, 49—52, 57, 63, 65, 70). Cl. IX. Vodă Viorel (3927, 46—48, 54, 64, 72, 73, 4002, 19, 28, 32, 38, 46). Cl. X. Sirinian Dumitru (3923, 71, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 19, 21).

Ș.m. 13 „Mihai Viteazul": Cl. VII. Cojan Ștefan (E: 1441—45, 47—52, 72—75, 78, 82), Flondor Paul (E: 1441, 52, 58, 63, 65, 68, 70, 71, 75, 76), Necula Mihai (E: 1454, 55, 57, 65, 67, 68, 70, 72—75, 81). Cl. VIII. Guță Cristian (3994, 4013, E: 1441—44, 47, 50, 56, 66—68, 72, 73, 75, 78), Rabinovici Ella (3994, 4017, 41, 43, 47, 50, 52, E: 1458, 63, 67, 68, 70, 72—76, 78, 81, 82).

Ș.m. 15 „Elena Sîrbu". Cl. X. Ghiță N. Eugen (3927, 72—75, 90, 94, 4002, 14, 18, 20—22, 67, 69—72). Cl. XI. Jaliu I. Cristel (3937, 41, 43, 45, 46, 54, 56, 74, 75).

Ș.m. 16 „George Coșuba": Cl. VIII. Moscovici Corneliu (3943, 53, 94, 4001, 02, E: 1432, 33, 35, 39, 41, 43—48, 52). Cl. X. Deleanu Denise (4014, 15, 17—21, 23, 24, 28, 32, 36, 39, 58, 60), Popescu Ovidiu (3897, 901, 07, 12, 19, 39, 43, 48, 49, 53, 86, 89, 90, 96, 97).

Ș.m. 17 „Matei Basarab": Cl. X. Anonim (4019, 21, 33, 34, 41, 46, 50, 51, 54, 64, 70—72, 74, 75, 77, 82, 83, 91), **Faibiș Elianu** (3914, 23, 24, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 42—44, 48, 53, 60—64, 67, 68, 72—76, 81, 85, 87, 88, 90, 92—95, 99, 4014—17, 19, 20, 26—29, 31, 32, 45), Moraru Florian (3972—76, 78, 80, 83, 90, 92, 94, 96, 99, 4002, 09—13), Olteanu S. Victor (3925, 26, 28—38, 41, 43—45, 48, 50—54, 57, 59—63, 65—67), Segal Adrian (3970—72, 74—78, 80, 81, 83, 85, 88, 90—96, 99, 4003—11).

Ș.m. 18 „Mihail Eminescu": Cl. VI. Enăceanu P. Dan (E: 1444, 48, 52—54, 60, 72, 77, 80, 82). Cl. VIII. Moldoveanu Teodora (4039, E: 1428, 29, 35, 36, 45, 49, 67, 68). Cl. IX. Buimovici A. (3974, 75, 93, 99, 4002, 14, 15, 17, 18, 20, 21, 28, 32, 38, 40, 42, 43, 45, 53, 54), Crăciunoiu Gh. (3972, 74—76, 94, 4002, 14, 17, 18, 26, 30, 29, 53). Cl. X. Mira Nicolae (3971, 74—76, 94, 4002, 13—21, 23—25, 27—41, 43, 50, 55, 57, 60), Pîrșan Liviu (3972—76, 83, 86, 88, 89, 92—94, 96, 99, 4001, 03, 12, 21, 23, 24, 26, 28, 29, 34, 39, 40, 45, 46, 50, 53, P). Cl. XI. Arsene Al. Cătăl'n (3970—78, 80, 81, 83, 85, 88, 90—97, 99—4002, 04, 07—27, 29—45, 49—54, 57—60), **Chi iță Marcel** (3988, 91, 95, 99, 4004, 14—29, 31—33, 35—37, 39, 40, 42—46, 48, 50, 53, 55—57, 59, 60), Nicolau A. C. (3926, 31, 36, 54, 75—77, 79, 4002, 14, 15, 17, 18, 21, 23, 25, 35, 72), Savu I. Teodor (3897, 902, 03, 10, 18, 23, 29, 34, 74, 75, 94, 4002, 14, 15, 17, 19, 28).

Ș.m. 19 „I. Creangă": Cl. VIII. Dascălu Sorin (E: 1428—30, 32, 33, 35—38, 41—45, 47, 48, 50, 52).

Ș.m. 20 „Gh. Șincai: Cl. IX. Perianu Dan (3928, 34, 35, 48, 60, 61, 63, 80, 4002, 14, 17, 19, 23, 31, 35, 39). Cl. X. Stănescu Radu (3973, 74, 81, 94, 4008, 09, 11—14, 17—19, 21, 24). Cl. XI. Pădureț Victoria (3928, 29, 31, 34, 49, 74, 83, 99, 4013—15, 17—23, 28, 32).

Ș.m. 21 germană: Cl. XI. Boiangiu Cristian (3974—76, 78, 90, 94, 95, 4002, 09, 10, 12—15, 17, 18, 23).

Ș.m. 22 „Gheorghe Lazăr": Cl. VII. Țăndăreanu Cristian (E: 1428, 30, 31, 34, 35, 37—40, 60).

Ş.m. 23 „D. Bolintineanu": Cl. VIII. Moldoveanu I. Gabriel (4011, 13, E: 1441—44, 47, 50—53). Cl. IX. Florian N. Radu (3969, 72—76, 92, 94, 95, 4001, 02). Cl. X. Bîrzoi Viorel (3994, 4014, 15, 17, 18, 28, 29, 60, 72, 92). Cl. XI. Florian Emil (3969, 72—76, 79, 91, 92, 94, 95, 98, 99, 4001, 02, 04), Georgescu Corneliu (3974, 79, 4007, 14, 15, 17, 19—22, 36, 59, 64).

Ş.m. 25: Cl. XI. Catrina Dumitru (3923, 24, 28—36, 39, 43, 71—73, 76, 79, 83, 95, 98, 4004, 07, 09, 10, 12, 13, 26, 27, 37, 40, 50, P, N).

Ş.m. 26 „Al. I. Cuza": Cl. VIII. Atanasiu Ion (3974, 94, 4014, 15, E: 1432, 33, 36, 39, 41, 44, 48, 51, 52, 63). Cl. X. Parseghian Gabriel (3928, 29, 31, 34, 37, 64, 74—76, 94, 4002, 11, 14, 15, 28). Cl. XI. Capotă Gheorghe (3928, 29, 96, 4017, 19, 20, 28, 30, 31, 43).

Ş.m. 27: Cl. IX. Socoteanu Ion (3973—76, 85, 94, 95, 99, 4001, 02, 14, 15, 17—19, 22, 26, 29, 31, 34, 40, 64, 65, 69, 70). Cl. X. Miron Florin (3934, 75, 4014, 15, 17, 19, 21, 28).

Ş.m. 28 „Dr. Petru Groza". Cl. X. Anghel Marius (3969, 72, 73, 77, 79, 83, 94, 95, 4008—15, 17—24, 26—29, 31, 32), Moldoveanu Măriuca (3969, 72—75, 80—83, 85, 4009—11, 13—20, 22—32).

Ş.m. 31: Cl. X. Dobre Florica (3994, 4015, 21—23, 29, 32, 40).

Ş.m. 32 „Filimon Sîrbu": Cl. VI. Dîncuş Artur (E: 1443, 44, 48, 52—54, 60, 67, 68, 72, 77, 80, 82). Cl. VI. Florea George (E: 1414, 15, 19, 21, 23—25, 28—30, 35—38). Cl. IX. Vinea Vladimir (3970, 73—75, 77, 78, 91, 94, 95, 4008—13).

Ş.m. 36: Cl. VIII. Oancea Ileana (E: 1458, 67, 68, 71, 73, 75, 78, 80—82), Paligora Sanda (E: 1441—44, 47, 48, 50—53, 58, 72—76, 78, 80—82).

Şc. pedagogică nr. 1. An. III. Marin Elena (3899, 901, 10, 17, 19, 22, 28, 31, 41, 42, 45, 52, 73—75, 83, 92, 94, 4001, 02).

Şc. de 7 ani nr. 145, Ghencea. Cl. VIII. Alexandru Maria (E: 1415, 16, 18, 21, 26, 28, 32, 36—39, 41, 44, 51), Bota Florica (E: 1428, 32, 33, 36—39, 41, 43, 44, 47, 50—53), Dobre Lidia (E: 1414, 25, 28, 30, 32, 36, 37, 39, 41—44, 47), Enăştescu St. (E: 1415, 16, 18, 22, 29, 30, 32, 36, 39, 44, 50—52), Grigore Elena (E: 1414, 15, 28, 30, 32, 33, 36, 37, 41—44, 47, 51), Leontescu Angela (E: 1414—16, 18, 21, 25, 26, 28, 32, 37, 44, 72, 73).

Şc. de 7 ani nr. 152: Cl. VI B. Clipea I. Mioara (E: 1442, 44, 47, 51—55, 73, 74, 77, 81).

Şc. de 7 ani nr. 169: Cl. VII. Bendic Mircea (E: 1430, 33, 35—38, 41—43, 47, 49, 50, 52, 54, 55, 57, 62, 63, 65, 66).

Şc. de 7 ani nr. 173: Cl. VII. Stoica Alexandru (3917, 63, 4008, 11, 86, E: 1414, 15, 19—21, 23, 25, 29, 30, 31, 35—38, 42—54, 57, 68, 72—74, 76, 77, 79—82).

BUHUŞI (Bacău): Cl. IX. Pop N. Eugen (3806, 927, 72—75, 92, 99, 4014, 15, 17, 18, 28, 29, 40, 41, 51, 53, 70, 71, 81). Cl. X. Ursu C. Constantin (3971, 75, 88, 92, 97, 99, 4001, 02, 10, 14, 15, 17—21, 23, 24, 26—36, 39, 40, 42, 45, 46, 57, 58, 60, 63—72, 74, 81—83, P). Cl. XI. Savinoiu Vasile (3975, 99, 4014, 15, 17—19, 21, 28, 29, 40, 53).

BUZĂU: Ş.m. 1 „B. P. Hajdeu". Cl. X. Cupcea Z. Nicolae (3925, 26, 28, 29, 31, 43, 51, 73—76, 83, 88, 90, 92, 94, 95, 99, 4014—22, 26—28, 32, 40, 45, 51), Dobrescu C. Const. (3925, 26, 28, 29, 31, 34, 37, 43, 51, 60, 62, 73—76, 78, 83, 92, 94, 99, 4014—22, 24, 26—28, 32, 40, 45), Frînculescu Iulian (3855, 60, 71, 902, 03, 17, 22, 25, 26, 28—31, 34, 35, 37, 43, 53, 60, 62, 66, 67, 72, 75, 80, 80, 92—96, 99, 4002, 08, 09, 11—13), Matache Petrică (3959, 74—76, 92, 94, 4014, 15, 18—22, 28, 32, 40, 45), Munteanu Ecaterina (3925, 28, 29, 43, 51, 60—62, 73—76, 83, 88, 92, 94, 99, 4002, 14—22, 24, 28, 32, 40, 45, 46).

Ş.m. 2 „Mihail Eminescu": Cl. X. Grigore Delia (3928, 29, 43, 60, 62, 75, 92, 4014, 15, 17, 28, 40), Niculescu Carmen (3960—62, 92, 94, 4014, 15, 17—19, 21, 22, 28, 32, 40), Sandru Viorica (3928, 29, 73, 74, 76, 94, 4014, 15, 17, 28, 40, 46).

Şc. de 7 ani Haleş — Valea Rea. Cl. VI. Cîmpeanu N. Angela (E: 1441—45, 47, 48, 51—54, 57, 67, 68), Stanciu Nicoleta (E: 1441—45, 47, 48, 51—54, 57, 60, 67, 68). Cl. VII. Cristudor Elena (E: 1441—45, 47, 48, 51—54, 57, 60, 67, 68, 71).

BUZIAŞ (Timişoara). Cl. VI. Goanţă Hermina (E: 1442, 44, 47—49, 51, 53, 54, 56, 73), Ştefănescu Rodica (E: 1443, 45, 47, 49, 50, 52, 53, 57, 73, 81), Telibaşu Maria (E: 1435, 42, 47, 49, 50, 52, 54, 57). Cl. VII. Berthoty Beatrice (E: 1393, 429, 42, 44, 45, 49, 52, 71), Gagea Dorica (E: 1418, 29, 30, 36, 41, 42, 44, 45, 47, 49, 52), Micşa Viorela (E: 1404, 29, 41—45, 48, 49, 52, 71, 93), Popescu Viorel (E: 1432, 37, 39, 53, 57, 63—65, 68, 71), Răileanu Elena (E: 1429, 41, 42, 44, 45, 49, 52, 64, 71). Cl. IX. Doboşan Aurel (3928, 34, 35, 51, 60, 63, 67, 75, 80, 94, 4011—14, 17, 19, 23), Imbroane Simion (3928, 34, 35, 51, 60, 63, 67, 74, 75, 77, 94, 4011—13), Seracin Ion (3928, 34, 35, 51, 63, 67, 75, 89, 94, 4011, 13, 14, 17, 19, 23). Cl. X. Curuţiu Lucia (3928, 29, 34, 62, 63, 67, 75, 94, 4011, 13, 14, 17, 21, 23, 24), Goanţă Magdalena (3934, 67, 74, 4014, 19, 21, 23, 24, 28, 35, 62, 63), Tirlescu Cornelia (3928, 29, 31, 35, 37, 62, 67, 80, 92, 4010, 12—15, 17, 18, 21, 23). Cl. XI.

Clepciuc Ioan (3936, 60, 75, 76, 92, 4012, 14, 17, 19, 21, 23, 35, 53), Graur Silvia (3928, 29, 36, 37, 51, 62—64, 67, 74, 88, 94, 4014, 17), Lepădat Lucia (3941, 80, 88, 92, 4014, 15, 17, 21, 23, 35, 53), Radu Ana (3928, 29, 34, 35, 51, 62—64, 67, 74, 94, 4014, 17).

CALAFAT (Craiova): Cl. VII. Leoveanu Dan (E: 1441—44, 47, 48, 50—52, 57, 71). Cl. VIII. Lăţea Georgeta (3994, 4013, E: 1443, 44, 47, 48, 51, 52, 58, 67, 70). Cl. XI. Moţăţeanu Gh. (3798—99, 903, 08, 17, 19, 21, 23, 28, 34—36, 38), Oprea Răduţ (3926, 28, 29, 34—38, 61—67).

CARACAL: **Absolvent** Stratan Gheorghe (3931—38, 41—43, 45, 46, 48, 57—59, 63—68, 72—82, 97, P). Cl. VIII. Popa C. Emil (4014, 17, 18, 22, 64, 65, 70, 73, E: 1454, 55, 58, 60, 62, 63, 65, 67, 68, 70—76, 78, 81, 82, P). Cl. X. Dănciulescu Dumitru (3974, 4010, 14, 17—19, 21, 23, 24, 32, 34, 60).

CARANSEBEŞ: **Ş.m. 1.** Cl. X. Băbeanu Dana (3928, 39, 41, 34, 73—76, 83), Dragu Doina (3914, 17, 19, 28, 29, 31, 73—76, 83, 88, 94), Olariu Irina (3973—76, 83, 94, 95, 4002, 14, 17, 28), Stuiber Erich (3926, 28, 29, 34, 35, 37, 43, 45, 57, 62—64, 67, 74—76, 78, 80, 94). Cl. XI. Gruia Dan (3928, 29, 34—37, 59—67, 76, 79—81, 88, 94, 4002, 07, 12—15, 18, 21, 24, 35, 39, 46. 55, 57, 59, 60).

CIACOVA (Timişoara). Cl. XI. Sorinca Nicolae (3928, 29, 34, 36, 54, 64, 76, 4002, 14, 15, 17—19, 21).

CÎMPIA TURZII: **Absolvent** Pantelimon Radu (3969, 71—77, 79—81, 83, 85, 88—98, 4001, 02, 07—09, 11—23, 26—30, 32, 35, 38, 39, 41, 43—45, 4—, 53, 54, 57, P). Cl. VI. Giurgiu Ioan (E: 1442, 47, 52—54, 56, 72—74, 81). Cl. IX. Ganea Macedon (3902, 07, 28, 31, 34, 35, 38, 43, 51, 60, 61, 64, 74—77, 80, 4011, 15, 17, 18, 22, 23, 29, 35, 39), Nemeş Mihai (3928, 51, 60, 63, 67, 76, 80, 92, 94, 4002, 11, 15, 17, 18, 22, 23), Suciu Ioan (3937, 43, 51, 64, 4014, 15, 17, 18, 22, 23, 26, 29, 35, 39, 53, P). Cl. XI. Crivi Mircea (3975, 79, 89, 94, 99, 4000, 02, 07—09, 12—20, 22—24, 27—29, 31, 32, 55, 56, 58—60), Fetiţă Ioan (3975, 76, 88, 94, 4004, 14, 15, 17—22, 26—29, 31—34, 38, 45, 46, 64, 66, 67, 70—72).

CÎMPINA: **Ş.m. 1 „N. Grigorescu".** Cl. IX. Banu I. Adrian (3925, 28, 31, 43, 73, 75, 76, 92, 94, 4014, 15, 17, 18, 29), Cara Venera (3926—28, 31, 32, 43, 51, 72, 73, 75, 92, 4001, 14, 15, 17, 18, 22, 26, 29), Chirculescu Gh. (3926, 28, 31, 34, 43, 73, 75, 76, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 18, 29), Petrescu Alexandria (3928, 43, 74—76, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 18, 29), Popa Olimpia (3922, 28, 31, 43, 75, 76, 94, 4014, 15, 17, 29), Popescu Gr. Mihai (3928, 31, 34, 43, 45, 48, 75, 76, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 18, 29, 35), Sîrbu Doina (3926, 28, 31, 43, 74—76, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 18, 29). Cl. X. Săvulescu Lucia (3926, 28, 31, 43, 51, 74, 92, 94, 99, 4001, 14, 15, 17, 18, 29, 49).

Ş.m. 2 „Ilie Pintilie": Cl. IX. Sedai Ştefan (3973, 74, 80, 94, 4011, 13—15, 17—19, 22, 23, 29, 39), Teodorescu Viorel (3973, 74, 94, 95, 4012—14, 17—19, 22, 23, 29, 31, 39, 81).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC: **Ş.m. „Dragoş-Vodă".** Cl. VII. Cornescu Cinthia (E: 1441—44, 47, 48, 50, 51, 57, 65, 72, 73, 75, 78). Cl. IX. Bulinski Pavel (3926, 29, 32, 34, 60, 73—75, 84, 92, 93, 99, 4002, 14, 40, 53).

CÎMPULUNG MUSCEL: **Ş.m. 1.** Cl. X. Mărgărit Cătălin (3928, 29, 34, 35, 37, 57, 60, 62—64, 67, 73, 74, 78, 80, 83, 88, 94, 95, 99, 4009, 10, 12—14, 17—19, 21, 23, 24, 28, 29, 31, 32, 35, 36, 46, 57, 60), Scărlătescu N. Doru (3972, 73, 75, 83, 85, 94—96, 4015, 17—21, 26, 28, 29, 31, 33, 34, 45, 54, 67, 70).

Şc. pedagogică. An. I. Aurel D. Viorica (E: 1441, 42, 44, 48, 51, 72, 73, 75, 76, 78), Ilinca G. Antonie (4017, 22, E: 1441, 44, 72, 75, 76, 81), Sterian E. Steliana (3994, 4011, E: 1441—43, 47, 52, 54, 55, 64, 72—76, 79, 80).

An III. Georgescu H. Severică (3974, 75, 81, 4002, 10—14, 17, 23—25).

CLUJ: **Studenţi:** Bîrzan Romanel (Inst. Politehnic) (3940, 41, 94, 4002, 04, 05, 14—22, 26—30, 40, 42, 45, 51, 53), Moldovan Grigore (fac. mat.-fiz.) (3915, 17—22, 26—29, 32, 50, 73—76, 90, 97, 99).

Ş.m. 1 „N. Bălcescu": Cl. VI. Perl Toma (E: 1429, 30, 36—38, 42, 44, 45, 51, 53).

Ş.m. 2 „George Coşbuc": Cl. VIII. Jeflea Alexandrina (3935, 38, 43, 45, 63, 64, 4011, 13, E: 1432, 33, 36, 39). Cl. XI. Moraru Radu (3926—28, 31, 34—38, 46, 65, 66, 75, 76, 79, 4004, 07, 17—19, 21, 28, 32, 59).

Ş.m. 3 „Gheorghe Barițiu": Cl. IX. Tomuţă Liviu (3938, 41, 43, 35, 37, 43, 61—63, 67, 74—76, 78, 80, 92, 94, 95, 4002, 09—13). Cl. XI. Pop Doina (3973—76, 4014, 15, 17—22, 27, 28, 31, 32, 40, 43, 53, 72, 85).

Ş.m. 4 „Emil Racoviţă": Cl. VI. Ilian Virgil (E: 1442—45, 47, 51—53, 68, 72, 73, 76, 77, 81). Cl. VII. Bondrea Tiberiu (E: 1430, 31, 36, 43, 44, 48, 50, 52, 53), Marian Iuliu (E: 1414—16, 18—22, 24—26, 28—33, 35—39, 41—53). Cl. VIII. Chiriac Teodor Mircea (3967, 4013, E: 1441—45, 47, 50, 52), Groza Maria (3943, 45, 63, 67, 4017, E: 1413, 16, 18, 28, 32, 33, 36, 37, 41, 44), Pop C. Marcel (3935, 43, 51, 92, 4011, 13, 17, 18, 22, 39, E: 1432, 33, 43, 58, 63), Preda Dorin (3945, 51, 67,

92, 94, 4013, E: 1416, 18, 26, 32, 33, 36, 40, 42, 45), Tapalagă Livia (3994, 4013, E: 1430, 32, 36, 37, 41, 42, 44, 58). Cl. IX. Branzaş Antony Petru (3926, 28, 35, 49, 51, 53, 63, 74—76, 94, 4002, 11, 13, 14, 17), Moldovean E. Alexandru (3926, 28, 35, 63, 74, 75, 94, 99, 4002, 11, 13, 17), Neagoe S. Dumitru (3926, 28, 49, 51, 54, 60, 63, 67, 74—76, 94, 99, 4002, 12—14, 17, 39), Şerban Radu (3928, 32, 49, 51, 54, 60, 63, 75, 76, 94, 99, 4002, 11, 13, 14). Cl. X. Pop Florin (3973—75, 78, 80, 81, 88, 94, 95, 4002, 09—17, 19, 20, 23, 24). Cl. XI. Lungu Şerban (3925—27, 30, 31, 34—38, 42, 43, 50, 52, 54, 57, 59—67, 76, 79, 92, 94, 99, 4002, 06, 08—15, 17, 21, 24, 28, 39), Marin Horia (3926, 28—32, 40, 41, 43, 53, 54).

Ş.m. 5 „Ady Şincai": Cl. X. Stoica Aurel (3933, 34, 35, 48, 57, 60, 75, 76, 88, 94, 4011, 15, 17, 18, 24, P).

Inst. Pedagogic de învăţători. An II. Hornea Maria (E: 1369, 429, 30, 33, 37, 41, 42, 57, 62, 67, 68). An. III. Vancea Alexandru (3973, 94, 4002, 13—15, 17, 19, 29, 69, 70).

CODLEA (Stalin): **Ş.m. „Al. I. Cuza".** Cl. XI. Gladcenko Gh. (3952, 84, 88, 4018, 22, 27, 30, 31, 39, 40, 46, 51, P), Pascu N. (3926—28, 40, 42, 43, 48, 49, 51, 53, 57, 60—64, 68—68).

CONSTANŢA: **Ş.m. 1 „Mircea-cel-Bătrîn".** Cl. VIII. Bîrcă Victor (3994, 57, E: 1430, 32, 36, 39, 42—44, 50, 52), Brînzănescu Vasile (3928, 35, 51, 57, 63, 67, 94, 4011, 13, E: 1432, 34—44, 47, 49, 51—53). Cl. X. Teodorescu P. Dan (3928, 29, 34, 60—64, 67, 74, 78, 81, 94, 4009—13). Cl. XI. Bîrcă Cristian (3902, 04, 28, 29, 31, 43, 74, 75, 84, 99, 4014, 15, 17—21, 28).

Şc. de 7 ani Istria: Cl. VI. Badiu Silviu (E: 1386, 89, 92—94, 96, 4002, 08, 14, 18, 36), Bojdu M. Nicolae (E: 1386, 89, 92—94, 96, 97, 402, 14, 18), Jguma Ecaterina (E: 1392, 96, 455, 47, 68).

Strungar Olaru Nicolae (4014—20, 22—24, 26—28, 31, 32, 34).

Soldat Sandor Ştefan (4002, 10, 11, 13—15, 17, 18, 21, 23, 24, 28).

CORABIA (Craiova): Cl. VII. Dimineaţă M. Elena (E: 1418, 32, 33, 41, 42, 48, 49, 51, 52), Dinulescu Aurelia (E: 1418, 32, 38, 41, 42, 45, 48—50, 52), Iliescu Anca (E: 1418, 23, 32, 38, 41, 43, 48, 49, 52), Tătucu Teodora (4029, E: 1441—44, 47—53). Cl. VIII. Papandanatos Mariana (4029, E: 1018, 32, 33, 38, 41, 42, 44, 48, 49, 52).

COSTEŞTI (Piteşti): **Şc. de 7 ani Rîca.** Cl. VII. Sterian E. Paul (E: 1441—43, 47, 50—53, 64, 72—74, 79—81).

CRAIOVA: **Absolvent** Marinică I. C. (3975, 92, 4015, 17—19, 21, 28, 40, 45, 46, 51, 53), Stănescu Elena (3926—32, 34, 36, 41, 43, 47, 57, 60, 62—64).

Ş.m. 1 „N. Bălcescu": Cl. X. Ghejan I. Nicu (3926, 28, 29, 51, 76, 92, 94, 4014, 17, 18).

Ş.m. 3: Cl. IX. Stoia Manuela (3934, 35, 38, 45, 57, 60, 61, 64, 65, 67, 94, 4002, 11). Cl. X. Belciu Ştefania (3928, 29, 31, 74, 4014, 17—19, 21, 28, 31, 32), Duţă C. Rodica (3969, 71, 72, 73, 4014, 15, 17, 19, 21, 22, 28, 31, 34, 45, 64, 67), Nicolaescu Doina (3971—73, 76, 90, 94, 4029, 34, 42, 46, 64, 67, 69), Pavel N. Radu (3907, 08, 28, 29, 34—38, 49, 54, 57, 59, 60, 62—68).

Ş.m. 4: Cl. VIII. Corici Antonie (3888, 914, 94, E: 1414, 15, 19, 21, 24, 25, 30, 32, 33, 35—39, 41—47, 50—52, 57—59, 62, 63, 65—68, 70, 71), Nica N. Maria (4039, 40, 51, 86, E: 1457, 63, 71—78), Sipoteanu Elvira (4039, 86, E: 1416, 18, 25, 41, 42, 44, 57, 58, 70, 72, 73, 75, 78—80). Cl. IX. Iordăchescu Viorel (3926—28, 30, 43, 74—76, 94, 4002).

Şc. de 7 ani nr. 2: Cl. VI. Iordăchescu Anca (E: 1428—30, 36, 37, 42, 44, 47, 51, 52).

Şc. de 7 ani nr. 9. Cl. VII. Călina D. Ion (E: 1439, 41—45, 47, 50—52, 64, 81), Cazacu E. Speranţa (E: 1436, 37, 41—45, 47, 50—52, 62), Pantelimon Gh. (E: 1439, 42, 43, 45, 47, 52, 62, 64, 67, 68, 81), Vasile Marcel (E: 1441—44, 47, 50—52, 67, 68, 73, 81).

Şc. de 7 ani nr. 10 „Tudor Vladimirescu". Cl. VI. Nicolaescu Vasile (E: 1441—47, 50—53, 57, 64, 68), Vasile Ion (E: 1442, 43, 45, 47, 49—54, 57, 61, 64, 68, 70), Cl. VII. Boicescu Vlad (E: 1423, 29, 32, 33, 35, 37, 39, 41—45, 47, 49, 51—53, 67, 68).

Şc. tehnică „Electro-putere". An. I. Duţu N. Cornel (3877, 93, 903, 05, 08, 16, 17, 26, 28—30, 34—37, 41, 57, 60—64, 66, 67, 74, 76, 402, 11, 13).

CURTEA DE ARGEŞ. **Cl. VIII serală.** Ionescu Ilie (E: 1441, 42, 44—46, 48, 50—52, 54, 62, 63, 66—68, 71, 73—75, 78, 80—82). Cl. IX. Cănescu I. Const. (3899, 902, 17, 19, 26, 28, 31, 32, 34, 43, 45, 85, 4014, 17, 18), Manda T. Mihai (3931, 32, 34, 35, 57, 60, 61, 63, 64, 67, 83, 85, 92, 95, 99, 4011—13, 40, 53), Oprişan R. Gh. (3857, 68, 99, 902, 06, 07, 16, 22, 26—28, 31, 32, 34, 35, 39, 43, 45, 48—50, 60, 83, 85, 91—93, 99, 4002, 17, 40, 41, 43, 45, 4954, 61). Cl. XI. Murăreci N. Nicolae (3934, 36, 39, 40, 46, 50, 51, 54, 60, 62, 67, 70, 73—76, 79—81, 83, 85, 88, 90, 92—97, 99, 4002, 03, 06—10, 12, 14, 15, 17—22, 24, 28, 29, 31, 32, 36, 39—45, 49—51, 53, 54, 56, 58, P), Voicescu Maria (4014, 15, 17—22, 27—29, 40, 42, 44, 45, 50, 55), Zevedei Valeriu (3939,

40, 45, 50, 54, 67, 70, 73, 75, 76, 83, 85, 90, 92—97, 99, 4003, 09, 14, 15, 17—23, 28, 29, 32, 40, 43, 45, 49, 50, 52—54, 56).

DARABANI (Dorohoi). Cl. VI. Măläescu I. Vicenţiu (E: 1438, 42—44, 47, 50, 52, 56, 57, 68). Cl. X. Moga Ion (3897, 903, 04, 12, 19, 26, 28, 29, 31, 32, 37, 42, 43, 49, 51, 52, 54, 59, 60, 62, 63, 73—76, 78, 94, 4009—22, 24, 26—28, 31, 32, 39, 42, 60), Moga Victoria (3928, 31, 37, 43, 62, 74—76, 78, 88, 94, 4010, 13, 17, 19—21, 24, 28, 46, 60).

DEJ. Cl. VIII. Ştir Ioan (E: 1428, 32, 35, 38, 41, 43, 44, 47, 51, 52, 56, 60, 67, 68). Cl. X. Szabo Carol (3974, 76, 80, 4011, 14, 15, 19, 24, 28, 88, 92).

DEVA. Ş.m. 1 „Dr. Petru Groza". Cl. X. Crişan Mircea(3897, 906, 12, 28, 29, 31, 43, 75, 92, 4014, 15, 17, 19, 21, 28).

Ş.m. „Decebal". Cl. X. Clipii T. (3929, 31, 34, 37, 59, 62, 76, 4019, 24).

Şc. pedag. „I. A. Kamenski". An. I. Mihalcea Livia (E: 1441, 43, 44, 45, 50—52, 57, 58, 62, 71), Păunescu Florin (E: 1441, 43—45, 50—52, 57, 58, 71).

DIŢEŞTI (Ploeşti). Şc. de 7 ani. Cl. VII. Häbeanu Elena (E: 1415, 16, 18, 38, 41, 50, 52, 56, 57, 65, 70), Niţă Adela (E: 1386, 88, 95, 415, 16, 18, 25, 26, 36, 38, 41, 44, 47, 50, 52, 57, 63, 65, 66, 70, 71), Zevedei I. Nicolae (E: 1414, 15, 18, 29, 36, 38, 41, 44, 50, 52, 53, 57, 65, 66, 70).

DRĂGĂNEŞTI (Piteşti). Raicu Viorel (P). Cl. XI. Constantinescu D. Ilie (3975, 76, 94, 4002, 14, 15, 19, 21, 28, 45, 55).

DRĂGĂŞANI (Piteşti). Cl. IX. Stănescu I. Cicerone (3975, 78, 80, 94, 95, 4008, 11, 14, 15, 17—19, 22—24, 53, 57, 70). Cl. X. Barbu S. Cornel (3983, 4015, 17—19, 21 24, 29, 34, 64, 65, 68, 74, 81, 85), Blidaru Ion (3932, 63, 4015, 17—19, 21, 22, 45, 46).

DUMBRĂVENI (Suceava). Cl. X. Dumbrăveanu Lucian (3972, 73, 74—76, 4013—15, 17—21, 24, 26—28, 32).

FĂUREI (Galaţi). Absolvent Tanislav M. Dan (3925, 26, 28—31, 34—37, 40, 43, 49, 54, 57, 61—63, 65—67, 72—74, 92, 94, 4002, 09, 12—15, 17—24, 26, 28, 29, 32—36, 39, 40, 42, 45, 53, 55, 58).

FĂGĂRAŞ. Albescu Ion (P), Săbăduş Mihai (P).

FĂGET (Timişoara). Cl. X. Gheju Petru (3931—35, 37, 42, 43, 45, 71—76, 88, 92, 94, 4002), Popa S. Petru (3926, 28, 29, 31—35, 37, 45, 60—64, 67, 83). Cl. XI. Bălteanu Petru (3925, 26, 28, 29, 36, 43, 51, 88, 94, 4002, 14), Capotescu Mircea (3857, 932—37, 40—45, 50, 54, 59—63, 66, 67, 70, 72, 73, 75, 88, 91, 93, 96), Costea Dumitru (3932, 34, 36, 37, 40, 45, 54, 62, 66, 67, 72—75, 83, 4007, 14, 15, 17—22, 28, 29, 32, 43, 45, 46).

FĂLTICENI. Ş.m. 1. Cl. XI. Aruxandrei Victor (3974, 76, 78, 79, 4007, 12—15, 19, 21, 27, 29, 92), Martuşevici Valentin (3977, 78, 80, 4007—11, 13, 23, 24, 35, 36, 39, 55, 58—60), Seril Mihail (3974, 77, 78, 80, 4007—15, 21, 23, 24, 28, 35, 36, 38, 39, 55, 59).

Şc. de 7 ani „Al. I. Cuza". Cl. V. Gorovei Ştefan (E: 1442, 45, 47, 49, 50, 55, 57, 73, 74, 81).

FETEŞTI-Gară. Cl. XI. Babeş Dumitru (3972, 73, 75, 94, 4014, 15, 17—20, 22, 28, 29, 45, 67, 70, 72, 81, 83, 92), Popescu E. Nicolae (3970, 71, 73—75, 78, 79, 94, 4013, 15, 17, 18, 64—67, 70, 72, 92), Spătaru Mariana (3976, 94, 4014, 21, 23, 27, 55, 70—72, 92). Fără frecvenţă: Bercla Gh. Margareta (3928, 49, 74—76, 94, 4002, 14, 15, 17—19).

FOCŞANI. Ş.m. 1 „Unirea". Cl. VIII. Ionescu Mihai (3953, 94, E: 1428, 32, 36, 39, 41, 43, 44, 48, 51, 52, 58, 66, 71), Rosemberg Flavia (3899, 919, 92—94, E: 1414—16, 18, 21, 26, 41, 43—46, 48, 51, 52), State Lidia (E: 1441, 43, 44, 52, 63, 67, 71—73). Cl. X. Călţaru N. Ovidiu (P.).

Ş.m. 2 „Al. I. Cuza". Cl. VIII. Rosenzweig Eduard (E: 1450, 52, 53, 67, 68, 72—78, 81, 82). Cl. X. Rosenblum Sorin (3858, 88, 912, 14, 17, 19, 23, 26—28, 31, 32, 34, 43, 57, 60, 61, 63, 64, 67), Segal Zeilic (3858, 88, 912, 14, 16, 17, 19, 23, 24, 26—28, 31, 32, 34, 35, 38, 43, 57, 60—65, 67, 73—76, 78, 80, 81, 83, 92, 94, 4002, 09—13).

Şc. de 7 ani. Cl. VI. Zimmermann Jeana (E: 1442, 50—53, 72—74, 77, 81).

GĂEŞTI. Absolvent Tîrtan Gabriel (3841—44, 46—49, 51—56, 58—61, 63, 69—71, 73, 74, 79, P, N). Cl. VIII. Alexandrescu Petruş (4064, E: 1441, 44, 46, 48, 50—52, 75, 76, 78, 80, 81), Tîrtan Theodor (E: 1361—82).

Făurei. Absolvent Tanislav M. Dan (3925, 26, 28—31, 34—37, 40, 43, 49, 54, 57, 61—63, 65—67, 72—74, 92, 94, 4002, 09, 12—15, 17—24, 26, 28, 29, 32—36, 39, 40, 42, 45, 53, 55, 58).

GALAŢI. Ş.m. 1 „Vasile Alecsandri". Cl. IX. Ender Lucian (3974, 75, 77, 78, 80, 81, 83, 91, 92, 94, 99, 4002, 08—15, 17, 18, 22—24, 29, 35, 36, 39, 45, 49, 51, 53, 63, 64, 68, 70, 81, 83). Cl. XI. Muşat Sorin (3934, 35, 37, 66, 71—75, 80, 85, 91, 93, 95, 97, 99—4010, 12, 14—20, 22, 40, 43, 44, 50, 52—54, P).

Ş.m. 3 „Al. I. Cuza". Cl. VIII. Iacobovici Sorin (E: 1426, 41—44, 47, 50, 54, 65, 66). Cl. X. Ismailescu Iliana (3974, 78, 88, 4002, 09, 14, 17, 19, 21, 24, 32), Oancea Nicolae (4015, 17, 18, 22—24, 29, 39, 60, 64). Cl. XI. Bejan Costel (3925—28, 30, 32—36, 40, 42—45, 51, 52, 54—56, 66, 72—76, 83, 90, 93—95, 4002, 14,

15, 17—22, 28, 29, 39, 45, 51, P, N), Cehan Liana (3925, 26, 28, 29, 43, 54, 74—76, 84, 4002, 14, 15, 21), Feldstein Dora (3927, 34—37, 40, 41, 44, 45, 52, 54, 56, 63, 65, 68, 4014, 15, 18, 19, 22), Gheorghe Virginia (3925—33, 40—45, 52, 54), Ghidalison Mia (3925—33, 40—45, 52—54), Lrinz Margareta (3925—32, 40, 43—45, 51, 72—75, 94, 4002), Lupu Victor (3855—58, 60, 61, 66, 77, 79, 88, 93, 97, 98, 901—06, 08, 16, 17, 21, 22, 25—38, 40—45, 52, 54, 57, 63, 66), Popoiu Const. (3925, 26, 28—32, 40—44, 52, 54).

Ş.m. 4. Stolerenco Elena (4014, 15, 17—21, 28, 29, 32, 54).

Ş.m. serală. Cl. VIII. Dobrin Paraschiva (E: 1414, 15, 18, 29, 30, 32, 37, 38, 40, 41, 43, 47, 50).

Inst. Pedagogic „C. Negri". Cl. VIII. Vîlcan Nicolae (E: 1432, 36, 38, 41, 44, 51, 52, 63, 66).

Lic. militar „Mihai Viteazu". Cl. X. Boeru Mihail (3929, 31, 34, 35, 37, 49, 57, 60, 62—64, 67, 72, 73, 78, 4002, 08, 09, 11, 15, 17, 29), Ciurea Const. (3928, 29, 34, 35, 37, 60, 78, 80, 4009, 11, 13—15, 17, 19, 21, 28), Minciu Marcel (3929, 34, 62, 78, 4002, 08, 09, 11, 13, 15, 19, 21, 29), Neagu Mihail (3935, 37, 60—62, 77, 78, 80, 4008—13), Necula Manu (3934, 35, 60, 62, 78, 4011, 13—15, 17, 19—21, 24, 29), Pitulice Ştefan (3929, 34, 37, 60, 63, 64, 67, 4009, 11—13, 23, 24, 35, 36), Polemis Ion (3934, 37, 60, 62, 81, 4009, 11, 17, 23, 24, 58, 60), Răducu Gheorghel (3928, 29, 34, 35, 60, 62, 94, 4011, 13, 14, 21, 24), Recalov Ştefan (3934, 35, 37, 57, 60—64, 67, 81, 93, 4009—11, 13, 15, 18, 21, 24, 28, 29), Streja Platon (3928, 34, 35, 37, 60—64, 67, 81, 94, 4009—13), Tirlescu Gavril (3924, 28, 29, 34, 37, 60, 62, 78, 80, 94, 4009, 11, 13—15, 17—21, 28, 29), Vlase Nicolae (3925, 29, 34, 78, 94, 4011, 13, 14, 17, 19), Zaharescu Gh. (3928, 29, 34, 36, 50, 52, 78, 94, 4011, 13—15, 17, 18, 21, 24, 28). Cl. XI. Dragoş Andrei (3928, 29, 73, 74, 76, 94, 4002, 14, 15, 17—22, 24, 27, 28, 32, 33).

Şc. de 7 ani nr. 21. Cl. VII. Dinu Gherghina (E: 1442—44, 47, 50—52, 67, 68, 70).

GĂLĂŢENI (Bucureşti). Cl. VIII. Ionescu M. Ion (E: 1429, 30, 32—47, 49—58, 60, 62—65, 67—71).

GHIRDOVENI (Ploeşti). Jipa Vasile (P).

GIURGIU. Ş.m. 1. Cl. X. Iliescu A. Silvian (4009, 14, 15, 17—21, 23, 24, 28, 32), Vasilescu F. (P, N). Cl. XI. Lăzărescu Gh. (3957, 60—68), Perşoiu Titua (3897, 98, 901, 03, 05, 09, 12, 17, 21—23, 25—31, 34—38, 41, 42, 57, 59—67).

GURA HUMORULUI (Suceava). Cl. VII. Boca Rodica (E: 1441, 43, 44, 47, 52, 55—57, 63—68, 71), Cl. IX. Coroliuc Vasile (3972, 75, 76, 4014, 17, 19, 21, 22, 30), Croitoru Dragoş (3972, 76, 4014, 15, 17—19, 21, 22, 29), Muşină Foca (3972, 75, 76, 4014, 15, 17—19, 21, 22, 29, 30), Plevan Decebal (3972, 75, 4014, 15, 17, 19, 31), Sabin Andrei (3972, 75, 76, 4014, 15, 17—19, 21—24, 29), Voipan Neculai (3972—74, 76, 94, 4014, 15, 17—19, 21, 22, 29, 31).

HAŢEG (Hunedoara). Cl. VI. Nopcea Liviu (E: 1442—44, 51, 53, 57, 73, 74, 80, 81), Cl. VII. Petriu Emil (4011, 13, E: 1441—44, 47, 48, 50—53).

HOREZU (Piteşti). Ş.m. 1. „Al. I. Cuza". Cl. X. Coroabă I. Stelian (3926, 28, 29, 37, 51, 73, 74, 92, 94, 4012, 14, 15, 17, 18, 21, 28, 29, 53), Frumuşelea N. Emil (3928, 73, 92, 94, 4014, 15, 17—19, 21, 29), Manea A. Nicolae (3973, 83, 92, 94, 4002, 14, 15, 17—19, 21, 28, 29, 34), Mihai V. Dumitru (3926, 28, 29, 37, 51, 73, 74, 92, 94, 4012, 21), Murgescu I. Mihai (4014, 15, 17—19, 21, 28, 29, 32, 60), Popescu Gh. Gh. (3926, 28, 29, 37, 74, 92, 94, 4012, 14, 21), Popescu I. Sică (3974, 92, 94, 4012—15, 17, 32, 92), Tănăsescu T. Miron (3971, 75, 78, 81, 92, 95, 4008—15, 17—19, 21—24, 28—32, 34, 36, 51, 53, 54, 58, 60), Tuglui Nicolae (3928, 29, 37, 4014, 15, 17, 18, 21, 28, 29, 53).

Şc. de 7 ani Văideeni. Cl. VI. Cizmaru N. Valentin (4011, E: 1430, 35—38, 42, 44, 47, 48, 51—53), Cl. VII. Diaconescu Gh. Luminiţa (3960, 4011, 13, E: 1435, 40, 42, 44, 47, 52, 53, 71).

HUNEDOARA. Cl. VIII. Marcu Ioan (3967, 94, 4011, 13, E: 1432, 33, 44, 50, 67, 68). Cl. X. Vasile Anton (3972, 74, 94, 4012—14, 17, 18, 30, 35, 39, P, N).

HUEDIN (Cluj). Cl. VIII. Bolla Petru (E: 1428, 32, 36, 38, 41, 44, 47, 48, 50—52), Maniu Gh. (E: 1413, 41, 42, 44, 47, 50, 52, 73—75), Popa Octavian (3994, 4013, E: 1435, 41—44, 47, 50, 52, 53, 70, 71), Popa Victor (3994, E: 1432, 35, 37, 38, 41, 43, 44, 47, 50, 52, 53). Cl. X. Aştilean Ioan (3928, 29, 62, 88, 92, 94, 4013—15, 17, 19, 21, 28), Burcă I. Emil (3974, 78, 92, 94, 4002, 13—15, 21, 26, 28), Mişin Cornel (3928, 74, 75, 88, 92, 94, 4002, 13—15, 21, 26, 28).

HUŞI. Absolvent. Dolteanu Temistocle 4014—20, 26—30, 38, 40—43, 46, 49—51, 53).

Ş.m. „Cuza Vodă". Cl. VIII. Patras M. Mihai (4013, E: 1428, 30, 32, 36, 42—46, 49). Cl. X. Dacu I. Petru (3929, 31, 73, 92, 94, 4002, 17—19, 21, 26, 28, 29, 33, 40, 53). Cl. XI. Mitescu Vasile (3934, 36, 37, 60, 62, 66, 67, 92, 4002, 08, 53, 56).

IANCA (Galaţi). Cl. VIII. Ionel Ecaterina (4014, 17, 32, E: 1430, 32, 36, 38, 44, 48, 51, 52, 60). Cl. IX. Guzin Ioan (3928,

31, 72—76, 92, 94, 4001, 02, 04, 15, 17, 18, 29, 40).

IAȘI. **Studenți.** Brînzei P. Dan (Fac mat.-fiz.) (3925—33, 35—51, 53, 54, 56—58, 60—63, 65—83, 85—95, 97—4002, 04, 05, 07, 09—21, 23—29, 31—37, 39—42), Oproiu Vasile (Mat.-fiz.) (3784, 85, 87, 90—97, 801—13, 15—18, 21, 23—25, 28—52, 54—66, 68—72, 77, 79—86, 88, 93—95, P), Pop Ioan (Mat.-fiz.) (3977, 79, 83, 86, 87, 90, 4000, 01, 08—46, 48—51, 53—60, P).

Ș.m. 1 „Mihail Sadoveanu". Cl. IX. Peiu Mihai (3928, 34, 35, 37, 57, 60—64, 67, 75, 76, 85, 87, 4010, 12, 13, 23, 35, 39). Roșu Emil (3928, 34, 35, 45, 57, 60, 62, 64, 67, 75, 76, 80, 4009, 10, 23, 24, 35). Cl. X. Banacovski Ioan (3969, 73—75, 78, 80—82, 88, 89, 92, 94, 4008—13, Caceaunov Claudia (3928, 29, 37, 39, 43—45, 59, 62, 73, 82).

Ș.m. 3 „C. Negruzzi. Cl. VIII. Ganciu Teohari (3935, 43, 94, 4013, 17, 22, 35, E: 1438, 58, 65—68, 70, 71), Sehter Irvin (3935, 94, 4013, 17, 18, 39, E: 1429, 32, 36, 38, 39, 41, 43, 44, 52, 68, 70, 71), Tofan Emil (3943, 63, 4011, 13), E: 1433, 38, 40—43, 52, 53, 65—67). Cl. X. Diaconescu Mircea (3928, 29, 31, 45, 73, 94, 96, 99, 4014, 15, 17, 18, 20, 21, 28), Gaiginski Radu (3971, 74, 4002, 09, 13, 15, 17—19, 21, 22, 24, 28, 31, 34). Cl. XI. Curpen Florica (4014, 15, 17—21, 23, 24, 27—32, 40, 53), Flondor Dan (3926, 28—31, 34, 35, 41, 43, 45, 49, 54, 73—76, 88, 94, 4002), Masgras Vasile (3925—40, 43, 45, 49, 51, 54, 62, 65, 71—76, 79, 88, 90, 91, 94—96, 98, 99, 4001, 02, 04, 12, P).

Ș.m. 5. Cl. X. Pavel Nicolae (3932—34, 44, 45, 63, 64, 72, 87, 90, 92, 95—97, 4002, 14, 15, 18—22, 24, 28, 29, 31, 34, 45, 50, 54, P).

Învățător. Gălățeanu Mihai (3922, 30, 71—75, 88, 94, 4002).

LONEA (Hunedoara). Cl. XI. Dănciulescu Titi (3944, 75, 76, 98, 4002, 04, 10, 14, 17—21, 23, 24, 27, 28, 42, 45, 55).

LUGOJ. Lt. Pupăzan V. Nicolae (4014—22, 26—34, 38, 40—45, 49, 50, 52, 54, 64—67, 70—76, 81—83, 85, 92).

Ș.m. 1. Cl. VIII. Sîrbu Ion (E: 1441—44, 47, 49, 50, 52, 53, 73, 75, 80, 81). Cl. IX. Boldea Ioan (4014, 15, 17, 18, 22—24, 26, 29, 36, 39). Cl. X. Bărboiu Mircea (3912, 17, 19, 28, 29, 34, 35, 37, 42, 43, 60, 62, 78, 92, 4002), Galiciu Z. Doru (3973—76, 81, 92, 94, 4009—14), Jurcă Iulian (3917, 25, 27, 42, 45, 53, 69, 72—74, 78, 79, 88, 92, 94, 4002, 11, 15, 17, 18, 23, 24, 41, 42, 53), Sfetcu Ioan (3925, 26, 29, 30, 32, 33, 42, 45, 53, 72, 74—76, 90, 94, 4002).

Ș.m. 3. Cl. V. Osbulov Elena (E: 1429, 35, 36, 42, 44, 47, 48, 50, 51, 57).

Șc. de 7 ani nr. 5. Cl. VII. Popovici I. Mariana (E: 1433, 38, 42, 43, 57, 63, 71, 73, 75, 78, 82). Cl. VIII. Vasiliu Dan (E: 1441, 43—45, 47, 48, 52, 53, 72, 73, 75, 77, 80, 82).

MEDGIDIA (Constanța). **Ș.m. „N. Bălcescu".** Cl. XI. Roșca N. Nicolae (3973—76, 79, 80, 88, 92—95, 99, 4007—15, 17—19, 22—24, 26—29, 33—35, 37, 44, 49, 53, 55—57, 60). Zbîrnea Boris (3973—76, 79, 80, 88, 92, 94, 95, 99, 4002, 07, 08, 11—15, 17—19, 21, 22, 24, 26—29, 31, 33, 34, 37, 49, 53, 55—57, 59, 60).

MEDIAȘ. Cl. IX. Schuster Bernard (3973—75, 92, 94, 4002, 12, 15, 17, 19, 29, 31, 35, 39, 40, 51).

MINDREȘTI (Suceava). **Șc. de 7 ani.** Cl. VI. Hîrtie Gh. Vasile (E: 1442, 44, 51, 73, 74, 81).

MORENI (Ploești). Cl. VII. Nomicas Adrian (E: 1441—44, 47, 49—53, 63, 64, 67, 68, 71, 75, 80, 81). Cl. X. Paraschivoiu Gh. Ioan (3926, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 57, 60—64, 67, 69, 74, 77, 78, 81, 99, 4002, 08—15, 17—19, 21, 23, 24, 30, 34—36, 39, 49, 60). Cl. XI. Moflic P. Emilian (3831, 34, 40, 43, 44, 47, 49, 50, 52, 53, 55, 61, 921, 29, 43—45, 54, 75, 83, 85, 91, 92, 96, 99).

NASAUD (Cluj). **Ș.m. „Gh. Coșbuc".** Cl. VII. Siegelstein Izidor (E: 1414—16, 21, 25, 26, 29, 35, 36, 38). Cl. IX. Zăoreanu Marius (3928, 34, 67, 74—76, 80, 92, 94, 4013—15, 53). Cl. X. Chirilescu A. Vasile (3928, 29, 34, 35, 37, 92, 60—62, 67, 75, 80, 4009, 13, 53), Urîte Const. (3926, 28, 31, 31, 94, 4002, 17, 40).

Ș.m. 2. Cl. VII. Flămînd Decebal (E: 1432, 36, 41—44, 51, 58, 63, 67, 68). Cl. XI. Rusu Ștefan (3928, 29, 41, 36, 54, 75, 76, 88, 4017, 19).

OCNA MUREȘ (Cluj). Cl. VIII. Horoviț Ossi (4039, E: 1441, 43—45, 47, 50—55, 60, 67, 68, 70).

ODOBEȘTI. Cl. VIII. Burschis Teodor (3992, 94, 4013, 35, E: 1432, 33, 41, 43, 44, 709), Cearcă Costică (3935, 94, 4017, E: 1432, 41, 43, 44, 58, 67, 70), Morohoi Stelian (3994, E: 1432, 41, 43, 67). Cl. IX. Diaconescu Victor (3928, 31, 43, 51, 74—76, 94, 4014, 17, 18), Păncescu Paul (3999, 4014, 15, 17, 18, 22, 29, 32, 40, 41, 53), Cl. X. Magadeanu T. Nicolae (3935, 4002, 15, 17, 19, 24, 31, 35, 35, 53, 58), Zveghintev Ion (3897, 901, 03, 29, 43, 74, 75, 92, 94, 4013, 15, 17, 19). Cl. XI. Brînză Lucica (3971, 72, 88, 94, 4002, 14, 15, 21, 28, 46), Dragomir Const. (3926, 28, 29, 36, 74, 79, 92, 94, 4014, 17, 19, 21), Manole Traian (3928, 29, 36, 74, 79, 92, 94, 4014, 17, 19, 21), Pogorevici Teodor (3925, 4014—17, 19, 21, 28, 31), Teliță Paul (3925, 75, 79, 4014, 16, 17, 19, 21, 24, 27, 28, 31,

46, 56), Topor Vasile (3994, 4002, 14, 15, 17—19, 21, 22, 28, 31, 34, 35, 46).

ORADEA. Ş.m. 1. Cl. VI. Borcia Sorin (E: 1443, 50—54, 56, 57, 60, 68, 72—74, 76, 77). Cl. VII. Wald Robert (E: 1442—44, 47, 49—52, 54, 57, 72—75, 81). Cl. VIII. Ghiţea Rodica (3951, E: 1397—401, 03, 04, 06—09, 11, 12, 14—16, 18, 19, 26, 32, 33, 36—39), Preda Ionel (3994, 4017, E: 1432, 33, 39, 41, 43, 44, 46, 62, 63, 65, 66, 70, 71), Toma I. Dragomir (3919, 28, 31, 63, 67, 74, 92, 4011, 13—15, 17, 29, 31, 40, 51, 53, 54, 57, 70, E: 1446, 53, 55, 57, 58, 65, 67, 68, 70—78, 80—82). Cl. IX. Cmeciu Ştefan (3926, 28, 31, 32, 74—76, 83, 94, 4002, 14, 15, 17, 18, 26), Henţ Gh. Mircea (3926, 28, 51, 74, 4014, 15, 17, 18, 26, 29, 40), Hîrta Viorel (3926, 28, 31, 75, 76, 92, 94, 4014, 15, 17), Şerba Daniel (3926, 28, 31, 72, 74—76, 83, 85, 94, 4002, 14, 15, 17, 18, 26). Cl. X. Hulea Ioan (3897, 917, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 54, 57, 59—64, 67, 72—78, 80—82, 92, 94, 99, 4002, 08—22, 24, 27—31, 40). Matei Gh. (3926, 28, 29, 34, 35, 37, 60—64, 74, 78, 81, 82, 4009—15, 17, 19—24, 28, 53, 60), Meşter Tiberiu (3928, 29, 37, 60, 62, 74, 76, 4002, 10, 12—15, 17, 28), Negruţiu Ilie, (3926, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 38, 57, 60—64, 67, 72—78, 80, 81, 82, 92, 94, 99, 4002, 08—15, 17, 19—24, 28, 31, 32, 36, 39, 57, 60), Pascu Nicolae (3934, 37, 60, 62, 74—76, 78, 80, 81, 94, 4002, 09—15, 17, 21, 23—36, 53, 60), Prunaru Lucian (3928, 29, 34, 37, 38, 54, 60—64, 81, 99, 4009—13, 24, 36).

Ş.m. 4. Cl. X. Bărbulescu Aurelia (3972, 75, 4014, 15, 17, 18, 21, 28, 29, 31), Farcaş Irina (3973, 76—78, 80, 81, 94, 4002, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 24, 28, 58).

ORĂŞTIE. Cl. VIII. Voiculescu Dan (3935, 37, 60, 62—64, 66, 67, 4010, 11, 13, 23, 24, 39, 58, E: 1434, 35, 38, 40, 55, 64, 68). Cl. X. Bozdog Mihai (3928, 29, 34, 37, 60—63, 67, 68, 74, 76, 78, 81, 4009, 10, 12, 13).

ORAŞUL STALIN. Ş.m. 1. Cl. X. Garabedian Rodica (3925—31, 34—37, 42, 49, 53, 54, 57, 60—62, 69, 71, 74—76, 78—81, 94, 4002, 07—21, 23—26, 36, 59, 60, 70), Savu Silvia (3974, 78, 80—82, 84, 4002, 09, 10, 12, 13, 17—19, 21, 23, 24). Cl. XI. Leucă Ion (3973, 75, 76, 79, 4014, 15, 17, 19, 22—24, 26, 31, 39).

Ş.m. 5 „Unirea": Cl. VIII. Munteanu Gh. Mircea (3928, 31, 34, 35, 38, 57, 62—65, E: 1428, 30, 32—34, 37, 38, 40). Cl. IX. Todor Nicolae (3910, 27, 28, 31, 74—76, 92, 94, 4014, 17, 29). Cl. X. Novac Adrian (3953, 78, 81, 88, 94, 99, 4009, 10, 12—15).

Ş.m. 6 „Ştefan Gheorghiu": Cl. VII. Alfianu Emanuela (E: 1441—44, 47, 48, 51, 52, 65, 66), Capotă Nela (E: 1441—44, 51, 63, 72—75), Pincovici Matei (E: 1441—44, 46—48, 50—53, 60, 71), Purghel Florian (E: 1441, 42, 44, 47, 51, 52, 67, 68, 73, 78). Cl. VIII. Cazan Gh. (3992, 94, E: 1441—45, 50, 70, 77), Grama Maria (3943, 92, 94, 4014, E: 1441, 42, 44, 45, 50, 75), Klausner Eugen (3992, 4014, E: 1444, 45, 48, 50, 51, 56, 68, 70, 75—77, 80, 81), Matiewski Elena (3943, 92, 94, 4013, E: 1441, 42, 67, 68, 73, 78, 81), Mirică Viorica (E: 1442, 44, 45, 47, 50, 67, 86, 75, 92, 94), Onea Ioana (3994, 4014, E: 1442, 45, 47, 50, 58, 70, 72, 73, 75, 76), Preda Constantin (3992, 94, E: 1441—45, 70, 77), Teodorescu Elena (3994, 4014, E: 1445, 47, 50, 58, 68, 70, 72, 73, 75, 78), Topliceanu Vasilica (3994, 4013, 39, E: 1441—45, 52, 56, 58, 67, 73, 78, 81), Vulpe Victor (3994, 4039, 86, E: 1471—73, 75—81). Cl. X. Ciugulea Mioara (3927, 29, 34, 35, 37, 38, 92, 4014, 27, 28, 38, 40, 46), Grovu Maria (3931, 62, 64, 66, 67, 78, 88, 94, 4002, 10, 19, 21, 46), Leşu Florica (3927—29, 34, 35, 37, 38, 92, 4014, 38, 40, 46), Simu Ioan (3973, 78, 88, 94, 4010—13, 19). Cl. XI. Bicher Iacob (3928, 35, 38, 57, 60—64, 74, 76). Lefter Alexandrina (3934, 38, 60, 62, 66, 4002, 10, 19, 21), Pincovici Ioan (3926, 32, 38, 41, 42, 57, 63, 64, 66—68, 92, 4015), Roşca Ioan (3937, 38, 41, 43, 51, 60, 63, 74—76, 88, 92, 94, 4002, 13), Taban Gabriela (3928, 29, 35, 36, 43, 60—64, 66), Vişinoiu Mariana (3934—36, 43, 60—64, 66, 74, 92, 94).

Şc. de 7 ani nr. 12. Cl. VI. Vătui Florin (E: 1442, 44, 45, 47—51, 54, 55, 57, 61).

ORBENI (Bacău). Absolvent Grigoraş Vasile (3970—76, 78, 81, 83, 85, 42—46, 49, 50, 53, 54).

PETROŞANI Ş.m. Cl. VIII. Irimie I. Iulian (E: 1472—76, 78, 80—82, 85), Sibişan Ioan (3994, 4011, 13, 39, 49, E: 1441, 44, 48, 51, 52, 58, 63, 65, 73, 75, 88). Cl. X. Albu T. Toma (3897, 900—08, 10, 12, 16, 17, P).

PITEŞTI. Absolvent Vieru Ionel (3926—29, 31, 34, 36, 37, 62—64).

Ş.m. 1 „N. Bălcescu". Cl. VII. Mihăilescu N. Ion (E: 1441—53). Cl. IX. Chiva N. Petre (3876, 99, 4009, 10, 13—15, 17—19, 21, 24, 29, 40, 53), Pătraşcu I. Gh. (3975, 99, 4002, 11, 14, 15, 17, 18, 23, 24, 29, 36, 40, 53, 57), Popescu Remus (3926, 34, 60, 61, 75, 76, 94, 4012, 13, 15, 17, 18, 21, 23, 26, 53), Stancu M. Ioan (3973—76, 92, 94, 4002, 12—15, 17—19, 21, 29, 53, P). Cl. X. Adameşteanu I. (3968, 77—83, 85, 91, 99, 4002, 09—15, 17—24, 29—31, 35, 36, 39, 40, 43, 50, 53, 56, 60), Enescu Radu (3972—76, 78, 79, 81, 83, 85, 88, 91, 92, 95, 97, 99, 4001, 02, 06—11, 13—15, 17—24, 26—29, 33, 35, 36, 39, 40, 43), Strătilă Şerban (P, N).

Ş.m. 3 „Al. Odobescu". Cl. VI. Anton Constantin (E: 1444, 47, 48, 52—54, 60, 68, 72, 73, 80). Cl. VII. **Ghica S. Anton** (3935, 51, 67, 92, 94, 4011—13, 17, 18, 21, 51, 53, E: 1430, 40—55, 57—60, 62, 66—68, 70—75, P). Cl. IX. Oprea A. Victor (3932, 33, 35, 38, 43, 45, 53, 57, 60, 69, 74, 92, 94, 95, 4001, 02, 11, 14, 15, 17—19, 23, 25, 29—31, 34, 39, 42, 51, P). Cl. X. Ilie D. Ştefan (3928, 29, 36, 43, 45, 62, 74, 75, 92, 94, 4001, 02, 14, 17, 18, 21, 53).

PLOEŞTI. **Lt. Jilăveanu Gh.** (3969, 71—78, 80—82, 94, 4000, 07—10, 12—15, 17—19, 22—24, 26, 28—36, 39, 41, 57—60, 64, 66—70, 72).

Ş.m. 1 „I. L. Caragiale". Cl. IX. Enescu Mihail (3—28, 31, 74—76, 4014, 29, 51), Maxim Dan (3926, 28, 31, 43, 45, 51, 72—76, 83, 94, 4002, 14, 15, 17, 22, 29, 34), Niţescu Dorin (3973—76, 94, 99, 4002, 14, 15). Cl. X. Andreescu Gh. (3921, 26—29, 31, 42, 74, 75, 85, 92, 94, 99, 4002, 14, 15, 17—19, 22, 27, 28, 40), Babonea Stelian (3928, 29, 31, 38, 42, 61, 63, 74, 75, 92, 4013—15, 17, 21, 24, 29, 39, 40, 53), Balcangiu Horaţiu (3926, 28, 32, 73, 75, 92, 99, 4002, 14—16, 21, 26, 28, 32, 33, 40, 50, 53), Cazacu Dumitru (4014—18, 21—23, 26—29, 32, 43, 53, 57, 60), Druckman Iosif (3897, 917, 26, 28, 29, 34, 37, 73, 75, 76, 78, 85, 90, 92, 94, 96, 4002, 10, 11, 13), Duţescu Florica (3926—29, 31, 74, 75, 92, 94, 96, 99, 4002, 14, 15, 17—21, 27, 28, 40), Ene Nicolae (3897, 901, 03, 05, 17, 26, 28, 29, 34, 37, 51, 60—64), Habat I. Paul (3928, 29, 90, 92, 99, 4002, 14, 15, 17, 21, 28, 31, 40, 50, 53), Ionescu Gabriela (3928, 31, 37, 60—64, 75, 80, 94, 4014, 17, 18, 21, 28, 40, 43, 50), Lungu Anca (3897, 903, 26, 28, 29, 31—34, 37, 49, 60—64, 67, 73—76, 78, 85, 88, 90, 92, 94, 96, 99, 4002, 09—11, 13—15, 17—21, 24, 27—29, 32, 40, 43, 50), Nicolae I. Nicolae (3927, 29, 43, 57, 60, 63, 75, 76, 90, 92, 94, 96, 99, 4002, 13—15, 20, 21, 28, 40, 50, 53), Kiselivski Andrei (3928, 29, 74—76, 90, 92, 96, 99, 4002, 14, 15, 17—19, 21, 28, 40, 50, 53), **Oniga Sanda** (3926, 28, 29, 31, 34, 37, 49, 60—63, 73—75, 81, 90, 92, 94, 96, 4002, 09—11, 13—15, 17—22, 24, 26—30, 40, 50), Opriş Ion (3—25, 32, 38, 54, 73—76, 78, 80, 81, 92, 94, 4002, 09—24, 26—36, 39, 40, 42, 45, 49, 50, 53, 54, 57, 58, 60), Pechiu I. Traian (4009, 14, 15, 17—24, 28—32, 34, 36, 40, 53, 60, 64, 65, 67, 69—72), Pîrîianu Radu (3926, 28, 29, 31, 42, 57, 60, 74, 75, 92, 4002, 14, 15, 17—19, 21, 28, 40, 50, 53), Popescu C. Ioan (3928, 39, 74, 88, 90, 92, 94, 99, 4002, 14, 15, 17—21, 28, 32, 40, 50, 53), Potlogea Mircea (3926, 28, 29, 31, 74, 75, 90, 92, 94, 96, 99, 4002, 14, 17, 19, 21, 27, 28, 40), Trestioreanu Const. (3926, 29, 74, 75, 90, 92, 94, 96, 4002, 13—15, 17, 19, 21, 24, 27, 28, 30, 50), Vlanga Florin (3926, 29, 31, 74, 75, 88, 90, 92, 94, 96, 4002, 014, 15, 17—19, 21, 27, 28, 40), Voicu Eugen (3928, 29, 57, 60, 74, 75, 92, 4014, 15, 17, 18, 21, 28, 39). Cl. XI. Georgescu V. Teodor (3897, 98, 901, 03, 04, 17, 20, 21, 25—31, 36), **Popescu N. Liviu** (3901, 26, 28—31, 33, 34, 36—37, 40, 43, 45, 62, 66, 74—76, 79, 4002, 10, 14—29, 31—34, 45, 46, 55), **Timuş M. Dan** (3855, 56, 60, 60, 61, 63, 65, 66, 69, 71, 79, 85, 88, 94, 95, 97—99, 901—04, 08, 16, 17, 22, 28—37, 40, 41, 43, 45, 54, 57, 62, 63, 65—67, P).

Ş.m. 2 „A. Toma". Cl. VIII. **Georgescu** Petre (3928, 43, 67, 73, 92, 94, 4013—15, 17, 19, 22, 29, 31, 39, E: 1439, 43, 54, 56, 63, 64). Cl. X. Dogaru Sanda (3976, 94, 4002, 13, 14, 17, 20—22, 24, 28, 72). Cl. XI. Dinescu Florin (3897, 98, 903, 08, 14, 28, 29, 36, 38, 60, 62—67, 73, 74, 79, 94, 4002, 07, 11—13), **Rusu Constantin** (3854, 98, 925, 26, 28—32, 34—36, 40—43, 45, 54, 57, 62, 63, 65, 66, 69, 72—76, 78—80, 92, 94, 95, 99, 4001, 02, 04, 08, 11, 13—22, 24, 26—29, 31).

Ş.m. 3. „Mihai Viteazul". Cl. V. Georgescu Virginia (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 73, 74, 81), Preda Ion (E: 1442, 45, 49—51, 56, 57, 61, 73, 81). Cl. VII. Lipănescu C. Ileana (E: 1441, 44, 48, 51, 52, 63, 67, 68, 70, 71). Cl. VIII. Condrescu Mădălina (3935, 67, 77, 94, 4013, 17, 23, 35, 61, E: 1441, 43, 44, 50, 52, 67, 68, 70, 73, 75, 78). Cl. IX. Alexiu Elena (3926, 28, 43, 74—76, 84, 92, 94, 4002, 11, 14), Cîmpineanu Nicolae (3888, 931, 43, 63, 75, 76, 83, 94, 4002, 15, 17, 22, 43, 45, 49), Decusară Zenovia (3928, 43, 74—76, 84, 92, 94, 4011, 13), Diaconu Lucia (3926, 28, 43, 74—76, 84, 92, 94, 4002, 11, 14, 17).

Ş.m. 4. Cl. VII. Glava Mihai (E: 1441—47, 50—52). Cl. X. Mihăilescu Voichiţa (3973, 75, 76, 94, 4014, 17, 19—22, 28, 32).

Şc. de 7 ani nr. 1. Cl. VII. Leonte I. Filip (E: 1428—30, 35—49, 51, 52, 57, 58, 60, 62, 63, 65—68, 70, 71).

Şc. de 7 ani nr. 14. Cl. VII. Caramalis Paula (E: 1441, 44, 46, 48, 66, 67, 71, 75, 78, 79).

Şc. de 7 ani Lipăneşti. Ene P. Elena (3994, 99, 4009—13, E: 1423, 27, 28, 41—53).

PREDEAL. Cl. VI. Ioniţă I. Maria (E: 1428—30, 35—37, 42, 44, 51, 52).

PUCIOASA (Ploeşti). Cl. V. Tîrcă I. Mihail (E: 1414, 18, 21, 28, 30, 36, 41, 42, 44, 45, 51—53), Bălăşescu V. Maria (4013, 39, E: 1441, 43, 44, 47—52, 60, 63). Cl. VIII. Levitchi Cezaro (4013, 19, 39, E: 1441, 43, 44, 50—52, 60, 63), Drăghici E. Ioan (4013, 17, 19, E: 1433, 36, 38, 41,

43, 44, 47, 50—52, 63), Ene I. Ion (3935, 4017, 19, E: 1433, 41—44, 48—52, 58, 63, 71), Rîmbu Revişoara (3994, 4012, E: 1432, 36, 41, 43, 44, 47, 48, 50, 51, 58, 60, 62, 70, 71). Cl. IX. Avram M. Dorin (3975, 81, 92, 94, 4002, 13, 14, 17, 20, 39, 41, 53), Bădoiu C. Ioana (3975, 92, 4002, 14, 17—19, 32, 39, 41, 53), **Banu N. G.** (3915, 19, 24, 26, 27, 31, 48, 51, 54, 55, 64, 66, 68, 72, 74—76, 78, 80, 81, 92, 94, 4002, 09—15, 17, 18, 23—26, 35, 36, 39, 57, 60), Bendie D. Corneliu (3974, 76, 80, 81, 92—94, 99, 4010, 11, 13, 14, 17, 20, 21, 39, 42, 54), Boşcan Vasile (3992, 4012—15, 20, 23, 32, 35, 39, 40, 53), Braşoveanu Gabriela (3980, 81, 93, 94, 4002, 11, 14, 17, 20, 23, 39, 40, 53), Brezeanu Vasile (3972, 4013—15, 17—19, 24, 32, 40, 53), Caloianu Pompiliu (3974, 75, 81, 92, 4002, 11, 13, 14, 17, 35, 39, 40, 42, 53), Constantin Mircea (3974, 92, 93, 4002, 10, 11, 13—15, 17, 20, 39, 40, 53, 54), Diaconescu I. Ion (3975, 77, 80, 81, 92—94, 4002, 10, 11, 13, 14, 20, 21, 23, 24, 35, 39, 40, 42, 53), Dobrescu Ion (3974, 81, 93, 94, 4010, 11, 14, 17, 35, 39, 40, 42, 53), Dragomir Filofteia (3974, 75, 92, 4002, 17, 18, 20, 39, 53, 64), Gîlmeanu L. Elena (3975, 92, 4002, 14, 15, 17, 26, 32, 39—41, 43), Longin Şerban (3973—75, 80, 88, 91, 93—95, 99, 4002, 10, 11, 14, 15, 17, 18, 20—24, 26, 29—31, 35, 39—42, 45, 46, 49—51, 53, 54, 57), Lungu Gh. (3907, 43, 57, 60, 63, 4014, 15, 17, 20, 29, 35, 39, 41, 53, 54), Măgureanu Mircea (3907, 43, 57, 60, 63, 64, 92, 4014, 15, 17, 39), Marin I. Victor (3926—28, 31, 32, 34, 35, 38, 43, 45, 48, 57, 60, 62—64, 67, 72—78, 80, 81, 85, 92, 94, 4002, 09, 10, 13), Mihai N. Mihai (3974, 80, 92—95, 99, 4002, 10, 11, 14, 17, 20, 21, 26, 31, 35, 39, 40, 42, 45, 53), Milea Aurelian (3972, 74—76, 80, 81, 92—94, 4002, 10—15, 17—21, 24, 31, 35, 39, 40, 42, 53, 54), Mircea Const. (3974, 92, 93, 4002, 10, 11, 13—15, 17, 20, 39, 40, 53, 54), Nichita Maria (3975, 92—94, 4002, 11, 13, 14, 17, 20, 35, 40, 45, 49, 57), Pantea V. Liviu (3972, 4013—15, 17—19, 24, 31, 32, 40, 53, 64, 66), **Popa I. Nicolae** (3926—28, 31, 32, 34, 35, 38, 48, 60—64, 67, 73—76, 80, 81, 92—94, 99, 4002, 10—14, 17—22, 35, 39, 40, 42, 45, 50, 53, 54), Popescu Gh. (3972—76, 80, 81, 92—94, 4002, 10—15, 17—21, 24, 26, 31, 32, 35, 39—42, 49, 53, 54, 57), **Radu A. Gh.** (3833, 41, 45, 55, 56, 58, 61, 71, 82, 88, 978, 80, 81, 91, 94, 95, 4001, 09, 12, 14, 15, 17—24, 26, 29—32, 35, 36, 39—41, 43, 45, 49—51, 53—57, 63—65, 68, 70, 72, 80, 81, 83, 85), Rocioiu I. Vasile (3957, 60, 64, 84, 4002, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 35, 40, 41, 53, 57), Samoilă Petrică (3973, 74, 80, 81, 91, 93—95, 99, 4002, 10, 11, 14, 17, 20, 22, 23, 26, 29—31, 35, 39—42, 45, 50, 53, 57), Savu I. Mihai (3973—76, 80, 81, 92, 95, 99, 4002, 10—14, 17—22, 35, 42, 45, 50, 53, 54), Sencovici Mihaela (3991, 92, 4014, 17, 20, 26, 39, 41, 49, 53, 54, 57), Stanciu Maria (4002, 13, 17, 26, 39, 41, 49, 53, 54, 86), Stoian I. Gh. (3892, 928, 74, 4014, 17, 20, 39—41, 68), Stoica I. Aurelian (3943, 75, 4002, 14, 17, 18, 32, 39, 43, 53), Tîrcă I. Ioan (3957, 60, 63, 64, 75, 92, 94, 4002, 11, 13, 14, 17, 20, 23, 39, 40, 53), Vătăşescu S. S. (3960—62, 74, 80, 81, 92, 4010—12, 17, 21, 40, 42, 53). Cl. X. **Năstăsescu Const.** (3985—4004, 08—46, 49—54, 57, 58, 60), **Niţă** Const. (3971, 72, 91, 4012—20, 22—24, 26—36, 38—43, 49—51, 53, 54, 57, 58, 60, 63—72, 80, 81, 83, 85, 88, 89), Popa Const. (3—37, 57, 61, 75, 76, 99, 4008, 12, 13, 16, 19, 20, 23, 24, 27, 31, 32, 35, 36), Popescu Teodor (3927—32, 43, 45, 49, 53, 54, 74, 75, 60—63, 68, 78, 4009, 10, 12, 14—20, 24, 28, 34, 36—38). Cl. XI. **Gîlmeanu Vasilaş** (3969—81, 83, 87, 92, 94, 95, 99, 4002, 04, 05, 07—10, 12—24, 26—37, 39, 40, 42, 49, 50, 53).

RĂDĂUŢI. Ş.m. 1. Cl. IX. Sîrghie Mircea (3926—28, 31, 32, 43, 49, 72—76, 83, 92, 94, 95, 4001, 02, 14, 17, 18, 22, 26, 29, 30, 50, 53).

REGHIN. Ş.m. 2. Cl. IX. Suciu A. Dorel (3971—76, 83, 92, 94, 99, 4002, 14, 17—19, 22, 26, 29, 31, 33, N, P).

REŞIŢA. Ş.m. 1. Cl. VIII. **Birău Nicolae** (3994, 4013, E: 1365, 96—400, 03, 06, 08, 10, 11, 13—16, 18, 19, 21, 25, 26, 32, 37, 39, 41—45, 47, 49, 50, 52, 53, 55, 57, 60, 67, 68, P), **Foral Iosif** (3888, 994, 4013, E: 1397—403, 06, 08, 11, 13—16, 18, 19, 25, 26, 28, 29, 32, 36—45, 47, 48, 50, 53), Mureşan Ionel (E: 1429, 30, 35—39, 42, 52, 63, 67, 68, 70, 71), Sporea Dan (3994, 4011, 13, 39, E: 1441, 43, 44, 52, 53, 58, 71). Cl. X. Boiangiu A. Corneliu (3902, 19, 25, 28, 29, 43, 52, 74, 92—94, 96, 99, 4002). Cl. XI. **Toth Emil** (3925—32, 34—38, 41—43, 45, 48, 52, 54, 57, 59—67, 69, 70, 74, 75, 78, 90, 92, 94, 96, 4001, 02, 04, 06—13).

RÎMNICU SĂRAT. Absolvent Ilie Ştefan (3926, 28, 29, 34—38, 57, 59—67, 74, 79—81, 4002, 08—15, 17, 19, 20, 23, 24, 35, 36, 53).

Ş.m. 1 „Alexandru Vlahuţă". Cl. XI. **Topală V. Anton** (3972—76, 78—81, 94, 4001, 02, 07—20, 22—24, 27—29, 32, 35, 36, 38, 56, 59, 71, 72, 86, 89).

Ş.m. 2 „Ştefan cel Mare". Cl. VIII. **Nelepcu Grigore** (3963, 4013, 17—19, E: 1433, 37, 38, 41—44, 47, 52, 53, 62, 63, 65, 66, 71).

RÎMNICU VILCEA. **Ş.m. „Vasile Roaită".** Cl. X. **Bulucea Dumitru** (3832, 928, 29, 74, 75,

38, 92, 94, 4002, 14, 17, 19, 21, 28, 31, 40 46, 51), Stănilă Ioana (3974, 78, 80, 81, 88, 92—94, 4011—13, 19, 21, 23, 28, 29, 46, 58).

Ş.m. „Nicolae Bălcescu". Cl. X. Ilie A. Dumitru (3899, 901, 02, 06—08, 10, 16, 21—29, 31, 32, 34, 35, 37, 42, 44, 45, 51, 53, 57, 60—64, **Ou** V. Ion (3884, 93, 99, 4014, 15, 17—21, 23, 24, 26—29, 31, 32, 35, 36, 38—40, 44, 45, 49—51, 53, 54, 57, 58, 60, 63—65, 68—72, 74, 80—83, 85, 86, 88, 91, 92), Poşircă M. Ion (3901, 02, 06, 07, 10, 21, 22, 25—27, 30, 31, 34, 35, 37, 42, 45, 48, 51, 53, 57, 60—64). Cl. XI. **Apostoliu Victor** (3902, 07, 16, 21, 27, 30—36, 72—76, 95, 4002, 08—32, 39, 42, 50, 58, 60).

ROMAN. Cl. XI. Dămătîrcă Mihai (4014, 15, 17—19, 21, 22, 28, 29, 31, 33).

Şcoala agricolă Cîrligi. An. I. Căprioară Vasile (E: 1418, 32, 40—43, 47, 49, 50, 52), Donici D. Luiza (E: 1418, 33, 40—43, 47, 49, 50), Drăgoi Gh. Const. (E: 1418, 28, 33, 36, 41—43, 49, 50, 52), Floareş Const. (E: 1418, 33, 40—44, 47, 50, 52), Ivaşcu Paraschiva (E: 1416, 18, 33, 40—43, 47, 49, 50), Pădure I. Ana (E: 1418, 40—43, 47—50, 52), Popovici Elena (E: 1416, 18, 26, 33, 40, 42, 44, 47, 49, 50), Ţurcanu Georgeta (E: 1416, 18, 33, 40—43, 47, 49, 50). An. II. Goşman Elena (E: 1418, 28, 36, 41—43, 47, 49, 50, 52), Ioniţă Elena (E: 1418, 28, 36, 41—43, 47, 49, 50, 52).

ROŞIORII DE VEDE. **Ş.m. „Tudor Vladimirescu".** Cl. VIII. Conea M. Mircea (3994, E: 1429, 30, 32, 33, 36, 38, 39, 41—44, 47, 48, 51, 52, 55, 57, 58, 66, 71), Nebunescu I. Al. (3943, 45, 5017, E: 1423, 39, 45—47, 49, 50, 58, 60, 63, 66, 71).

SALONTA (Oradea). **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Borcea Valeria (3994, 4039, E: 1441—44, 47, 48, 51, 52), Guiaş Eugen (4013, 30, E: 1441—44, 47, 49, 52, 71). Cl. XI. Steinbrecher Gh. (3972, 74—78, 80, 83, 94, 96, 4002, 11). Cl. X. Molnar Elisabeta (3973, 76, 88, 94, 96, 97, 4002, 14, 21, 28, 32, 40, 46, 53).

SATU MARE. **Ş.m. 2 „Mihai Eminescu".** Cl. VIII. Asan Liliana (4013, E: 1441—44, 47, 48, 50—52), Birkner Ioan (E: 1418, 25, 29, 32, 36, 41, 42, 44, 47, 50, 51), Blaga Rodica (4013, E: 1441—44, 47, 48, 50—52), Luttwack Gabriel (3994, 4011, 13, E: 1441—46, 52, 53, 62, 68), Mihălţeanu Mircea (3994, E: 1441, 43—45, 47, 49—53), Müller Maria (E: 1441—44, 47, 48, 50—53), Toth Eduard (E: 1425, 29, 32, 36, 41, 42, 44, 47, 50—52), Zelikovitz Hedwiga (4013, E: 1441—44, 47, 48, 50—52), Weisz Alice (4013, E: 1441—44, 47, 48, 50—53). Cl. IX. Coman Stela (3974—76, 94, 4002, 13—15, 17, 18, 71), Crişan Rodica (3973—76, 80, 94, 4002, 12—15, 17, 18, 54).

SIBIU. Prof. Condrea Ioan (P). **Ş.m. 1. „Gheorghe Lazăr".** Cl. X. Lungu Georgică (3988, 94, 4002, 10, 13, 14, 19, 24, 28). Cl. XI. Virgiliu Dan (3976, 96, 98, 4014, 15, 17, 18, 28, 31, 33, 44, 45, 50).

Ş.m. 3 **„Gheorghe Coşbuc".** Cl. VII. Bîrleanu Luminiţa (E: 1428—31, 33—35, 37, 38, 40, 48, 51, 52, 65).

Ş.m. 5 „Filimon Sîrbu". Cl. VIII. Vlădoianu Andrei (E: 1442, 44, 47, 50, 63, 68, 70, 73, 75, 80, 81). Cl. X. Popovici I. Nicolae (3973—76, 78, 88, 94, 95, 4002, 09, 14, 17, 21—24, 31).

Şc. de 7 ani nr. 9. Săhleanu Lucia (E: 1428, 36, 42, 44, 47, 48, 50—53). Cl. VII. Bălăşiu Lucian (E: 1428, 29, 32, 36, 37, 41—43, 48), Cramarenco Mihai (E: 1428, 29, 32, 36, 37, 41—44, 51), Dîmboiu Marcela (E: 1428, 29, 32, 36, 37, 41—44, 51), Mărgineanu Mariana (E: 1428, 29, 32, 33, 36—38, 41, 42, 44), Moşoiu Daniela (E: 1428, 29, 32, 33, 36, 37, 42—44), Moşoiu Monica (E: 1428, 29, 32, 36, 38, 41, 48, 52), Nistor Alexandrina (E: 1428, 29, 32, 36, 37, 42—44, 47, 51), Noţiu Rodica (E: 1428, 29, 32, 33, 36—38, 41, 42, 44), Rerianu Delia (E: 1428, 29, 32, 36, 38, 39, 41, 48, 52), Tănase Rodica E(1428, 29, 32, 36, 37, 41—44, 47, 51), Teodorescu Emilia (E: 1428, 29, 32, 36, 37, 42—44, 47, 51).

Şc. de 7 ani nr. 12. Cl. VII. Trif Maria (E: 1441, 42, 44, 51, 52, 54, 57, 64, 65, 67, 68, 71).

Şc. de 7 ani nr. 13. Cl. VI. Anghel Gh. (E: 1436, 49—51, 55, 57, 61), Buian Gh. (E: 1435, 36, 44, 45, 47—49, 51, 53), Bunea Mircea (E: 1435, 36, 44, 45, 47, 50, 57, 68), Drăghici Maria (E: 1430, 34, 44, 47, 48), Homner Emil (E: 1428, 30, 36, 44, 48, 50—53, 55), Nicoară Ioan (E: 1445, 47, 52, 53, 56, 60, 61, 68, 72—74, 77, 81).

SIGHIŞOARA. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Floca Margareta (E: 1445, 50, 53, 60, 67, 68, 71—73, 75, 78, 80, 81), Cl. X. Ciulei Mircea (3910, 23, 32, 92, 4010, 14, 15, 17—19, 21, 23, 24, 28, 31, 33, 34, 39, 40, 53, 58), **Neagu Gh.** (3897, 903, 10, 14, 23—29, 31, 33—35, 37, 38, 43, 45, 49, 51, 57, 60, 62—64, 67, 68, 73, 83, 85, 88, 92, 94, 4002, 08, 12—15, 17—19, 21, 23, 24, 28, 39, 40, 53, 54), Pantazi Puiu (3934, 35, 37, 38, 57, 60, 62—64, 67, 68, 4013, 15, 24), Petruş Ioan (3920, 34, 35, 62, 78, 4013, 14, 17, 18, 21, 23, 24, 39), Pintea Paula (3934, 35, 37, 38, 57, 59—64, 78—81, 4008—10, 13). Cl. XI. Capidan Cristina (3928, 57, 59, 60, 64, 74—76, 94, 4002, 09, 10, 12, 14, 15, 17—19, 21—24, 28, 32, 35, 36, 56, 58), Iliuţ Violeta (3974, 94, 4002, 14, 15, 17, 19, 21, 22, 28, 56, 66, 70, 85).

Ş.m. 2. Macht Götz (3928, 29, 37, 43, 51, 60, 63, 75, 76, 92, 94, 99, 4011, 13, 14,

24). Cl. XI. Lang Hugo (3934—37, 44, 57, 60, 62, 65, 66, 76, 88, 4014, 20, 28).

SINAIA. Învăţător Grăjdeanu Virginia (E: 1441, 42, 44, 45, 50—52, 73—75, 80, 81 P).

SINNICOLAUL MARE (Timişoara). Cl. IX. Dărău Constantin (3926, 28, 48, 60, 74—76, 94, 4002, 11, 13—15, 17, 19).

SLĂNIC (Ploeşti). Cl. VIII. Bogdan Viorel (3973, 74, 83, 94, 4017, E: 1441, 44, 52, 67, 68, 81).

SLATINA. **Student.** Cochinţoiu Ion (3925, 74—76, 88, 93, 4002, 14, 15, 20, 21, 28). **Absolvent.** Marcu Virgil (3926, 29, 49, 69, 71—76, 88, 94, 4014, 15, 17—22, 26—28). **Ş.m. 1.** Cl. XI. Florescu I. Vasile (4014—19, 21, 24, 27—29, 31, 32, 40, 66, 67, 72).

SUCEAVA. **Absolvent. Bortă Gh. Dan** (3962—67, 69, 71, 74—76, 79, 92, 94, 98—4000, 02, 10—20, 22—24, 26, 29—33, 35, 36, 40, 45, 50, 53, 58—60), **Pelmuş Ionel** (3926, 29, 30, 33, 40, 41, 43, 54, 60—65, 67, 69, 74, 75, 79, 92, 94, 4002, 11, 14—19, 22, 24, 28, 29, 31, 32, 34—38). **Ş.m. „Ştefan cel Mare".** Cl. V. Rimer Agnita (E: 1442, 45, 47, 49, 50, 51, 57, 73, 74, 81). Cl. IX. Sorohan Liviu (3928, 45, 72, 73, 75, 76, 83, 92, 94). Cl. X. Costinescu A. Petre (3897, 903, 05, 25, 28, 29, 31, 4014, 15, 17, 19, 21, 28, 31, 34). Cl. XI. Wittner Werner (3936, 37, 40, 62, 65—67, 79, 84, 94, 4014, 15, 17, 19, 21, 27, 28, 31, 40, 59, 64—66, 70, 71, 75).

TEACA (Bistriţa). **Şc. de 7 ani.** Cl. VII. Paşca Maria (E: 1441—45, 47, 49, 50, 52, 53).

TECUCI. Absolvent. **Vidraşcu Traian** (3941, 43, 49, 54, 60—62, 69, 71—81, 83, 85, 88, 91—97, 99, 4000, 02, 07—36, 38—45, 49—59, 63—70, 72—74, 76, 80, 81, 83, 88, 91—93).

Ş.m. 2. Cl. VI. Berheci Ioan (E: 1442, 44, 45, 47—55, 68, 73, 77). Cl. VII. Niculescu D. (E: 1441—45, 47, 50—52, 57, 68). Cl. IX. Bubulac Marioara (3928, 34, 43, 60, 63, 65, 74, 76, 94, 4011, 12, 14, 17), Ciorăşteanu Traian (3926, 28, 43, 45, 74—76, 84, 93, 4002, 14, 17, 18, 26), David Tudorel (3—26, 28, 43, 45, 74—76, 83, 85, 94, 4014, 17, 18, 26), Dorosan Emil (3926, 28, 31, 43, 74—76, 83, 85, 4014, 17, 18, 26, 32), Macarie Cezar (3928, 34, 43, 44, 60, 63, 65, 74, 4002, 14, 15, 17), Theodor Teodor (3928, 34, 43, 45, 65, 71, 74, 94, 4002, 14, 15, 17, 19), Vicol Dorina (3928, 34, 43, 60, 63, 65, 74, 76, 94, 4011, 14, 15, 17). Cl. X. Belcescu Mihai (3897, 903, 08, 25, 26, 28, 41, 31, 43—45, 54, 74, 83, 85, 92, 94, 4014—22, 26, 28, 29, 32, 45), Bularda Eugen (3925, 26, 28, 29, 43, 54, 74, 83, 85, 92, 94, 4002, 13—19, 21, 28, 29, 30, 58), Dinu Necula (3897, 903, 25, 28, 29, 31, 43, 75, 92, 4013—16, 18, 27, 28), Gafton Narcis (3897, 903, 08, 28, 29, 42, 43, 92, 94, 4002, 14, 15, 21, 28, 40), Grama Petruş (3897, 903, 08, 28, 45, 74—76, 88, 92, 94, 4014, 15, 19, 21, 28, 29, 40, 43, 46), Huţanu Const. (3925, 26, 28, 29, 43, 54, 83, 92, 4013—15, 19, 21, 28, 29, 40), Lazăr Nicolae (3921, 28, 29, 41, 43, 45, 74, 75, 83, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 21, 26, 28, 40), **Moscovici Henry** (3897, 903, 08, 25, 28, 29, 31, 34, 35, 37, 41, 43, 45, 54, 72, 74, 75, 78, 80, 83, 85, 90, 92, 94, 96, 99, 4002, 09, 10, 14—18, 20, 21, 24, 26, 28, 29, 32, 40—42, 44, 57, 80), Răducănescu M. (3902, 08, 26, 42, 43, 74—76, 92, 94, 97, 4002, 14—16, 19, 21, 28, 40), Stancu V. Costică (3903, 08, 25, 28, 29, 35, 41, 74, 75, 92, 94, 4002, 14, 19, 21, 40), Sevastra Dan (3897, 903, 08, 26, 28, 29, 43, 74, 94, 4002, 14—18, 21, 26, 28, 40), Tătaru Petru (3925, 29, 41—43, 74, 75, 92, 4002, 14—17, 19, 21, 27, 29, 40), Ţigănescu Violeta (3897, 903, 08, 28, 29, 41, 43, 45, 74, 75, 80, 83, 42, 94, 4014, 15, 17, 21, 28). Cl. XI. Păunescu Marcian (3921, 28, 29, 41, 43, 45, 74—76, 83, 84, 94, 4014—17, 19, 21, 26, 28), Tonu Costache (3897, 903, 08, 26, 28, 29, 41, 43, 45, 54, 74—76, 94, 4002, 14, 16—19, 21, 26, 28, 38, 45).

Şc. de 7 ani Condrea. Prof. Diaconu A. Neculai (3928, 29, 31, 33, 73, 74, 94, 4002, 14, 15, 17—19, 21, 22, 31, 33).

TIMIŞOARA. **Student Ionescu D. Alexandru** (3897, 98, 903, 07, 08, 11, 21, 22, 25, 27, 28—38, 40, 41, 43, 44, 49—54, 56, 57, 60—63, 65—68, 71—80, 83, 85, 90, 92—4002, 04—09, 11—15, 17—24, 26—33, 35, 38—40, 42, 44, 45, 49, 50, 53, 55—60).

Ş.m. 1. Cl. IX. Munteanu Dan (3973—75, 80, 83, 94, 4002, 03, 14, 15, 17, 19, 23, 35, 39). Cl. X. **Comşulea Corneliu** (3925, 26, 28, 29, 31—33, 37, 43, 45, 62, 71, 73—76, 88, 92, 94, 4002, 12—15, 17—19, 21—24, 28, 29, 31, 34, 39, 40, 45, 46, 51), Mazilu Doru (3926, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 43, 45, 51, 57, 61—65, 67, 69, 75, 94, 4002, 09), Mîrzea Petru (3897, 903, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 31, 33—35, 43, 45, 60—63, 67).

Ş.m. 2. „Nikolaus Lenau". Cl. VIII. Koreck Katharina (3994, E: 1441, 42, 44, 48, 50—52, 57, 63, 72—75), Mucalov Liura (E: 1441—45, 50, 52, 63, 72, 73, 75, 80), Rata Otto (E: 1442—44, 47, 48, 50—52, 57, 75). Cl. IX. Baugert Eckhardt (3928, 51, 60, 63, 64, 74—76, 80, 92, 94, 4002, 12, 13), Băncilă Radu (3928, 31, 32, 43, 51, 67, 74—76, 92, 4002, 14, 15, 17, 18, 26, 32, 53), Heidrun Mussar (3975—77, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 18, 40, 53), Klaus Willwerth (3974, 75, 92, 94, 4002, 13—15, 40, 53), Teodorescu Şerban (3974—77, 92, 94, 4002, 12, 14, 15, 17, 22, 24, 29, 40,

51, 53, 70, 71). Cl. X. Bohn Eich (4008—10, 12—17, 19—21, 28, Demian Franz (3928, 29, 51, 88, 92, 94, 4002, 14, 17, 28, 40, 53), Krämer Gerhard (3928, 29, 35, 62, 74, 75, 88, 92, 94, 4002, 13—15, 19), Krämer Helmuth (3928, 29, 74, 88, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 19, 28, 40, 53). Cl. XI. Grassl Erich (3974—76, 4002, 21—25, 29).

Ş.m. 3. „Eftimie Murgu". Cl. V. Băiatu Viorel (E: 1444, 45, 48—51, 57, 67, 68, 73), Ciobănaş Georgeta (E: 1442, 44, 45, 48—51, 57, 60, 67), Dumitrescu Elena (E: 1442, 44, 45, 48—51, 57, 60, 67), Henţu Petru (E: 1444, 45, 48—51, 57, 67, 68, 73), Netedu Adriana (E: 1442, 44, 45, 48—51, 57, 60, 67), Romoşan Ştefan (E: 1444, 45, 48—51, 57, 67, 68, 73), Rotaru Maria (E: 1448—51, 60, 67), Stanis Mariana (E: 1442, 44, 45, 48—51, 57, 60, 67), Tieffert Gertruda (E: 1442, 44, 45, 48—51, 60, 67), Toşici Dorina (E: 1442, 44, 45, 48—51, 57, 60, 67). Cl. VI. Bebeşelea Carmen (E: 1442—45, 48—52, 57, 60, 76), Fischer Liliana (E: 1442, 44, 45, 48—51, 57, 60, 76), Kardoş Andrei (E: 1442, 44, 45, 48—51, 57, 67), Lungu Mihaela (E: 1442, 44, 45, 48—51, 60, 78), Mureşan Rodica (E: 1442, 44, 45, 48—51, 57, 60, 67), Pinter Klara (E: 1442, 44, 45, 48—51, 57, 67, 76). Cl. VII. Buştea Cornelia (E: 1441—45, 47—52), Harsanyi Nicolae (E: 1441—45, 47—51). Cl. VIII. Pop Mihai (E: 1441—45, 47—51). Cl. X. Grecu Rodica (3974—76, 94, 4001, 02, 09, 10, 12—15, 17—19, 21, 22, 24, 25, 38, 31, 32).

Ş.m. 5. Cl. VIII. Eibenschütz Robert (4013, 15, E: 1444, 48, 57, 58, 63, 67, 68, 71—73, 75, 76), Lustig Gh. (3925, 35, 38, 57, 74, 76, 77, 92, 93, 4013—15, 17—19, 21, 22, 26, 28, 35, 39, 40, 44, 45, 50, 51, 53, 54, 57, E: 1443, 54, 55, 57—60, 62, 63, 65—71), Sasu Viorel (E: 1432, 36, 42, 44, 47, 48, 50—52, 58, 70), Spernea Sorin (3992, 93, 97, 4011, 13, 45, 51, 75, E: 1441—43, 45, 47, 50, 52, 58, 59, 65—68, 74, 75, 80, 81), Stern Toma (3994, 4013, E: 1441—44, 47—52). Cl. IX. Băleanu Corneliu (3972—77, 80, 83, 85, 91—94, 96, 99, 4002, 11—13). Cl. XI. Soukup Louise (3913, 17, 21, 26, 28—31, 45, 71, 73, 74, 76, 88, 94, 4014, 15, 17—21, 27, 31).

Şc. de 7 ani nr. 15. Cl. V. Băncilă Ileana (E: 1429, 30, 35, 36, 42, 45, 50, 51, 57, 61). Cl. VII. Szende Suzana (E: 1442—44, 47, 48, 50—52, 54, 63).

TIRGOVIŞTE. Ş.m. 2. Cl. VII. Marineanu T. Carmen (E: 1376—78, 80—82, 84—90, 92—95, 97—99, 4014—16). Cl. IX. Boriga St. Nicolae (3860, 61, 88, 97, 903, 05, 08, 99, 4014, 17, 20, 21, 28). Cl. X. Migdalovici Iosefina (3925, 28, 29, 31, 32, 43, 51, 72—75, 92, 94, 4002, 14, 15, 17, 19, 21, 28), Zaharia Adina (3926, 27, 31, 32, 34, 35, 37, 54, 60, 62, 76, 88, 93, 4014, 15, 53).

Ş.m. 3 „Nicolae Bălcescu". Cl. VIII. Marinoiu I. Nicolae (E: 1406, 14, 21, 32, 36, 41, 44, 48, 51, 52, P). Cl. IX. Creţu Gh. Dumitru (3926, 28, 31, 34—36, 38, 43, 57, 60—64, 67, 72—81, 88, 92, 94, 99, 4002, 08—14, 17—20, 22, 23, 26, 29, 32, 35, 39, 45). Cl. X. Dumitrică Aurel (3972—81, 84, 88, 92, 94, 99, 4002, 08—24, 26—29, 31—36, 38, 39, 42, 45, 46, 50, 58, 60). Cl. XI. Ionel I. Aurel (3897, 901—03, 07, 08, 16, 17, 21, 26, 28—32, 40, 43, 45, 51, 54, 71, 73—76, 79, 92, 4009, 10, 13—26, 28, 29). Trifan Aurel (3943, 4007, 09, 10, 22, 27, 28, 33).

Şc. prof. metalurgică „Gh. Gheorghiu-Dej". An. I. Bratu I. Const. (E: 1403, 06, 12, 14, 15, 21, 32, 36, 38, 41, 42, 44, P).

TIRGU JIU. Ş.m. 1. Cl. VII. Aniţescu N. Maria (E: 1428—33, 35—39, 41—48, 51). Cl. X. Cancer N. Anca (3971, 74—82, 88, 94, 99, 4004, 08—36).

Ş.m. 2 „Tudor Vladimirescu". Cl. X. Sintie Ion (3925, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 42, 43, 49, 57, 60—62, 69, 72, 74, 75, 78, 80, 81, 89, 94, 4002, 09, 12—15, 17—19, 21, 24, 28, 29, 31, 32, 35, 45, 46, 53, 58, 60).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Ionescu Vladimir (4014, 15, 17—19, 29, 31, E: 1428—33, 35, 37—39, 41, 44—48, 50—52, 57, 58, 60, 63, 65—88, 70, 71, 74, 75, 94, 96, 98). Cl. XI. Cojocaru I. Ion (3902, 10, 17, 26—28, 53, 73—76, 83, 92, 94, 4001, 02, 14, 17, 18, 22, 23, 26, 29, 40, 45, 51, 70, 80, P).

TIRGU MUREŞ. Absolvent. Matei Aurel (3925, 26, 28, 29, 31, 34—37, 43, 54, 60—64, 67).

Ş.m. „Al. Papiu Ilarian". Cl. X. Stoica Emil (4014, 15, 17, 18, 23, 24, 28, 29, 35, 45, 64, 67, 71).

TIRGU NEAMŢ. Cl. VIII. Gherşin Burelu (4013, E: 1441—44, 47, 50, 51, 53, 58, 63), Schörf Wolf (4013, E: 1441—44, 47, 50—53), Vigder Lică (E: 1441—44, 52, 73, 75, 80, 81, P). Cl. XI. Grimberg Raymond (3926, 28, 34, 35, 37, 60—63, 67, 75, 76, 80, 4002). Cl. XI. Amitrăesei C. Const. (3974, 75, 79, 88, 94, 4014, 15, 17, 18, 20, 21, 28), Anisescu Gh. (4014, 15, 17—20, 22, 23, 28, 29, 34, 64, 72), Cornilă C. Vasile (3975, 79, 88, 94, 4002, 14, 15, 17, 18, 21, 26—28), Simionescu R. Doina (3974—76, 88, 94, 96, 4002, 04, 14—19, 21, 22, 26—28, 31, 32).

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ORSZÁGOS 1833

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie. Problemele rezolvate de fizică se vor trimite separat, iar pe plic se va scrie: *Pentru redacţia de fizică.*

Se primesc lunar cel puţin zece soluţii numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea şi şcoala pe care o urmează rezolvitorul, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei celor evidenţiaţi. Soluţii la problemele propuse pentru şcoala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII, sau ai şcolilor profesionale.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate şi este îndemnat să încerce să schiţeze cît o notă rezultată dintr-o observaţie făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară şi concisă*. Figurile să fie făcute separat. In redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel$, $\perp$, $=\parallel$, Tr„ $\sim$, Δ „ * „, etc, iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări uşor desfăşurarea unei demonstraţii. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Tovarăşii colaboratori elevi sînt rugaţi să ne trimită date asupra activităţii lor extraşcolare la matematică şi la fizică, asupra activităţii cercurilor de matematică şi de fizică la care iau parte şi asupra modului de desfăşurare a *„olimpiadelor de matematică şi fizică"*, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experienţă, de asemenea să propună şcolii, înscrierea la întrecerea anuală.

Autorii sînt rugaţi ca la întocmirea articolelor şi notelor să ţină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri şi pe o singură parte a foii, figurile să fie desenate îngrijit şi pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoţite de una sau mai multe soluţii.

Autorul să semneze clar lucrarea personală pe care o trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa şi data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B, nu vor fi publicate.

Colecţii şi numere din anii precedenţi

Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R., posedă exemplare mai vechi din G.M.F.-B, începînd din anul 1951.

Cititorii noştri îşi pot procura colecţii ca şi numere disparate, depunînd banii la poştă prin mandat poştal pe numele Societăţii de Ştiinţe Matematice şi Fizice, strada Academiei nr. 14, contul 070.004 la B.R.P.R., filiala Lenin.

Preţul unui exemplar este de lei 3 pentru G.M.F.-A şi de lei 1,50 pentru G.M.F.-B. Cheltuielile de transport sînt de 0,20 lei de exemplar.

ABONAMENTE — Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R. primeşte abonamente începînd cu nr. 1/1960 la oricare din publicaţiile sale: a) Pentru instituţii, şcoli, biblioteci la preţul de lei 60 anual, pentru fiecare din periodicile sale: G.M.F.-A, G.M.F.-B, M.F.L., Bulletin Mathématique şi 40 lei anual la „Mathematica".

b) Pentru profesori şi elevi la preţul de 18 lei la G.M.F.-B sau M.F.L. de 36 lei la G.M.F.-A, de 60 lei la Bulletin Mathématique şi 40 lei la „Mathematica".

Abonamentele se fac prin oficiile poştale locale sau prin factorii poştali.

Tipografia Învăţămîntului, Bucureşti — c. 5453 **Lei 1,50**

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI august 1960

8

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 8 — august 1960

SUMARUL

		pag.
1.	*Marea sărbătoare a eliberării*	449
2.	*Literatura matematică de masă în anii regimului de democraţie populară* de Valentina Nelcov	452
3.	*Nava cosmică sovietică* de Al. Stoenescu	455
4.	*Note matematice*	458
5.	*Caleidoscop fizic* de Margareta Ailincăi	463
6.	*Probleme rezolvate (3759; 3793; 3830; 3831; 3832; 3855; 3865; 3867; 3868; 3886; 3899; 3910; 3921; 3923; 3924; 3966; 3967; 3968; E: 1415)*	467
7.	*Chestiuni de examen (4302—4309)*	486
8.	*Probleme propuse (4310—4340)*	487
9.	*Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1540—E: 1554)*	493
10.	*Din experienţa cercului de matematică de la Institutul pedagogic de 3 ani Bucureşti*	495
11.	*Rubrica rezolvitorilor de probleme*	500

ANUL XI **8** AUGUST

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu Şt.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI, nr. 8 august 1960

MAREA SĂRBĂTOARE A ELIBERĂRII

Au trecut 16 ani de cînd patria noastră a fost eliberată de sub jugul fascist, datorită victoriei insurecției armate de la 23 August 1944 organizate și condusă de Partidul Comunist Romîn în condițiile înaintării victorioase a armatelor sovietice eliberatoare. Insurecția armată victorioasă a dat un puternic avînt luptei maselor populare, a constituit începutul revoluției populare, a deschis larg drumul progresului economic și social. Anii care s-au scurs au fost ani de măreațe transformări revoluționare. Succese uriașe au fost dobîndite în toate domeniile vieții politice, economice și sociale. Dintr-o țară cu o agricultură înapoiată, Romînia s-a transformat în acești ani într-o țară industrial-agrară în plină dezvoltare. Au fost create ramuri industriale noi, s-au construit noi și puternice unități industriale, ca de pildă Combinatul siderurgic „Gh. Gheorghiu-Dej" Hunedoara, marele laminor de la Roman, uzina de rulmenți de la Bîrlad, rafinăriile de la Borzești și Dărmănești și multe altele. Tînăra noastră industrie socialistă este cunoscută și peste hotare prin exportul de mașini și utilaje fabricate în uzinele proprii, produse pe care altădată le cumpăram din străinătate. În numeroase părți ale țării se ridică noi fabrici moderne, pe harta țării apar ca din pămînt orașe noi. Regiuni întregi altădată înapoiate din punct de vedere economic, cum au fost Oltenia sau Moldova, sînt astăzi în plină dezvoltare industrială.

În agricultură sectorul socialist se lărgește neîncetat cuprinzînd astăzi peste 81 la sută din numărul gospodăriilor țărănești și din suprafața arabilă a țării. S-au lichidat ultimele rămășițe de exploatare la sate. Numărul familiilor țărănești cuprinse în sectorul socialist a ajuns astăzi la peste 2 920 000. Gospodăriile agricole de stat, gospodăriile colective și întovărășirile agricole dețin astăzi o suprafață de circa 8 milioane hectare teren arabil.

O dată cu industria și agricultura socialistă poporul nostru și-a făurit și o cultură nouă în cadrul căreia învățămîntul ocupă un loc deosebit de important. Deși a trecut o perioadă scurtă de la eliberare, bilanțul realizărilor din acest domeniu este deosebit de bogat. Învățămîntul de toate gradele a cunoscut în acești ani o dezvoltare fără precedent.

Școala nouă, capabilă să răspundă sarcinii de a forma intelectuali de tip nou, a fost realizată în țara noastră din inițiativa partidului, prin reforma învățămîntului din 1948, care a reorganizat pe baze democratice și științifice învățămîntul de toate gradele și a restructurat și îmbogățit radical învățămîntul superior și mediu de specialitate, menit să pregătească cadrele necesare construcției economice și culturale din țara noastră.

Din anul școlar 1955—1956, învățămîntul elementar de 7 ani a devenit general și obligatoriu în orașe, centre muncitorești și raionale, iar pe măsura creării condițiilor, se generalizează și la sate. O mare extindere cunoaște și învățămîntul mediu. Astfel, în 1958—1959, în școlile medii au urmat cursurile 113 641 de elevi, în afara celor de la școlile pedagogice, speciale și a cursurilor fără frecvență. S-a dezvoltat de asemenea învățămîntul superior, care a căpătat o structură și o orientare corespunzătoare cerințelor construcției socialiste. Astfel, în anul universitar 1959—1960 au funcționat 38 de instituții de învățămînt superior, cu 93 de facultăți, în 9 centre universitare.

Dacă în 1938, existau 26 489 de studenți, în marea lor majoritate odrasle ale claselor avute, în anul universitar 1958—1959 numărul studenților a fost de 67 849, din care imensa majoritate sînt fii de muncitori, de țărani muncitori și de intelectuali.

Astăzi cei peste 108 000 de tehnicieni și cei peste 100 000 de absolvenți ai învățămîntului nostru superior formați în anii regimului democrat popular constituie un detașament deosebit de important al intelectualității noastre.

Prin organizarea și lărgirea învățămîntului seral și fără frecvență, în anul școlar care a luat sfîrșit, circa 33 000 de elevi, dintre care 73 la sută sînt tineri muncitori, au putut să studieze lucrînd în producție.

Potrivit Hotărîrii C.C. al P.M.R. și Consiliului de Miniștri nr. 271 din martie 1959, învățămîntul seral și fără frecvență este menit să asigure cultura generală a unui număr mare de muncitori din industrie și din agricultură, pătrunderea în învățămîntul superior al muncitorilor din producție și o mai strînsă legătură între teorie și practică.

În industria noastră tot mai multe cadre de tehnicieni și ingineri se ridică din rîndurile clasei muncitoare, ale țărănimii muncitoare și ale intelectualității legate de popor. De pildă, în Valea Jiului — cea mai importantă, bază carboniferă a țării — din 302 ingineri, 295 sînt fii de muncitori și țărani muncitori, iar la Combinatul siderurgic Hunedoara, din totalul specialiștilor cu o înaltă calificare, mai mult de 70 la sută sînt recrutați din rîndul muncitorilor care au terminat instituțiile de învățămînt superior în anii democrației populare.

„Partidul — a arătat tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej — acordă o mare însemnătate intelectualității și contribuției ei la opera de construcție socialistă. În această activitate, intelectualitatea veche se transformă și se contopește cu noile generații de intelectuali, formați în anii puterii populare, alcătuind un unic detașament al intelectualității legate de popor, devotată construcției socialiste și înconjurată de dragostea și prețuirea tuturor celor ce muncesc".

O dezvoltare și mai mare va cunoaște învățămîntul în anii următori. După cum se arată în Directivele Congresului al III-lea al P.M.R., în perioada 1960—1965, în școlile profesionale și tehnice se vor pregăti și vor intra în producție noi cadre de muncitori calificați în număr de circa 260 000, peste 100 000 de cadre tehnice medii și circa 54 000 de cadre cu pregătire superioară.

Astfel, pînă în 1965, numărul elevilor din primul an al școlilor care pregătesc muncitori calificați va crește de peste 2,5 ori față de 1959, iar al celor care pregătesc cadre medii tehnice de peste două ori. Numărul total

al studenților în primul an va fi în 1965 cu 38 la sută mai mare față de 1959. Numărul total al inginerilor în economia națională va fi în 1965 de aproximativ 80 000 față de 59 000 în 1959.

Una din marile realizări ale regimului democrat-popular în domeniul învățămîntului o constituie faptul că porțile școlilor de toate gradele s-au deschis și fiilor oamenilor muncii din rîndul minorităților naționale. Dreptul la învățătură în limba maternă, de care minoritățile naționale erau private în trecut, s-a concretizat în cele peste 3 000 unități de învățămînt și educație în limbile acestor minorități, în care învață peste 245 000 de elevi. Școlile comune cu secții de predare atît în limba română cît și în limbile minorităților naționale, crearea Universității „Babeș Bolyai" în care învață peste 4 200 tineri români și maghiari și în care disciplinele sînt predate în limba română, maghiară sau în ambele limbi constituie o minunată formă de dezvoltare a frăției dintre români și minorități, de educare a tineretului în spiritul patriotismului socialist și a internaționalismului proletar.

Recentele Hotărîri ale C.C. al P.M.R. și ale Consiliului de Miniștri al R.P.R. cu privire la ridicarea în continuare a nivelului tehnic al producției, precum și a pregătirii și promovării cadrelor tehnice, economice și de cercetare științifică și a îmbunătățirii salarizării lor, impun o tot mai bună pregătire teoretică și practică de specialitate, reclamă un număr sporit de cadre calificate.

Matematica și fizica au un rol de seamă în pregătirea viitoarelor cadre ce vor intra în producție, în ridicarea calificării tinerilor muncitori și tehnicieni.

Pe linia sprijinirii învățămîntului matematicii și fizicii, Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. contribuie la o cît mai temeinică pregătire a tineretului nostru școlar stimulîndu-l în munca de aprofundare a matematicii și fizicii prin publicațiile sale periodice, prin organizarea de cercuri de specialitate și prin organizarea de olimpiade de matematică și fizică.

Educația multilaterală a tinereului și pregătirea lui pentru viață constituie sarcina principală a noii școli. Succesele obținute în dezvoltarea învățămîntului din patria noastră în anii regimului democrat-popular au fost posibile datorită eliberării naționale a Romîniei și politicii partidului nostru care ne conduce din victorie în victorie.

Noua Hotărîre — cu privire la reducerea prețurilor de vînzare cu amănuntul la unele bunuri de consum — constituie încă o dovadă a grijii pe care partidul și guvernul nostru o acordă continuei creșteri a bunăstării celor ce muncesc.

Trăind marile prefaceri profund înnoitoare, nu numai tineretul care și-a început munca o dată cu zorile eliberării, chiar și cei mai în vîrstă se simt oameni noi, plini de avînt și solidari cu vremea lor. Ei luptă laolaltă pentru continua dezvoltare a Republicii noastre, pentru întărirea frontului păcii în fruntea căruia se găsește marea Uniune Sovietică, prima țară a socialismului.

LITERATURA MATEMATICĂ DE MASE ÎN ANII REGIMULUI DE DEMOCRAȚIE POPULARĂ

VALENTINA NEICOV, redactor șef al secției de matematici din Editura Tehnică

Condusă de partid, revoluția culturală din patria noastră a avut și are o influență puternică în toate sectoarele de activitate editorială. Prin grija partidului și a guvernului s-a pus la dispoziția maselor de cititori, în anii de după eliberarea țării de sub jugul fascist, o literatură variată beletristică, științifică, tehnică, de popularizare a științei etc. Un loc însemnat pentru formarea și educarea viitorilor lucrători calificați, tehnicieni, ingineri, profesori, oameni de știință matematicieni și fizicieni și tuturor acelora care vor aplica matematica în practica construcției socialiste, îl ocupă și literatura matematică de mase.

Privită din punctul de vedere al obiectului ei și deci al cercului de cititori cărora li se adresează, literatura matematică de mase poate fi împărțită în două categorii distincte.

În prima categorie ar intra publicațiile de așa numite matematici distractive, curiozități matematice sau matematici recreative, consacrate unei mase largi de cititori formată nu numai din tineret, dar și din maturi, cu vechi și neexploatate afinități pentru această disciplină. Acest gen de literatură, util desigur pentru îmbogățirea bagajului de cunoștințe de cultură generală, mai are și darul de a stîrni interesul pentru matematici cu toate că rareori reușește să-l și fixeze.

De altfel, tematica nu este prea variată și se poate considera că în ultimii zece ani, editurile s-au întrecut în a o acoperi sub o formă sau alta, astfel că în momentul de față nu mai rămîne decît să se reia sau să se împrospăteze temele.

Cărți de acest fel au fost publicate mai ales de către Editura Tineretului. Au apărut în decursul anilor de după „23 August", diferite lucrări de matematică distractivă dintre care cele mai recente sînt „Matematica distractivă" de B. A. Kordemski și „Unu, doi, trei,..., infinit" de George Gamow. Din același gen de literatură matematică sau aproape de aceasta, fac parte și cărțile „Jocul cu infinitul" de Péter Rosza și „Fizica trăită" de F. Krbek, care au apărut în cadrul Editurii Științifice.

A doua categorie merită însă, o atenție cu totul specială. Este vorba de literatura destinată acelor grupuri de elevi din clasele superioare ale școlilor medii a căror înclinație spre studiul matematicii s-a precizat sau este pe cale de a se preciza, care își asimilează cu ușurință cunoștințele cuprinse în manualele școlare și simt nevoia dezvoltării și aprofundării acestor cunoștințe nu numai prin eforturi individuale, dar mai ales în cadrul unei activități extrașcolare organizate, sub o îndrumare competentă și dispunînd de materiale suficiente pentru satisfacerea dorinței lor de cunoaștere.

Această nevoie s-a resimțit totdeauna, de cînd există învățămînt matematic; iar la noi în țară s-a manifestat în prima jumătate a acestui secol prin organizarea a numeroase cercuri de matematică sau asociații științifice ale elevilor, care au reușit uneori să scoată și publicații periodice, cu o apariție mai mult sau mai puțin susținută, ca cele de la Bîrlad, Tîrgu Mureș, Craiova, Timișoara, Galați ș.a.

În regimul burghezo-moșieresc însă, astfel de acțiuni nu s-au putut sprijinit decît pe sacrificiile materiale, de energie și de timp, făcute de către unii profesori sau ingineri cu dragoste de tineret, care înțelegeau să suplinească prin eforturile lor lipsa de grijă a autorităților în problemele legate de formarea științifică a tineretului. În asemenea condiții, numărul unor astfel de oameni a fost, firește, destul de restrîns și posibilitățile lor limitate.

De aceea, cu excepția „Revistei Matematice" din Timișoara — revistă pregătitoare în care, „școlarul din liceu putea găsi și dînsul material care să-l stimuleze la lucru" care a reușit să apară din 1921 pînă în 1948 și altor două sau trei publicații cu o apariție de peste cinci ani, aceste reviste n-au izbutit să se mențină.

Deosebit de meritorie apare deci, mai ales în asemenea condiții, rodnica activitate desfășurată de Societatea „Gazeta Matematică" înființată în septembrie 1895 din inițiativa unui grup de tineri ingineri entuziaști, în frunte cu Ion Ionescu, Vasile Cristescu și Andrei Ioachimescu și cărora li s-a alăturat în curînd, profesorul Gheorghe Țițeica.

Prin contribuții financiare proprii, colectivul „Gazetei Matematice" a asigurat apariția regulată a revistei chiar și în perioadele cele mai critice ale crizelor economice, iar printr-o muncă susținută, neobosită și pricepută a dat acestei reviste conținutul necesar îndrumării și sprijinirii activității matematice a elevilor .

Instaurarea regimului de democrație populară aduce însă, pe primul plan, problemele legate de ridicarea nivelului cultural al poporului, de pregătirea tinerelor generații de constructori ai socialismului. În opera de culturalizare a maselor, pregătirea științifică a tineretului, creșterea cadrelor tehnice necesare economiei se bucură de toată atenția cuvenită. După reorganizarea învățămîntului din 1948, este înființată „Societatea de științe matematice și fizice din R.P.R." cu sarcina de a sprijni noul învățămînt științific și a stimula tineretul școlar pentru aprofundarea cunoștințelor în domeniul matematicii și fizicii.

Paralel cu publicarea periodicelor ei lunare (Gazeta Matematică și Fizică seria A, Gazeta Matematică și Fizică seria B și Matematikai és Fizikai Lapok), acțiunea de sprijinire a aprofundării cunoștințelor de specialitate a fost susținută și prin apariția unei colecții de lucrări menite să dea elevilor posibilitatea de fundamentare mai temeinică a noțiunilor dobîndite în orele de clasă și de abordare a unor noi domenii de cercetare. Inițiată în 1953 de S.S.M.F. și realizată în parte, cu concursul Editurii Tehnice, această colecție, cunoscută sub denumirea de „Biblioteca Societății de Științe Matematice și Fizice din R.P.R." a constituit în ultimii șapte ani nucleul acelei literaturi matematice de mase deosebit de importantă pentru obținerea unei temeinice formații științifice a tineretului, despre care vorbeam la începutul acestui articol și care a fost astfel, pentru prima oară realizată în țara noastră. În cadrul acestei colecții au apărut pînă în prezent, 43 titluri de matematică și fizică, totalizînd peste 150 000 exemplare, majoritatea lor fiind primite cu viu interes atît în rîndurile elevilor, cît și de cadrele didactice din învățămîntul mediu.

O bună parte din lucrările de matematică apărute în colecția S.S.M.F. este formată dintr-un număr de traduceri din seria excelentelor monografii cu caracter elementar, scrise cu atîta măiestrie și grijă pentru tineret de unii dintre cei mai de seamă matematicieni sovietici, lucrări în care accesibilitatea și claritatea expunerii se îmbină armonios cu cea mai perfectă rigoare științifică și care, fără îndoială, au adus o contribuție însemnată la pregătirea inițială a strălucitelor cadre de cercetători și tehnicieni sovietici admirați acum în întreaga lume, pentru uluitoarele lor înfăptuiri. Cităm printre acestea: „Metoda inducției matematice" de I. S. Sominski, „Introducere în teoria grupurilor" de P. S. Alexandrov, „Șiruri recurente" și „Arii și logaritmi" de A. I. Marcușevici, „Cicloida" de G. N. Berman, „Nomograme" de M. V. Pentkovski, „Teorema directă și reciproca" de I. S. Gradstein, „Fracții continue" de A. I. Hincin etc. O altă parte este formată din remarcabilele lucrări de sinteză sau monografii originale scrise la nivelul elevilor avansați din clasele superioare ale școlilor medii, pe teme încă neabordate în literatura noastră matematică, cum sînt de exemplu, „Elemente de calculul probabilităților" de Gh. Mihoc, „Bazele teoriei numerelor" de E. Rusu, „Elemente de transformări geometrice" de C. Ionescu-Bujor, „Despre conice și alte curbe" de O. Sacter, „Calcule numerice" de H. Ionescu etc.

Apoi, în domeniul culegerilor de probleme au fost publicate în ediții revizuite, două dintre lucrările de matematică alcătuite de cei mai inimoși membri ai colectivului vechii „Gazete Matematice": „Maxime și minime geometrice" de Ion Ionescu și „Culegere de probleme de geometrie" de Gh. Țițeica, precum și o culegere de probleme propuse la olimpiadele matematice, de O. Sacter.

Este de netăgăduit că toate acestea reprezintă pentru elevul iubitor de matematici al zilelor noastre, un vast și bogat material de studiu către care elevul romîn de acum zece-cincisprezece ani putea doar năzui în neștire, fără a-i bănui măcar posibilitatea existenței.

Rămîne, totuși, adevărat că dacă s-a realizat mult în acest domeniu, mijloacele de care am dispus ar fi îngăduit încă și mai mult. La o analiză ceva mai amănunțită apare imediat că deși alegerea majorității cărților publicate a fost judicioasă, profilarea colecției nu a fost destul de precisă, aceasta fiind asociată mai curînd cu sarcinile generale ale S.S.M.F. decît cu o anumită categorie de cititori și cu nivelul de dezvoltare al acestora. Astfel, în cadrul colecției au apărut, pe de o parte, lucrări accesibile numai la nivelul de cunoștințe dobîndite în ultimii ani ai facultății de matematică — de ex. „Introducere în teoria congruențelor de drepte", sau „Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale", corespunzînd seriei A a „Gazetei matematice și fizice"; de altă parte, o lucrare de metodică matematică destinată profesorilor de specialitate și elevilor școlilor pedagogice.

Pentru a înlătura această lacună este necesară o cunoaștere mai exactă a nevoilor de carte ale tineretului școlar, cunoaștere pe care S.S.M.F. o poate dobîndi ușor prin rețeaua de filiale de care dispune și apoi, o preocupare atentă și susținută pentru acoperirea treptată a tuturor acestor nevoi.

NAVA COSMICĂ SOVIETICĂ SPUTNIK IV

ALEXANDRU STOENESCU

Ziua de 15 mai 1960 este o zi importantă în care a fost realizată o nouă victorie a științei și tehnicii sovietice în cucerirea spațiului cosmic: lansarea unei nave satelit în greutate de 4540 kg (fără racheta purtătoare).

Spre deosebire de ceilalți sateliți artificiali ai Pământului, nava cosmică cuprinde o cabină ermetic închisă de circa 2500 kg prevăzută cu toate cele necesare unui viitor astronaut.

Încărcătura cabinei cu toate aparatele sale inclusiv greutatea și echipamentul corespunzător presupusului astronaut este de 1477 kg.

Menționăm în plus faptul deosebit de interesant, că prin teleco-

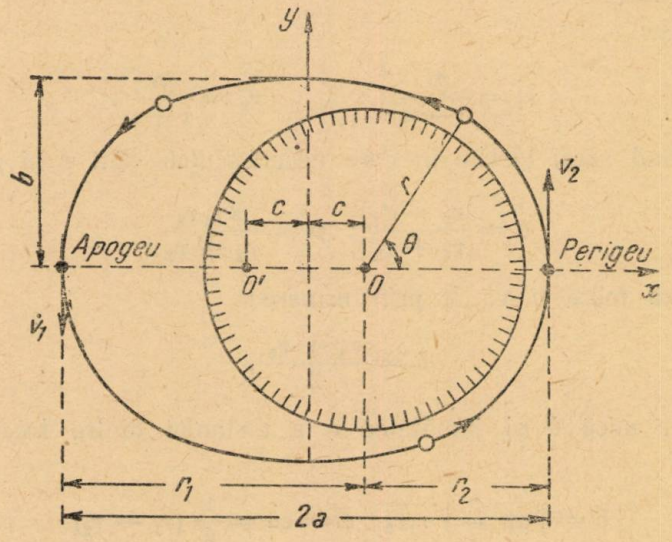


Fig. 1.

mandă cabina poate fi desprinsă de navă și trimisă către Pământ.

Se realizează astfel condițiile necesare primului zbor al omului în cosmos.

În articolul de față vom determina elementele geometrice și mecanice ale traiectoriei eliptice ale navei cosmice în zborul său în jurul Pământului.

Datele referitoare la acest zbor cuprind:

1) înălțimea maximă deasupra Pământului la apogeu 396 km;
2) înălțimea minimă deasupra Pământului la perigeu 312 km;
3) durata ocolirii Pământului de 91,2 minute.

Notînd cu R raza Pămîntului, distanța maximă de la centrul Pămîntului O va fi:

$$r_1 = R + 369 = 6370 + 369 = 6739 \text{ km},$$

iar distanța minimă:

$$r_2 = R + 312 = 6370 + 312 = 6682 \text{ km}.$$

Vom determina toate elementele geometrice ale traiectoriei eliptice în funcție de r_1 și r_2.

În adevăr, ecuația elipsei în coordonate polare raportată la axa mare (fig. 1) este

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta}$$

în care p este parametrul elipsei iar e excentricitatea.

Depărtarea maximă r_1 și cea minimă r_2 sînt date respectiv de $\theta = \pi$ și $\theta = 0$.

Rezultă:

$$r_1 = \frac{p}{1-e} \quad ; \quad r_2 = \frac{p}{1+e}.$$

Rezolvînd acest sistem în care necunoscutele sînt e și p obținem:

$$e = \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} \; ; \; p = \frac{2r_1 r_2}{r_1 + r_2}. \tag{1}$$

Semiaxa mare a va fi prin urmare:

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}, \tag{2}$$

iar semiaxa mică b și jumătatea c a distanței dintre focarele elipsei respective:

$$b = \sqrt{ap} = \sqrt{r_1 r_2} \; ; \; c = ea = \frac{1}{2}(r_1 - r_2) \tag{3}$$

Ca verificare:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

În coordonate carteziene (fig. 1) ecuația elipsei va fi:

$$\frac{x^2}{\frac{(r_1 + r_2)^2}{4}} + \frac{y^2}{r_1 r_2} = 1.$$

Coeficientul K din legea de atracție newtoniană:

$$F = \frac{Km}{r^2}$$

se obține punînd condiția ca la nivelul Pămîntului cînd $r = R$, forța F să devină greutatea mg ($g = 9{,}81$ m/s^2).

Avem:

$$mg = \frac{Km}{R^2}\ ;\quad K = gR^2. \tag{4}$$

Conform formulei lui Kepler, între perioada T a mișcării și lungimea a a semiaxei mari există relația:

$$T = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K}}.$$

Rezultă:

$$a = \left(\frac{\sqrt{K}\,T}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}}, \tag{5}$$

adică o nouă relație care ne poate da mărimea semiaxei mari.

Dublul vitezei areolare ω este dat de expresia

$$\omega = \sqrt{Kp} = \sqrt{\frac{2Kr_1r_2}{r_1 + r_2}}.$$

Din condiția constanței termenului ω putem obține viteza v_1 la apogeu (viteza minimă) și viteza v_2 la perigeu (viteza maximă) astfel:

$$v_1r_1 = v_2r_2 = \omega.$$

Rezultă:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2Kr_2}{r_1(r_1 + r_2)}}\ ;\quad v_2 = \sqrt{\frac{2Kr_1}{r_2(r_1 + r_2)}}. \tag{6}$$

În cazul concret al navei cosmice sovietice, aplicînd formulele (1), (2) și (3) obținem:

$$e = 0{,}00425\ ;\quad a \simeq b \simeq p \simeq 6710 \text{ Km}$$
$$c = 28{,}5 \text{ km}.$$

Ceea ce înseamnă că elipsa străbătută de navă poate fi considerată *practic un cerc* (excentricitatea și distanța între focare neglijabilă).

Din (4):

$$K = 398\,000 \text{ km}^3/\text{s}^2,$$

iar din (5), regăsim valoarea lui a.

Din relațiile (6):

$v_1 = 7{,}68$ km/s; $v_2 = 7{,}74$ km/s, care reprezintă o viteză medie:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2} = 7{,}71 \text{ km/s}.$$

Încheiem acest scurt articol cu credința fermă că în curînd din U.R.S.S. va porni în cosmos primul astronaut, un mesager al păcii și fericirii întregii omeniri.

Asupra problemei 3835

Soluția acestei probleme poate fi dată în întregime geometric. Aici vom arăta ceva mai mult, anume că reciproc, *dacă mediatoarea segmentului MD trece prin ortocentrul H al triunghiului ABC, atunci între laturile acestuia există relația* $5a^2 = 2b^2 + 2c^2$.

Pentru aceasta vom calcula pe DH și HM în funcție de elementele triunghiului.

Fie O centrul cercului circumscris și R raza acestuia. Avem evident, $OD^2 = R^2 - \frac{a^2}{4}$ însă se știe că: $AH = 2OD$, de unde rezultă $AH^2 = 4R^2 - a^2$ și formulele analoage pentru BH, CH.

Calculul lui HD. În triunghiul HBC, HD este mediană deci:

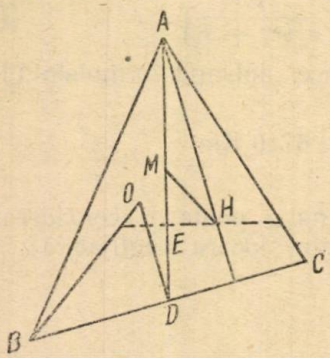
$$HD^2 = \frac{2(HB + HC^2) - a^2}{4} = \frac{2(8R^2 - b^2 - c^2) - a^2}{4} = 4R^2 - \frac{2(b^2+c^2)+a^2}{4}$$

Calculul lui HM. În triunghiul HAD, HM este mediană deci:

$$HM^2 = \frac{2(HD^2 + HA^2) - AD^2}{4} =$$

$$= \frac{1}{4}\left[2(4R^2 - \frac{2(b^2+c^2)+a^2}{4} + 4R^2 - a^2) - \frac{2(b^2+c^2)-a^2}{4}\right] =$$

$$= \frac{1}{4}\left[16R^2 - \frac{6(b^2+c^2)+9a^2}{4}\right] = 4R^2 - \frac{6(b^2+c^2)+9a^2}{16}$$



Din condiția $HD^2 = HM^2$ rezultă deci:

$$4R^2 - \frac{2(b^2+c^2)+a^2}{4} = 4R^2 - \frac{6(b^2+c^2)+9a^2}{16}$$

sau:

$$8(b^2 + c^2) + 4a^2 = 6(b^2 + c^2) + 9a^2$$

sau:

$$2(b^2 + c^2) = 5a^2$$

Prin urmare, această condiție care în problema 3835 apărea ca o condiție necesară se dovedește că este și suficientă. De aici se deduce imediat că triunghiurile în care există relația $5a^2 = 2(b^2 + c^2)$ sînt singurele triunghiuri în care mediatoarea segmentului MD trece prin ortocentrul H.

Gh. D. Simionescu

Generalizarea problemei 3703

Se dă funcția compusă $f(y_1, y_2, \ldots y_n)$ *unde* $y_1, y_2, \ldots y_n$ *sînt funcții omogene de grad respectiv* $p_1, p_2, \ldots p_n$ *de variabile* $x_1, x_2, \ldots, x_m$. *Funcția* f *fiind derivabilă în raport cu fiecare variabilă, să se arate că:*

$$\sum_{i=1}^{m} x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = \sum_{k=1}^{n} p_k \, y_k \, \frac{\partial f}{\partial y_k}$$

Soluție: Conform relației lui E u l e r pentru funcții omogene, avem:

$$\sum_{i=1}^{m} x_i \frac{\partial y_k}{\partial x_i} = p_k y_k \qquad (k = 1,2,\ldots, n) \tag{1}$$

și derivînd pe f:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial y_k} \cdot \frac{\partial y_k}{\partial x_i}$$

rezultă:

$$\sum_{i=1}^{m} x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} x_i \frac{\partial f}{\partial y_k} \cdot \frac{\partial y_k}{\partial x_i}.$$

Ținînd seama de relațiile (1) rezultă:

$$\sum_{i=1}^{m} x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial y_k} \sum_{i=1}^{m} x_i \frac{\partial y_k}{\partial x_i} = \sum_{k=1}^{n} p_k \, y_k \, \frac{\partial f}{\partial y_k}$$

adică:

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial x_i} = \sum_{k=1}^{n} p_k \, y_k \, \frac{\partial f}{\partial y_k} \qquad \text{c.c.t.d.}$$

Observare. — Pentru $m = 2$, $n = 3$ obținem:

$$x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} = p_1 y_1 \frac{\partial f_1}{\partial y_1} + p_2 y_2 \frac{\partial f}{\partial y_2} + p_3 y_3 \frac{\partial f}{\partial y_3}.$$

Notînd $x_1 = x$, $x_2 = y$, $p_1 = m$, $p_2 = n$, $p_3 = p$, $y_1 = u$, $y_2 = v$, $y_3 = w$ rezultă:

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = mu \frac{\partial f}{\partial u} + nv \frac{\partial f}{\partial v} + pw \frac{\partial f}{\partial w}$$

tocmai problema 3703.

Paul Popescu, student București

Generalizarea problemei 3864

În problema 3864 din G.M.F.-B 10/1959, se cerea să se demonstreze că dacă un polinom $f(x, y)$ este simetric, divizibil cu $x - y$, atunci $\Phi(x, y) = f'_x + f'_y$ se divide prin $(x - y)^2$.

În cele ce urmează, referindu-ne la proprietățile unor polinoame, descrise de tov. conf. univ. *Cezar Coșniță* în „Teoreme și probleme alese de matematici", vom extinde și vom generaliza proprietatea lui $\Phi(x, y)$ și la polinoamele antisimetrice și pentru o putere a lui $x-y$ mai mare ca doi.

1. Polinomul antisimetric $f(x, y)$ care este divizibil prin $(x-y)^{2n}$ este divizibil și cu $(x-y)^{2n+1}$. Vom putea deci scrie pe $f(x, y)$ sub forma unui produs:

$$f(x, y) = (x-y)^{2n+1} \cdot Q(x, y)$$

unde $Q(x, y)$ este un polinom deasemenea simetric.

Derivăm în raport cu x, apoi cu y pe $f(x, y)$ ca pe un produs:

$$f'_y(x, y) = (2n+1)(x-y)^{2n} \cdot Q(x, y) + (x-y)^{2n+1} \cdot Q'_x(x, y) \quad (1)$$

$$f'_x(x, y) = -(2n+1)(x-y)^{2n} \cdot Q(x, y) + (x-y)^{2n+1} Q'_y(x, y) \quad (2)$$

Rezultă deci, că

$$\Phi_1(x, y) = f'_x + f'_y = (x-y)^{2n+1} \cdot [Q'_x(x, y) + Q'_y(x, y)] \quad (\text{I})$$

Această relație ne arată că atunci cînd $f(x, y)$ este antisimetric și divizibil prin $(x-y)^{2n}$, $\Phi_1(x, y) = f'_x + f'_y$ este divizibil prin $(x-y)^{2n+1}$.

2. Polinomul $f(x, y)$ care este divizibil prin $(x-y)^{2n-1}$ este divizibil și prin $(x-y)^{2n}$.

De aceea putem scrie:

$$f(x, y) = (x-y)^{2n} \cdot P(x, y).$$

Derivînd, obținem:

$$f'_x(x, y) = 2n(x-y)^{2n-1} \cdot P(x, y) + (x-y)^{2n} \cdot P'_x(x, y) \quad (3)$$

$$f'_y(x, y) = 2n(x-y)^{2n-1} \cdot P(x, y) + (x-y)^{2n} \cdot P'_y(x, y) \quad (4)$$

De unde:

$$\Phi_2(x, y) = f'_x + f'_y = (x-y)^{2n} \cdot [P'_x(x, y) + P'_y(x, y)] \quad (\text{II})$$

Relația (II) demonstrează că atunci cînd $f(x, y)$ este simetric și divizibil prin $(x-y)^{2n-1}$, $\Phi_2(x, y) = f'_x + f'_y$ este divizibil prin $(x-y)^{2n}$ În relația (II), înlocuind pe n cu 1, vom căpăta o altă relație care demonstrează proprietatea lui $\Phi(x, y)$ cerută de problema 3864:

$$\Phi(x, y) = (x-y)^2 \cdot [P'_x(x, y) + P'_y(x, y)].$$

Gh. Stratan absolvent, Caracal

Asupra problemei 3943

Fie ABC un triunghi oarecare și AM, AN două izogonale în raport cu unghiul A, M și N fiind pe BC.

O antiparalelă $B'C'$ cu BC (B' pe AC) taie pe AM, AN în punctele N', respectiv M'. Vom arăta că:

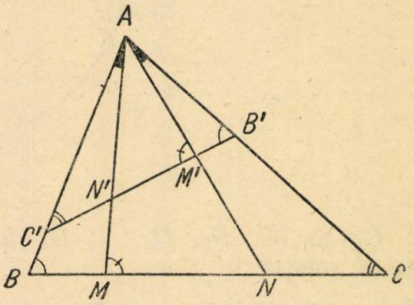
$$CM \cdot B'M' = C'M' \cdot BM; \quad MN \cdot B'C' = M'N' \cdot BC$$

Soluție: Avînd: $\sphericalangle M'AB' = \sphericalangle MAB$ și $\sphericalangle AB'M' = \sphericalangle ABC$, triunghiurile $M'AB'$ și MAB sînt asemenea, deci

$$\frac{AM'}{AM} = \frac{B'M'}{BM} = \frac{AB'}{AB} \tag{1}$$

De asemenea, avînd $\sphericalangle M'AC' = \sphericalangle MAC$; $\sphericalangle AC'M' = \sphericalangle ACB$, triunghiurile $M'AC'$ și MAC sînt asemenea, deci

$$\frac{AM'}{AM} = \frac{C'M'}{CM}. \tag{2}$$



Comparînd (1) cu (2) deducem:

$$\frac{B'M'}{BM} = \frac{C'M'}{CM},$$

adică $CM \cdot B'M' = C'M' \cdot BM$.

Pentru demonstrarea celei de a doua relații, observăm că $\sphericalangle AM'N' = \sphericalangle AMN$, ca fiind respectiv egale cu sume de unghiuri egale ($\sphericalangle M'AB' + \sphericalangle AB'M' = \sphericalangle MAB + \sphericalangle ABC$). Așa dar, triunghiurile $AM'N'$ și AMN sînt asemenea. Putem scrie:

$$\frac{AM'}{AM} = \frac{M'N'}{MN}. \tag{3}$$

Din asemănarea triunghiurilor $AB'C'$ și ABC mai deducem:

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}. \tag{4}$$

Comparînd relațiile (1), (3) și (4) găsim:

$$\frac{M'N'}{MN} = \frac{B'C'}{BC}, \text{ sau } MN \cdot B'C' = M'N' \cdot BC$$

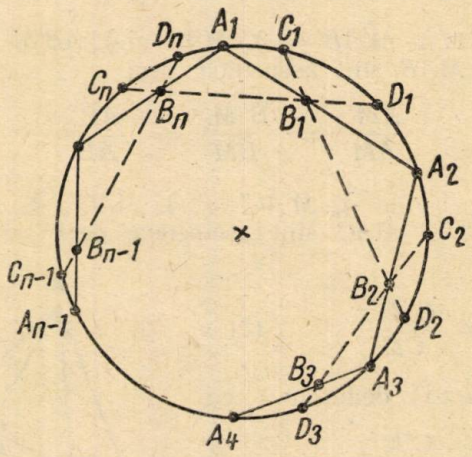
Cînd una din izogoanele (AM, AN) coincide cu înălțimea triunghiului ABC, cealaltă izogonală va fi diametrul cercului circumscris triunghiului ABC dus prin vîrful A, se obține astfel problema 3943.

Albu Toma, cl. X Petroșani

Asupra problemelor 3983 și 3740

Problema 3983 din G.M.F.-B nr. 1/1960 semnată de *Iacob I. Voia*, admite următoarea generalizare:

Se consideră poligonul $A_1A_2A_3 \ldots A_n$ înscris în cercul O, iar pe laturile A_1A_2, A_2A_3, ... A_nA_1 se consideră punctele B_1, B_2, B_3, ..., B_n. Se duc dreptele $C_1B_1B_2D_2$; $C_2B_2B_3D_3$; $C_nB_nB_1D_1$; punctele C_1, C_2, C_3,



..., C_n și D_1, D_2, D_3, ..., D_n găsindu-se pe cercul O. Să se arate că există relația:

$$(C_1B_1 - B_2D_2)B_1B_2 + (C_2B_2 - B_3D_3)B_2B_3 + \ldots + (C_nB_n - B_1D_1)B_nB_1 = 0$$

Pentru demonstrație, să notăm spre simplificare, puterile punctelor B_1, B_2, ..., B_n față de cercul O, respectiv cu $\varrho_1, \varrho_2, \ldots, \varrho_n$.
Avem deci:

$$C_1B_1 \cdot B_1D_2 = B_1D_1 \cdot B_1C_n = \varrho_1$$

sau:

$$\varrho_1 = C_1B_1\,(B_1B_2 + B_2D_2) = B_1D_1\,(B_1B_n + B_nC_n)$$

deci și

$$C_1B_1 \cdot B_1B_2 = \varrho_1 - B_1C_1 \cdot B_2D_2 \qquad \text{și (1)}$$
$$B_1D_1 \cdot B_nB_1 = \varrho_1 - B_1D_1 \cdot B_nC_n \qquad (1')$$

Analog se obțin relațiile:

$$C_2B_2 \cdot B_2B_3 = \varrho_2 - B_2C_2 \cdot B_3D_3 \qquad \text{și (2)}$$
$$B_2D_2 \cdot B_1B_2 = \varrho_2 - B_2D_2 \cdot B_1C_1 \qquad (2')$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$C_nB_n \cdot B_nB_1 = \varrho_n - B_nC_n \cdot B_1C_1 \qquad \text{și (n)}$$
$$B_nD_n \cdot B_{n-1}B_n = \varrho_n - B_nD_n \cdot B_{n-1}C_{n-1} \qquad (n')$$

Insumăm relațiile (1), (2), (3), ..., (n) și din suma obținută scădem suma relațiilor (1'), (2'), ..., (n').

Se vede imediat că în partea dreaptă rămîne zero:

$$C_1B_1 \cdot B_1B_2 + C_2B_2 \cdot B_2B_3 + \ldots + C_nB_n \cdot B_nB_1 -$$
$$- (B_1D_1 \cdot B_nB_1 + B_2D_2 \cdot B_1B_2 + \ldots + B_nD_n \cdot B_{n-1} \cdot B_n) = 0$$

sau:

$$(C_1B_1 - B_2D_2)B_1B_2 + (C_2B_2 - B_3D_3)B_2B_3 + \ldots + (C_nB_n - B_1D_1) \cdot B_nB_1 = 0,$$

adică, tocmai relația din enunț.

În cazul particular cînd $n = 3$, obținem problema 3983; problema 3740 este un caz particular al problemei 3983 și anume cazul cînd B_1, B_2, B_3 sînt picioarele înălțimilor triunghiului $A_1A_2A_3$. În acest caz se ține seama de faptul că $B_2B_3 = R \sin 2A$ și analoagele, unde R este raza cercului circumscris triunghiului $A_1A_2A_3$.

Catrina Dumitru, cl. XI, ș.m.m. 25 București

CALEIDOSCOP FIZIC

1. *Pilă electrică dintr-un măr.* Procurați-vă un măr mai mare și puțin acrișor. Despicați mărul în jumătate și rezervați-vă pentru experiență una din jumătăți.

Introduceți în această jumătate de măr două plăci, una de cupru (*Cu*) și cealaltă de zinc (*Zn*). Plăcile să aibă dimensiunile de 2 × 3 cm și să nu fie oxidate. Înfigeți plăcile în măr astfel încît ele să nu se atingă, distanța dintre ele fiind de 1—15 cm (fig. 1). Știți că ați alcătuit în felul aceasta o pilă electrică? Vreți să vă convingeți? Legați de bornele unui miliampermetru sau a unui galvanometru sensibil cele două plăci ale pilei astfel formate. Veți constata că acul miliampermetrului deviază, deci prin circuitul realizat trece un curent electric. Explicația. Cele două plăci (*Zn* și *Cu*), metale cu activitate chimică diferită, constituie polii elementului, iar sucul acid al mărului, substanța care va reacționa în mod diferit cu cele două metale. Ați creat astfel condiția apariției unei diferențe de potențial și deci a unui curent electric în circuitul obținut.

2. *Presiunea atmosferică.* Pregătiți-vă două eprubete, astfel ca una din ele cu diametru puțin mai mic să intre ușor fără frecare în cealaltă eprubetă. Se toarnă apă, cam trei sferturi din capacitate, în eprubeta cea mai mare și se introduce apoi în ea eprubeta mică (fig. 2). Răsturnăm cele două eprubete după cum se vede în figură, fixînd la un stativ eprubeta exterioară. Ce constatăm? Apa, pătrunzînd printre pereții celor două eprubete, curge sub formă de picături în afară. În timp ce apa se scurge încet în afară, eprubeta interioară se urcă ușor în sus; se pare că mișcarea eprubetei ar contrazice acțiunea gravitației! Eprubeta interioară este în situația unei căderi libere, spre pămînt. Totuși eprubeta urcă.

De data aceasta presiunea atmosferică învinge însă acțiunea gravitației. Golul ce se crează prin scurgerea apei, este completat de eprubeta interioară, care fiind apăsată de jos în sus de presiunea atmosferică, se ridică.

3. *Determinarea greutății și greutății specifice a unei bare de lemn fără balanță.* V-ați întrebat vreodată cum s-ar putea afla greutatea unei bare de lemn de formă paralelipipedică fără să folosiți balanța? Va trebui pentru aceasta doar bara de lemn, o riglă gradată și un vas

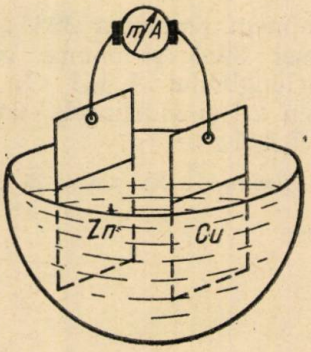


Fig. 1.

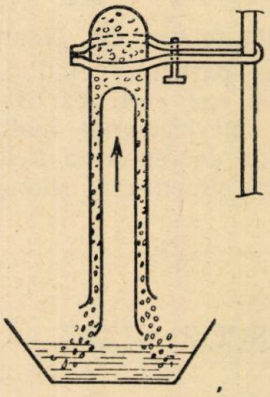


Fig. 2.

cu apă în care să intre bara, atenție și îndemînare. Și acum să trecem la lucru! Se așază cu băgare de seamă bara de lemn pe suprafața apei dintr-un vas și se lasă ușor să se scufunde. Bara de lemn se va afunda în apă pînă cînd greutatea ei va echilibra forța arhimedică. Bara fiind de lemn plutește (fig. 3). Se scoate apoi bara din apă, cu multă atenție,

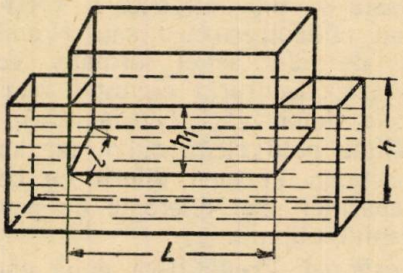


Fig. 3.

și se măsoară cu rigla gradată, lungimea (L) și lățimea (l) a barei precum și înălțimea h_1 a părții ude a barei. Făcînd produsul dintre L, l și h_1 (adică $L \cdot l \cdot h_1$) vom găsi volumul apei deslocuite de bară la scufundarea ei în apă. Cunoscînd volumul apei deslocuite și greutatea specifică a apei, calculăm greutatea apei deslocuite și prin urmare pe baza legii plutirii corpurilor ați aflat și greutatea barei. Pentru a afla acum greutatea specifică a lemnului veți măsura înălțimea (grosimea) h a barei, veți calcula volumul barei (făcînd produsul celor trei dimensiuni) și veți împărți apoi greutatea barei la volumul ei. În același mod

puteți afla și greutatea specifică a unui lichid, spre exemplu a untdelemnului, petrolului etc. Din determinarea anterioară rețineți greutatea barei de lemn G. Așteptați să se usuce bara și să nu mai aibă pe ea urme de apă. Pregătiți un vas adînc în care puneți lichidul (petrol) a cărui greutate specifică doriți să o aflați.

Se lasă cu băgare de seamă bara în lichid. Ea se va afunda pînă se va stabili și de data aceasta un echilibru între greutatea barei și greutatea lichidului deslocuit de bară (forță arhimedică). Bara va pluti de asemenea la suprafața lichidului. Se scoate bara și se determină

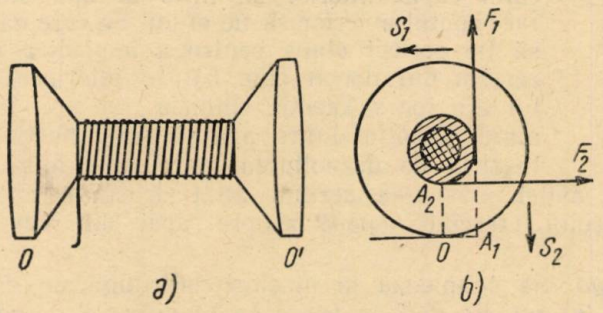


Fig. 4.

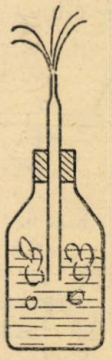


Fig. 5.

volumul V al lichidului deslocuit, măsurînd dimensiunile (lungimea și lățimea barei) și h_1 înălțimea pînă la care s-a scufundat bara în lichid (petrol) ($V = L \cdot l \cdot h_1$). Greutatea lichidului deslocuit (G_1) va fi dată de produsul $G_1 = V \cdot \gamma$ în care γ este greutatea specifică necunoscută a lichidului.

Dar, conform legii plutirii corpurilor, greutatea lichidului (petrolului) deslocuit este egal cu greutatea barei deci:

$$G = G_1 \quad \text{sau} \quad G = V \cdot \gamma.$$

Cunoașteți din determinările făcute pe G și pe V și calculați pe γ, adică:

$$\gamma = \frac{G}{V}.$$

4. *Momentul forței.* Procurați-vă un mosor de lemn pe care mai este încă înfășurat firul de ață. Culcați mosorul pe masă ca în figura 4, *a*. Prindeți capătul firului de ață și trageți de el, întîi în direcția F_1 și apoi în direcția F_2, așa cum indică figura 4, *b*. Ce constatați? Mosorul se rotește și într-un caz și în celălalt, dar nu în același sens. Dacă trageți de fir cu forța F_1, în direcția verticală, mosorul se rotește spre stînga cum indică săgeata (S_1), firul se deșiră; dacă trageți de fir cu forța F_2, dar în direcția orizontală, paralel cu suprafața mesei mosorul se rotește spre dreapta, cum arată săgeata S_2, firul se înșiră. Explicația rotirii mosorului în cele două sensuri: mosorul fiind culcat pe masă, reprezintă un corp care are ca axă de rotație dreapta care

trece prin punctele de atingere a lui cu suprafața mesei (axa OO' din fig. 4, *a*). Aplicînd asupra capătului firului de ață o forță a cărei direcție să nu treacă prin axul de rotație, ci la o distanță oarecare de el, ați imprimat corpului o mișcare de rotație, care va depinde de sensul momentului forței F_1 sau a forței F_2.

Momentul forței F_1 (fig. 4, *b*) va roti mosorul spre stînga, deoarece brațul momentului (OA_1) este la dreapta axului de rotație OO' iar momentul forței F_2 avînd brațul OA_2, imprimă mosorului, datorită poziției sale, o rotire spre stînga.

5. *Presiunea gazului.* Într-un flacon cu gît larg, se pun trei sferturi apă și cîteva bucăți de var nestins. Se astupă repede flaconul cu un dop de plută prin care trece o țeavă de stilcă a cărei capăt interior să intre în apa din vas, iar capătul exterior să fie efilat. Se cere ca dopul să fie perfect etanș pentru a împiedica ieșirea aerului din flacon (fig. 5). În interiorul vasului are loc o reacție chimică, iar apa țîșnește afară. Reacția dintre apă și varul nestins este însoțită de dezvoltarea mare de căldură, care încălzește și mărește astfel presiunea aerului aflat deasupra apei din flacon. Presiunea aerului crescînd, apasă asupra apei din vas și o obligă să iasă afară.

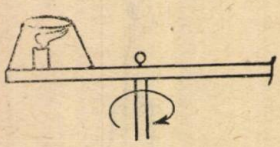


Fig. 6.

6. *Forța centrifugă.* Se adaptează la mașina centrifugă un disc de lemn cu diametrul de 30 cm. Pe disc se așază ca în figura 6 o lumînare aprinsă, iar deasupra ei un vas conic de forma celui cu care se experimentează paradoxul hidrostatic. Rotind discul repede, constatăm că flacăra se apleacă spre curentul mișcării contrar așteptărilor noastre. De ce?

Flacăra, deci gazele care ard sînt mai puțin dense decît aerul din-prejur. După cum știți în timpul mișcării de rotație apare forța centrifugă, a cărei acțiune este direct proporțională cu masa corpurilor în mișcare. Prin urmare substanțele a căror masă este mai densă, în timpul rotirii se vor situa mai departe de centrul mișcării. Așa se explică faptul că flacăra se va apleca spre centru.

7. *Cîteva probleme.* a) Este cunoscut faptul că o furtună în timpul verii rupe mai ușor copacii decît aceeași furtună în timpul iernii cînd copacii sînt desfrunziți. V-ați întrebat de ce?

(Cauza este tocmai prezența frunzelor care, mărind suprafața pe care apasă aerul, mărește și forța cu care sînt deviate crengile copacilor de suflul vîntului).

b) Se știe că orice corp gazos tinde să ocupe un volum cît mai mare. Atunci cum se explică faptul că atmosfera nu „zboară“ de pe pămînt în spațiul cosmic. (Legea atracției universale și respectiv legea gravitației ne dă răspunsul).

c) De ce obiectele fragile se împachetează în vată sau paie, cînd se transportă? (O analiză a transformărilor de energie care au loc ne dă explicația. Energia cinetică a corpului care lovește ambalajul va fi absorbită de lucrul mecanic de deformare a ambalajului. Energia cinetică prin comprimarea vatei sau a paielor se transformă în energie potențială).

d) Pe ce fenomen fizic se bazează sortarea boabelor de către vînturătoare? (Boabele au aceeași formă și volum, dar nu au și aceeași masă. Jetul de aer imprimă o accelerație mai mare boabelor cu masă mai mică).

e) Pentru rotirea corpului este nevoie de un cuplu de forțe. Cum se explică posibilitatea de a conduce bicicleta numai cu o singură mînă? (Să căutăm cele două forțe egale și de sens contrar! Una este acțiunea mîinei asupra ghidonului, iar cealaltă este însăși forța cu care reacționează axul de rotație la acțiunea mîinii).

f) Cînd cerul e limpede avioanele care zboară la înălțimi mari, lasă o dîră albă în urma lor. De ce? (Avionul lasă în urma sa centre de condensare a vaporilor de apă din atmosferă).

g) De ce trosnesc arborii cînd gerul este mare? Nu cumva neregularitățile observvte în dilatarea apei sînt de vină? (Apa din seva plantelor înghețînd își mărește volumul).

h) De ce iarna, pe ger, în afara orașului, sau pe munți înalți, nu observăm, atunci cînd respirăm sau chiar cînd vorbim acei nori de ceață ce se formează de obicei în jurul gurii noastre? (Nu-i observăm pentru că nu se formează; în aerul curat nu sînt decît foarte puține centre de condensare a vaporilor de apă pe care îi expirăm).

i) Cum se apără vara organismul nostru de căldura înăbușitoare? (Cum? O știm cu toții? Transpirăm și astfel pierdem o parte din căldura corpului pentru evaporarea apei).

j) Este justă expresia „vopseaua s-a uscat"? (Depinde. Dacă este vorba de o vopsea în ulei, nu-i justă. Uleiul de in fiert nu se usucă, ci se oxidează în aer formînd o membrană solidă la suprafață).

k) De ce modelele (formele) din lemn pentru turnătorie se fac mai mari decît piesele care trebuie turnate în metal? (Pentru că metalul în stare topită ocupă un volum mai mic decît după solidificare).

Margareta Ailincăi

PROBLEME REZOLVATE

Problema 3759

Pentru ce valori reale ale lui x avem:

$$\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}+\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}=\sqrt{2}$$

$$\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}+\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}=1$$

$$\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}+\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}=2$$

radicalii fiind aritmetici.

(Olimpiada internațională de matematică, 1959)

Soluție: Ridicînd ambii membri ai primei ecuații la pătrat, obținem:

$$x+\sqrt{2x-1}+x-\sqrt{2x-1}+2\sqrt{x^2-2x+1}=2$$

sau

$$x+|x-1|=1$$

$|x-1|=x-1$ cînd $x-1\geqslant 0$, deci cînd $x\geqslant 1$

$|x-1|=1-x$ cînd $x-1\leqslant 0$, deci cînd $x\leqslant 1$.

Dacă $x \geqslant 1$:

$$2x - 1 = 1 \quad \text{de unde,} \quad x = 1.$$

Dacă $x \leqslant 1$:

$$x + 1 - x = 1$$

valabil pentru orice $x \leqslant 1$.

Radicalii fiind aritmetici: $2x - 1 \geqslant 0$, adică $x \geqslant \frac{1}{2}$ și $x \geqslant \sqrt{2x-1}$, sau $x^2 > 2x - 1$, sau $(x-1)^2 \geqslant 0$, valabil pentru orice x real.

Așadar, prima ecuație este verificată de orice x real cuprins în intervalul $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

Procedînd analog pentru a doua ecuație, prin ridicare la pătrat și reduceri de termeni asemenea, găsim:

$$2x + 2 \mid x - 1 \mid = 1$$

Dacă $x - 1 \geqslant 0$, adică $x \geqslant 1$, $\mid x - 1 \mid = x - 1$, deci avem:

$$2x + 2x - 2 = 1, \text{ de unde: } x = \frac{3}{4}$$

neacceptabilă pentru că am pus condiția $x \geqslant 1$.

Dacă $x - 1 \leqslant 0$, adică $x \leqslant 1$, $\mid x - 1 \mid = 1 - x$; deci avem:
$2x + 2 - 2x = 1$, adică $2 = 1$, ceea ce este imposibil.

Deci, a doua relație nu este verificată pentru nici un x real.

La fel, a treia ecuație devine:

$$x + \mid x - 1 \mid = 2$$

Dacă $x \geqslant 1$, $\mid x - 1 \mid = x - 1$, avem:

$$x + x - 1 = 2, \text{ de unde } x = \frac{3}{2}$$

Dacă $x \leqslant 1$, $\mid x - 1 \mid = 1 - x$, avem:

$$x + 1 - x = 2, \text{ adică } 1 = 2, \text{ ceea ce este imposibil.}$$

Deci, a treia ecuație este verificată doar de soluția $x = \frac{3}{2}$

Discuție. Pentru ce valori reale ale lui x avem:

$$\sqrt{x + \sqrt{2x - 1}} + \sqrt{x - \sqrt{2x - 1}} = a$$

radicalii fiind aritmetici.

Ridicînd la pătrat relația de mai sus și reducînd termenii asemeni găsim:

$$x + \mid x - 1 \mid = \frac{a^2}{2} \qquad (1)$$

Dacă $x \geqslant 1$, atunci $\mid x - 1 \mid = x - 1$, deci (1) devine:

$$2x = \frac{a^2}{2} + 1, \quad \text{de unde} \quad x = \frac{a^2 + 2}{4}$$

Trebuie să avem:

$$\frac{a^2+2}{4} \geqslant 1 \quad \text{sau:} \quad a^2 - 2 \geqslant 0.$$

Deci, pentru $a \geqslant \sqrt{2}$ avem soluția

$$x = \frac{a^2+2}{4}.$$

Nu considerăm $a \leqslant -\sqrt{2}$ pentru că suma din partea stîngă a relației propuse este pozitivă.

Dacă $a = \sqrt{2}$, avem soluția $x = 1$;

dacă $a = 2$, avem soluția $x = \frac{3}{2}$.

Am regăsit astfel, soluțiile primei și ultimei relații din enunț cînd $x \geqslant 1$.

Dacă $x \leqslant 1$, atunci $|x - 1| = 1 - x$, deci (1) devine:

$$1 = \frac{a^2}{2}$$

Rezultă că: $a = \sqrt{2}$. (Nu am considerat $a = -\sqrt{2}$ din același motiv arătat mai sus).

Deci, numai dacă $a = \sqrt{2}$ ecuația este verificată pentru orice $x \leqslant 1$ și $2x - 1 \geqslant 0$, deci pentru orice x cuprins în intervalul $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

Problema 3759 este cuprinsă în problemele 1022 din R.M.F., august 1953 și 1402 din G.M.F.-B, octombrie 1954 propuse de același autor, prof. C. Ionescu-Țiu.
Soluții bune s-au primit de la: Albu Toma (Petroșani).
Multe din soluțiile primite de la elevi au fost incomplete sau greșite.

Problema 3793

Să se facă calculabilă prin logaritmi expresia:

$$E = \operatorname{tg}(a + 2b - 3c) + \operatorname{tg}(b + 2c - 3a) + \operatorname{tg}(c + 2a - 3b)$$

I. Stamate

Soluție: Notăm $u = a + 2b - 3c$; $v = b + 2c - 3a$; $t = c + 2a - 3b$. Observăm că $u + v + t = 0$. Atunci vom avea:

$$\operatorname{tg}(u + v + t) = \operatorname{tg}[(u + v) + t] = \frac{\operatorname{tg}(u+v) + \operatorname{tg} t}{1 - \operatorname{tg}(u+v)\operatorname{tg} t} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg} u + \operatorname{tg} v + \operatorname{tg} t - \operatorname{tg} u \operatorname{tg} v \operatorname{tg} t}{(1 - \operatorname{tg} u \operatorname{tg} v)[1 - \operatorname{tg}(u+v)\operatorname{tg} t]} = 0$$

Deci,

$$\operatorname{tg} u + \operatorname{tg} v + \operatorname{tg} t = \operatorname{tg} u \cdot \operatorname{tg} v \cdot \operatorname{tg} t$$

și atunci:

$$E = \operatorname{tg}(a + 2b - 3c) + \operatorname{tg}(b + 2c - 3a) + \operatorname{tg}(c + 2a - 3b) =$$
$$= \operatorname{tg}(a + 2b - 3c) \operatorname{tg}(b + 2c - 3a) \operatorname{tg}(c + 2a - 3b).$$

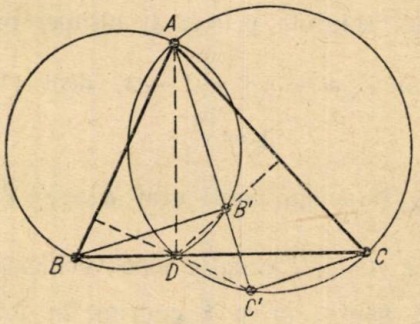
Problema 3830

În triunghiul ABC, fie D piciorul înălțimii din A, iar (AB) și (AC) cercurile descrise pe laturile AB și AC ca diametri. Perpendiculara din D pe latura AC taie cercul (AB) în B'. Analog se obține punctul C'. Presupunem B > C. Să se arate că:

a) $\sphericalangle ABB' = C$ *și* $\sphericalangle B'AD = B - C$; b) *punctele A, B' C', sînt coliniare;* c) *segmentul AB'C' este diametru în cercul circumscris triunghiului ABC.*

N. N. Mihăileanu

Soluție dată de elevul *M. Rădulescu*, Constanța: a) Din patrulaterul inscriptibil *ABDB'* avem: $\sphericalangle ABB' = \sphericalangle ADB'$. Din triunghiul drept-



unghic *ADC* avem: $\sphericalangle ADB' = C$. Așadar: $\sphericalangle ABB' = C$.

Avem:

$$\sphericalangle B'AD = \frac{\text{arc } DB'}{2} = \frac{\text{arc } AD - \text{arc} AB'}{2} = B - C.$$

b) Avem în mod analog și $\sphericalangle ACC' = B$; $\sphericalangle DAC' = B - C$. Întrucît dreptele *AB'*, *AC'* au aceeași înclinare față de *AD*, este evident că punctele *A*, *B'*, *C'* sînt în linie dreaptă.

c) Se știe că înălțimea din *A* a unui triunghi face cu direcția *AO* (în care *O* este centrul cercului circumscris) un unghi (*B*—*C*). Prin urmare, *AB'C'* e diametru în cercul circumscris triunghiului *ABC*.

Problema 3831

Într-un triunghi oarecare ABC se duce bisectoarea BD. Fie M un punct mobil pe dreapta BD. Paralela dusă din A la BC întîlnește dreapta CM în H, iar paralela din C la AB întîlnește pe AM în I.

a) *Să se demonstreze că AH = CI;* b) *să se arate că cercurile circumscrise triunghiurilor AMH și CMI sînt egale între ele.*

C. Ionescu-Țiu

Soluție: a) Avem evident:

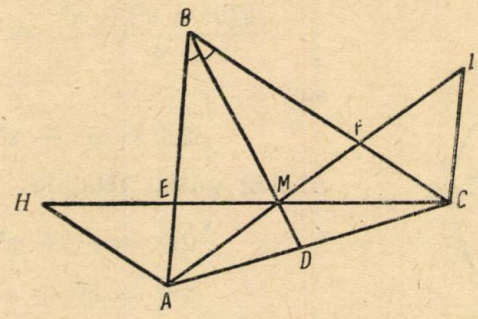
$$\frac{AH}{BC} = \frac{AE}{EB} \text{ și } \frac{AB}{CI} = \frac{BF}{FC}.$$

Înmulțim cele două relații membru cu membru:

$$\frac{AH}{CI} \cdot \frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EB} \cdot \frac{BF}{FC}$$

Însă:

$\frac{AE}{EB} \cdot \frac{BF}{FC} = \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$. Ținînd seama de relația precedentă,



avem: $AH = CI$.

b) Cînd M descrie BD, segmentul AH rămîne egal cu CI. Deci, în cercurile AMH și CMI avem $\sphericalangle HMA = \sphericalangle IMC$ și $HA = CI$, evident, cercurile vor fi egale.

Problema 3832

Să se descompună în factori expresia

$$E = 6(x^3 + y^3 + z^3) + 24(x^2y + xy^2 + y^2z + yz^2 + xz^2 + zx^2) + 54xyz$$

Simon Petre

Soluție: Expresia dată se poate scrie succesiv:

$$E = 6[x^3 + y^3 + z^3 + 4(x^2y + xy^2 + y^2z + yz^2 + xz^2 + zx^2) + 9xyz] =$$
$$= 6[(x + y + z)^3 + x^2y + xy^2 + y^2z + yz^2 + xz^2 + zx^2 + 3xyz] =$$
$$= 6[(x + y + z)^3 + xy(x + y + z) + yz(x + y + z) + zx(x + y + z)] =$$
$$= 6(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 + 3xy + 3yz + 3zx).$$

Problema 3855

Avînd un triunghi ABC, se notează cu r_1, r_2 și r_3 razele cercurilor cu centrele A, B, C ortogonale respectiv cercurilor descrise pe laturile BC, CA și AB ca diametre. Notînd cu a, b, c lungimile laturilor BC, CA, AB să se arate că:

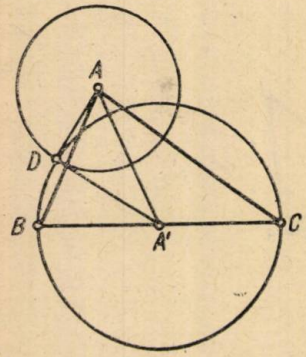
$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2} = 2$$

Ilie N. Constantinescu

Soluție: Fie A' mijlocul lui BC și D unul din punctele de intersecție al cercului de diametru BC cu cercul de centru A, ortogonal cercului descris pe BC ca diametru. Cercurile de diametru BC (centrul în A') și de centru A fiind ortogonale, avem:

$$AA'^2 = AD^2 + A'D^2$$

Dar: $AA'^2 = m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$; $AD = r_1$; $A'D = \frac{a}{2}$. Înlocuind în relația de mai sus obținem:



$$\frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} = r_1^2 + \frac{a^2}{4}$$

sau:

$$2r_1^2 = b^2 + c^2 - a^2 \qquad (1)$$

Analog găsim relațiile:

$$2r_2^2 = a^2 + c^2 - b^2 \qquad (2)$$

$$2r_3^2 = b^2 + a^2 - c^2 \qquad (3)$$

Adunînd relațiile (1), (2), (3) găsim relația din enunț.

Problema 3865

Se consideră triunghiul ABC înscris în cercul de centru O și rază R. Tangentele în A, B, C la cercul O se intersectează în A_1, B_1, C_1. Fie M, N, P proiecțiile vîrfurilor A, B, C pe laturile C_1A_1, A_1B_1, B_1C_1 și D, E, F proiecțiile acelorași vîrfuri pe laturile BC, CA, AB.

Dreptele AM, BN, CP retaie cercul O în punctele U, V, T. Se notează de asemenea cu R_1 raza cercului circumscris triunghiului $A_1B_1C_1$ și cu S_1 aria acestui triunghi, iar cu r raza cercului înscris în triunghiul ABC. Să se demonstreze relațiile:

$$AM \cdot BN \cdot CP = AD \cdot BE \cdot CF = 4R \frac{S_1^2}{R_1^2}.$$

$$AP + BM + CN = DE + EF + FD,$$

$$AT + BU + CV = 2(R + r).$$

Gh. Popescu, profesor Lugoj

Soluție: 1. Din triunghiurile asemenea AMB și BCE deducem $\frac{AM}{BE} = \frac{AB}{BC}$ sau $AM = BE \cdot \frac{AB}{BC}$.

Tot astfel deducem $BN = CF \cdot \frac{BC}{CA}$; $CP = AD \cdot \frac{CA}{AB}$.

Prin înmulțire, obținem: $AM \cdot BN \cdot CP = AD \cdot BE \cdot CF$, ceea ce era de demonstrat.

Notăm: D_1, E_1, F_1 proiecțiile vîrfurilor A_1, B_1, C_1 pe laturile B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1; h_1, h_2, h_3 înălțimile triunghiului $A_1B_1C_1$; a_1, b_1, c_1, p_1 laturile și semiperimetrul aceluiași triunghi.

Se vede imediat că avem:

$$AC_1 = 2(p_1 - c_1)\ ;\quad BA_1 = 2(p_1 - a_1)\ ;\quad CB_1 = 2(p_1 - b_1).$$

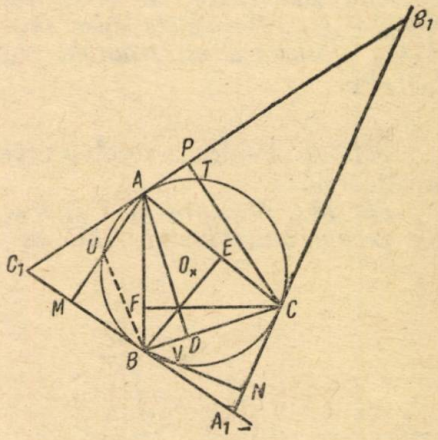
Din asemănarea triunghiurilor AC_1M și $B_1C_1E_1$ deducem:

$$\frac{AM}{B_1E_1} = \frac{AC_1}{B_1C_1} \text{ de unde } AM = h_2\,\frac{2(p_1 - c_1)}{a_1}.$$

Tot astfel obținem:

$$BN = h_3\,\frac{2(p_1 - a_1)}{b_1}\ ;$$

$$CP = h_1\,\frac{2(p_1 - b_1)}{c_1}.$$



Prin înmulțire obținem:

$$AM \cdot BN \cdot CP = h_1h_2h_3\,\frac{8(p_1-a_1)(p_1-b_1)(p_1-c_1)}{a_1b_1c_1} =$$

$$\frac{a_1h_1b_1h_2c_1h_3}{a_1^2b_1^2c_1^2} \cdot \frac{8S_1^2}{p_1} =$$

$$= \frac{64\,S_1^5}{16\,p_1R_1^2S_1^2} = 4\,R\,\frac{S_1^2}{R_1^2}$$

ceea ce era de demonstrat.

2. Din triunghiul ABM deducem:

$$BM = AB\ \cos\ C = c\ \cos\ C.$$

Se știe însă, că $DE = c\ \cos\ C$.
Tot astfel obținem $CN = EF$; $AP = FD$, deci:

$$AP + BM + CN = FD + DE + EF$$

ceea ce era de demonstrat.

3. În triunghiul ABU avem : $\sphericalangle BAU = 90^0 - C$; $\sphericalangle AUB = 180^0 - C$. Aplicînd teorema sinusurilor :

$$\frac{BU}{\sin(90^\circ - C)} = \frac{AB}{\sin(180^\circ - C} \text{ de unde } BU = \frac{c}{\sin C} \cdot \cos C$$

sau : $BU = 2R \cos C$.

La fel deducem $CV = 2R \cos A$; $AT = 2R \cos B$.

Folosind relația : $R\Sigma \cos A = R + r$, rezultă relația cerută.

Problema 3867

Fie M_A, M_B, M_C și P_A, P_B, P_C proiecțiile a două puncte M și P din planul triunghiului ABC respectiv pe BC, CA, AB. Fie P_1, P_2, P_3 respectiv simetricele lui P în raport cu mijloacele segmentelor P_BP_C, P_CP_A, P_AP_B. Paralelele duse prin P_1, P_2, P_3 la dreptele M_BM_C, M_CM_A, M_AM_B formează un triunghi $N_1N_2N_3$ care este omologic cu triunghiul $P_AP_BP_C$.

Priess Wilhelm, Caransebeș

Soluție : Pentru a rezolva această problemă, vom demonstra mai întîi, următoarele :

Fie M_A, M_B, M_C și P_A, P_B, P_C proiecțiile a două puncte M și P din planul triunghiului ABC pe laturile acestuia. Paralelele duse prin

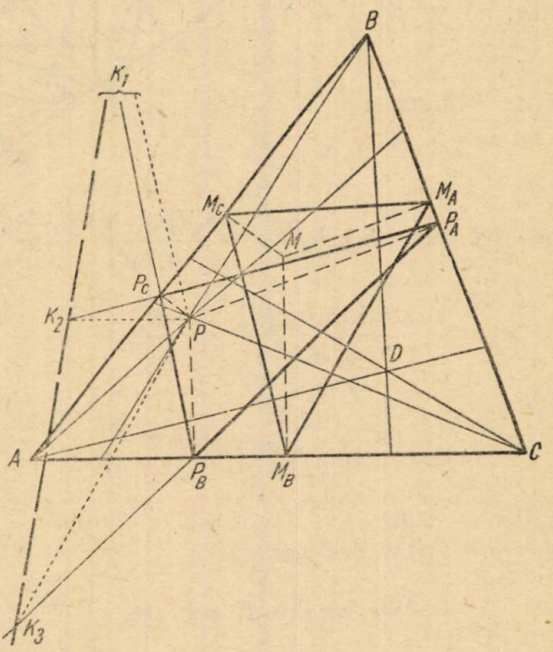


Fig. 1.

P la laturile triunghiului $M_AM_BM_C$ taie laturile triunghiului $P_AP_BP_C$ în trei puncte K_1, K_2, K_3 care sînt colineare.

Fiindcă perpendicularele în M_A, M_B, M_C pe laturile triunghiului ABC sînt concurente în M, triunghiurile ABC și $M_AM_BM_C$ sînt ortologice

și deci, perpendicularele din A, B, C respectiv pe laturile triunghiului $M_AM_BM_C$ vor fi concurente într-un punct D. Se observă că dreptele PK_1, PK_2, PK_3 sînt perpendiculare respectiv pe AD, BD, CD (fig. 1). Notăm: $\sphericalangle BAD = \alpha$; $\sphericalangle BAP = \alpha'$; $\sphericalangle CBD = \beta$; $\sphericalangle CBP = \beta'$ $\sphericalangle ACD = \gamma$ și $\sphericalangle ACP = \gamma'$.

Se observă că $\sphericalangle P_CPK_1 = \sphericalangle BAD = \alpha$ ca unghiuri cu laturi per-

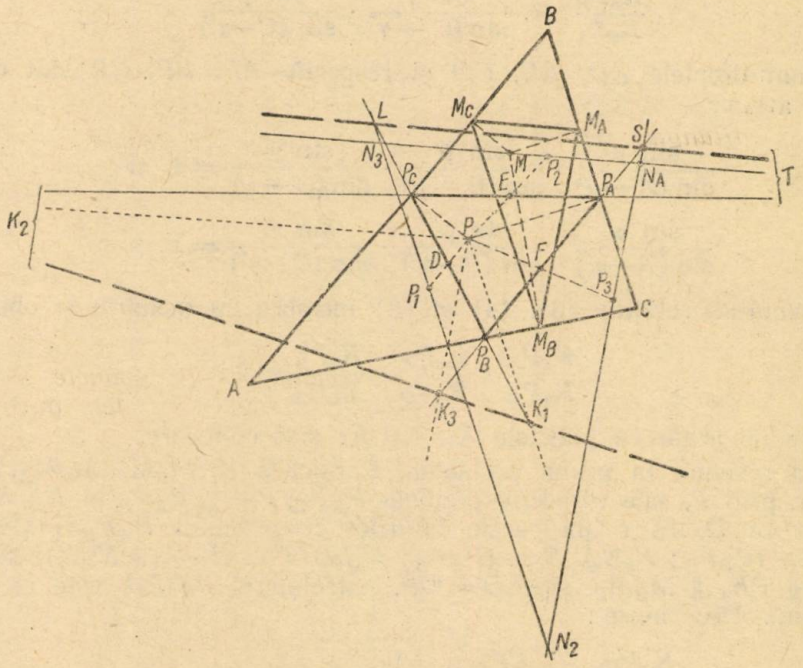


Fig. 2.

pendiculare și $\sphericalangle P_CPP_B = \sphericalangle PAP_B = A - \alpha'$, patrulaterul AP_BPP_C fiind inscriptibil, de unde $\sphericalangle PP_CK_1 = 180° - (A - \alpha')$.

În triunghiul PP_CK_1 avem:

$$\frac{K_1P_c}{\sin(P_cPK_1)} = \frac{K_1P}{\sin(PP_cK_1)}, \text{ de unde: (1) } K_1P_c = \frac{K_1P \sin\alpha}{\sin(A-\alpha')}.$$

Mai obținem: $\sphericalangle PP_BP_C = \sphericalangle BAP = \alpha'$, patrulaterul AP_BPP_C, după cum am văzut, fiind inscriptibil, $\sphericalangle P_BPK_1 = \sphericalangle P_BPP_C + P_CPK_1 = 180° - (A - \alpha)$.

În triunghiul PP_BK_1 avem: $\frac{K_1P_B}{\sin(P_BPK_1)} = \frac{K_1P}{\sin(PB_BP_C)}$ de unde

(2). $K_1P_B = \frac{K_1P \sin(A-\alpha)}{\sin\alpha'}$. Împărțind relațiile (1) cu (2) obținem:

$$\frac{K_1P_C}{K_1P_B} = \frac{\sin\alpha}{\sin(A-\alpha)} \cdot \frac{\sin\alpha'}{\sin(A-\alpha')} \qquad (3)$$

Analog obținem:

$$\frac{K_2P_A}{K_2P_C} = \frac{\sin\beta}{\sin(B-\beta)} \cdot \frac{\sin\beta'}{\sin(B-\beta')} \tag{4}$$

și

$$\frac{K_3P_B}{K_3P_A} = \frac{\sin\gamma}{\sin(C-\gamma)} \cdot \frac{\sin\gamma'}{\sin(C-\gamma')} \tag{5}$$

Cum dreptele AD, BD, CD și respectiv AP, BP, CP sînt concurente, avem:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin(A-\alpha)} \cdot \frac{\sin\beta}{\sin(B-\beta)} \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin(C-\gamma)} = 1 \text{ și} \tag{6}$$

$$\frac{\sin\alpha'}{\sin(A-\alpha')} \cdot \frac{\sin\beta'}{\sin(B-\beta')} \cdot \frac{\sin\gamma'}{\sin(C-\gamma')} = 1. \tag{7}$$

Înmulțim relațiile (3), (4) și (5) membru cu membru și obținem:

$$\frac{K_1P_C}{K_1P_B} \cdot \frac{K_2P_A}{K_2P_C} \cdot \frac{K_3P_B}{K_3P_A} = 1 \tag{8}$$

ceea ce ne arată că punctele K_1, K_2, K_3 sînt colineare.

Să revenim la prima problemă. Paralelele la M_BM_C, M_CM_A, M_AM_B ce trec prin P, taie respectiv dreptele P_BP_C, P_CP_A, P_AP_B în K_1, K_2, K_3. Notăm cu D, E, F mijloacele laturilor triunghiului $P_AP_BP_C$ (fig. 2). și $L \equiv (P_BP_C;\ N_2N_3)$. $S \equiv (P_AP_B;\ N_1N_2)$. $T \equiv (P_CP_A;\ N_3N_1)$. Fiindcă $N_2N_3 \parallel PK_1 \parallel M_BM_C$ și $P_1D = DP$, patrulaterul PK_1P_1L este un paralelogram. Deci avem:

$$\frac{K_1P_C}{K_1P_B} = \frac{LP_B}{LP_C} \text{ și analog obținem:} \tag{9}$$

$$\frac{K_2P_A}{K_2P_C} = \frac{TP_C}{TP_A} \quad (10) \quad \text{și} \quad \frac{K_3P_B}{K_3P_A} = \frac{SP_A}{SP_B}. \tag{11}$$

Înmulțind relațiile (9), (10) și (11) și ținînd seama de (8), avem:

$$\frac{LP_B}{LP_C} \cdot \frac{TP_C}{TP_A} \cdot \frac{SP_A}{SP_B} = 1$$

ceea ce ne arată că punctele L, T, S sînt colineare și deci triunghiurile $P_AP_BP_C$ și $N_1N_2N_3$ sînt omologice.

Observare: In cazul în care triunghiul $P_AP_BP_C$ este triunghiul ortic al triunghiului ABC, obținem problema 701 din G.M.F.-A nr. 9. 1958.

Problema 3868

Se dă triunghiul ABC și AA_1, BB_1, CC_1 trei ceviene concurente într-un punct P, iar M un punct oarecare pe AA_1 și $N \equiv (BC, MC)$; $Q \equiv (BC, MB_1)$. Paralelele duse prin N și Q la AA_1 taie pe AB respectiv AC, în R și S.

a) *Să se arate că atunci cînd M se mișcă pe dreapta AA_1, dreapta SR trece printr-un punct fix T.*

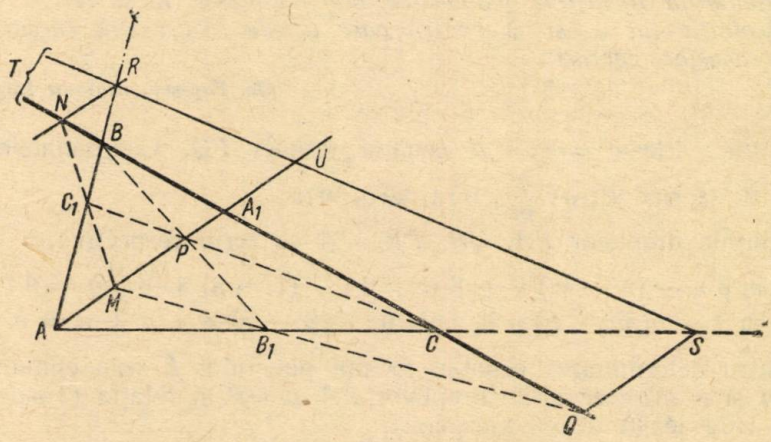
b) *Dacă P variază în plan să se determine locul geometric al punctului T.*

(În legătură cu problema 3488).

R. Z. Eftimie, București

Soluție: a) Cevienele AA_1, BS, CR sînt concurente conform enunțului problemei 3488. În virtutea teoremei lui *Ceva* putem scrie:

$$\frac{UR}{US} \cdot \frac{BA}{BR} \cdot \frac{CR}{CA} = -1. \tag{1}$$



Din asemănarea triunghiurilor NBR cu BAA_1 și SQC cu CAA_1 rezultă:

$$\frac{BA}{BR} = \frac{AA_1}{NR}; \tag{2}$$

$$\frac{CS}{CA} = \frac{SQ}{AA_1}. \tag{3}$$

Relația (1) devine:

$$\frac{UR}{US} = \frac{SQ}{NR} = -1. \tag{4}$$

Fie $T \equiv (RS, BC)$. Putem scrie:

$$\frac{SQ}{NR} = \frac{TS}{TR}. \tag{5}$$

Relația (4) devine:

$$\frac{UR}{US} = -\frac{TR}{TS}. \tag{6}$$

Punctele U și T sînt puncte armonic conjugate în raport cu punctele R și S.

Dreapta AA_1 este polara punctului T în raport cu dreptele AB și AC, de unde rezultă că punctul T este fix și se află pe dreapta BC.

b) Locul geometric al punctului T este dreapta BC.

Problema 3886

Se consideră cercul de centru $C(1,1)$ tangent la 2 axe perpendiculare de coordonate ox, oy și punctele $A(1, \beta)$, $B(\alpha, 1)$. Tangenta într-un punct M mobil pe cercul C întîlnește pe ox în P și pe oy în Q. Fie L punctul de intersecție al dreptelor PA și QB și N punctul de intersecție al dreptelor PB și QA. Se cere:

1. *Ecuațiile locurilor geometrice ale punctelor L și N.*
2. *Valorile lui α și β pentru care aceste locuri sînt cercuri. Construcția acestor cercuri.*

Gh. Popescu, profesor Lugoj

Soluție: Fie $y = mx + n$ ecuația dreptei PQ. Coordonatele punctelor P și Q sînt: $P(-\frac{n}{m}, 0)$; $Q(o, n)$.

Ecuațiile dreptelor PA, QB, PB, QA se scriu respectiv:

$$m\beta x - (n + m) y + \beta n = 0; \quad (1 - n) x - \alpha y = 0;$$
$$m x - (\alpha m - n) y + n = 0; \quad (\beta - n) x - y + n = 0.$$

Pentru determinarea ecuației locului punctului L vom elimina parametri m și n între ecuațiile dreptelor PA și QB și relația $(1-m-n)^2 = 1 + m^2$ care leagă acești parametri.

Din ecuațiile dreptelor PA și QB scoatem:

$$n = \frac{\alpha y - x}{\alpha - x}; \quad m = \frac{(\alpha y - x)(\beta - y)}{(\alpha - x)(y - \beta x)}$$

Relația de condiție se mai scrie $n^2 - 2m - 2n + 2mn = 0$

Înlocuind valorile lui m și n, obținem

$$\frac{(\alpha y - x)^2}{(\alpha - x)^2} - \frac{2(\alpha y - x)(\beta - y)}{(\alpha - x)(y - \beta x)} - \frac{2(\alpha y - x)}{\alpha - x} + \frac{2(\alpha y - x)^2(\beta - y)}{(\alpha - x)^2(y - \beta x)} = 0$$

$$\beta x^2 + \alpha y^2 + (\alpha\beta - 1) xy - 2\alpha\beta x - 2\alpha\beta y + 2\alpha\beta = 0$$

În cazul punctului N, avem

$$n = \frac{y - \beta x}{1 - x}, \quad m = \frac{(y - \beta x)(1 - y)}{(\alpha y - x)(1 - x)}$$

Ecuația locului lui N.

$$\frac{(y - \beta x)^2}{(1 - x)^2} - \frac{2(y - \beta x)(1 - y)}{(\alpha y - x)(1 - x)} - \frac{2(y - \beta x)}{1 - x} + \frac{2(y - \beta x)^2(1 - y)}{(\alpha y - x)(1 - x)^2} = 0$$

de unde

$$(\beta - 2)x^2 + (\alpha - 2)y^2 + (2\alpha + 2\beta - \alpha\beta - 3)xy + 2(2 - \beta)x + 2(2 - \alpha)y - 2 = 0$$

2. Pentru ca locul lui L să fie un cerc, trebuie să avem:

$$-\alpha\beta - 1 = 0; \quad \alpha = \beta, \text{ de unde } \alpha = \beta = \pm 1$$

În cazul $\alpha = \beta = 1$ cercul este de rază nulă și se reduce la punctul C.

Pentru $\alpha = \beta = -1$, obținem cercul: $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$, de centru $C_1(-1, -1)$ și rază $r = 2$.

Pentru ca N să descrie un cerc trebuie îndeplinite condițiile:

$$\alpha - 2 = \beta - 2; \quad 2\alpha = 2\beta - \alpha\beta - 3 = 0,$$

de unde $\alpha = \beta = 1$ sau $\alpha = \beta = 3$.

Pentru $\alpha = \beta = 1$ cercul este de rază nulă și se reduce la punctul C.

Pentru $\alpha = \beta = 3$ obținem cercul $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ cu centrul $C_2(1,1)$ și rază $r = 2$.

Problema 3899

Să se rezolve ecuația:

$$\frac{b+c}{x-a} + \frac{c+a}{x-b} + \frac{a+b}{x-c} + \frac{2a}{x-b-c+a} = 4,$$

a, b, c fiind numere reale. Să se arate că și rădăcinile sînt reale.

C. C. Ilioi, elev Roman

Soluție — Trecînd totul în membrul drept ecuația se scrie:

$$1 - \frac{b+c}{x-a} + 1 - \frac{c+a}{x-b} + 1 - \frac{a+b}{x-c} + 1 - \frac{2a}{x-b-c+a} = 0.$$

Efectuînd scăderile obținem:

$$\frac{x-a-b-c}{x-a} + \frac{x-b-c-a}{x-b} + \frac{x-c-a-b}{x-c} + \frac{x-b-c-a}{x-b-c+a} = 0$$

de unde se vede că ecuația se descompune în două ecuații:

$$x - a - b - c = 0,$$

cu soluția:

$$x_1 = a + b + c$$

și

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} + \frac{1}{x-b-c-a} = 0.$$

Pentru a rezolva această ultimă ecuație, efectuăm adunarea între prima și ultima fracție și celelalte două fracții, obținem:

$$\frac{2x-c-b}{(x-b)(x-c)} + \frac{2x-b-c}{(x-a)(x-b-c+a)} = 0,$$

care se descompune în două ecuații:

$$2x - c - b = 0, \text{ de unde } x_2 = \frac{b+c}{2}$$

și

$$\frac{1}{(x-b)(x-c)} + \frac{1}{(x-a)(x-b-c+a)} = 0.$$

Efectuînd calculele, ultima ecuație se scrie:

$$x^2 - ax - bx + ab - cx + ac + ax - a^2 + x^2 - bx - cx + bc = 0$$

sau:

$$2x^2 - 2(b+c)x + ab + bc + ca - a^2 = 0$$

de unde:

$$x_{3,4} = \frac{b+c \pm \sqrt{b^2+2bc+c^2-2ab-2bc-2ca+2a^2}}{2}$$

Să arătăm că expresia de sub radical este pozitivă.

$$\Delta = b^2 + c^2 + 2a^2 - 2ab - 2ac = (a-b)^2 + (a-c)^2.$$

Deci $\Delta \geqslant 0$, egalitatea are loc pentru $a = b$; $a = c$.

Problema 3910

Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$\begin{aligned}(x+y)(y+1) + y(z+1) + z(x+1) &= 29\\ (y+z)(z+1) + z(x+2) + x(y+1) &= 19\\ (z+x)(x+1) + x(y+2) + y(z+1) &= 23.\end{aligned}$$

Radu Răşcanu, elev Bucureşti

Soluție: Desfăcînd parantezele și adăugînd unitatea ambelor părți ale ecuațiilor obținem:

$$\begin{aligned}&(1)\ xy + y^2 + x + y + yz + y + zx + z + 1 = 30\\ &(2)\ yz + z^2 + y + z + zx + z + xy + x + 1 = 20\\ &(3)\ zx + x^2 + z + x + xy + x + yz + y + 1 = 24.\end{aligned}$$

Grupînd convenabil termenii din prima parte a ecuației (1) avem:

$$(xy + y^2 + y) + (zx + yz + z) + (x+y+1) = 30,$$

sau:

$$y(x+y+1) + z(x+y+1)(x+y+1) = 30.$$

De unde:

$$(x+y+1)(y+z+1) = 30, \text{ analog obținem:}$$
$$(y+z+1)(z+x+1) = 20,$$
$$(z+x+2)(x+y+1) = 24.$$

Făcînd substituțiile:

$$y+z+1 = X,\ z+x+1 = Y,\ x+y+1 = Z$$

vom avea următorul sistem:

$$ZX = 30,\ XY = 20,\ YZ = 24.$$

Rezolvînd acest sistem obținem: $X = \pm 5$; $Y = \pm 4$; $Z = \pm 6$.
Pentru a satisface sistemul trebuie ca X,Y,Z să fie toate pozitive sau toate negative. Înlocuind valorile pozitive ale lui X,Y,Z avem:

$$y + z + 1 = 5,\ z + x + 1 = 4,\ x + y + 1 = 6$$

de unde: $x = 2$, $y = 3$, $z = 1$.
Înlocuind valorile negative ale lui X, Y, Z în ecuațiile de mai sus obținem: $x = -3$, $y = -4$, $z = -2$.

Problema 3921

Să se verifice identitatea:

$$\cos 2x - \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sin^3 x + \cos^3 x} =$$
$$= \cos 2x \cdot \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sin^3 x + \cos^3 x}$$

Ilie N. Constantinescu

Soluția autorului. În identitatea algebrică:

$$\frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-1}{x^2+1} - \frac{x^3-1}{x^3+1} = \frac{(x-1)(x^2-1)(x^3-1)}{(x+1)(x^2+1)(x^3-1)}$$

înlocuim $x = \operatorname{tg} t$ după care obținem:

$$-\frac{1 - \operatorname{tg} t}{1 + \operatorname{tg} t} - \frac{1-\operatorname{tg}^2 t}{1+\operatorname{tg}^2 t} + \frac{\cos^3 t - \sin^3 t}{\cos^3 t + \sin^3 t} =$$
$$= \frac{(\operatorname{tg} t - 1)(\operatorname{tg}^2 t - 1)(\operatorname{tg}^3 t - 1)}{(\operatorname{tg} t + 1)(\operatorname{tg}^2 t + 1)(\operatorname{tg}^3 t + 1)}.$$

Aceasta din urmă devine:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - t\right) + \cos 2t + \frac{\sin^3 t - \cos^3 t}{\sin^3 t + \cos^3 t} =$$
$$= + \operatorname{tg}\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos 2t \cdot \frac{\sin^3 t - \cos^3 t}{\sin^3 t + \cos^3 t},$$

care este tocmai identitatea din enunț.

Problema 3923

Fabrica de încălțăminte „Partizanul" din Bacău folosește în momentul de față energia produsă de o mașină cu vapori avînd o putere de 250 C.P. Combustibilul cu care este alimentată mașina este păcura cu o putere calorică de 10 000 $\frac{k\,cal}{kg}$, *iar randamentul mașinii este de 17%. Care va fi valoarea în lei a economiei realizate de fabrica „Partizanul" într-un an, cînd va primi exclusiv energie hidroelectrică de la sistemul energetic al Moldovei, știind că mașina cu vapori lucrează 306 zile pe an cîte 8 ore pe zi, iar prețul unei tone de păcură este 800 lei?*

J. Hirschsohn

Soluție: Puterea mașinii cu vapori fiind dată în *C.P.* o vom transforma în *kW* pentru a lucra în unități *M.K.S.:*

$P = 250\ C.P. = 250 \cdot 0{,}736\ kW = 184\ kW.$

Energia furnizată de mașină într-o oră va fi:

$Wh = 184\ kWh = 184 \cdot 3{,}6 \cdot 10^6$ jouli $= 662{,}4 \cdot 10^6$ jouli.

Energia consumată pe oră de mașină, $W'h$ va fi:

$$W'h = \frac{662{,}4}{0{,}17}\ 10^6 = 3\,896 \cdot 10^6 \text{ jouli.}$$

Cantitatea de căldură care va fi consumată într-o oră (C_h) va fi:

$C_h = 3\,896 \cdot 10^6 \cdot 0{,}239 = 931 \cdot 10^6$ cal $= 931 \cdot 10^3$ kcal $= 931\,000$ kcal.

Deci, consumul orar de combustibil va fi:

$$M_h = \frac{931\,000}{10\,000} = 93{,}1 \text{ kg/oră,}$$

iar consumul anual:

$M_{an} = 93{,}1 \cdot 8 \cdot 306 = 227\,909$ kg $= 238$ tone combustibil.

Economia rezultată va fi: $238 \cdot 800 = 190\,400$ lei.

Problema 3924

Un tehnician din București își construiește din fir de nichelină $\left(\varrho = 0{,}42 \frac{\Omega\ mm^2}{m}\right)$ *cu secțiunea de 1 mm², două aparate de încălzit, electrice. Aparatele au o putere de cîte 400 W, la tensiunea de 120 V. Tehnicianul se mută la Bacău unde rețeaua orașului are o tensiune de 220 V, deci el nu putea folosi acolo aparatele care ar consuma un curent de intensitate prea mare. Pentru a evita acest lucru el leagă cele două aparate în serie și în aceste condiții aparatele funcționează bine. Se întreabă:*

1. *Ce lungime au firele aparatelor de 400 W?*

2. *Ce putere și ce intensitate de curent vor consuma ambele aparate cînd sînt legate în serie și alimentate sub o tensiune de 220 V?*

3. *Pentru a reduce pînă la 600 W puterea celor două aparate legate în serie se leagă tot în serie cu ele, o rezistență construită din același*

fel de fir din care sînt făcute aparatele. Cîți ohmi va avea rezistența și ce lungime va avea firul?

4. *Cît va costa un kWh consumat în aparate cînd este pusă și rezistența adițională, știind că un kWh costă în mod normal 0,60 lei?*

J. Hirschsohn

Soluția autorului. 1. Dacă puterea consumată sub tensiunea de 120 V este de 400 W, rezistența aparatului va fi dedusă din relația:

$P = UI = \frac{U^2}{R}$, de unde:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{14400}{400} = 36\ \Omega.$$

Lungimea firului folosit pentru aparatul de 400 W va fi scoasă din relația: $R = \varrho \frac{l}{s}$, de unde $l = \frac{Rs}{\varrho}$ deci:

$$l = \frac{36 \cdot 0{,}1}{0{,}42} = \frac{36}{4{,}2} = \frac{60}{7} = 8{,}6\ \text{m}.$$

2. Dacă se leagă cele două aparate în serie, ele vor avea împreună o rezistență $R' = 2 \cdot 36 = 72\ \Omega$. Din relația scrisă mai sus: $P = \frac{U^2}{R}$, deducem puterea consumată de cele două aparate puse în serie sub tensiunea de 220 V:

$$P = \frac{48400}{72} = 627\ W.$$

Intensitatea va fi: $I = \frac{U}{R'} = \frac{220}{72} = 3\ A.$

3. Dacă reducem puterea consumată de cele două aparate de încălzit cu ajutorul unei rezistențe adiționale, intensitatea curentului va fi redusă în proporția în care este redusă puterea.

Dacă puterea, cînd nu este rezistență adițională, este notată cu P_1 și cînd este rezistență adițională cu P_2, avem: $P_1 = UI_1$ și $P_2 = UI_2$ (în ambele cazuri $U = 220$ volți), deci:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{I_1}{I_2}, \text{ de unde } I_2 = I_1 \frac{P_2}{P_1} = 3 \frac{600}{627} =$$

$$= 3 \times 0{,}957 = 2{,}87\ A,$$

de unde vom deduce tensiunea U_2 la bornele ambelor aparate puse în serie:

$$U_2 = I_2 \cdot R' = 2{,}87 \cdot 72 = 207\ V.$$

Tensiunea U_1 la bornele rezistenței adiționale va fi:

$U_1 = U - U_2 = 220 - 207 = 13\ V$; iar rezistența adițională $r = \frac{U_1}{I_2} =$

$= \frac{13}{2{,}87} = 4{,}5\ \Omega.$

Lungimea firului folosit pentru rezistența adițională va fi:

$$l = \frac{Rs}{\varrho} = \frac{4{,}5 \times 0{,}1}{0{,}42} = \frac{45}{42} = 1{,}07 \text{ m}.$$

4. Pentru a calcula costul unui *kWh* utilizat în aparate, ținînd seama și de pierderea de energie în rezistența adițională, scriem următoarele relații: $\frac{W_1}{W_2} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{U_1 I}{U_2 I}$, unde W_1 este energia consumată în mod inutil de rezistență, iar W_2 este energia utilizată în aparatele de încălzit. Vom avea:

$$W_1 = \frac{U_1}{U_2} W_2 = \frac{13}{207} W_2 = 0{,}06\, W_2.$$

Așadar, pentru fiecare *kWh* consumat în mod util se va consuma inutil 0,06 *kWh*. Pentru 0,60 lei plătiți pentru un *kWh* util se va plăti în plus: $0{,}6 \cdot 0{,}06 = 0{,}036$ lei. Costul unui *kWh* util va fi deci, în acest caz, $p = 0{,}636$ lei.

Problema 3966

Sunetul fluierului unei locomotive produs la temperatura ordinară are frecvența unui sunet emis de la o sirenă prevăzută cu 50 de găuri, care se rotește de 150 de ori în 10 secunde. Să se calculeze lungimea de undă a sunetului.

M. Cărăușu, prof. Suceava

Soluție: $n = 50$, $N = 150$, $t = 10$ *s*.

Lungimea de undă $\lambda = VT = \frac{V}{\nu} = \frac{340}{\nu}$

Calculul frecvenței:

$$\nu = \frac{n\,N}{t} = \frac{50 \cdot 150}{10} = 750\ H_z,$$

$$\lambda = \frac{340}{750} = 0{,}453\ m.$$

Problema 3967

Un avion zboară cu viteza de 270 km/oră la înălțimea de 980 m deasupra unei localități inundate. Trebuind să ajute naufragiații aruncă pachete cu alimente și îmbrăcăminte. La ce distanță de locul indicat să cadă pachetul trebuie să fie eliberat din avion? Se face abstracție de rezistența aerului.

* * *

Soluție: $h = 980$ *m*; $v_0 = 270$ km/oră $= 75$ m/s.

Potrivit regulei că timpul de cădere a unui corp aruncat orizontal este egal cu timpul de cădere a aceluiași corp lăsat liber, avem:

$$\frac{d}{v_0} = \sqrt{\frac{2h}{g}},$$

deci

$$d = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 75 \cdot \sqrt{\frac{1960}{9{,}8}} = 75 \cdot \sqrt{200} \approx 1050 \text{ m}.$$

Problema 3968

Pentru a ridica partea de dinapoi a unui tractor se folosește un cric. Se rotește manivela cu 30 rot/min. Manivela este în legătură printr-un sistem de două roți dințate $R_1 = 40$ mm, $R_2 = 100$ mm cu cremalieră. Pe axul manivelei se găsește un pinion de rază $r = 50$ mm. Să se determine viteza de ridicare a cremalierei fiind acționată de pinion.

Mateescu Liliana, elevă Bîrlad

Soluție: Roata R_1 fiind pe același *ax* cu manivela va avea aceleași turații ca ea:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{R_1}{R_2}; \quad n_2 = \frac{R_1 n_1}{R_2} = \frac{30 \cdot 40}{100} = 12 \text{ rot/min}.$$

De asemenea și pinionul va avea aceeași turație cu manivela

$$v = \omega r = r \cdot \frac{2\pi n_2}{T} = 50 \, \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 12}{60 \cdot 30} = 20 \cdot 3{,}14 = 62{,}8 \text{ mm/s}$$

Problema E: 1415

Două automobile pleacă în același timp, primul dinspre A spre B, cu o viteză de 75 km/oră și al doilea dinspre B spre A, cu o viteză de 60 km/oră. Ele se întîlnesc la 30 km depărtare de jumătatea distanței dintre A și B. Să se afle: a) după cîte ore s-au întîlnit; b) care e distanța între A și B.

I. Negrea, Bacău

Soluție: Datorită diferenței de viteză dintre cele două automobile, primul automobil va parcurge un drum mai mare decît cel de-al doilea. Primul automobil va parcurge o distanță egală cu jumătatea din *AB* plus 30 km; cel de-al doilea, o distanță egală cu jumătate din *AB* minus 30 km; deci diferența drumurilor parcurse va fi de $30 \cdot 2 = 60$ km. Această diferență de drum este datorită diferenței de viteză de $75 - 60 = 15$ km/oră.

Timpul în care s-a executat mișcarea va fi: $t = \frac{60}{15} = 4$ ore.

Distanța *AB* este egală cu distanța parcursă de primul automobil în 4 ore cu viteza de 75 km/oră, adunată cu distanța parcursă de al doilea automobil tot în 4 ore, cu viteza de 60 km/oră:

$$AB = 4 \cdot 75 + 4 \cdot 60 = 4(60 + 75) = 4 \cdot 135 = 540 \text{ km}.$$

CHESTIUNI DE EXAMEN

Date la probele scrise la admiterea din sesiunea septembrie 1959 în Institutul de Mine „Gh. Gheorghiu-Dej" din Petroșani

4302. Trei numere sînt în progresie geometrică. Dacă se mărește al doilea termen cu 32, progresia devine aritmetică, iar dacă se mărește apoi și termenul al treilea cu 576 progresia devine din nou geometrică. Să se găsească cele trei numere.

4303. Să se rezolve ecuația:

$$\cos x + \cos 7x = \cos 4x$$

Se va da soluția generală și soluțiile particulare cuprinse între 0^0 și 180^0.

4304. Se consideră două cercuri O_1 și O_2 tangente în punctul A, cercul O_1 fiind interior cercului O_2. Pe cercul O_1 se iau punctele diametral opuse B și C. Dreptele AB și AC taie cercul O_2 în punctele D și E. Se cere:

a) Să se arate că punctele D, O_2 și E sînt colineare și că patrulaterul $BCDE$ este un trapez;

b) În cazul cînd razele cercurilor au lungimile $r_1 = 5$ cm, $r_2 = 12{,}5$ cm, iar coarda $AB = 8$ cm, să se calculeze perimetrul și aria triunghiului ADE;

c) Cu datele numerice de la punctul b) să se calculeze volumul corpului descris de trapezul $BCDE$ cînd se rotește în jurul laturei DE.

4305. Fiind dată ecuația în x:

$$x^2 - 2(m-3)x + m - 1 = 0$$

ale cărei rădăcini sînt x_1 și x_2, să se determine m astfel ca să avem:

$$\frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1 \cdot x_2} > x_1 + x_2.$$

4306. Să se arate că dacă sinusurile unghiurilor A, B și C ale unui triunghi formează în ordinea dată, o progresie aritmetică atunci avem relațiile:

$$2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{B}{2} \quad \text{și}$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{1}{3}.$$

4307. Pe segmentul dat AB ca diametru se descrie un semicerc. Se consideră un punct oarecare M pe semicerc, un punct oarcare I pe AB și se notează cu N proiecția lui M pe AB, cu O mijlocul segmentului AB. Perpendiculara dusă în I pe AB taie dreptele AM, BM și semicercul respectiv în punctele E, K și P. Se cere:

a) Să se arate că avem: $PI^2 = KI \cdot EI$;

b) În cazul cînd $AI = IO = ON = NB = a$, să se exprime perimetrul triunghiului BIK în funcție de a;

c) În același caz, ca la punctul b) să se exprime în funcție de a volumul descris de triunghiul EMK, cînd se rotește în jurul lui AB.

4308. Se consideră polinomul în x:

$$x^4 - 2ax^2 + b$$

și se cere:

a) ce devine polinomul pentru $x = \sqrt{\frac{a+\sqrt{b}}{2}} + \sqrt{\frac{a-\sqrt{b}}{2}}$?

b) Pentru ce valori ale lui x se anulează polinomul?

c) Să se verifice identitatea:

$$\frac{\cos(a+b)\cdot\cos(a-b)}{\cos^2 a\cdot\cos^2 b} = 1 - \operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b$$

4309. Se dau punctele coliniare A, B, C, D astfel ca $AB=BC=CD=4$ dm. Pe BD ca diametru se descrie un semicerc iar din punctul A se duce tangenta la semicerc. Se notează cu M punctul de contact și cu N proiecția lui M pe BD. Se cere:

a) Să se arate că triunghiul MBC este echilateral;

b) Să se calculeze lungimea segmentelor AM, MB, MN;

c) Să se calculeze aria suprafeței corpului descris de triunghiul AMC cînd se rotește în jurul dreptei AC.

PROBLEME PROPUSE *)

4310. Care este înălțimea minimă pe verticala orașului București, de unde se poate vedea întreg teritoriul patriei noastre.

Coordonatele orașului București: $\varphi = +44^0 27'$; $\lambda = 26^0 05'$.

Coordonatele punctului celui mai depărtat din teritoriul R.P.R. de București: $\varphi_1 = +46^0 10'$ și $\lambda_1 = +20^0 15'$.

Se va considera Pămîntul perfect sferic cu $R = 6367$ km.

C. V. Costăchescu

4311. Se dă triunghiul dreptunghic OAB ($A = 90^0$) și se construiește triunghiul dreptunghic OBC ($\sphericalangle OBC = 90^0$), astfel ca punctele A și C să fie de o parte și de alta a dreptei OB. Notînd $OA = a$, $AB = b$:

a) Să se determine segmentul BC în funcție de a și b, astfel ca triunghiul ACO să fie isoscel, cu baza OA.

b) Punctele D și E fiind picioarele înălțimilor AD și BE din triunghiurile dreptunghice OAB, OBC, să se determine BC în funcție de a și b astfel ca ED să fie paralelă cu OA. Să se construiască triunghiul OBC în acest caz.

G. D. Simionescu

---

*) VIII (4319, 4326, 4327, 4334); IX (4311, 4322, 4330, 4398); X (4312, 4315, 4316, 4317, 4318, 4321, 4323, 4325, 4328, 4333, 4339, 4340); XI (4310, 4311, 4314, 4320, 4324, 4329, 4331, 4332, 4335, 4336).

4312. Ce relație există între x și y dacă:

a) $\sin x \sqrt{1 - \sin^2 y} + \sin y \sqrt{1 - \sin^2 x} = 0$

b) $\sin x \sqrt{1 - \cos^2 y} - \cos y \sqrt{1 - \sin^2 x} = 0$

c) $\cos x \sqrt{1 - \cos^2 y} + \cos y \sqrt{1 - \cos^2 x} = 1$

d) $\sin x \sqrt{1 - \cos^2 y} + \cos y \sqrt{1 - \sin^2 x} = -1.$

C. Ionescu-Țiu

4313. Paralele duse prin centrul de greutate al unui triunghi oarecare ABC la laturile triunghiului taie înălțimile duse din vîrfurile opuse în punctele A_1, B_1, C_1.

Perpendicularele din ortocentru pe medianele din A, B, C intersectează aceste mediane respectiv în A_2, B_2, C_2.

Să se arate că:

a) Punctele A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2 sînt situate pe cercul cu diametrul OH, iar triunghiurile ABC și $A_1B_1C_1$ sînt asemenea.

b) Dreptele A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 sînt concurente, iar intersecțiile laturilor triunghiului $A_1B_1C_1$ cu laturile corespunzătoare triunghiului $A_2B_2C_2$ sînt colineare.

c) Intersecțiile laturilor triunghiului ABC cu laturile corespunzătoare triunghiului $A_1B_1C_1$ sau cu laturile respective ale triunghiului $A_2B_2C_2$ sînt de asemenea colineare.

Să se afle și alte proprietăți ale figurii.

Alexandru Ioachim, elev ș. m. 1 București

4314. Să se afle limita expresiei

$$E = 2^{n+2} \sin \frac{\pi}{2^{n+2}}$$

cînd n tinde spre infinit.

Virgil Brișcă, student, București

4315. Să se arate că aria unui trapez este dată de relația

$$S = \sqrt{p(p - d_1)(p - d_2)(p - a - b)}$$

(d_1, d_2; a, b; p sînt respectiv diagonalele, laturile paralele și media aritmetică a celor patru mărimi).

I. Hadîrcă, profesor Breaza

4316. Să se rezolve sistemul

$$a(y + z + t) = b(z + t + x) = c(t + x + y) = d(x + y + z) = xyzt$$

Virgolici V. Virgil, student București

4317. Un pendul de masă m_0 are firul trecut peste un scripete fix și este echilibrat cu un număr n_0 de rondele metalice egale. Dacă se adaugă fără șoc o rondelă în plus, sistemul se va mișca cu accelerația

a_1 și în timp de 2,73 secunde, perioada pendulului scade la jumătate. Dacă se iau 6 rondele sistemul se va mișca cu o accelerație de 7 ori mai mare și în 3,1 secunde, perioada pendulului devine de 3 ori mai mare. Să se calculeze:

a) l_0 și T (lungimea inițială și perioada inițială a pendulului);

b) a_1 și a_2 (accelerațiile căpătate de sistem);

c) n_0 și m (numărul inițial de rondele și masa m a uneia din ele în funcție de masa m_0 a pendulului).

C. Savu, profesor Urlați

4318. Un transformator cu randamentul de 90% este conectat la rețeaua orașului care are tensiunea de 6000 V. Tensiunea la bornele înfășurării secundare a transformatorului este de 220 V. Să se determine raportul de transformare a transformatorului și curentul în înfășurarea secundară, dacă puterea absorbită de transformator este de 25 kW și factorul de putere al circuitului secundar este 0,9.

Botezatu Nicolae, cl. X. Complexul școlar Bîrlad

4319. La ce distanță r de axa de rotație este necesar să punem o piesă de prelucrat pentru a obține o viteză de șlefuire $v = 25$ m/s, știind că viteza de șlefuire este viteza deplasării sculei de șlefuit pe piesa în prelucrare. Șaiba de șlefuit face 800 rot/min.

Popescu Gh., cl. X, Complexul școlar Bîrlad

4320. Față de două axe de coordonate rectangulare se dă un cerc cu centrul în originea axelor și cu raza egală cu R și un punct A (nR, O), $n > 1$. Cercul dat taie axa x-ilor în puncte $B(R, O)$ și $C(-R, O)$. Prin punctul A se duce o secantă mobilă care taie cercul în punctele M și N. Se unește punctul M cu C și punctul N cu B. Dreptele MC și NB se taie în I. Să se găsească locul geometric al punctelor I și să se arate că el este polara punctului A în raport cu cercul dat.

Folosind rezultatele obținute să se deducă o metodă pentru construirea numai cu rigla a tangentelor dintr-un punct dat la un cerc dat.

Iliescu Dinu, București

4321. Să se arate că:

$$\sum_{k=0}^{n} (p + k) C_n^k = 2^{n-1} (n + 2p)$$

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k (p + k) C_n^k = 0$$

S. Strătilă, elev Pitești

4322. Într-un triunghi oarecare ABC, cevienele AA', BB', CC' se intersectează în H. Fie D un punct de pe latura BC, M intersecția

dreptelor BB', DC', iar N intersecția dreptelor CC', DB'. Să se arate că dreptele AD, CM și BN sînt concurente. (În legătură cu problema 3991).

P. Radu, Cîmpia Turzii

4323. Într-un vas cilindric cu secțiunea interioară de $24{,}23\pi$ cm^2 se află un lichid cu tensiunea superficială $\alpha = 73$ dyn/cm, a cărui suprafață se găsește la 2 cm de marginea superioară a vasului.

a) Să se calculeze accelerația maximă cu care putem deplasa rectiliniu vasul, pentru ca lichidul să nu se verse.

b) Să se găsească creșterea energiei potențiale a suprafeței lichidului cînd deplasăm vasul cu lichid cu accelerația găsită mai sus.

Tomescu Ion, elev, Ploești

4324. Să se reprezinte grafic funcția.

$$y = \frac{2}{x^3 + 4x^2 + x - 6} - \frac{5}{x^3 + 4x^2 + 7x + 12}$$

Ioan St. Mușat

4325. Dacă un aparat electrocasnic este conectat la o rețea de 220 V, discul unui contor face 660 rotații timp de o oră.

a) Din ce material este făcută rezistența acestui aparat, dacă diametrul sîrmei este $d = 0{,}4$ mm, iar lungimea sîrmei $l = 13{,}68$ m?

b) Care este cantitatea de căldură utilizabilă în acest timp dacă randamentul termic este 0,8?

Se dă constanta contorului: $c = 1500$ rot/kWh.

Pavel N. Radu, elev, Craiova

4326. Un avion propulsat prin reacție vine la aterizare cu o viteză de 216 km/h. Folosind frînarea prin reversarea tracțiunii se oprește într-un timp de două ori mai mic decît ar fi folosit frînarea aerodinamică cu suprafața activă de 2 m^2. Știind că forța de tracțiune este de 4500 kgf, să se determine sub ce unghi trebuie deviat jetul de gaze.

Moraru Valentin, elev, Zeletin

4327. La uzinele „Semănătoarea" furcile cardanice se găuresc la mașina radială. Burghiul are diametrul de 30 mm, merge cu 190 de rot/min și are un avans în material de 0,2 mm pe rotație.

a) Dîndu-se timpul total de fixare a piesei, de pregătire a burghiului pentru a doua gaură și scoatere a piesei, de 63 secunde și grosimea totală pe care se dau găurile de 20 mm, să se calculeze în cît timp se găurește o furcă.

V. Răzvan, elev s. m. 1 București

4328. Ce rezistență electrică are un bec electric de 100 W, 220 V cînd este supus unei tensiuni de 4 volți?

(Se va considera temperatura de funcționare normală a becului $\theta_1 = 3000^0\ K$, temperatura camerei $\theta_0 = 27^0\ C$ și coeficientul termic al rezistivității wolframului $\alpha = 0{,}0048\ \text{grad}^{-1}$).

Carol Bucowski, profesor Sighișoara

4329. Pe parabola $y^2 - 2px = 0$ se iau trei puncte mobile ale căror ordonate se notează α, β, γ. Să se arate că relațiile:

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha + 5p^2 = 0$$
$$p^2(\alpha + \beta + \gamma) + \alpha\beta\gamma = 0$$

exprimă condițiile necesare și suficiente pentru ca focarul parabolei să fie ortocentrul triunghiului format de cele trei puncte.

Să se deducă de aici că centrul de greutate al triunghiului descris tot o parabolă.

C. Coșniță

4330. În cartea sa „Unu doi trei ... infinit", George Gamow dă la pag. 41—44 o aplicație la proprietățile numerelor complexe (problema comorii). Redăm mai jos concentrat, această problemă:

Fiind date într-un plan trei puncte A, B, C se determină punctele D, E de aceeași parte a lui AB ca și C, astfel ca $CA = AD$, $CB = BE$ și $\sphericalangle CAD = \sphericalangle CBE = 90^0$.

Să se arate că mijlocul M al lui DE este independent de poziția lui C. Să se rezolve geometric această problemă.

Gh. Bercea

4331. Să se calculeze limita expresiei

$$E = \frac{\arcsin(a+x) - \arcsin(a-x)}{\sin(a+x) - \sin(a-x)} + \frac{\operatorname{arc\,tg}(b+x) - \operatorname{arc\,tg}(b-x)}{\operatorname{tg}(b+x) - \operatorname{tg}(b-x)}$$

cînd x tinde către zero.

C. Ionescu-Țiu

4332. Un sistem optic este format din două lentile subțiri plan convexe de 10 dioptrii fiecare, așezate coaxial la 35 cm depărtare una de alta.

a) Să se determine distanța focală a fiecărei lentile în parte și raza de curbură a feței, știind că indicele de refracție al sticlei din care sînt confecționate este 1,8.

b) La 15 cm depărtare de prima lentilă se găsește un obiect luminos așezat perpendicular pe axul principal. Să se construiască imaginea și să se determine la ce depărtare de prima lentilă se formează imaginea definitivă.

c) Ce se întîmplă cu imaginea finală și cum se modifică mărimea ei liniară cînd a doua lentilă se apropie la contact de prima lentilă?

(Clasa XI, Olimpiada 1960, etapa regională)

4333. O sursă de curent electric este conectată într-un circuit care are rezistența exterioară formată dintr-un fir de oțel cu secțiunea de 3 mm^2 și lungimea de 150 m. Sursa are *f.e.m.* de 3 *V*, iar tensiunea la bornele ei este de 2 *V*. Să se calculeze:

a) Rezistența interioară a sursei.

b) Cantitatea de electricitate ce trebuie să treacă prin circuitul exterior ca să dezvolte 240 kcal. Se dă $\varrho = 0{,}12\ \Omega\ mm^2/m$.

(Anul II, șc. profesionale, Olimpiada 1960, etapa regională)

4334. Un corp aruncat pe verticală la t secunde după altul îl întîlnește pe acesta la înălțimea h; ele au fost aruncate cu aceeași viteză. Să se afle această viteză:

a) cînd cele două corpuri au fost aruncate de jos în sus.

b) cînd unul a fost aruncat în sus, iar celălalt în jos.

(Anul I, șc. pedagogice, Olimpiada 1960, etapa regională)

4335. O triodă are panta statică $p = 1{,}32$ m/*V*, iar rezistența interioară $R_i = 53\,000\ \Omega$. Să se calculeze factorul de amplificare static și dinamic precum și panta dinamică a tubului, știind că în circuitul anodic se găsește o rezistență de 2 $M\Omega$.

Romulus Sfichi, Sighișoara

4336. O rețea de difracție are 450 trăsături pe 1 mm. Studiind la spectroscop difracția prin rețea obținută de la o sursă de lumină monocromatică, se constată că este necesară o rotație de $15^0 20'$ a lunetei spectroscopului pentru a se obține două franje consecutive. Care este culoarea luminii monocromatice?

Mercheș Ioan, Botoșani

4337. Dacă există relația $a + b + c = 0$, atunci avem și relația

$$\frac{a^5 + b^5 + c^5}{(a^2 + b^2 + c^2)(a^3 + b^3 + c^3)} + \frac{a^7 + b^7 + c^7}{(a^3 + b^3 + c^3)(a^4 + b^4 + c^4)} =$$

$$= \frac{(a^3 + b^3 + c^3)(a^4 + b^4 + c^4)}{(a^2 + b^2 + c^2)(a^5 + b^5 + c^5)} + \frac{(a^2 + b^2 + c^2)(a^7 + b^7 + c^7)}{(a^4 + b^4 + c^4)(a^5 + b^5 + c^5)} = 2$$

Dan Florescu, elev, București

4338. Pe laturile AB, BC, CA ale unui triunghi echilateral se iau respectiv, punctele M, N, P astfel încît $AM = BN = CP$. Dreapta AN se taie cu BP și cu CM respectiv în A_1 și C_1, iar CM se taie cu BP în B_1. Să se arate că:

a) Triunghiul $A_1B_1C_1$ este echilateral;

b) Ortocentrele acestor două triunghiuri echilaterale se găsesc în același punct.

Corneliu Georgescu, Craiova

4339. Nu există un număr întreg m astfel încît printre numerele $C_m^0, C_m^1, \ldots, C_m^m$ să existe același număr de numere pare și impare.

(Cl. X, Olimpiada 1959, Moscova)

4340. Suma pătratelor distanțelor de la vîrfurile unui cub la o dreaptă oarecare care trece prin centrul său este constantă.

(Cl. X, Olimpiada 1959, Moscova)

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI *)

E: 1540. La un schimb de muncă, 2 muncitori au depăşit norma faţă de tovarăşii lor din schimbul I, cu 2520 kg cărbune.

Ştiind că 25% din cantitatea normei muncitorilor din primul schimb face 20% din norma muncitorilor din schimbul al II-lea, să se afle cantitatea de cărbune scoasă de fiecare muncitor pe oră ?

B. I. Baieră

E: 1541. De pe straturile cu ardei din parcela de legume a unei şcoli s-au obţinut 91 kg ardei. Să se calculeze cantităţile respective ştiind că $1/3$ din cantitatea de gogoşari este egală cu $1/2$ din cea de ardei graşi şi cu $2/3$ din cea de ardei lungi.

Viorel Grigore

E: 1542. Un trapez isoscel are baza mare de trei ori cît baza mică, iar înălţimea dublul bazei mici. Să se demonstreze că diagonalele sînt perpendiculare.

* * *

E: 1543. În 1958 s-au însilozat 1 527 000 tone porumb, iar în 1959 peste 3 000 000 tone.

Să se exprime în procente cu cît a crescut cantitatea de porumb siloz în 1959 faţă de 1958.

D. Bătineţu

E: 1544. Ce cantitate de sămînţă de sfeclă de zahăr cu puritatea $P = 99\%$ şi puterea de germinaţie $G = 98\%$ este necesară pentru însămînţarea unui hectar, ştiind că norma teoretică este de 29,106 kg/ha.

Viorel Grigore

E: 1545. O *g.a.c.* termină prăşitul porumbului în 4 zile. Ştiind că în prima zi a prăşit $\frac{1}{5}$ din toată suprafaţa, în a doua zi $\frac{3}{8}$ din rest, în a treia zi $\frac{5}{8}$ din noul rest, iar în a patra zi restul, să se afle suprafaţa totală cultivată cu porumb şi cît a prăşit în fiecare zi, dacă în a treia zi a prăşit cu 3 ha mai mult ca în a doua zi.

I. Albescu, Făgăraş

E: 1546. O plută de pe Bistriţa, trece prin faţa unei pietre în timp de 60 secunde ; prin faţa unei lunci în timp de 2 400 secunde. Ştiind că lunca are lungimea de 1 170 m, să se afle lungimea plutei şi viteza ei.

Proca Nicolae, elev Cluj

---

*) V (E: 1541, 1545, 1546, 1549, 1553); VI (E: 1540, 1543, 1544, 1548, 1550, 1552); VII (E: 1542, 1547, 1551, 1554).

E: 4547. Să se demonstreze identitatea:

$$\frac{a-bc}{(a-b)(c-a)}+\frac{b-ac}{(a-b)(b-c)}+\frac{c-ab}{(c-a)(b-c)}=1$$

Justin Andreescu, elev Or. Stalin

E: 1548. Intr-o *g.a.c.* două echipe au de scos sfeclă de zahăr. Dacă prima echipă lucrează 18 zile, iar două 16 zile, termină parcela prevăzută, precum și dacă prima echipă lucrează 21 zile și a doua 12 zile. În cît timp fiecare echipă în parte termină lucrarea?

I. Popov

E: 1549. Două automobile pleacă unul din București spre Ploiești, și celălalt din Ploiești spre București. Primul are viteza de 40 km/h și pleacă la ora 8, al doilea are viteza de 60 km/h și pleacă la ora 9.

Se cere: a) La ce distanță și la ce oră se vor întîlni, prima dată.

b) După ce ajung în orașele respective și considerăm că se întorc imediat la ce distanță se vor întîlni a doua oară? Distanța între orașe este 60 km.

C. Nicolau, elev s.m. 18 Bucureşti

E: 1550. La consfătuirea de la Constanța s-a spus: „Pînă în 1970 va trebui ca numărul de pomi fructiferi să ajungă la 140 000 000 bucăți, care să asigure o producție anuală de 1 800 000 tone fructe. Pe sortimente, producția de fructe va trebui să atingă următoarele proporții: mere 28%, pere 8%, caise 4%, prune 38%, nuci 7% iar restul alte specii".

Să se afle cîte tone de fructe se vor produce în 1970 pe sortimente.

D. Bătineţu

E: 1551. În triunghiul ABC bisectoarele unghiurilor B și C se taie în D. Paralele duse din B și C la aceste bisectoare întîlnesc prelungirile laturilor AB și AC în E, respectiv F. Se notează cu M intersecția lui CE cu BF.

a) Să se demonstreze că $BE = CF$; *b)* să se calculeze unghiurile triunghiului dat și ale paralelogramului $BDCM$, în cazul cînd $\sphericalangle E = 19^{0}16'$ și $\sphericalangle F = 39^{0}14'$.

Rodica Bazacov, elevă Tr. Severin

E: 1552. La Consfătuirea de la Constanța s-a spus: „...sarcina pe tractor convențional va spori de la 340 ha arătură normală la 430 ha arătură normală în 1960".

Să se exprime în procente cu cît își va mări productivitatea fiecare tractor convențional.

* * *

E: 1553. Cum putem aduce 6 kg apă de la un rîu, dacă avem numai un vas de 4 kg și unul de 9 kg.

M.F.L.

E: 1554. Un muncitor mai vîrstnic și unul mai tînăr lucrează la aceeași uzină. Cel vîrstnic face drumul în 30 minute și cel tînăr numai în 20 minute. Într-o dimineață, cel vîrstnic a plecat cu 5 minute înaintea celui tînăr. După cîte minute muncitorul cel tînăr ajunge pe cel vîrstnic?

M.F.L.

DIN EXPERIENȚA CERCULUI DE MATEMATICI DE LA INSTITUTUL PEDAGOGIC DE TREI ANI BUCUREȘTI

Asupra soluțiilor unor probleme publicate în G.M.F.-B nr. 1/1960

În cercul de studii al studenților Institutului Pedagogic București, secția Matematică-Fizică, s-au expus unele soluții ale unor chestiuni rezolvate în G.M.F.—B. nr. 1/1960. Le vom da mai jos, propunînd cititorului să le compare. Totodată s-a pus întrebarea: cînd unei probleme i se dau mai multe soluții, care este cea de preferat, în funcție de ce criterii; în ce cazuri două sau mai multe soluții sînt egal acceptabile prezentînd fiecare din ele anumite avantagii.

1. *Problema din nota de la pagina 21.* Se cere să se demonstreze relația (fig. 1).

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AM}{AN} = \frac{OM}{ON} \cdot \frac{AB}{AC}.$$

Scriind relația de demonstrat sub forma

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{OM}{ON} \cdot \frac{AN}{AM}$$

și considerînd dreptele AB, AD, AC date, trebuie să arătăm că expresia $\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AC}{AB}$ nu depinde de poziția secantei BC.

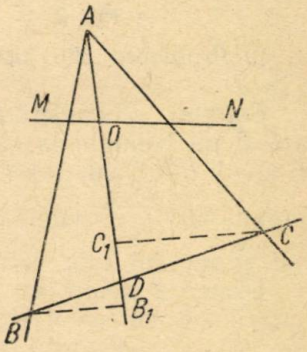


Fig. 1.

Soluție. Avem

$$\frac{DB}{AB} = \frac{\sin A_1}{\sin D} \; ; \; \frac{AC}{DC} = \frac{\sin D}{\sin A_2}$$

deci:

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{\sin A_1}{\sin A_2} = \text{constant.}$$

Observația 1. Dacă vrem o soluție care să nu folosească trigonometrie (definiția sinusului) putem transforma soluția dată astfel:

ducem $BB_1 \perp AD$; $CC_1 \perp AD$ și avem:

$$\frac{DB}{DC} = \frac{BB_1}{CC_1}; \quad \frac{DB}{DC} \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{BB_1}{AB} \cdot \frac{AC}{CC_1}.$$

Rapoartele $\frac{BB_1}{AB}$, $\frac{AC}{CC_1}$ nu depind de poziția punctului B pe AB, respectiv C pe AC.

Observația 2. Dacă considerînd încă un punct D' pe BC și dreapta AD', avem

$$\frac{D'B}{D'C} \cdot \frac{AC}{AB} = \text{const.} \text{ (independent de poziția secantei BC).}$$

Prin împărțire obținem proprietatea: raportul anarmonic este proiectiv.

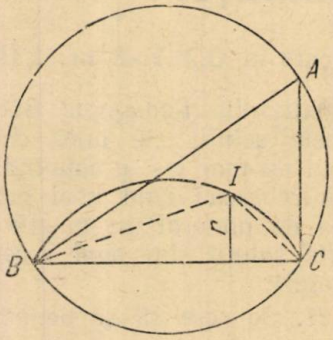


Fig. 2.

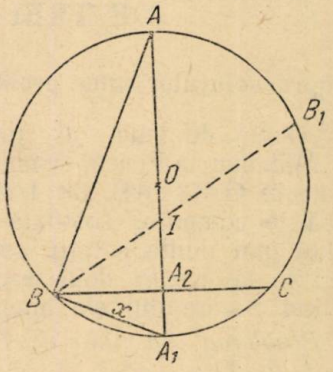


Fig. 3.

2. *Problema din nota de la pagina 27.* Să se demonstreze [1]) că $R \geqslant 2r$.

Soluție. Considerăm pe R dat. Căutăm să înscriem în cercul de rază R un triunghi la care r să fie maxim. Dacă BC e fix și A variabil pe arcul BC, locul lui I este arcul din punctele căruia BC se vede sub unghiul $90^0 + \frac{A}{2}$ (fig. 2); $r =$ distanța de la I la BC va fi maxim cînd triunghiul este isoscel.

Urmează acum să găsim care din toate triunghiurile isoscele are r maxim. Luăm pe A fix și BC o coardă variabilă perpendiculară pe AO (fig. 3). Cu ajutorul măsurii unghiurilor vedem că triunghiul BIA_1 este isoscel; deci, $r = BA_1 - A_1A_2$. Notînd $A_1B = x$ și ținînd seama că triunghiul ABA_1 este dreptunghic, iar BA_2 înălțime, avem

$$r = x - \frac{x^2}{2R}; \quad r = \frac{1}{2R}\left[R^2 - (R - x)^2\right]$$

Maximul lui r are loc pentru $x = R$ și este $r_{max} = \frac{R}{2}$,

[1]) În G.M.F.-B s-au dat trei soluții diferite, dintre care una simplă la pag. 377, iunie 1959, (N. R.).

ceea ce demonstrează relația dată și arată că semnul „=" este valabil în cazul triunghiului echilateral (dacă $BA_1 = R$, BA_1 este latura exagonului, iar BC a triunghiului regulat înscris).

3. *Problema din nota de la pagina 31.* În fig. 4, unde $B'N$, $C'P$, AA' sînt paralele, avem:

$$\frac{1}{B'N} + \frac{1}{C'P} = \frac{2}{A'M}.$$

Soluție. M fiind conjugatul armonic al lui R față de $C'B'$ (conform construcției polarei punctului R față de unghiul A), avem:

$$\frac{1}{RC'} + \frac{1}{RB'} = \frac{2}{RM}. \qquad (1)$$

Din cauză că $B'N \parallel MA' \parallel C'P$ avem

$$\frac{C'P}{RC'} = \frac{MA'}{RM} = \frac{B'N}{RB'} = k.$$

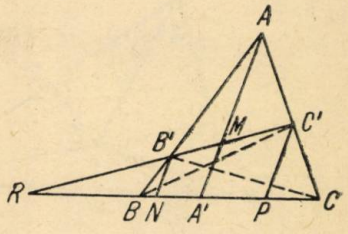


Fig. 4.

Înlocuind în (1) pe $\frac{1}{RC'}$ prin $\frac{k}{C'P}$ și analoagele, obținem relația ce se cerea demonstrată [1]).

4. *Problema 3484,* pagina 38 (ne referim numai la reciprocă). Dacă $b^2 = ac$, simediana AS din A, bisectoarea BN din B, mediana CM din C, sînt concurente.

Soluție. Avem $\frac{SB}{SC} = -\frac{c^2}{b^2}$; $\frac{NC}{NA} = -\frac{a}{c}$; $\frac{MA}{MB} = -1$ de unde, în baza relației $b^2 = ac$, rezultă

$$\frac{SB}{SC} \cdot \frac{NC}{NA} \cdot \frac{MA}{MB} = -1$$

deci conform reciprocei teoremei lui Ceva, dreptele considerate sînt concurente [2]).

5. *Problema 3508, pagina 40.* În soluția dată [3]) este nevoie de relația $\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{\cos \frac{B}{3}}{\cos \frac{C}{3}}$ (fig. 5).

Soluție. Ducînd din O perpendicularele OA', OB', OC' pe laturi avem

$$\sin x = \frac{OC'}{OA} = \frac{OB \sin \frac{2B}{3}}{OA} = \frac{1}{OA} \cdot \frac{OA'}{\sin \frac{B}{3}} \cdot \sin \frac{2B}{3} = \frac{OA'}{OA} \cdot 2 \cos \frac{B}{3}.$$

---

1) În G.M.F.-B se folosește aseminarea triunghiurilor. (N. R.).
2) În G.M.F.-B se folosește teorema lui Menelaus. (N. R.).
3) Autorul problemei folosește teorema sinusurilor. (N. R.).

Analog, $\sin y = \frac{OA'}{OA}$. $2\cos\frac{C}{3}$, de unde rezultă relația menționată.

6. *Problema 3510, pagina 42.* Se cere să se demonstreze relația

$$ap_a + bp_b + cp_c = 0,$$

unde a, b, c, sînt lungimile laturilor unui triunghi, iar p_a, p_b, p_c, proiecțiile unui segment orientat O_1O_2 pe laturi. Laturile se orientează în sens circular (de exemplu, $A \to B \to C \to A$), iar proiecția se ia cu „+" sau „—", după cum e în sensul laturii sau în sens contrar.

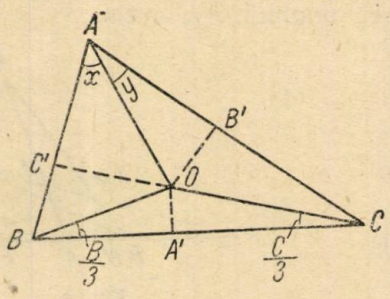


Fig. 5.

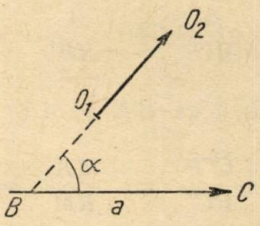


Fig. 6.

Observație. În enunțul publicat, O_1 și O_2 se iau în interiorul triunghiului, ceea ce nu este necesar.

Soluție. — Produsul $a \cdot p_a$ este egal cu lungimea O_1O_2 înmulțit cu proiecția lui $\overrightarrow{BC}$ pe O_1O_2 (cu aceeași convenție asupra semnului), ambele produse fiind egale cu a. O_1O_2. $\cos\alpha$ (fig. 6). Deci,

$$a \cdot p_a + b \cdot p_b + c \cdot p_c = O_1O_2.$$

(suma proiecțiilor segmentelor dirijate $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AB}$, pe O_1O_2).

Paranteza e nulă, conform teoremei lui Chasles (cu demonstrație imediată).

Observație. Teorema se extinde de la sine dacă în locul triunghiului considerăm un poligon oarecare [1]).

7. *Problema 3601, pagina 48.* Să se determine numărul de forma *abba* știind că în orice bază este un cub perfect.

Observație asupra enunțului [2]). Se dă soluția $N=1331$ care nu corespunde enunțului pentru bazele 2 și 3.

Observație asupra rezolvării. Se scrie :

$$N = ax^3 + bx^2 + bx + a = (x+1)[ax^2 + (b-a)x + a]$$

apoi se afirmă : „Pentru ca N să fie un cub trebuie ca :

$$A = ax^2 + (b-a)x + a = (x+1)^2,$$

afirmație nefundată : condiția pusă este suficientă, dar nu este necesară fără o demonstrație specială, de exemplu, ar putea fi : $x+1=2^2.3$, $(A=2.3^2.5^3)$; $N=(x+1)\ A=(x+1)^3$.

---

[1]) Problema 3510 este o urmare a problemelor 1908, 2546, 3039. La pag. 44 se arată că O_1 și O_2 pot ocupa diferite poziții. (N. R.).

[2]) Completarea $x > 3$ s-a făcut prin erata de la pagina 128. (N. R.).

Soluție. Din $x^3<n^3<x^4$ rezultă că n are două cifre. Dacă în orice bază mai mare ca 3, $N=$ abba este cub, să căutăm în baza 4. Prima cifră a lui n este 1, căci $(2.4)^3>4^4$; aceasta atrage $a=1$. N ar putea fi 1001, 1111, 1221, 1331, toate în baza 4. Verificînd direct, găsim că $1331_{(4)} = 11^3_{(4)}$.

Acum se verifică faptul că pentru orice bază $x>3$,

$$(x+1)^3=x^3+3x^2+3x+1.$$

Răspuns la întrebarea: *ce soluție trebuie preferată și în baza căror criterii*, desigur nu a fost elucidată complet în Cercul nostru; ea va continua să ne preocupe.

S-au examinat totuși, unele principii generale în această privință, care credem că sînt juste.

1. În primul rînd, o demonstrație trebuie să fie justă, riguroasă. În exemplul 7, această condiție noi zicem că nu este îndeplinită. Chiar dacă chestiunea este expusă succint, demonstrația riguroasă trebuie să poată fi refăcută de cititor; în soluția dată de noi în exemplul 1, nu s-a discutat sensul segmentelor, dar acest lucru poate fi făcut de cititor.

2. O soluție este cu atît mai bună cu cît se bazează pe mai puține cunoștințe presupuse știute dinainte. Astfel: în exemplul 1 s-a dat soluția a doua fără apel la trigonometrie; în exemplul 2, de asemenea nu s-a presupus cunoscută trigonometria, fără a prelungi prin aceasta soluția; în exemplul 5, s-a presupus cunoscută numai definiția sinusului și totuși avem o soluție mai scurtă.

3. Dacă două soluții diferite se sprijină în esență, pe aceleași cunoștințe, desigur este de preferat aceea în care lanțul judecăților și al relațiilor intermediare este mai scurt. Astfel, în exemplul 1 soluția din $N=1$ și cea dată mai sus se sprijină ambele, pe asemănări de triunghiuri, dar la noi sînt mai puține asemănări și mai puține construcții auxiliare; în exemplul 3, ambele soluții presupun cunoașterea diviziunii armonice, dar soluția noastră arată mai clar și direct faptul că relația de demonstrat este o consecință a faptului că AA' este polara lui R față de unghiul A; în exemplul 4, ni se pare mai just să legăm reciproca proprietății enunțate direct de reciproca teoremei lui Ceva și nu de construcții auxiliare.

4. Dacă o soluție deschide orizontul spre o chestiune superioară, deci spre o metodă mai generală și mai simplă — fără ca prin aceasta să devină mai greoaie — sigur că este de preferat. Astfel: în exemplul 1 este bine să se menționeze legătura chestiunii cu chestiunea „raportul anarmonic este proiectiv" care este fundamentală pentru tratarea geometriei cu un punct de vedere superior; în exemplul 6, soluția dată de noi nu numai că elimină o serie de calcule greoaie dar ea arată legătura chestiunii tratate cu teorema lui Chasles, care este foarte simplă dar e totodată un instrument general de lucru — aceasta și permite generalizarea imediată pentru cazul unui poligon.

Iată numai cîteva indicații mari. Corespondenții G.M.F.-B sînt din ce în ce mai numeroși, lucrează din ce în ce mai mult și mai sîrguincios și merită desigur toată lauda. Dar tocmai din acest motiv credem că e momentul copt ca ei să aibă mai mult în atenție și problema calității. Ei vor deveni mai buni matematicieni dacă vor căuta soluții cît mai simple și totodată cît mai generale. Un schimb de experiență între diversele Cercuri de matematice este, în această privință, foarte util. Iată decc am crezut oportun să înfățișăm aici unele discuții care au avut loc la Cercul Institutului Pedagogic București asupra acestei chestiuni.

Eugen Rusu

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Soluții bune primite pînă la 1 aprilie 1960, (urmare din numărul precedent)

TÎRNAVENI (Stalin). **Ş.m. „Al. Sahia".** Cl. IX. Costea Viorel (3957, 4002, 11, 13, 39, 43, 48, 50, 53, 60, 65, 67), Ifrimela Ştefan (3943, 45, 48, 57, 60, 65, 67, 4011, 13, 39, 50, 53).

TRUSEŞTI (Suceava). Cl. VIII. Dănilă Angela (3994, 4014, 32, E: 1441—45, 47, 48, 51, 72, 73, 75, 78), Odorica Iacob (3935, 38, 57, 63, 74, 94, 4013, 14, 17, 23, 32, 39, 77, E: 1432, 33, 36, 38, 43, 45, 51). Cl. IX. Mutuzac Elena (3928, 34, 35, 38, 60, 63, 74—77, 94, 4014, 17, 18). Cl. X. Bîzbac Elena (3935, 38, 42, 74, 4012, 17, 21, 23, 28, 32, 34, 39), Enache Viorica (3935, 38, 42, 57, 74, 77, 94, 4012—14, 17, 21, 23, 28, 32, 39), Silion Dumitru (3935, 37, 38, 42, 61, 62, 67, 74, 75, 87, 94, 4012, 17—19, 21, 23, 28, 32, 35, 36, 39). Cl. XI. Caradan Mihai (3928, 29, 35, 36, 38, 57, 59—61, 63, 67, 75, 79, 88, 94, 4007, 13, 14, 21, 59), Popovici Mihai (3931, 37, 38, 42, 65—67, 75, 77).

TURDA. **S.m. „Mihai Viteazu".** Cl. VIII. Creţu Caian (E: 1423, 41—43, 47, 50, 52, 55, 57, 67, 68, 71), Filip Maria (E: 1441—44, 47, 48, 50—52, 58, 62, 70), Kovrig Magdalena (E: 1441, 42, 44, 47, 50—52, 58, 66, 70). Cl. X. Pop Valer (3926, 28, 29, 43, 53, 54, 73, 75, 88, 94, 96, 4002, 14—17, 19—21, 26, 28—30), **Simpăşleanu I. Marin** (3897, 98, 903, 06, 07, 12, 21, 23—38, 40, 41, 43, 45, 46, 48, 53, 56, 59, 61—69, 72—78, 80, 81, 88, 93, 94, 97, 99, 4000, 0—7—13).

TULCEA. Cl. VI. Slavov Natalia (E: 1442, 44, 45, 48, 51—53, 72—74).

TURNU MĂGURELE. Cl. V. Balan Maria (E: 1435, 36, 42, 45, 47, 49—51, 57, 61). Cl. VII. Chelu Pandele (4011, 39, E: 1436, 41, 44, 52—55, 57). Cl. X. Cojocaru P. Sebastian (3897, 926, 28, 29, 31, 34, 37, 43, 57, 72, 74, 75, 92, 94, 4014, 15, 17, 19, 21, 24, 26, 28, 29).

TURNU SEVERIN. **Ş.m. 1 „Traian".** Cl. VIII. Brehui Margareta (E: 1441—44, 47, 48, 50, 51, 72, 73), Ogăşan Olguţa (E: 1429, 32, 33, 36—38, 41, 43, 44, 47, 50, 52). Cl. IX. Costea Nicolae (3926, 28, 31, 34, 35, 38, 57, 60—62, 64, 74—77, 85, 4002, 11, 14, 15, 17, 18). Cl. XI. **Roată Radu** (3925, 61, 62, 71, 75, 78, 4008, 09, 11—124, 26—29, 31—36, 38—40, 42, 43, 45, 51, 53, 57).

Ş.m. 2. Cl. VII. Surdei Maria (E: 1441, 42, 47, 50, 52, 55, 64, 73, 75, 77, 78, 80, 81). Cl. IX. Mocioiu I. Dorin (3926, 28, 60, 61, 63, 67, 74, 4002, 12—15, 17, 19). Cl. XI. Nănuţ I. Ion (3915, 26, 38, 54, 60, 62, 74, 88, 94, 4000, 02, 10, 12—15, 17, 19—21).

Şc. prof. şantierul naval. An I. Lăcătuş Brajna P. Ion (E: 1441—50, 52).

TUZLA (Constanţa). Cl. VII. Filip Ana (E: 1436, 38, 42, 44, 45, 47, 48, 50, 57).

VASLUI. **Ş.m. „Ştefan cel Mare".** Cl. XI. Roşca Dumitru (3974, 94, 98, 4015—19, 23, 24, 28, 55, 56, 66, 70).

Ş.m. „Mihail Kogălniceanu". Cl. VII. Corcotoi Ioan (E: 1441, 44, 48, 51, 52, 63—65, 67, 68, 70).

VIDRA. Cl. XI. Dorobăţ Nicolae (4014, 15, 17—22, 23, 33, 64, 70, 72, 74, 82).

ZALĂU (Cluj). **Şc. de 7 ani Romînaş.** Cl. VI. Elec T. Maria (E: 1428, 30, 35—38, 48, 49, 57, 68). Cl. VII. **Cucuianu T. Floarea** (E: 1432, 33, 36, 38, 39, 41—44, 47, 49—53).

* * *

Pînă la 1 mai 1960 s-au mai evidenţiat următorii rezolvitori de probleme din G.M.F. seria B:

1. *Bănică Gh. Constantin* (cl. XI. Cîmpulung Muscel). 2. *Scarlat C. Nicolae* (cl. XI ş.m. 1 Piteşti), 3. *Angelache C. Tudorică* (cl. XI ş.m. 1 Piteşti), 4. *Stratan Gh. Gheorghe* (abs. Caracal), 5. *Munteanu Valeriu* (an I grup tehnic sanitar Bucureşti), 6. *Marinescu Nicolae* (cl. X şc. ped. înv. Buzău), 7. *Popa Nicolae* (cl. X ş.m. 1 Focşani), 8. *Ciuciu I. Cornel* (cl. X ş.m. 1 Cîmpina), 9. *Stoichescu Al. Dan* (cl. XI ş.m. 20 Bucureşti), 10. *Pascu Nicolae* (cl. BI ş.m. Codlea), 11. *Ştefan I. Corneliu* (cl. XI Alexandria), 12. *Ghica S. Anton* (cl. VIII ş.m. 3 Piteşti), 13. *Gonciar Andrei* (cl. XI ş.m. Feteşti-gară), 14. *Ghiţă R. Teodor* (cl. X Bolintinul din Vale Bucureşti), 15. *Simpăleanu I. Marin* (cl. XI ş.m. 1 Turda), 16. *Timuş M. Dan* (cl. XI ş.m. 1 Ploeşti), 17. *Pitea M. Theodor* (student I.P.G.G. Bucureşti), 18. *Fotescu M. Marin* (cl. VII Brăneşti-Vedea), 19. *Coşulschi S. Mircea* (cl. X Petroşani, Hunedoara), 20. *Teodorescu Radu* (cl. X ş.m. 1 Piteşti), 21. *Albu Toma* (cl. X Petroşani-Hunedoara), 22. *Stan Mircea* (cl. X ş.m. 1 Bucureşti), 23. *Popescu Gh. Domiţian* (cl. IX ş.m. 24 Bucureşti), 24. *Perşoiu I. Titus* (cl. XI ş.m. 1 Giurgiu), 25. *Mocanu Marcel* (cl. XI ş.m. 1 Bucureşti), 26. *Popoiu Constantin* (cl. XI ş.m. 3 Galaţi), 27. *Răşcanu Radu* (cl. XI ş.m. 1 Bucureşti), 28. *Ghidalison Mia* (cl. XI ş.m. 3 Galaţi), 29. *Adameşteanu Ion* (cl. X ş.m. 1 Piteşti), 30. *Ene I. Traian* (cl. X ş.m. 1 Ploeşti), 31. *Socoliuc Gh.* (cl. XI Suceava), 32. *Patriciu Ştefan* (cl. XI ş.m. 6 Or. Stalin), 33. *Rădulescu Spiridon* (cl. XI Moreni), 34. *Lupu Victor* (cl.

XI ș.m. 3 Galați), 35. *Costache G. Ioan* (cl. X ș.m. 1 Ploești), 36. *Chiva N. Petre* (cl. IX ș.m. 1 Pitești), 37. *Predescu I. Maria* (cl VII Moreni), 38. *Sucitu Gheorghe* (cl. IX ș.m. 3 București), 39. *Vlahovici Nicolae* (cl. X Baia Mare), 40. *Stan Ștefan* (cl. IX ș.m. 7 București), 41. *Tutoveanu* Olga (abs. București), 42. *Costanda I. Cristian* (cl. X ș.m. 1 Brăila), 43. *Razmos Valentin* (abs. Baia Mare), 44. *Vlad I. Valentin* (cl. X ș.m. 7 București), 45. *Bluoss I. Hans* (cl. X ș.m. 7 București), 46. *Drugea Gheorghe* (cl. X ș.m. 1 Ploești), 47. *Dimovici Sami* (cl. VIII ș.m. 1 Pitești), 48. *Marinescu Alexandru* (cl. X ș.m. 1 Ploești), 49. *Constantinescu Marcel* (cl. X ș.m. 3 Ploești), 50. *Poșircă M. Ioan* (cl. X ș.m. 1 Rîmnicu Vîlcea), 51. *Lang Hugo* (cl. XI ș.m. 2 Sibiu), 52. *Strugaru Gheorghe* (cl. X ș.m. 1 Rîmnicu Vîlcea), 53. *Soroceanu Mihai* (cl. XI Suceava), 54. *Mirzea Petru* (cl. X ș.m. 1 Timișoara), 55. *Mororaru Valeriu* (abs. Zeletin Bacău), 56. *Tarnu Constantin* (cl. XI Blaj), 57. *Pavel N. Radu* (cl. X ș.m. 2 Craiova), 58. *Crăcea I. Gh.* (cl. X ș.m. 2 Brăila), 59. *Stoica Aurel* (cl. X ș.m. 8 Cluj), 60. *Pravăț Vasile* (cl. XI Adjud), 61. *Bejan Costel* (cl. XI ș.m. 3 Galați), 62. *Vlădoreanu Cornel* (cl. XI ș.m. Codlea), 63. *Danciu Iulian* (cl. IX ș.m. 2 Brăila), 64. *Alexandru Șt. Cornel* (cl. XI Bolintinul din Vale București), 65. *Moțit Horia* (cl. IX ș.m. 2 Brăila), 66. *Maniu Horia* (cl. XI ș.m. 4 Cluj), 67. *Andraș T. Traian* (cl. X ș.m. 2 Brăila), 68. *Teodorescu Catrinel* (cl. X ș.m. 10 București), 69. *Petzelt Carol* (cl. XI ș.m. 4 Cluj), 70. *Pirvulescu Ovidiu* (cl. XI Drăgănești-Olt), 71. *Feldstein Doru* (cl. XI ș.m. 3 Galați), 72. *Raicu Viorel* (cl. XI Drăgănești-Olt), 73. *Gheju Petru* (cl. X ș.m. Făget-Timișoara), 74. *Barbu Gh. Emil* (abs. Drăgășani), 75. *Ghițea Rodica* (cl. VIII ș.m. 1 Oradea), 76. *Kakco Francisc* (cl. XI Tîrgu Mureș), 77. *Dan Ioan* (cl. XI Făgăraș).

* * *

Pînă la 1 mai 1960 s-au mai primit soluții bune la problemele propuse în G.M.F. seria B în numerele 1, 2, 3 din acest an, după cum urmează:

ABRUD. Ș.m. „Horia, Cloșca și Crișan". Cl. XI, Buruz Vasile (3973, 74, 76, 78, 80, 4008—10, 12, 13, 23, 24, 31, 36, 51, 66, 70—72, 80, 88), Ursu Moise (3973, 74, 76, 78, 80, 4008—10, 12, 13, 23, 31, 36, 51, 61, 66, 70—72, 82).

AIUD (Cluj). Ș.m. „Avram Iancu". Cl. IX. Ciucudeanu Nicolae (397—76, 80, 94, 4002, 14, 15, 17—19, 22).

ALEXANDRIA (București). Ș.m. „Al. I. Cuza". Cl. XI. *Ștefan I. Corneliu* (3926—30, 32, 45, 36, 38, 41, 43, 49, 54, 59—63, 67, 73—76, 88, 92, 94, 4002, 04, 12—20, 26—29, 31, 32, 34, 35, 38—40, 42, 44, 45, 51).

ARAD. Ș.m. 1 „Ion Slavici". Cl. VI. Mureșan Smaranda (E: 1442, 44, 49—53, 56, 57, 68), Selmereanu Radu (E: 1442, 44, 49—53, 56, 57, 68). Cl. VII. Loșniță Felicia (E" 1441, 42, 44, 48—53, 56, 57, 68, 70, 71). Cl. VIII. Stoenescu Marina (4064, E: 1443, 45, 50, 52, 66—68, 71, 75, 81, 82). Cl. IX. Ciurea Sorin (3974—76, 94, 95, 4080, 81, 83, 86). Cl. X. Bătăneanț Dorel (3926—29, 31, 32, 42, 51, 71, 73, 74, 4014—19, 21, 22, 24, 26, 28, 29, 33, 35, 40, 53), Fejer Geza (4010, 14—17, 21, 23, 28, 64, 69, 70), Guleș Sorin (3973, 4014, 15, 17—22, 28, 29), Iacobovitz Noemi (3975, 76, 4002, 14, 15, 17, 18, 29, 49, 54), Macovei Rodica (4063, 64, 66—72, 81, 83, 88, 92), Papp Erhardt (4014, 15, 17—24, 26, 28—36), Ponta Marius (4014, 15, 17, 19, 21, 23, 69—72), Popescu A. Dorel (3943, 50, 54, 58, 60—64, 67—69, 73—75, 79), Toma Dorel (3928, 29, 49, 75, 76, 92, 94, 4002, 14—19), Vasiliu Ruxandra (4014—22, 27—29, 31, 67), Vărșendanu Ioan (4054, 66, 67, 69—72, 94, 95, 97, 99, 105).

Ș.m. 3. Cl. VIII. Soreanu Petru (4013, 17, 22, 64, E: 1441, 46, 47, 57, 58, 62, 63, 65—68, 70—76, 78, 80—82).

BABADAG. Cl. IX. Andrei Gh. (3972, 73, 75, 76, 80, 92, 94, 4008, 10—13, 17, 18, 22, 23, 35, 39).

BACĂU. Ș.m. 1 „Gh. Bacovia". Cl. X. Negrescu Nicolae (3973—76, 78, 81, 83, 85, 94, 99, 4002, 09—13), Sîrbu Angela (3973—76, 78, 83, 92, 94, 4002, 09, 11—13, 15, 17, 19, 28, 42).

Ș.m. 2 „V. Alecsandri". Cațichi Smaranda (4017, 19, 31, 66, 70, 71, E: 1441, 44, 52, 72, 83, 75).

Ș.m. ADJUD. Cl. VIII. Bogea I. Ion (3974, 92, 94, 4002, 14, 17, 40, E: 1441—45, 47—52, 54, 57, 58); cl. XI. *Pravăț V. Vasile* (3926, 28, 29, 31, 36, 41, 43, 49, 52, 54, 71, 74—76, 79, 88, 90, 92, 94, 95, 4002, 12, 14, 15, 17—22, 26—28, 31, 33, 34, 38, 42, 45, 46, 51, 53, 64, 66, 70, 72, 80, P).

Șc. de 7 ani *Păunești*. Cl. V. Anghel Lenuța (E: 1443—45, 48, 49, 51, 53, 57, 67, 68, 73, 74, 77, 80, 81), Berbece Georgeta (E: 1442, 44, 45, 48, 51, 57, 73, 74, 81), Cautiș I. Aurel (E: 1442, 44, 45, 48, 51, 67, 68, 73, 74, 81), Milea Severin (E: 1441, 44, 45, 48, 51, 57, 67, 73, 74, 81), Mocanu Aurora (E: 1442, 44, 45, 48, 51, 57, 69, 73, 74, 80, 81), Nica C. (E: 1442, 44, 45, 48, 50, 57, 68, 73, 74, 81), Nica C. (E: 1442, 44, 45, 48, 51, 57, 67, 68, 73, 74, 81). Cl. VI. Anghel N. Costică (E: 1442, 44, 45, 48, 51, 57, 69, 73, 74, 80, 81), Nica C. (E: 1442, 44, 45, 48, 50, 51, 57, 73, 74, 81), Apostu H. Gh. (E: 1442, 44, 45, 47, 48, 51, 53, 67, 73, 80), Bogdan Maria (E: 1448, 49, 52,

56, 72—74, 77, 80, 81)), Manea Tatiana (E: 1442, 44, 45, 48, 51, 56, 67, 68, 73, 74, 81). Cl. VII. Berbece C. Dumitru (4013, E: 1449, 57, 60, 67, 68, 72, 73, 75, 76, 81), Dodu Virginia (E: 1442, 49, 52, 53, 56, 70, 71, 73, 75, 76, 81), Moise Nicolae (3937, 45, E: 1441, 47, 49, 57, 60, 64, 67, 68, 70, 71), Novac I. Virginia (E: 1443, 49, 53, 56, 57, 59, 67, 68, 73, 74, 81), Vasilache Maria (E: 1457, 67, 68, 70—82).

BAIA DE ARIEŞ (Cluj). Cl. VIII. Ciura I. Alex. (4014, 15, 17, 19, 22, 23, 35, 39, 57, E: 1454, 55, 58, 60, 63—65, 67, 68, 70). Cl. X. Totolici Gabriel (3801, 43, 51, 61, 63, 64, 94, 4010, 11, 15, 18—20, 22—26, 28—32, 34, 36, 58, 60, 64, 65, 67—69, 72).

BAIA MARE. Abs. *Razimos Valentin* (3971—76, 88, 94, 95, 4004, 14—22, 26—29, 31—34, 37—39, 46, 48, 64—82). Cl. VII. Gheţie Mircea (4013, E: 1443, 44, 47, 51, 52, 59, 75, 78). Cl. VIII. Hainrich Margareta (4086, E: 1454, 58, 60, 67, 68, 72, 73, 85—78, 80, 81), Iliesu Florin (4017, 23, 29, 31, 35, 39, 64, 75, 86, E: 1458, 59, 78), Olteanu C. Aurel (E: 1441, 44, 45, 47, 51, 52, 55, 58, 66, 68, 70, 73, 85, 78, 88), Onisiu Delia (4013, 39, E: 1443, 44, 47, 48, 52, 58, 59, 75, 78). Cl. IX. Barbul Maria (3976, 81, 83, 85, 4012, 17, 23, 24, 31, 35, 36), Taifuac Silvia (3934, 35, 60, 61, 81, 4002, 23, 24, 35, 36). Cl. X. Bazintan Const. (4014, 15, 17, 19, 21, 24, 27, 28, 60), Duca Carmencita (3974, 77, 78, 80, 82, 88, 94, 4002, 09, 10, 12—15, 17, 19, 21, 23, 24, 28, 32, 60), *Vlahovici Nicolae* (3971, 74—78, 80—82, 88, 94, 4002, 08—24, 26—32, 35, 36, 39, 46, 60).

BALŞ (Craiova). Cl. VII. Voiculescu V. Florian (E: 1458, 62, 64—66, 68, 72—76, 78—82).

BECHET (Craiova). Cl. VIII. Cauciuc I. Oprea (E: 1443, 44, 47, 50—52, 62, 63, 68, 72, 73, 75, 76, 80, 81).

BISTRIŢA (Cl. X. Armenişan Ioan (4014, 15, 17—21, 23, 24, 27, 28, 34, 36, 40, 92), Roşca Iuliu (3875, 76, 78, 80, 81, 88, 4002, 09—19, 21, 24, 26, 28, 35, 36, 57, 82, 86, 88, 89), Tîra Grigore (4014, 15, 17—19, 21, 23, 24, 32, 34, 36), Verveagă T. (3971, 72, 74, 88, 96, 4064, 66, 67, 70, 72).

BIRLAD. An II pedagogic. Tabuşcă Ioan (3972—76, 83, 85, 92—94, 4017, 29), Cl. VIII. Baltă Mioara (4013, E: 1447, 55, 58, 67, 70, 73—75, 78, 81), Bercu Leia (E: 1441, 51, 56, 58, 72, 73, 75, 78, 80, 81). Constantinescu Alexandrina (3992, 94, E: 1441—44, 47, 51, 58, 59, 75, 79). Mocanu Maricica (3992, 94, E: 1441—44, 47, 51, 58, 59), Moişanu Elena (3992, 94, E: 1442—44, 48, 51, 52, 58, 67 71). Cl. IX. Coţonanu Virginia 3928, 66, 76, 92, 4017, 18, 49, 54, 75, 80), Solomon Vladimira (3928, 34, 60, 63, 76, 81, 92, 4017, 80). Cl. X. Alpern Alice (3975, 92, 95, 4002, 10, 13—15, 17, 19, 20, 24, 60, 64, 67, 69, 70, 74, 74), Bigu Elena (3974—76, 88, 94, 4002, 14, 5, 18—21, 28, 46, 64, 67, 71, 72, 82, 92), Spiratos Valeria (3984, 95, 4010, 13—21, 23, 24, 28—30, 40, 60, 67) Topală Const. (3974, 76, 78, 81, 4011, 13—17, 21, 24, 32, 34, 52, 58, 64, 70, 71, 86), Turcanu Gh. (3974, 75, 78, 92, 4002, 12—20, 43, 60, 65, 69, 70, 74).

BLAJ. S. m. „I. Mureşan". Cl. XI. *Tarnu Const.* (3971—76, 78, 79, 81, 88, 92, 94, 95, 99, 4002, 08—17, 19—24, 26—28, 31, 32, 34—36, 39, 42, 45, 46, 53, 57, 59, 60).

BOLINTINUL DIN VALE (Bucureşti). Cl. X. *Ghiţă R. Teodor* (3925, 28, 29, 34 36, 37, 43, 60, 61, 63, 67, 72—76, 78, 80, 85, 88, 90, 95, 99, 4000, 02, 05, 10, 11, 13, 14, 17, 18, 20, 21, 23, 24, 26, 27, 29—31, 42, 45, 49, 50, 53, 54, 64, 65, 67, 69, 72, 78). Cl. XI. *Alexandru Şt. Cornel* (3969, 71, 74—76, 83, 85, 86, 90, 92, 97, 98, 4000, 03, 05, 07, 10—24, 26—30, 33, 43, 53, 58, 64, 66—68, 70, 71).

BOTOŞANI. Sc. de 7 ani *Mindreşti*. Cl. V. Axinte D. Viorica (E: 1441, 42, 51, 73, 81).

S. m. 1. Cl. X. Amurăriţei Gh. (3972, 74—76, 94, 4002, 08, 10, 12, 13), Coluschi Gh. (3973, 81, 94, 4008, 10, 12—15, 17—19, 21, 22, 24, 31, 34).

S. m. 2. „M. Eminescu". Cl. VIII. Malameu Elena (E: 1441—44, 47, 48, 51, 56, 58, 73, 75, 78), Vasilescu Mihaela (4073, E: 1472—76, 78, 80, 81, 83). Cl. X. Constantin Radu (3973, 78, 92, 4010, 12—15, 17—21, 24, 26—29, 31—33, 36, 40, 42, 45, 46, 51, 53, 63, 66, 69, 70, 72, 81, 83, 88, 92, P), Dumitrescu Gh. Doru (3973, 74, 76, 80, 94, 4002, 09, 12, 13), Vaiser Gherta (3978, 83, 85, 92, 4002, 15, 18—22, 28, 29, 32, 53). Cl. XI. Constantin Mircea (4015—17, 19, 21, 22, 24, 31, 34, 51, 56, 64, 88, 92).

BRĂILA. Ş. m. 1. Cl. VIII. Belcin A. Georgeta (4015, E: 1457—59, 70, 71, 75, 78, 84, 86, 87), Brebenel Alexandrina (4039, E: 1458, 67, 68, 70,73, 75, 78, 81, 85, 88, 99), Constanda D. Graziella (4014, 15, 17, 39, E: 1455, 58, 75, 78, 87, 95), Dumitru Suzana (4015, E: 1458, 63, 71, 73, 75, 78, 81, 86, 88), Gherguş Felicia (4017, 18, 54, 64, E: 10459, 62, 66, 67, 80, 71, 75, 78), Gomolea Viorica (4039, 75, 105, E: 1468, 70, 85—88, 91), Langa Frusina (3994, 4011, E: 1441, 44, 46, 57—59, 67, 70, 74), Moldoveanu Marioara (3994, 4012, 13, 39, E: 1441, 43, 44, 47, 48, 50, 58, 75, 78, 81), Montestanto Ionelia (4039, 85, 86, E: 1467, 68, 73, 75, 81, 88), Munteanu Mariana (3994, 4086, 105, E: 1457—59, 63, 67, 68, 70, 71, 75, 78, 84, 86, 87), Orăşanu Mariana (4039, 86, E: 1467, 68, 73, 75, 78, 81, 88), Palaga Florina (4012, 39, 86, E: 1432, 45, 46, 48—51, 71, 75, 82), Pălineanu Paula (4013, 19, E: 1441, 43—45, 51, 52, 72—75, 77, 78, 80), Stanciu Paulina (3994, E: 1441, 50, 58, 63, 66, 70—73, 75, 80, 88,

92), Stănescu Gloria (4039, 91, E: 1458, 68, 70, 73—75, 77, 80, 81, 87, 88, 91), Slădescu Doina (4045, 57, 58, E: 1463, 70, 71, 73, 75, 77, 78), Toncea N. Elena (4013, 39, E: 1441, 43—45, 48, 51, 52, 63), Ţigănuş Maria (4012, 13, 39, 86, E: 1441, 43, 45, 47—52, 75, 78), Tiripa Elena (4068, 105, E: 1450, 58, 70, 71, 75, 78, 86, 91, 95). Cl. IX. Buzea Titina (3974, 75, 77, 81, 93, 4012—15, 19, 22, 23, 83), Gheorghe Dan (3973, 74, 94, 4014, 15, 17, 19, 22, 64), Gheorghe Pompiliu (3974, 77, 80, 81, 94, 4013—15, 17, 23, 64, 83), Ioan Ana (3073, 74, 94, 99, 4013—15, 17, 64, 68), Jiga Viorica (3973, 74, 94, 99, 4013—15, 17, 23, 64, 68), Löhr Friderica (3974, 76, 94, 4014, 15, 17, 19, 22, 23, 64, 83, 88), Mihai Silvia (3973, 74, 94, 99, 4012—15, 17, 64, 68, 93), Mîndroiu Niculina (3973, 74, 94, 99, 4013, 15, 17, 23, 64, 68), Pricop Maria (3974, 76, 94, 4014, 15, 17—19, 22, 23, 64, 83), Roşca Florenţa (3975, 77, 81, 94, 4013—15, 19, 22, 23, 83), Tripon Victoria (4014, 15, 17—19, 22, 64, 83, 97, 105), Tudorache Eugenia (3974, 94, 4014, 15, 17—19, 22, 23, 64, 83). Cl. X. *Constanda D. Cristian* (3971, 77, 80, 81, 4009, 0, 12—15, 17—24, 26—29, 31—36, 39, 40, 42—45, 51, 53, 57, 60, 63, 68, 70, 88), Doceanu Dochiţa (4014, 15, 17, 19, 21, 28, 39, 53, 60, 82, 92, 94, 97, 105), Gamilă M. Cornel (4014, 15, 17, 19, 28, 51, 53, 57, 71, 94, 105, 09), Miron P. Augustin (4014—19, 21, 22, 24, 27—29, 31, 33, 34, 51, 60, 66, 67, 71).

S. m. 2 „N. Bălcescu". Cl. VIII. Bibicu Ion (3992, 4011, 17, 35, 39, 40, 54, E: 1449, 50, 54, 55, 57, 63, 65—68, 71—75, 78). Cl. IX. *Danciu Iulian* (3969—79, 81, 83—85, 88, 90—92, 94—97, 99, 4001, 02, 07—12, 32, 53), Moţit Horia (3969, 73—77, 79—81, 92—94, 99, 4002, 08, 09, 11, 13—15, 17, 19, 20, 22—24, 29, 31—33, 35, 39, 40, 50, 53, 54, 57, 63, 66, 68—71, 75). Cl. X. *Andraş T. Traian* (3971, 72, 77, 83, 84, 88, 92, 4016, 18—20, 22—25, 28, 29, 31, 32, 34—36, 40, 50, 51, 53, 63, 65—82, 74, 80—83, 86, 92, 109, 15), *Crăcea I. Gh.* (3971, 72, 77, 83, 92, 4007, 14—26, 28, 29, 31, 32, 34—36, 40, 45, 50, 51, 53, 58—60, 63, 65—72, 74, 80—83, 86, 82).

S. m. 3. Cl. VIII. Căldărescu Dumitru (E: 1387, 89, 41—45, 47, 51), Cazacu Elena (4013, 35, 39, E: 1441, 42, 44, 51, 55, 57, 67, 72, 73, 75, 78, 80—82), Cerviş Ecaterina (E: 1441—44, 47, 50—53, 58, 73, 75, 80, 81), Daraban Elena (E: 1417, 19, 35, 66, 72, 73, 75, 78, 81), Decu Maria (E: 1441—15, 47, 48, 50—53, 56, 58, 60—67, 71, 73, 75, 81, 81, 86), Mihăilă Eufrosina (4011, 13, 86, E: 1453, 55—58, 65—67, 81, 73, 75, 80, 81), Palade Vasile (4013, 39, 86, E: 1441, 43—45, 48, 50—52, 72, 81), *Paraipan Mihai* (4017, 19, 39, 97, E: 1457, 67, 72, 73, 75, 78, 81, 87, 88, 90), Popa Manole Ionel (4013, 19, 39, E: 1441—44 48, 51, 53, 56—58, 72, 73, 75, 81), Stavăr Tudorel (4013, 35, 39, E: 1441—44, 46, 51, 52, 72, 73, 75, 78, 80—82). Cl. IX. Alexandru Nicoleta (3992, 4014, 15, 17, 19, 23, 31, 64, 70, 71), Andronescu Irina (4014, 15, 17, 19, 22, 34, 64, 70, 73, 80, 83), Gherghişan Petrica (3973, 4002, 12, 14, 15, 17—19, 23, 34, 39, 64, 86), Herşcovici Fani (3974—76, 4002, 14, 15, 17, 18, 64, 83), Pană Elena (3974—76, 94, 4002, 12—14, 17, 18, 40, 64), Pană Gabriela (3974—76, 94, 4002, 12—14, 17, 18, 40, 64), Schwartz Luji (3974—76, 4002, 14, 15, 17, 18, 64, 81, 83). Cl. X. Ene Ionel (3974—76, 4009, 13—15, 17—19, 21, 23, 24, 28, 31), Giurgiu Horia (4026, 64—67, 69—72, 74, 78, 81—83, 92), Simion Octavian (3974, 4013—15, 17—19, 21 24, 28, 36), Spătăreanu Vasile (3974—76, 4013—15, 17—19, 21, 27, 28, 31), Turcu Ion (3972, 75, 76, 90, 92, 95, 99, 4014, 16, 17, 19—21, 26—28, 50, 53).

BREAZA (Ploeşti). Lic. mil. „D. Cantemir". Cl. VIII. Ciomaru Vasile (4014, 15, 17, 18, E: 1441, 42, 52, 68, 73, 80, 81), Dima I. Iosif (4013, 15, E: 1441—44, 47, 50, 52, 73, 80, 81), Dogaru Gh. Marcel (3994, 4013, 15, E: 1441—44, 48, 50, 52, 75, 77), Dumitriu Emil (4013, 15, E: 1441—44, 47, 50, 52, 73, 80, 81), Găinuşe Anghel (4013, E: 1441—44, 47, 50, 52, 73, 75), Georgescu Const. (4013—15, 17, 18, E: 1441, 44, 52, 75, 81, 82), Iancu Stamate (4014, 17, E: 1441, 52, 72—75, 80, 81, 88), Ilie D. Aurel (4013, 15, E: 1441—44, 47, 50, 52, 73, 80, 81), Măcerean Gh. (E: 1413, 41—44, 47, 50, 52, 73, 75, 77), Năstăsescu A. Vasile (4015, 17, E: 1441, 42, 44, 51, 52, 72, 73, 80, 81), Năstăsescu A. Victor (4013—15, 17, 18, E: 1442, 44, 72, 73, 75, 80), Soveja Romeo (4013, 15, E: 1441—44, 47, 50, 52, 73, 75, 77), Şerban Mircea (4013, 15, E: 1441—44, 47, 50, 52, 73, 75, 87), Şerban Mircea (4013, 15, E: 1441—44, 47, 50, 52, 73, 75), Tudose I. Nicolae (4013, 15, E: 1441—44, 47, 52, 73, 75, 80, 81).

S. m. „Aurel Vlaicu". Cl. VIII. Băşanu Traian (3963, 92, 4011, E: 1455, 57, 58, 60, 63, 67, 68, 70—75, 78, 80—82), Crăciun Grigore (3963, 92, 4013, 49, E: 1441—45, 47, 50—53, 55, 57, 58, 60, 63, 68, 71—75, 78, 80—82, Croicu Emilia (3992, 4011, E: 1332, 36, 38, 39, 44, 50, 448, 51, 52, 57, 75, 78, 80), Florescu A. Ilie (3943, 63, E: 1432, 41—45, 47, 50—52, 55, 58, 67, 68, 71, 78), Sasu Florian (3992, 4013, E: 1441, 44, 52, 65, 67, 68, 73, 75, 78), Soare Const. 4013, E: 1441—45, 47, 50—53, 61, 75, 78), Stan C. Iuliana (3963, 68, 92, 4013, E: 1432, 36, 42, 48, 52, 57, 78), Vlădilă Ştefan (4013, E: 1445, 51, 52, 55, 57, 58, 67, 68, 70, 72—75, 78, 81, 82).

BUCUREŞTI. *Studenţi:* Pantelimon Gh.

(Mat-fiz.) (3971, 72, 74, 75, 88, 92, 99, 4002, 14, 15, 20, 27, 28, 42, 45, 51, 74, 83, 92, P), *Pitea M. Theodor* (I. G. G.) (3971, 73, 76, 95, 98, 99, 4014—36, 39, 41, 43, 49, 50, 55—57, 59, 60, 63, 64, 66—72, 83, 88, P).

Grupul şcolar sanitar. An. I. *Munteanu Valeriu* (3985, 87, 91, 95, 98, 4000, 03, 06, 22—38, 41—46, 50, 53—85, 89—103, 09, 114—18, 28, 29, P).

Absolvenţi: Mureşan Stanca (3971, 73—80, 83, 94, 95, 4004), *Tutoveanu Olga* (4014—24, 26, 28—36, 57, 59, 64, 66, 67, 70—72, 81, 94, 96—101, 09, 17, 18).

S. m. 1 „N. Bălcescu". Cl. VIII. Grigorescu I. Şerban (3971—74, 78, 83, 92, 94, 4002, 08—13, E: 1441, 43, 46), Grunblatt R. (3994, 4019, E: 1441, 42, 44, 47—53), Lăzărescu C. Toma (3973, 94, 4014, 15, 17—19, 22, 29, E: 1441, 42, 44, 58, 62, 70), Mihalache Dan (4039, 39, 85, E: 1441, 43, 46, 63, 67, 71, 75, 78). Cl. IX. Cristea Ricolae (3972, 74, 75, 81, 83, 85, 94, 4011, 14, 15, 17—19, 22, 26, 29—31, 34, 64, 70, 81, 83), Grunblatt (3971, 72, 74—76, 99, 4002, 12, 14, 15, 17—18, 23, 40), Mihuţ I. Ştefan (3925, 28, 29, 34, 36, 43, 60—62, 74—76, 4009, 12, 13, 18, 21, 23, 24), Vasilescu Mihaela (E: 1441, 43, 44, 47, 50, 52, 60, 63, 65, 70, 72—75, 80). Cl. X. Măchiţă I. Gh. (4014, 15, 17, 19, 23, 24, 28, 31, 34—36), *Stan A. Mircea* (4014, 15, 17—26, 28—30, 32, 38, 42, 43, 45, 49, 50, 54, 61, 64—72, 76, 77, 80, 83, 85, 92, 94—96, 99, 105, 115, P. N), Stenţel Nicolae (3973—78, 80, 83, 94, 95, 4002, 14—19, 23—25, 28, 29, 31, 32, 34—36, 49, 50, 58, 60, 64, 67, 70, 88). Cl. XI. *Mocanu Marcel* (3974, 75, 78, 79, 82, 94, 4010—14, 16—18, 20—24, 26, 28, 30, 32, 34—36, 39—41, 49, 50, 55, 57—60, 63, 64, 67, 72, 73, 79, 80, 83, 85, 88, P), *Răşcanu Radu* (3925, 28, 29, 34, 36, 40, 41, 43, 64—67, 75, 79, 83, 88, 90, 92—96, 99, 4002, 10—15, 17, 19, 21, 24, 40, 45, 50—54, 56, 59, 77, 81—83, 90—92, P).

Şc. m. 3 „Ion Neculce". Cl. VI. Andrei Romulus (E: 1442, 43, 47, 52, 72, 73, 80, 81), Sucitu Alex. (4011, E: 1443, 52, 54—57, 60, 72, 73, 77, 80, 81). Cl. VIII. Ionescu N. Ştefan (4015, 64, 69, E: 1055, 72, 73, 75, 78, 80, 81), Moscovici Lucian (4015, 17, 19, 24, 39, E: 1457, 64, 67, 68, 70, 77, 80, 81). Cl. IX. *Sucitu Gheorghe* (3973, 76, 78, 80, 81, 95, 4008—13, 18, 20—26, 29—32, 35, 36, 39—41, 43, 49—51, 57, 63, 64, 68, 70—72, 83, 85).

Ş.m. 4 „Aurel Vlaicu". Cl. VIII. Maxim Paul (3992, 94, 4014, 40, 51, 53, 75, E: 1441, 43, 50, 52, 58, 63, 71, 74, 75, 78, 80).

Ş.m. 7 „I. L. Caragiale". Cl. VIII. Vlad Virgiliu (3944, 4013, 39, E: 1441, 44, 50, 54, 56, 58, 63, 65, 66, 72, 73, 75, 80, 81). Cl. IX. Radian Thea (3969, 73—75, 94, 4014, 15, 17, 19, 22, 29, 31, 64, 70), *Stan Ştefan* (3972, 77, 83, 85, 87, 91, 94, 99, 4002, 09—15, 17, 18, 23, 24, 26, 30, 43, 49—54, 57, 63, 64, 68, 70, 71, 75, 80, 81, 83, 85, 93), Cl. X. Balter Henri (3972—76, 78, 80, 92, 93, 96, 97, 99, 4009, 12, 13), *Bluoss I. Hans* (3972, 73, 83, 85, 90, 92, 94—97, 99, 4003, 10, 14—24, 26, 28, 29, 31, 33, 35, 36, 39, 40, 42, 45, 50, 51, 54, 57, 60), Dobrescu Mihai (3977, 78, 80, 81, 4009—13, 23, 24, 35, 36, 39, 58, 60), Duţică Cristian (2969, 72, 74, 75, 78, 80, 81, 92, 93, 96, 99, 4008, 10—12, 15), *Vlad I. Valentin* (3973—78, 80, 81, 88, 90, 92, 94, 96, 97, 4002, 08—15, 17—21, 23—28, 39, 40, 45, 51, 53, 56).

Ş.m. 8. Buiculescu Doina (3971—76, 83, 94, 4002, 15, 17, 18, 64, 70, 83).

Ş.m. 10. Cl. VIII. Niculescu Liliana (4086, E: 1454, 57, 58, 60, 62, 63, 65, 68, 70—76, 80—82). Cl. X. Finţescu Elena (4020, 40, 46, 51, 54, 57, 65, 67, 81, 92, 93), *Teodorescu Catrinel* (4066, 76, 77, 81, 85, 92, 95—99, 105, 07, 09, 12, 15, 17, 18, 25, 31—36, 42, 45—47, 52—54, 62, 66, 68, 71, 72, 75, 77, 83).

S. m. 11. Cl. V. Cristescu Eugenia (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 72, 74, 81), Maftei Sorin (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 73, 74, 81, 87, 88), Popa Iulian (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 73, 73, 81), Rădulescu Dorin (E: 1449, 55, 56, 68, 71—73, 80, 81, 87, 88), Sevian Radu (E: 1445, 47, 49—51, 55, 57, 61, 73, 74, 81, 87), Segal Adriana (E: 1442, 50, 51, 55, 57, 73, 74, 81, 87, 88), Stănciulescu Radu (E: 1443, 45, 49, 50, 57, 61, 73, 74, 81, 87, 88), Varke Viorel (E: 1447, 49, 50, 56, 73), Cl. VI. Dăbuleanu Anca (E: 1442, 44, 47, 49, 51—53, 73, 80, 81), Gherghiceanu Radu (E: 1472—74, 80, 82, 83, 87, 90—92), Horobeţ Adriana (E: 1442, 44, 50—52, 73, 81, 87, 88, 91, 92), Lupu Sorin (E: 1442, 44, 52, 53, 73, 81, 87, 90—92), Medaru Dorina (E: 1454—57, 67, 68, 72—74, 76, 77, 80—83, 87, 88, 90—92), Cl. VIII. Agrocostea Mihai (4017, E: 1441, 48, 51, 52, 58, 66, 67, 73, 75, 80, 82), Cancer Şerban (E: 1441, 43—52, 57—59, 62, 63, 70, 75, 82), Pantazi Emanuel (3992, 94, 4011, 39, 85, E: 1441—44, 47—53, 57, 58, 62, 67, 68, 70—75, 80—82), Ursulescu Florin (4013, 17, 19, 35, 39, 57, E: 1441, 44, 48, 51, 52, 58, 67, 73, 75, 80, 82). Cl. IX. Ghiţă I. Viorel (3974, 76, 95, 4002, 11, 14, 15, 17—19, 22, 23, 26, 35, 39), Jugănaru Ştefania (3994, 99, 4002, 04, 14, 26, 42, 45, 74, 75, 80, 82), Popescu T. Cornelia (4014, 15, 17, 20, 64—66, 60, 70, 72, 80, 81, 83, 86), Rădulescu Dan (3972—77, 80, 81, 4002, 12), Roşca Ion (3974—76, 92, 4002, 14, 15, 17, 18, 53). Cl. X. Cristescu Dragoş (4014, 15, 17, 19—21, 23, 24, 28, 32, 35, 36, 64, 72, 99, 105). Cl. XI. Dragoş Mihai (3951, 73, 75, 76, 4009, 10, 14, 15, 17—22, 24, 28, 29, 31, 32, 39, 45).

S. m. 12. Cl. VII. Hajoș Ladislau (E: 1441, 45, 52, 57, 68, 75, 77—79). Cl. VIII. Ciobanu Mircea (3994, 4011, E: 1441, 43—45, 47, 50—52, 54, 56, 58, 61, 66—68, 71), Lazarovici Cristian (3994, 4011, 13, 38, E: 1441, 43, 44, 50, 58, 67, 73, 75, 80, 81), Matei Ilie (3994, 4013, 86, E: 1441, 43, 44, 47, 48, 50, 52, 58, 70, 75, 78, 81), Șerban Sergiu (3994, 4013, 39, 57, E: 1441, 43, 44, 56, 58, 61, 66, 67, 71, 75). Cl. IX. Iancu Barbu (3974, 76, 83, 94, 95, 99, 4002, 12, 14, 15, 17, 18, 22, 70, 83), Vodă Viorel (4020, 26, 27, 40, 51, 64, 70, 73, 74, 82, 92, P).

Ș.m. 15 „Elena Sîrbu". Cl. X. Jaliu I.

Ș.m. 15 „Elena Sîrbu". Cl. X. Jaliu I. Cristel (3970, 72, 75, 94, 95, 97, 4009, 10, 12, 13), Negru Silvia (3972, 74, 90, 92, 94, 96, 4014—19, 21, 28).

Ș.m. 16 „Gh. Coșbuc". Cl. VIII. Mendelsohn Marina (E: 1441, 42, 45—53), Petrescu Adina (3994, 4040, E: 1454, 55, 57, 62, 63, 66—68, 70—73, 75), Siegler Goldița (4013, 86, E: 1441, 43, 44, 47, 48, 50, 51, 73, 78, 80, 81). Cl. X. Emanoil Alexandru (3973—76, 78, 80, 84, 88, 94, 4009—12).

Ș.m. 17 „Matei Basarab". Cl. VIII. Faibiș Beno (3974, 77, 92, 4011, 13, 35, 51, 57, 59, 68, 93, E: 1441—53, 64, 77). Cl. X. Cerbu Jeger (3974, 78, 81, 99, 4009, 10, 12—15, 23, 24, 31, 40, 53). Cl. XI. Laurescu C. (3970—72, 74—76, 90, 92, 94, 96, 98, 99, 4002), Olteanu S. Victor (3971—80, 85, 88, 90, 92—95, 99, 4002, 04, 08—13, P).

Ș.m. 18 „M. Eminescu". Cl. VIII. Moldoveanu Theodora (4086, E: 1441, 52, 63, 71—74, 76, 77, 80, 81). Cl. X. Pîrșan Liviu (4051, 64, 70, 82, 83, 92, 96, 99, 109, 115). Cl. XI. Chiriță Marcel (3971, 77, 79, 93, 4005, 07, 34, 51, 63, 64, 66—72, 74, 78—80, 82, 83, 88, 92, 93), Nicolau A. C. (4016, 20, 26, 27, 39, 64, 70, 80, 83, 93).

Ș.m. 20 „Gh. Șincai". Cl. X. Ivănescu Eugen (3974, 78, 92, 99, 4002, 09, 12—15, 17, 19, 23, 24, 31, 34), Roșculescu Radu (3974—76, 78, 80, 81, 4009—15, 17, 18, 21, 24). Cl. XI. *Stoichescu Al. Dan* (4016—24, 26—40, 42 44, 46, 49—51, 53—58, 60, 63—40, 43, 45, 50—54, 82, 92).

Ș.m. 21. Cl. X. Boiangiu Cristian (3971—73, 80, 81, 4008, 11, 24, 25, 27—29, 36, 48, 60).

Ș.m. 22 „Gh. Lazăr". Cl. VII. Grigorescu I. Iolanda (E: 1441—53, 57, 60, 62—68, 70, 71). Cl. X. Florescu Dan (3973—75, 83, 85, 92, 94, 96, 4002, 14, 15, 17—22, 28, 31, 40, 53, 45, 50—54, 82, 92).

Ș.m. 23 „D. Bolintineanu". Cl. VIII. Cleanoveanu Eugen (3992, 94, 4011, 13, 15, 17, E: 1443, 45, 48—50, 53). Cl. X. Răcăuțeanu Nicolae (4014, 15, 17—21, 24, 27—29). Cl. XI. Necula Virgil (4014, 15, 17—22, 26—34, 38, 42, 43, 45, 50, 52, 54, P).

Ș.m. 24 „B. Alecsandri". Cl. IX. *Popescu Gh. Domițian* (3971—77, 80, 81, 83, 92, 94, 95, 99, 4002, 04, 08—11, 14, 15, 17—19, 22, 23, 26, 29, 29, 30—32, 34, 40, 45, 49, 51, 54, 63, 65, 66, 68—72).

Ș.m. 25. Cl. XI. Catrina Dumitru (4039, 42, 43, 45, 54, 56, 57, 60, 66, 67, 70—72, 76, 81—84, 91, 92, P), Marinescu Viorel (3928—31, 4014, 15, 18, 19, 29, 40).

Ș.m. 26. Cl. IX. Bobocan C. Gabriel (3972—76, 83, 85, 91, 92, 94, 95, 99, 4002, 14, 15, 17—20, 22, 26, 40, 42, 45, 49—51, 54, 64, 70, 72, 76, 81, 83, 85).

Ș.m. 27. Cl. X. Predoiu Gh. (3973, 74, 76, 94, 95, 4002, 14, 15, 17, 18, 29).

Ș.m. 28. Cl. X. Constantinescu Șerban (4022, 29, 31, 34—36, 39, 49, 63, 64, 68, 70, 72, 88).

Ș.m. „Filimon Sîrbu". Cl. VII. Popescu Ilie (E: 1441, 43—45, 47—55, 57, 58, 62, 63, 67, 68). Cl. IX. Vinea Vladimir (4014, 15, 17—20, 22—24, 29, 35, 39, 53, 54).

Grupul școlar Lacul Tei. Cl. VIII. Rosenblau Peter (E: 1441, 43, 44, 47, 52, 66—68, 74, 75).

Șc. de 7 ani nr. 49. Cl. VII. Mereuță Anca (E: 1429, 32, 33, 36—39, 41, 44, 45, 47, 51, 57, 63—65, 70—73).

Șc. de 7 ani nr. 56. Cl. VI. Zanezip Silvia (E: 1442, 44, 45, 48, 50—54, 57, 68, 72—74, 77, 80, 81).

Șc. de 7 ani nr. 82. Cl. VI. Ludwig Alexandru (E: 1442, 44, 52—54, 65, 68, 72—74, 77, 80, 81). Marcovici Elda E: 1442—44, 47, 51—58, 50, 72—74, 77, 81).

Șc. de 7 ani nr. 124. Cl. VI. Miron Sprin (E: 1441, 45, 49, 52, 54, 57, 68, 72, 73, 80).

Șc. de 7 ani nr. 169. Cl. VII. Bendic Mircea (E: 1444, 60, 68, 71—76, 80—82).

Șc. de 7 ani nr. 177. Cl. VII. Martin Maria (E: 1429, 32, 36—38, 43, 47, 50, 57, 68).

BICAZ. Cl. IX. Sorin Mihai (3972, 74—76, 83, 94, 95, 4014. 15, 17—19, 81, 83).

BUHUȘI. Cl. XI. Savinoiu Vasile (3992, 4016, 20, 27, 41, 51, 70, 72, 81, 83, 85).

BUȘTENI. Cl. IX. Constantinescu Marius (3974, 75, 80, 81, 83, 94, 4011—15, 17, 18, 22, 39, 54, 64, 66, 70, 81).

BUZĂU. Șc. pedag. înv. Cl. X. *Marinescu Nicolae* (3969—78, 80, 81, 83, 88, 91—95, 4002, 08—24, 26—36, 38, 39, 42, 43, 45, 49, 50, 54, 57, 60, 63—70, 72, 76, 81, 83, 85, 86, 91).

Ș.m. 2. „M. Eminescu". Cl. X. Bocioacă Radu (3972, 4015, 17, 19, 21, 23, 24, 28, 36, 46, 67), Ilie Maria (3992, 4011, 13—15, 18, 19, 21, 28, 29, 39, 40), Uzum Ana (3973, 74, 76, 92, 4014, 17, 21, 22, 28, 32, 40, 46, 72), Văceanu Florica ;3974, 94, 4014, 17, 21, 22, 28, 29, 32, 40, 58).

Șc. de 7 ani *Haleș*, comuna *Valea Rea*. Cl. VI. Cîmpeanu N. Angela (E: 1450, 60, 72—75, 77, 80—82), Mazilu Elena (E: 1442,

45, 47, 52, 68, 72—74, 77, 80, 81), Negulescu Elena (E1 1442, 45, 47, 67, 68, 72—74, 77, 80, 81, 83), Stanciu Nicoleta (E: 1460, 71—75, 77, 78, 80—82), Vişan R. Victoriţa (E: 1442, 47, 52, 57, 67, 68, 72—74, 77, 80, 81), Zirna Elena (T: 1442, 47, 52, 57, 68, 72—74, 77, 80, 81). Cl. VII. Costache G. Victoria (E: 1441, 42, 47, 52, 72—75, 77, 78, 80, 81), Cristudor Elena (E: 1446, 72—75, 77, 78, 80—82), Enache Dumitru (E: 1441, 42, 44, 47, 72—75, 77, 78, 80, 81). Enache I. Maria (E: 1441—44, 47, 52, 72—75, 77, 78, 80, 81), Giurgea M. Maria (E: 1441, 42, 52, 72—75, 77, 78, 80, 81), Ruseu Ion (E: 1441, 50, 72—75, 77, 78, 80, 81), Teodoru I. Mariana (E: 1441—45, 57, 72—75, 77, 80, 81), Voicilă C. Elena (E: 1441—43, 49, 52, 72—75, 77, 78, 80—82).

BUZIAŞ (Timişoara). Cl. V. Andraş Aurelia (E: 1442, 45, 47, 49, 50, 52, 57, 73), Opriş Viorel (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 72, 74, 81), Rotho Ion (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 73, 74, 81). Cl. VI. Adamescu (E: 1442, 44, 45, 49, 51—53, 68, 73, 74), Jurchescu Mihai (E: 1442, 44, 45, 47, 49—53, 57), Lăpădat Eugenia (E: 1414, 29, 30, 36, 42, 45, 44, 47, 49, 52), Slavu Carmen (E: 1454, 57, 68, 72—74, 80, 83, 87, 88). Cl. VII. Gagea Dorica (E: 1457, 63, 64, 67, 68, 73, 74, 77, 80, 81), Grofşoreanu Cornel (E: 1442, 44, 45, 49, 51—54, 57, 68), Popescu Viorel (E: 1467, 73, 74, 77, 80, 81, 84, 88, 92, 94), Samauţ Emilia (E: 1457, 63, 64, 67, 68, 73, 74, 77, 80, 81). Cl. VIII. Cuţitoiu Iuliana (E: 1441—44, 47, 49, 52, 72, 74, 75, 77). Cl. IX. Doboşan (3992, 4014, 17, 19, 23, 26, 35, 39, 53, 64).

CALAFAT. Cl. VII. Diaconescu Gh. (E: 1441—44, 47, 50—52, 72, 73, 81), Diaconescu Irina (E: 1441—44, 47, 50, 51, 73, 80, 81). Cl. X. Gidea Elena (3984—76, 94, 4002, 14, 21, 72, 92), Voncu M. Ştefan (4008—13, 15, 17—19, 21, 34—36, 64, 70). Cl. XI. Moţăţeanu (3974, 75, 77, 79, 88, 4007, 08, 11—13, 15, 19, 23, 24, 28).

CĂLĂRAŞI. Cl. VII. Apostol Dan (E: 1442—44, 47—53, 65, 70, 72, 73, 75, 78, 81), Begreanu Mircea (E: 1441—44, 47, 50—53, 64, 70, 72, 73, 75, 78, 80, 81). Cl. IX. Manciu Alexandru 13978, 80, 81, 4009, 10, 12—14, 17, 23, 24, 36, 39), Popescu C. Ştefan (4014, 17, 18, 20, 22, 27, 28, 58, 60). Cl. XI. Moldoveanu Maria (3975, 76, 88, 92, 94, 98, 4002, 14, 15, 17, 20, 22, 28, 32, 51, 53, 67, 70—72, 92).

CĂLIMĂNEŞTI. Cl. V. Giornoiu Doina (E: 1442—44, 57, 67, 68, 73, 74, 81), Tamcencu Al. (E: 1442—44, 57, 73, 74, 81).

CARACAL. Abs. *Stratan Gh. Gh.* (3931—38, 41—43, 45, 46, 48, 57—59, 63—68, 72—82, 87, 90, 95, 97—4000, 02, 04, 08—21, 23, 24, 26—32, 34—40, 42, 45, 48—51, 54—56).

Ş.m. 1. Cl. X. Iacob Traian (3971, 73, 91, 4014, 17—19, 21, 22, 29, 30, 34, 43, 49, 54, 64—66, 69), Rădulescu D. Tudor (3974—76, 81, 94, 4014, 53, 70, 71), Rădulescu Răzvan (3972—76, 83, 85, 88, 94, 4002, 12, 13).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1. Cl. VIII. Crețu Mariana (E: 14441—44, 47, 48, 51, 52, 55, 62, 63, 71, 73, 75), Neagu Lucia (4015, 17, 25, E: 1441—44, 47, 48, 51, 52, 55, 61, 73).

Ş.m. 2. Cl. XI. Petria Ion (3976, 81, 94, 4002, 06, 07, 09, 10, 12—15).

CEACOVA (Timişoara). Cl. XI. Buna Dan (3979, 94, 4011, 13—17, 19, 21, 23, 24).

CEHU SILVANIEI (Baia Mare). Cl. X. Tămăşan Teodor (3974, 76, 88, 4013—15, 19, 66, 70, 72, 86), Velea Ioan (4015, 29, 46, 51, 53, 64—66, 70, 72, 76).

CIMPIA TURZII (Cluj). Cl. IX. Suciu Ioan (3973, 78, 87, 92, 94, 4001, 02, 09, 10, 12, 13, 19, 24, 30, 36, 51, E: 1441, 50—52, 72—76, 80).

CIMPINA. Ş.m. 1 „N. Grigorescu". Cl. X. *Ciuciu I. Cornel* (3972—76, 78, 80, 81, 83, 85, 88, 90—92, 94, 96, 99, 4002, 09, 11, 13—24, 28, 29, 31, 32, 35, 39, 40, 45, 46, 47, 49, 51, 53, 54, 57, 60, 63, 68—70, 72, 80—83, 85, 88, 92, P), Vîlcu Gh. (3999, 4002, 12, 13, 23, 24, 28, 39, 72, 74, 81, 83, 85, 86). Cl. IX. Tudose Dumitru (3928, 31, 34, 43, 45, 49, 73, 75, 76, 94, 4002, 13—15, 17, 18, 29).

Ş.m. 2 „Ilie Pintilie". Cl. VIII. Gîrboveanu Adriana (3992, 4011, 13, 47, 54, 85, 86, E: 1439, 41, 43, 44, 67, 71, 75, 78).

CIMPULUNG MUSCEL. Ş.m. 1. Cl. VIII. Bicheru N. Nicolae (3992, 4002, 14, 17, 29, 40, 43, 51, 53, 54, E: 1441, 44, 64½). Cl. IX. Bădescu Lucian (3975, 92, 94, 99, 4002, 14, 17, 18, 26, 29, 40, 41, 51, 53, 54). Cl. X. Scărlătescu N. Doru (3978, 80, 81, 4009—13, 23, 24, 35, 39, 58, 60).

Ş.m. 2. Cl. IX. Popescu I. Ion (3984, 92, 94, 4001, 09, 11, 13, 40, 53, 57, 60, 73). Cl. X. Sîrbu Silvia (3974, 4009, 10, 12, 14, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 53, 67, 69, 70, 72, 82, 88). Cl. XI. *Bănică Gh. Const.* (3946, 52, 69—445, 49—51, 53—60, 63—83, 85—92, P).

Şc. pedag. înv. An. I. Alexe Iulia (4014, 22, E: 1441, 52, 72—76), Coman N. Maria (4017, 22, E: 1452, 54, 57, 72—76, 80, 81), Fulga G. Ana (4017, 22, E: 1441, 52, 72—76), Vişinescu Gherghina (4017, 22, E: 1441, 42, 57, 72—76), Georgescu P. Severică (E: 1441, 43, 47, 50, 52, 71—75, 78, 80, 81).

CLUJ. Student Bîrzan Romanel (Inst. Politehnic) (4001, 32—34, 44, 48, 51, 54, 64—67, 69—72, 74, 75, 80, 86).

Ş.m. 4 „Emil Racoviţă" Cl. BII. Bondrea Tiberiu (E: 1447, 58, 68, 70, 73, 74, 76,

80, 81), Morta Aurori (E: 1432, 36, 40, 44, 48, 50, 52, 56, 67, 71), Pagu Florin (E: 1441, 42, 50, 52, 57, 70, 71, 73, 74, 81), Stef Virgil (E: 1441, 42, 44, 45, 50, 52, 57, 58, 68, 75, 81). Cl. VIII. Avram Rodica (E: 1444, 63, 67, 72—75, 78, 80, 81), Chiriac Teodor Mircea (3992, 94, 4011, 39, 54, E: 1449, 53, 73, 80, 81), Morariu Simona (4085, 86, E: 1459, 63, 67, 68, 71, 75, 76, 78), Mureşan Lucia (4085, 86, E: 1459, 63, 67, 68, 71, 75, 78, 86). Cl. IX. Georgescu M. (4014, 15, 17—19, 22, 26, 32, 39). Cl. XI. Lungu Şerban (3971—74, 77, 78, 80, 85, 90, 95, 96.298, 4007, 18, 20, 23, 40, 45, 51, 55—57, 59, 67, 70), *Maniu Horia* (3971—77, 79, 80, 92, 94—99, 4002, 11—15, 17—22, 28, 29, 31—33, 45, 51, 53, 55, 56, 64, 65, 71, 72), *Petzelt Carol* (3972—80, 92, 94, 95, 98, 99, 4007—15, 17—24, 27—29, 31, 35, 36, 45, 55, 59, 60, 66, 70).

Ş.m. 5 „Gh. Barițiu". Cl. X. Tomuță Liviu (3969, 85, 4014, 15, 17, 18, 22—24, 26, 2—, 31, 34, 36, 39, 40).

Ş.m. 6 „Gh. Coşbuc". Cl. VIII. Geflea Alexandrina (3977, 4017, E: 1441—44, 63, 65, 70, 71), Naşcu Horea (3992, 4011, 13, 39, E: 1441, 44, 52, 71). Cl. XI. Moraru Radu (3974, 77, 78, 80, 88, 94, 4002, 08, 10, 12, 13, 15, 22—24, 45, 63, 64, 66, 68, 70, 72, 82, 92).

Ş.m. 8 „A. Şincai". Cl. VIII. Pop Marius (4013, 39, E: 1441—44, 48, 50, 52, 64, 72, 73). Cl. IX. Bilegan Const. (4013—15, 17, 19—21, 28, 39, 64). Fornea Mircea (4014, 15, 17, 18, 22, 26, 40, 41, 75, 80). Cl. X. Delegeanu Alex. (4014, 15, 17—19, 21, 28, 64, 68, 74), Simon Victor (3992, 4011, 13—15, 17, 19—21, 28, 39, 64), *Stoica Aurel* (3943, 69, 77, 78, 81, 92, 4009—13, 19—23, 26—34, 38, 39, 42, 43, 45, 53, 57, 58, 60, 64, 67—75, 79, 80, 82, 85, 86, 89, 92, P).

Ş.m. 13. Cl. VII. Berinde Mariana (E: 1458, 62, 63, 65, 70, 71, 75, 76, 78, 79).

Inst. pedag. înv. An. I. Rusu Cornelia (E: 1466—68, 72, 74—76, 78, 81, 82). An. II. Dan Florica (idem), Grăjdan Ioan (idem), Mureşan Sidonia (idem), Pleş Iuliana (idem), Silvester Erica (idem).

Şc. de 7 ani *Ponorel*. Cl. VI. Burz Nicolae (E: 1442, 44, 50—54, 57, 72—74, 77, 80—82).

CODLEA. Ş.m. „Al. I .Cuza". Cl. XI. Fătu Mihai (4014—20, 22, 26—28, 31—34). *Pascu Nicolae* (3969—81, 83, 86, 88—90, 92, 94—99, 4001, 02, 04, 08—24, 26—36), *Vlădoreanu Cornel* (3971, 72, 74—76, 78—80, 88, 94, 96, 98, 4001, 02, 12—24, 26—29, 31—35, 45, 55, 63, 64, 67, 70, 72, 80, 83).

CONSTANȚA. Abs. Andonian Emanuel (3972—75, 78, 92, 94, 95, 98, 99, 4001, 02, 04, 07, 13).

Ş.m. 1 „Mircea cel Bătrîn". Cl. IX. Roitman Mose (3972—77, 80, 83, 85, 87, 91—95, 99, 4001, 02, 06, 11—13, P). Cl. X. Bacalbaşa Nicolae (3970, 72, 74—76, 85, 90, 94—96, 99, 4002, 03, 08, 11, 14, 20—22, 29), Bădică I. Dan (3978, 85, 4009—13, 62, 63, 67), Canteş Erich (3970, 72, 73, 76, 85, 90, 97, 99, 4002, 08, 11, 15, 21, 28, 42), Oprea Octavian (3974, 92, 94, 4011, 13, 14, 16, 17, 35, 39, 76). Cl. XI. Bîrcă Cristian (3994, 95, 4002, 03, 29, 33, 54, 45, 64, 66, 67, 70, 72, 78, 81, 83).

Ş.m. 3. Cl. XI. Zlătăreanu Tudor (3972—75, 78, 83, 92, 94, 95, 99, 4001, 02, 09, 12, 13).

CRAIOVA. Ş.m. 2 „Fraţii Buzeşti". Cl. X. Stănescu Ortansa (4014, 17, 18, 21—24, 28—31, 34, 39, 64, 65, 68—70).

Ş.m. 3. Cl. VII. Buzescu Mihai (E: 1441—44, 47, 51, 52, 62, 68, 72, 73, 81). Cl. IX. Stoica Manuela (3973, 74, 4017, 18, 20, 29, 32, 64, 66, 68, 70, 72, 81), Mogoş Marina (3974, 94, 4014, 15, 17, 32, 66, 68, 70, 72). Cl. X. Nicolaescu Doina (3969, 95, 99, 4002, 11, 30, 33, 45, 68, 70, 74), *Pavel N. Radu* (3925, 69, 74—82, 88, 90, 92—94, 99, 4001, 05, 07—24, 27, 28, 31—36, 39, 51, 57, 59, 60).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Grecescu Valeria (E: 1442—44, 47, 48, 51, 72, 73, 75, 78, 81). Cl. IX. Iordăchescu Viorel (3990, 4014, 15, 17, 19, 20, 26, 32, 71, 72).

Şc. de 7 ani nr. 1. Cl. VI. Goga Ileana (E: 1414, 52—54, 57, 60, 68, 72—74, 77, 81).

Şc. de 7 ani nr. 2. Cl. VI. Iordăchescu Anca (E: 1435, 38, 48, 49, 57, 61, 73, 80, 81).

Şc. de 7 ani nr. 7. Cl. VI. Ghiţuleasa I. Dan (E: 1442, 43, 45, 49, 57, 68, 73, 74, 77, 81).

Şcoala cămin nr. 8. Cl. VI. Punariu Maria (E: 1442, 44, 49, 52, 57, 72—74, 80, 81), Vernica Magdalena (E: 1442, 44, 49, 52, 57, 72—74, 80—82), Vlaicu Eugenia (E: 1442, 44, 49, 50, 52, 57, 72—74, 80, 81).

Şc. de 7 ani nr. 9. Cl. VI. Cincheza Ecaterina (E: 1442—45, 50—52, 57, 72, 73, 81), Iancu Sanda (E: 1442, 44, 50—52, 57, 72—74, 81), Pelivan Ileana (E: 1442, 44, 52, 57, 72—74, 80, 81). Cl. VII. Zorlescu Augustin (E: 1441—44, 51, 52, 62, 64, 68, 72, 81).

Şc. de 7 ani nr. 10 „T. Vladimirescu". Cl. VI. Nicolescu Vasile (E: 1454, 55, 60, 62, 67, 70, 72—77, 80—82), Vasile Ion (E: 1444, 55, 60, 62, 63, 67, 72—77, 80—82). Cl. VII. Petrescu Maria (E: 1441, 43, 45, 47, 64, 67, 68, 73, 74, 76).

Şc. tehnică „Electro-putere". An. I. Duţu N. Cornel (3971, 73, 75, 77—82, 4004, 07—10, 12).

Şc. medie *Bechet* (Gura Jiului). Cl. X. Tone V. Cornel (3937, 73—76, 83, 92, 94,

4012—15, 17—22, 26—28, 31, 34, 51, 57, 70—72).

CURTEA DE ARGEȘ. Cl. IX. Manda I. Mihai (3972, 73, 4014, 15, 17, 18, 22, 25, 26, 29, 30, 39, 43, 45, 49—52, 54, 57, 61, 63—65, 68, 70, 71, 81, 83, 85). Cl. X. Bălășoiu I. Victor (3928, 29, 31, 39, 73, 74, 87, 88, 94, 95, 99, 4014, 16—19, 21, 23, 24, 28, 29, 34, 35, 58, 60, 64, 70, 72, 76).

Șc. de 7 ani *Ciofringeni*. Cl. VI. Dumitrașcu Liviu (E: 1442, 44, 45, 51, 52, 54, 57, 72—74, 80, 81).

DARABANI (Suceava). Cl. X. Moga Ion (3911, 23, 36, 74, 81, 88, 92, 4029, 40, 51, 64, 67, 70, 71, 73, 83, 86, P), Moga Victoria (3973, 81, 92, 4009, 11, 12, 14, 15, 18, 22, 23, 29, 31, 39, 42, 51, 64, 67, 70, 83).

DEJ. Cl. VIII. Fodor Dinu (4008, 11, 13, 57, E: 1441, 42, 44, 45, 47, 50, 52, 53, 75, 80, 81). Cl. X. Szabo Carol (4018, 20—23, 29, 32, 39, 57, 60, 63, 66—68, 70).

DEVA. Ș.m. „Decebal". Cl. VI. Răgălie Ștefan (E: 1442, 45, 47, 48, 50, 51, 55, 57, 72—74, 80, 81). Cl. X. Clipu Tudor (3971, 78, 80, 81, 4002, 09, 14—18, 22, 28, 32, 34). Egoi Eugen (3988, 94, 99, 4002, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 39), Radu Carmen (3972—76, 4002, 14, 15, 17—19), Zaharia Mihai (3974, 4011, 13—15, 17, 19, 54, 57, 70, 72).

Ș.m. „Dr. Petru Groza". Cl. V. Faur Rodica (E: 1442, 45, 47, 49—51, 55, 57, 61, 73, 74, 81).

Șc. pedag. „A. A. Kamenski". An. I. Maglașiu Otilia (E: 1441, 44, 47, 50—52, 56, 57, 67, 68).

DRĂGĂNEȘTI-OLT. Cl. IX. Văleanu M. Ion (3973—76, 99, 4002, 13—15, 17, 18, 26, 29, 70, 71). Cl. ZI. *Pîrvulescu Ovidiu* (397, 72—76, 92, 94, 95, 99, 4002, 04, 09, 11—18, 20, 21, 26—28, 31, 32, 38, 40, 42, 45, 48, 55, 63, 64, 69, 70, 72, 75, 82, 83, 92), *Raicu Viorel* (3978, 80, 90, 97, 4014—24, 26—31, 33—36, 38—40, 50, 57, 64, 66—70, 72, 76, 81—83, 88, 89, 92).

DRĂGĂNEȘTI-Vlașca. Cl. VIII. Boldei Steliana (4014, 15, 17, 21, 28, 32, E: 1441, 44, 48, 51, 52, 57, 58, 63, 67, 70—73, 75, 78).

DRĂGĂȘANI. Abs. *Barbu Gh. Emil* (3971, 73—77, 79, 83, 85, 92, 94, 99, 4009—15, 17—22, 27—29, 32, 40, 42, 45, 50, 51, 53, 67, 68, 70—72). Cl. X. Blidaru Ion (3971, 74, 78, 80, 95, 99, 4008, 10—12, 14, 20, 23, 28, 29, 35, 46, 58, 60, 64, 65, 67, 69, 70, 72, 92), Rîmniceanu Ion (4014, 15, 17—19, 21, 24, 64, 66, 70—72)

FĂGĂRAȘ. Abs. Vasile A. Ion (4014—22, 26, 28, 29, 31, 32, 64, 65, 67, 70, 72, 81, 83, 94, 95, 97—99, 105, 15, 18). Cl. XI. *Dan Ioan* (3972, 74—76, 83, 86, 90, 92, 94—96, 98—4000, 02, 14, 15, 18, 20—24, 26, 28, 29, 31—33, 42—45, 51, 53, 65, 67, 70, 72), Moțoc Rodica (3974, 76, 4002, 14—18, 21, 24, 28, 29, 60, 63, 64, 70, 72).

Șc. de 7 ani *Mîndra*. Cl. VI. Grama Gh. (E1 1425, 28, 35—37, 42, 44, 51, 52, 72—74, 81).

FĂGET (Timișoara). Ș.m. „Traian Vuia". Cl. VIII. Neagoe Petru (3992, 94, E: 1472—76, 78—81). Cl. IX. Lăpugeanu Alexandru (3973, 74, 76, 83, 85, 92, 94, 4012, 15, 17, 18, 22, 29, 30, 49, 51, 53, 54, 64, 66, 70, 72, 81, 83). Cl. X. *Gheju Petru* (3985, 90, 95—97, 99, 4009, 10, 13—15, 17—22, 24, 26—29, 31—33, 38, 40, 42, 45, 50, 53, 54, 64—67, 68, 70, 80, 82), Icobescu L. Petru (4994, 99, 4002, 14, 15, 17—20, 22, 28), Popa S. Petru (3973, 75, 85, 90, 92, 94, 96—99, 4002, 13—15, 17—20, 22, 28, 29, 33, 49—51, 54). Cl. XI. Capotescu Mircea (3971, 73, 74, 76, 78—80, 90, 94, 95, 97, 98, 4002, 04, 07—10, 12—16, 37, 40, 42), Costea Dumitru (3979, 90, 4012, 13, 16, 42, 49, 51, 56, 64, 66, 67, 69, 70, 72, 75, 80, 81, 83, 85, P).

FĂLTICENI. Cl. X. Cojocaru Mircea (3973, 74, 90, 92, 94, 4002, 14, 15, 17—19, 21, 22, 25, 28, 32, 38, 40, 51).

FETEȘTI-gară. Cl. X. Dobre Cornel (3976, 92—94, 99, 4002, 12—15, 17, 28, 32, 70, 92). Cl. XI. *Gonciar Andrei* (3971, 73—80, 88, 94, 96, 4002, 07, 10—15, 17—21, 23, 24, 26—28, 35, 39, 45, 46, 55—60, 64—72, 81, 86, 88, 93, P).

FILIAȘI (Craiova). Cl. VII. Calistrate C. Vasile (E: 1455, 57, 64, 66—68, 71, 75, 80, 81, 86).

FOCȘANI. Ș.m. 1 „Unirea". Cl. VII. Cîlțaru N. Nicolae (3993, 4011, 14, 39, 86, E: 1441, 43, 49, 50, 52, 53, 57, 67, 68, 71, 73, 81, 82, P), Niță Adrian (4014, 15, 17, 19, 22, 41—47, 50, 52, 53, 63, 67, 68, 70—73, 75, 78, 80, 81). Cl. VIII. Rozenberg Flavia (4017, 32, 35, 39, 49, E: 1447, 49, 50, 55—58, 60, 62—64, 66—68, 70—73, 75, 76, 80—82). Cl. X. Cîșțaru N. Oivdiu (3971, 72, 74, 75, 78, 80, 81, 87, 93, 4009, 11, 14, 15, 19, 23, 24, 31, 32, 36, 40, 57, 58, 60, 63—65, 68, 70, 72, 73, 88, 89, 90, P), Grădeanu George (3974, 75, 77, 88, 4009, 12, 14, 15, 20, 21, 28, 32, 51, 53, 60), Năstase Aurel (3974, 76, 92, 94, 4012—15, 17, 19—24, 27, 28, 33, 35, 66, 70—72, 92), Paraschiv Florin (3928, 31, 61, 67, 74—76, 78, 92—94, 96, 4002, 10—15, 17, 19—22, 24, 28, 32, 57, 58), Perju C. Gh. (3973, 76, 4011, 13, 15, 17, 21, 22, 31, 53, 70), *Popa Nicolae* (4014—45, 47, 49—51, 53—60, 63—70, 72, 76, 81—83, 88, 91, 92).

Ș.m. 2 „Al. I. Cuza". Cl. VIII. Brăileanu Simona (4039, E: 1468, 70, 73, 75, 81, 87, 88), Buzoicanu Maria (4013, E: 1441, 43, 44, 47, 52, 59, 67, 71, 75, 76, 78),

Filip Petre (4013, 39, E: 1441—44, 51—53, 65, 72—75, 78, 80, 81), Grozăvescu Brîndușa (E: 1441, 44, 52, 63, 67, 79, 71, 75), Horoviț Silviu (4013, E: 1441, 43, 44, 48, 51, 52, 71, 75, 78). Mendelsohn Rozica (4011, 13, 39, E: 1441, 43, 47, 50, 52, 67, 68, 72, 73, 75, 78, 81), Secară Sofia (E: 1441, 43, 44, 62, 63, 65, 67, 75, 76, 78), Victor Beatrice (3994, 4011, 13, 39, E: 1443, 44, 73, 75, 80, 81).

Șc. de 7 ani nr. 5. Cl. VII. Ionescu Stelian (E: 1441, 43, 44, 48, 51, 52, 58, 64, 66, 71, 75, 78).

GALAȚI. Student Vidrașcu Traian (3934—37, 57, 60, 62, 63, 66, 67, P).

Ș.m. 1 „V. Alecsandri". Cl. VII. Friederich Sergiu (E: 1441—44, 50, 53, 60, 62, 63, 65, 66, 68, 70). Cl. VIII. Postelnicu Rodiu (4013, 23, 23, 29, 35, 39, 57, 60, E: 1444, 63, 64, 77, 81). Cl. XI. Constantin Emil (4014, 15, 17—19, 27, 32, 64, 66, 67, 70—72).

Ș.m. 3 „Al. I. Cuza". Cl. VII. Marcus Sergiu (E: 1441—53). Cl. VIII. Dima Victoria (1: 1429, 32, 35—37, 47, 57, 60, 70, 71), Palic Teodor (4013, E: 1441, 43, 44, 51, 52, 55, 70, 73, 76). Cl. IX. Ionescu Al. (3972—74, 76, 92, 94, 4002, 12—15, 17, 26, 78), Stan Vasile (3972—76, 92, 99, 4002, 14, 15, 17, 18, 64), Tuchel Sanda (4014, 17, 18, 22, 29, 64, 71, 73, 81, 83), Vasiliu Paul (3972, 73, 75, 99, 4015, 17, 18, 22, 29, 64, 70), Cl. X. Ciprian Toader (4014, 15, 17—19, 21, 28, 97—99), Drăgoi Ionel (3971—75, 4014, 15, 17—19, 28), Gheorghiu Cristel (3978, 4002, 14, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 36, 60), Giurgea Virginel (3971—75, 94, 99, 4009—15), Iancovici Zelina (4014, 15, 18, 21, 28, 32, 70, 72), Preda Mihai (3973—76, 83, 92, 99, 4002, 14, 17, 18, 64, 81, 83), Spinache Dan (3972—75, 4014, 15, 17, 19, 28). C. XI. *Bejan Costel* (3970, 71, 78—81, 86, 96—99, 4004, 06—13, 16, 24, 26, 27, 31—35, 38, 40, 44, 49, 50, 54, 59, 64, 65, 67, 70—72, 83, P), *Feldstein Doru* (3970—76, 78—81, 83, 90, 92—96, 98, 99, 4002, 04, 06—13, 16—20, 22—24, 26—28, 32—34, 40, 45, 51, 58), Gheorghe Virginia (3971—76, 83, 88, 90, 92, 94—96, 98, 99, 4004, 14), *Ghidalison Mia* 3970—76, 78—81, 83, 86, 90, 92—99, 4001, 02, 04—22, 26, 29, 31, 32, 38, 45, 51), *Lupu Vicior* (3970—76, 78—81, 83, 90, 92—96, 98, 99, 4002, 04, 06—08, 10—12 14—24, 26—29, 31—34, 45, 59), *Popoiu Const.* (3970—81, 83, 88, 92, 94, 96 .98, 99, 4002, 04, 06—24, 26—29, 31—36), Vasiliu Rodica (3974—76, 92, 94, 4002, 14, 17, 18, 22, 29, 64).

Șc. de 7 ani nr. 21. Cl. VII. Modiga Lelia (E: 1441—43, 47, 50—52, 68, 75).

Șc. de 7 ani *Ruşatu*, Maria Marioara (E: 1441—48, 50—52, 58, 72, 73, 75).

Lic. Mil. „Mihai Viteazu". Cl. VIII. Dumitrescu Nicolae (4013, 88, E: 1441, 44, 45, 52, 57, 63, 66—68, 71, 72, 75), Florea A. Ștefan (4013, E: 1441, 44—46, 52, 57, 63, 67, 68, 71, 75). Cl. IX. Buftea Teodor (3928, 31, 38, 60, 72, 75, 76, 94, 4002, 11, 14, 15, 17, 18, 29), Ciocan I. C. (3972, 74—76, 83, 92—94, 4002, 14, 17, 18), Drăgan Nicolae (3963, 67, 78, 4002, 10—15, 17, 23, 24, 29, 35, 36, 39, 60—62, 75), Epurescu Const. (3972, 75, 76, 4002, 14, 15, 17, 18, 29), Necula Gabriel (3972, 74—76, 4002, 11, 14, 17, 18, 29), Libov Valeriu (3972, 75, 76, 4002, 14, 15, 17, 18, 29), Pavel Emil (3960, 75, 76, 4002, 11, 14, 15, 17, 18, 29). Cl. X. Bănică Aurel (3903, 13, 29, 34, 37, 62, 81, 4011, 14, 15, 17, 19, 28, 58), Dragoș Aurel (3960, 62—64, 4011, 13—15, 17, 28), Moișani Mihail (idem), Nițescu George (idem), Nițu Jan (3929, 34, 57, 60—62, 67, 76, 78, 80, 81, 4008, 09, 11—15, 17, 18), Popescu Octavian (3974, 78, 81, 86, 92, 4002, 08—11, 13, 17, 23), Ursu Const. (3960, 62—64, 4011, 13—15, 17, 28), Cl. XI. Alexandrescu Ion (3960, 62, 79, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 21), Andrei Dan (3974, 79, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 17—24, 32, 45), Andronache Gh. (3960, 66, 74, 94, 4009, 14, 18, 20, 21, 24, 45), Anghel Iordan (3974, 79, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 17—24, 32, 45), Angheluță Dumitru (idem), Bardi Const. (3974, 79, 81, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 20, 21, 24), Cazacu Const. (3962, 63, 66, 74, 79, 81, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 20, 21), Cojocaru Mihai (3960, 62, 79, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 21), Coman Mircea (3960, 62, 63, 66, 74, 76, 79, 81, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 17, 21), Costache Ovidiu (3974, 79, 81, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 20, 21, 24), Dineț Ioan (3974, 76, 79, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 17, 18, 21, 24, 32, 45), Gaiță Teodor (3974, 79, 81, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 20, 21, 24), Gafencu Vasile (idem), Mancaș Alexandra (idem), Manole Ion (idem), Paraschiv Apostol (idem), Herțig Eugen (3962, 63, 66, 74, 79, 81, 94, 4002, 09, 10, 14, 15, 20, 21), Petre Al. Cristian (3960, 62, 63, 66, 71, 76, 79, 81, 94, 4002, 09, 10, 14, 18—25), Suțiu Cornel (3960, 66, 74, 94, 4009, 14, 18, 20, 21, 24, 45).

GHERLA (Cluj). S. m. „Petru Maior". Cl. XI. Buiga Ion (3974—76, 88, 94, 98, 4002, 14—22, 27, 64—67, 69—72, 80, 82, 89).

GHIRDOVENI (Ploești). Cl. VII. Grigoraș Maria (E: 1392, 401, 06, 28, 30, 35, 52, 53, 57), Popescu Alexandrina (E: 1388, 92, 98, 401, 15, 18, 28, 52), Ștefan Maria (E: 1388, 92, 98, 401, 15, 17, 28, 52).

GIURGIU. S. m. 1 Cl. VIII. Grozeanu Ion (3992, 94, 4013. E: 1441—44, 47, 49—52, 55, 58, 63, 67, 68, 70), Mîrlogeanu R. Ilie (3976, 94, 4002, 14, E: 1444, 51, 52, 58, 71, 75, 78), Țapu Mircea (3994, 4013, 17, E: 1441, 43, 44, 48, 51, 63, 71, 75). Cl. XI. *Perșoiu I. Titus*

3974—81, 92, 94, 97, 99, 4000, 02, 07—28, 31—34, 36, 38, 39, 42—45, 56—60, P).

HAŢEG. Cl. X. Băcălețe Romulus (3972, 73, 92, 4014, 15, 17—19, 24, 28, 40, 46, 51, 53, 92).

HOREZU. Cl. X. Mihai V. Dumitru (4013—15, 18, 28, 29, 32, 70, 92).

Sc. de 7 ani *Văideni*. Cl. VII. Davidoiu I. Ioana (E: 1457, 68, 71—75, 77, 81, 82).

HUEDIN (Cluj). Cl. VII. Lazea Lucreţia (3994, 4013, 58, E: 1441, 42, 44, 48, 56, 71, 73). Cl. VIII. Bolba Petru (4013, E: 1442, 58, 72—75, 78, 80, 81), Ghila Nicolae (E: 1447, 66, 70—76, 81). Goia Gavril (4013, E: 1458, 68, 71—75, 80, 81), Olariu Ion (4013, E: 1442, 43, 52, 68, 71, 73, 75, 76, 78, 80, 81), Zirbo Rozalia (4013, E: 1424, 42, 44, 48, 73—75, 78, 81). Cl. IX. Goldea Marin (3975, 76, 81, 92, 94, 4002, 14, 26, 40, 71). Cl. XI. Sîrbu Dan (4014, 15, 17—20, 22, 26, 28, 33, 40, 53, 64, 67, 69, 70, 72, 81, 92).

HUŞI. Abs. Mîrzac P. Ştefan (3978, 4012, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 35, 36, 65).

S. m. „Cuza Vodă". Cl. VIII. Bîlc Eugen (4013, 24, E: 1438, 44, 58, 52, 57, 58, 71, 73—75, 78, 80, 81), Moraru Georgel (E: 1441, 44—52), Popa Victor (4013, 17, 19, E: 1142, 58, 72—75), Spătar Ion (4013, E: 1441—44, 47, 50, 52, 58, 70, 73, 81). Cl. X. Bejan Gh. (P), Efstate Dan (3973, 74, 88, 94, 4015, 17—22, 28, 29, 31, 46). Cl. XI. Antohi Valentin (3990, 4004, 14, 15, 17—22, 24, 27—29, 33—35, 40, 45, 50, 51, 53), Gheorghiu Marioara (3992, 94, 4013, E: 1414—51, 53).

HUNEDOARA. Sc. profesională. An. II. Popescu Grigore (E: 1441—44, 47, 50, 52, 63, 71—73, 81).

Ş. m. Cl. IX. Cuş Ioan (3973, 83, 91, 4023, 29, 54, 63, 64, 81, 83, P).

IANCA (Galaţi). Cl. IX. Caracoti Taşcu (3972, 74—76, 93, 94, 4001, 02, 14, 15, 17, 18, 29, 53, 64, 71). Cl. XI. Oancea Gh. (3973, 75, 88, 92, 94, 4004, 14—20, 22, 26, 28, 32, 33, 40, 46, 51, 53).

IAŞI. Abs. Gălăţeanu Mihai (4014—21, 28, 29, 32).

Ş. m. 1 „M. Sadoveanu". Cl. X. Dascălu Paul (3974, 76, 78, 80—82, 92, 94, 4009—15, 17—19, 22—24, 28, 29, 31—33, 36, 38, 39, 57, 63, 69, 70, 73, 75, 80).

Ş. m. 2. Cl. VII. Abramovici Marta (E: 1441, 43, 51, 60, 61, 72, 73, 75, 81), Kimberg Viviane (E: 1441, 43, 44, 51, 61, 72, 73, 75, 76, 81). Cl. X. Pîrţac Eugenia (3972, 73, 88, 94, 4002, 14, 15, 17—19, 28, 29, 31, 32, 34).

Ş. m. 3 „C. Negruzzi". Cl. V. Maxim Ovidiu (E: 1442, 45, 47, 50, 51, 72, 74, 80, 81). Cl. VII. Hîrtopeanu Ioana (E: 1441—54, 57, 58, 60—68, 70—75, 77, 80, 81). Cl. VIII. Ganciu Teohari (4018, 19, 29, 39, E: 1457, 62, 63, 73, 75, 82), Serţer Irvin (4015, E: 1442, 45—48, 50, 51, 57, 62, 63, 67, 81, 82), Weisbuch E. (E: 1441—53, 57, 60), Cl. X. Gaiginski Radu (4020, 65—67, 69, 79, 92, 94, 97, 99, 109), Ghergheşanu Const. (4014—24, 27—29, 31, 32, 38, 40, 64), Matei Dragoş (4014, 17, 26, 28, 54, 64, 70, 72, 82, 99, 109), Petrişor Silviu (3974, 75, 88, 90, 92, 4020, 40, 51, 54, 64, 70). Cl. XI. Chiriţă Mihai (3973—76, 79, 80, 88, 94, 99, 4001, 02, 07, 09—13), Curpen Florin (4016, 22, 26, 33, 35, 38, 41, 67, 69, 70, 72, 92, 94, 97), Dumitru Al. (3925—36, 40, 41, 43, 45, 51, 54, 73—76, 88, 94, 99, 4001, 02), Flondor Dan 4014, 15, 17—21, 26—29, 32, 39, 45, 46).

Ş. m. 4 „Garabet Ibrăileanu". Cl. VII. Georgescu Marietta (E: 1441, 44, 45, 47, 48, 50—52, 72, 73, 75, 78).

Ş. m. 5. Cl. X. Pavel Nicolae (3978, 4009, 10, 12, 13, 17, 26, 27, 32, 33, 36, 51, 64, 65, 67, 69—72, 76, 77, 82, 83, 91, 92).

Ş. m. 6. „V. Alecsandri". Cl. VII. Thirer Nonel (E: 1442—44, 47, 50, 52, 54, 72, 73, 75).

INEU (Oradea). Cl. VII. Suciu Florian (E: 1441, 42, 44, 45, 47—49, 57, 72—74, 79, 81).

LIPOVA. Cl. X. Mihalcea Ion (3974, 76, 88, 4010, 12—14, 24, 60, 64, 72).

LUGOJ. Lt. Pupăzan N. Nicolae (4094—99, 105, 09, 15, 17, P). Cl. VI. Brinda M. Rodica (E: 1447, 49, 50, 52, 57, 60, 68, 72, 73, 81). Cl. VII. Popoviciu I. Mariana (E: 1445—47, 49, 53, 58, 72, 76, 79—81). Cl. IX. Boldea Ion (3972, 92, 4019, 40, 43, 45, 49, 51, 53, 54).

MINDREŞTI (Botoşani). Cl. V. Pintilie I. Maria (E: 1442, 73, 74, 81).

MOINEŞTI (Bacău). Cl. X. Popa Gh. (3992, 94, 3002, 09, 12—15, 17—19, 21—24, 28, 31, 32, 34, 36, 40, 58, 67, 69—72, 88). Cl. X. Serală. Păsărică A. Ioan (3988, 96, 4014, 15, 17, 19, 21, 28, 40, 64, 67, 69, 70, 72, 92).

MORENI (Ploeşti). Cl. VI. Biţică Vasile (E: 1414, 15, 18, 25, 28, 29, 35—38, 42—44, 47, 52, 56, 57, 68, 72—74), Tocan Gh. (E: 1428, 29, 36—38, 42—44, 47, 52, 56, 57, 60, 72—74, 77, 80, 81). Cl. VII. Moreanu C. Doina (4002, 17, E: 1441—45, 49—51, 53, 54, 57, 61, 64, 67, 68), *Predescu I. Marin* (4002, 12, 13, 15, 17, 19, 29, 31, 64, E: 1441—45 48—57, 60, 62—65, 67, 68, 70—75, 77, 78, 80—82), Roşu C. Maria (4002, 12, 13, 17, 19, 31, E: 1440—45, 47—54, 56, 57, 62—65, 67, 68, 70—75, 77, 78, 80—82). Cl. IX. Cernahovski Mihail (3960, 62—64, 66, 67, 73, 74, 76, 78, 80, 81, 92, 4009—13, 23, 36, 39, 63), Frătiloiu Gh. (3934, 35, 38, 57, 64, 72, 74—76, 80, 81). Cl. X. Marinescu Al. (3972—75, 92, 94, 99, 4002, 14, 15, 17, 18, 22, 29). Cl. XI. *Rădulescu Spiridon* (3957, 63—67, 73—77, 79, 80, 92, 94, 98, 4007, 09—12, 14—24, 26—29, 31—37, 42, 51, 53, 59).

NĂSĂUD (Cluj). Ş. m. „Gh. Coşbuc". Cl. IX. Marţi Filip (3964, 74, 75, 84, 94, 4013—15, 28, 53, 71, 80), Zăgreanu Marius (3973, 4001, 02, 12, 17, 29, 32, 35, 51, 60, 83).

ODOBEŞTI. Cl. X. Păncescu Paul (3972, 76, 95, 99, 4011, 39, 43, 64, 65, 70, 81, 83, P. N.).

ORADEA. Ş. m. 1. Cl. VII. Neuman Vesa (E: 1441, 44, 51, 52, 65, 70, 75, 80, 81), Orghidan Dana (E: 1441—44, 49, 50, 52, 53, 67, 68, 72—74, 77, 78, 80—82). Oţetea Coman (E: 1445, 47, 75, 76, 78—80), Simplăceanu Virgil (4009—13, 17, 19, 23, 24, 36, E: 1441). Cl. VIII. *Ghiţea Rodica* (4017, 13, 39, 80, 94, E: 1441—55, 57, 58, 60, 62, 63, 65—68, 70—76, 80—82), Goia Traian (3992, 94, 4075, 85, 93, E: 1458, 63, 71, 75, 76, 78, 79), Magda Ilie (4038, 75, 85, E: 1458, 63, 71, 75, 76, 78, 79). Cl. X. Varga Victor (3974, 4010, 12—15, 17, 19, 24, 53, 60).

Ş. m. 4. Cl. X. Bărbulescu Aurelia (3973, 4002, 19, 22, 45, 64, 65, 69, 70, 74, 80, 82), Patcaş Ana (4014, 19, 21, 22, 28, 60, 70, 95, 96, 99).

ORAŞUL STALIN. Abs. Hortopan Rodica (3992, 94, 97, 98, 4001—05, 14, 41).

Ş. m. 3. Cl. VIII. Crăciun V. Anton (4011, 13, 39, (E: 1441, 43, 44, 45, 48, 50, 51, 53, 54, 68).

Ş. m. 5. „Unirea". Cl. VIII. Munteanu Gh. Mircea (3974, 75, 80, 81, 92, 94, 4002, 11—13, E: 1441, 42, 44, 45, 48, 49, 52, 53).

Ş. m. 6. „Şt. Gheorghiu". Cl. V. Albu Liviu (E: 1442, 45, 47, 49, 51, 73, 74, 81), Bran Lucia (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 61, 73, 74, 81), Cioc Dan (E: 1442, 45, 49—51, 55, 57, 73, 74, 81), Cîrneci Const. (E: 1442, 45, 47, 49, 50, 57, 73, 74, 81), Ciulei Cecilia (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 73, 74, 81), Colceriu Mihai (E: 1442, 45, 49—51, 55, 57, 73, 74, 81), Cotora Gh. (E: 1442, 45, 49—51, 55, 57, 73, 74, 81), Dima Maria (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 73, 74, 81), Iorga Mihai (E: 1442, 45, 49—51, 55, 57, 73, 81), Mişică Georgeta (E: 1442, 47, 49—51, 57, 68, 72, 73, 81). Moldoveanu Gh. (E: 1442, 45, 47, 49, 50, 55, 57, 73, 74, 81), Neagu Angela (E: 1442, 45, 49—51, 53, 55, 57, 73, 74, 81), Nistor Maria (E: 1442, 45, 47, 50, 51, 55, 57, 73, 7, 81), Sonca Nicolae (E: 1442, 45, 49—51, 55, 57, 73, 74, 81), Stan Cornelia (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 73, 74, 81). Stan Rodica (E: 1442, 45, 47, 49—51, 55, 57, 73, 74, 81), Stroe Elena (idem), Tătuc Florica (idem), Teacă Elena (idem), Tudoran Ion (idem), Teodorescu Rixandra (idem). Cl. VII. Aldea Sandu (E: 1441—44, 46, 48—52), Darolti Viorel (E: 1441—53). Hîncu Dumitru (E: 1432, 41, 44, 45, 47, 50, 51, 66—68), Onciu Gh. (E: 1441, 42, 44, 47, 50—52, 56, 73, 74, 81). Cl. VIII. Beşchea Cornelia (3943, 92, E: 1442, 44, 45, 47, 50, 67, 68, 73, 75), Cazan Gh. (4041, E: 1447, 56, 58, 68, 75, 76, 78, 80, 81), Constantin Maria (3992, 94, 4014, E: 1442, 44, 45, 47, 50, 67, 68, 75), Grovu Mihai (E: 1444, 45, 47, 56, 67, 68, 73, 75, 80, 81), Ălălmăjan Elena (3992, 94, E: 1443, 45, 47, 56, 75, 78, 80, 81), Ivan Simona (4045, E: 1442, 44, 45, 48, 50, 51, 67, 68, 73, 75, 78, 81), Nemeş Maria (3992, 94, 4014, E: 1443, 45, 47, 56, 75, 80, 81), Nicolau Ioan 4013, E: 1441—45, 47, 50, 58, 68), Preda Const. (3943, 4014, E: 1447, 56, 71, 75, 76, 78, 80, 81), Roşu Eugenia (3992, 94, 4014, E: 1442, 44, 45, 47, 50, 67, 75), Vulpe Victor (E: 1456, 68, 80, 83—88, 90, 82, 94, 95). Cl. X. Brad Doina (3969—71, 74—76, 83, 90, 92, 94, 96, 4002, 11, 14, 17, 19, 21, 38, 40), Ciumulea Mioara (3972—74, 83, 90, 92, 96, 99, 4001, 38, 40), Klopot Ion (3973—75, 88, 92, 94, 4013—15, 17), Săvuţiu Nicolae (3978, 80, 92, 4010, 14, 15, 17, 19, 24, 39, 60), Vintilescu Vasile (3971, 73—75, 88, 92, 94, 4013—15, 17). Cl. XI. Botezatu Mircea (3979, 92, 4002, 13—15, 19, 23, 24), *Patriciu St.* (3971, 73—82, 84, 92, 4002, 04, 06—37, 39, 40), Pincovici Ioan (3971, 74—82, 94, 4002, 07—14, 17—24, 29, 31, 35, 36, 39, 59, 60), Roşca Ion (3979, 96, 4014, 15, 18—21, 28, 51, 92).

Şc. de 7 ani nr. 3. Cl. VII. Veţeleanu Afrodita (E: 1441—45, 47, 49—52).

Şc. de 7 ani nr. 13. Cl. VII. Munteanu Gh. Mihai (3981, 94, 4002, 12, 13, E: 1442—45, 47, 48, 50, 52, 53).

ORAVIŢA. Cl. VIII. Gulescu Adrian (4013, 35, 86, E: 1441—44, 48—52, 71—73, 76).

OŢELUL ROŞU. Cl. VI. Năvligu I. Vasile (E: 1444, 47, 50—53, 57, 72, 73, 77, 81). Cl. VII. Farcaş Letiţia (E: 1441, 42, 44, 45, 51, 52, 57, 67, 68, 73).

PAŞCANI. Ş. m. „G. Bucă". Cl. IX. Bucan V. Alex. (3972, 75, 80, 83, 84, 4002, 09, 13—15, 17, 19, 29, 31, 53, 70). Ţiţu G. Dan (3974—76, 81, 4009, 11, 14, 15, 17, 18, 23, 25, 29, 39. Cl. X. Iosib Tatiana (3972, 74, 75, 81, 88, 94, 4009, 13, 14, 17, 18, 21, 24, 28, 92), Paraschiv Moni (3974—76, 88, 90, 94, 4013—15, 17, 18, 21, 24, 25, 28, 69—71), Voicu Mihail (3973, 4010, 14, 17, 19, 21, 23, 24, 28, 64, 92).

PETROŞANI. Abs. Pechiu Paul (3974—77, 4002, 04, 08, 09, 12—15, 17, 19, 23, 24, 27, 28, 31, 32, 34). Cl. X. *Albu Toma* (3925—37, 39, 43—45, 50—52, 54, 72—76, 83, 85, 90—95, 99, 4008—13, P, N), *Cosulski S. Mircea* (3972—27, 79, 83, 92, 94, 99, 4002, 08—15, 17—24, 28—35, 40, 51, 53, 60, 63—70, 72).

Şc. de 7 ani nr. 1. Cl. VII. Crihamă Lascăr (E: 1441—44, 48, 49, 51, 52, 56, 59, 64, 65, 72, 73, 75—80), Popa Radu (E: 1441—45, 47—54, 56—58, 62—68, 70—72). Popescu Lucian (E: 1437, 39, 40, 43, 49, 56, 65, 68, 71—73, 81).

PIATRA NEAMŢ. Ş. m. „Petru Rareş". Popa Valeriu (N). Cl. VIII. Minuţ Mihai

(4075, 80, 85, 86, E: 1472—82). Cl. IX. Trifan Ioana (4014, 15, 18, 19, 21, 22, 26, 28, 29, 31, 33, 51).

PITEȘTI. Ș. m. 1 „N. Bălcescu". Cl. VIII. *Dimovici Sorin* (3972, 92, 94, 4011—13, 15, 17, 19, 35, 39, 86, E: 1441—48, 50—53, 57, 58, 60, 62, 65, 67, 68, 70—77, 81, 82). Cl. IX. *Chiva N. Petre* (3928, 29, 32, 34, 36, 43, 45, 47, 49, 60—63, 74—76, 83, 92, 94, 99, 4002, 09—15, 17, 18, 21, 28, 29, 32, 39, 40, 45, 50, 51, 53, 74, 83, 86, 88, P), Stancu M. Ioan (3980, 81, 83, 92, 99, 4009—11, 13, 20, 22, 26, 40, 45, 50, 51, 53). Cl. X. *Adameșteanu Ioan* (3971, 74, 88, 90, 96, 97, 4016, 22, 26, 27, 32—34, 40, 46, 49, 51, 52, 54, 55, 58, 59, 63—70, 72—83, 85), *Teodorescu Radu* (3925—31, 34, 38, 40—45, 47, 49—52, 54, 57, 60—64, 71—76, 83, 85, 90, 93—97, 99, 4002, 06). Cl. XI. *Anghelache C. Tudorică* (3969, 70, 72—77, 79, 81, 83, 85, 90, 92—94, 96, 99, 4000, 02, 09—36, 39—45, 49—51, 53, 57—60, 64—72, 74, 75, 77, 78, 80, 81, 83, 85, 86, 90, 92, P), *Scarlat C. Nicolae* (3970, 71, 78, 80—82, 85, 86, 89, 90, 93, 96—98, 4000, 01, 03, 07—11, 13, 16, 20, 21, 23, 26, 27, 30, 33, 35—37, 40—43, 45, 48—51, 54, 55, 57, 58, 60, 63—73, 76, 77, 79—83, 85, 87—112, 25, 30).

Ș. m. 3 „Al. Odobescu". Cl. VIII. *Ghica S. Anton* (3974, 75, 77, 86, 93, 97, 99, 4002, 11, 14, 15, 18—22, 28, 29, 35, 39—43, 45, 50, 52, 54, 57, 67, 68, 70—74, 80—83, 85, 86, 92, E: 1464, 65, 76, 78—82, P). Cl. IX. Oprea Victor (3991, 4012, 63—66, 70—72, 93). Cl. XI. *Fotescu M. Const.* (3971, 74—76, 84, 92, 94, 4001, 02, 11, 13—21, 24, 26—28, 31, 40, 42, 43, 51, 53, 58, 60).

Lt. Vieru Ionel (3974, 79, 81, 88, 94, 99, 4002, 09, 10, 12, 13).

Șc. elem. *Bărăști-Vedea*. Cl. VII. Fotescu M. Marin (3974, 75, 88, 92, 4013—15, 17, 19, 21, 28, 43, 46, 51, 53, 58, 64, 70, 72, 86, E: 1444—47, 49, 52, 55—61, 63—65, 70, 72—76, 78, 80—82, P).

PLOEȘTI. Ș. m. 1 „I. L. Caragiale". Cl. VIII. Andreoiu Tudor (3992, 94, 4011, 13, E: 1441—48, 50—56, 58, 59, 62), Constantinescu Aura (E: 1441—44, 46—48, 51, 52, 58, 64, 66, 71, 75), Costache Tudor (3992, 94, 4011, 13, 17, 19, 39, 64, E: 1441—48, 50—54, 58, 62, 63, 65—68, 70, 71), Dumitrescu Corneliu (3992, 4013, 17—19, 35, 39, E: 1441, 45—48, 50, 52, 53, 58, 63, 66—68, 70, 71, 73, 75), Grecu Letiția (4095, E: 1441, 43, 44, 48, 51, 52, 63, 73, 75, 78), Hovanet Tiberiu (3992, 94, 4011, 13, 19, 39, E: 1441—43, 45—47, 50, 52, 53, 58, 63, 66—68, 71), Negulescu Iulian (3992, 4011, 13, 19, 39, E: 1444, 45, 47, 48, 50, 53, 58, 63, 67, 68, 75), Roșu Anton (3994, 4039, 85, E: 1441—44, 46, 58, 62, 63, 65—67, 70, 75, 78), Staicu V. Andrei (3994, 4011, 13, 17, 18, 39, 85, E: 1441, 43, 44, 46, 47, 56, 58, 62, 65—67, 70, 71), Cl. IX. Grigorescu Decebal (3972, 74—76, 83, 94, 4002, 14, 15, 19, 29, 64), Negulescu Marius (3974, 75, 83, 94, 4019, 20, 22, 26, 29, 40, 55, 70—72), Stănescu Constanța (3984, 87, 93—95, 99, 4001, 02, 11, 13, 39, 49, 73, 83, 85, 86), Szekely Steliana (3984, 87, 94, 99, 4001, 02, 11, 13, 39, 53, 83). Cl. X. Constantinescu Iosefina (3967, 75, 85, 90, 94, 96, 4014, 17, 18, 21, 28, 40, 43, 50), *Costache G. Ioan* (3970—78, 80—83, 86, 88, 92, 94, 96, 99, 4002, 09—29, 32, 34, 39, 40, 46, 53, 57, 58, P), *Drugea Gh.* (3971, 72, 79, 83, 90, 92, 93, 95—97, 99, 4002, 08—29, 31, 33—36, 39, 40, 42, 43, 45, 47, 49, 50). Ene Nicolae (3973—76, 78, 90, 92, 94, 96, 4002, 09—15, 17—24), *Ene I. Traian* 3983, 90, 95, 96, 4014, 15, 17, 18, 20—24, 26—29, 31—36, 39, 40, 42, 43, 49—51, 53, 54, 58, 60, 63—65, 67—72, 81—83, 88, 92), Gheorghiade Al (3972—76, 80, 99, 4002, 11, 15), *Marinescu Al.* (3977, 78, 90, 93, 97, 4002, 20—24, 27—29, 31, 32, 36, 38, 40, 42, 43, 45, 49—51, 53, 54, 64, 67, 69—72, 74), Miu on (3927—29, 32, 34, 59, 63, 64, 67, 73—76, 78, 80, 81, 94, 99, 4009—17, 19—21, 23, 24, 32, 34, 46), Nicolaescu Mihaela (3969, 71, 76, 78, 0, 88, 94, 99, 4002, 11, 14, 15, 17—21, 23, 24, 28, 32, 34, 46, 67, 72, 80), Precup Augustin (3974, 75, 88, 92, 94, 99, 4002, 14, 15, 18—21, 28, 32, 40). Cl. XI. Ene P. Dumitru (3970—81, 83, 85, 90—92, 94, 95, 97—99, 4002, 07, 09—13), Fezi Adrian (4014—24, P), Nicolescu Basarab (3974, 83, 88—90, 92—99, 4002—04, 05), *Timuș M. Dan* (3970—77, 79—81, 85, 88, 90, 92, 94—99, 4004, 05, 07—36, 53, P).

Ș. m. 3 „Mihai Viteazu". Cl. V. Dumitrescu Daniela (E: 1442, 43, 45, 47, 50, 51, 73, 74, 81). Ivanovici I. Elena (E: 1445, 47, 49, 51, 55, 57, 73, 74, 81), Manoliu Costel (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 73, 74, 81). Cl. VI. Cepoiu Mariana (E: 1442, 44, 45, 48, 50—52, 54, 56, 72—74, 77, 80—82). Cl. VIII. Stăvaru Cristina (3935, 63, 67, 4013, 17, 23, 29, 35, 39, 64, 73, E: 1451, 67, 68, 70, 72, 73, 75, 78, 80). Cl. X. *Constantinescu Marcel* (3971—78, 80, 81, 83, 85, 92, 94, 95, 4009—15, 17—19, 21—26, 28, 35, 36, 39, 51, 53, 57, 60, 63—66, 68, 85, 88, 92, P), Ponescu Dan (4014—16, 18, 19, 21, 24, 40, 42, 50, 53, 64, 68, 69, 88).

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie. Problemele rezolvate de fizică se vor trimite separat, iar pe plic se va scrie: *Pentru redacția de fizică.*

Se primesc lunar cel puțin zece soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorii, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Soluții la problemele propuse pentru școala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII, sau ai școlilor profesionale.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cît o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *redăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel$, $\perp$, $=$, Tr., $\sim$, Δ, $\cdot$, $\circ$, etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică și de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a *„olimpiadelor de matematică și fizică"*, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experiență, de asemenea să propună școlii, înscrierea la întrecerea anuală.

Autorii sînt rugați ca la întocmirea articolelor și notelor să țină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri și pe o singură parte a foii, figurile să fie desenate îngrijit și pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoțite de una sau mai multe soluții.

Autorul să semneze clar lucrarea personală pe care o trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa și data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B, nu vor fi publicate.

Colecții și numere din anii precedenți

Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R., posedă exemplare mai vechi din G.M.F.-B, începînd din anul 1951.

Cititorii noștri își pot procura colecții ca și numere disparate, depunînd banii la poștă prin mandat poștal pe numele Societății de Științe Matematice și Fizice, strada Academiei nr. 14, contul 070.004 la B.R.P.R., filiala Lenin.

Prețul unui exemplar este de lei 3 pentru G.M.F.-A și de lei 1,50 pentru G.M.F.-B. Cheltuielile de transport sînt de 0,20 lei de exemplar.

ABONAMENTE — Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. primește abonamente începînd cu nr. 1/1960 la oricare din publicațiile sale:

a) Pentru instituții, școli, biblioteci la prețul de lei 60 anual, pentru fiecare din periodicile sale: G.M.F.-A, G.M.F.-B, M.F.L., Bulletin Mathematique și 40 lei anual la „Mathematica".

b) Pentru profesori și elevi la prețul de 18 lei la G.M.F.-B sau M.F.L. de 36 lei la G.M.F.-A, de 60 lei la Bulletin Mathématique și 40 la „Mathematica".

Abonamentele se fac prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R.

1. E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2. A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
3. N. N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4. P. S. ALEXANDROV	Introducere în teoria grupurilor.
5. I. S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6. GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților.
7. H. IONESCU	Calcule numerice.
8. A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9. A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
10. O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
11. ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12. F. I. ZIGHEL	Cometele.
13. S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14. V. ATANASIU	Structura materiei.
15. V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16. O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17. B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18. M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19. A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20. GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
21. A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22. N. STANESCU	Electronul.
23. V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24. G. N. BERMAN	Cicloida.
25. C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26. AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27. M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
28. C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii române.
29. I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.
31. C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura internă, originea și evoluția lor.
32. C. DRIMBA	Elemente de mecanică cerească.
33. C. IONESCU BUJOR	Elemente de transformări geometrice (I).
34. NICOLAE MILEA	Elemente de geomagnetism.
35. GH. A. CHIȚEI	Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.
36. G. PETRESCU	Cutremure de pământ.
37. C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (II).
38. O. SACTER	Olimpiade matematice.
40. I. S. GRADSTEIN	Teorema directă și reciprocă.

Tipografia Învățământului, București — c. 5520

Lei 1,50

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI septembrie 1960

9

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 9 — septembrie 1960

SUMARUL

pag.

1. *La începutul unui nou an şcolar* 513
2. *Descărcări electrice în gaze, de Teodora Grossu* . . 515
3. *Un aparat de mecanică întrebuinţat în biologie, de Al. Stoenescu* 529
4. *În legătură cu o problemă de loc geometric, de P. Boldescu* 532
5. *O problemă privind mişcarea unei locomotive, de C. Menciu* 535
6. *Notă matematică, de Corneliu Georgescu* . . . 538
7. *Caleidescop matematic, fizic şi astronomic* . . . 540
8. *Probleme rezolvate (3823, 3824, 3942, 3945, 3983, 3985, 3988, 3990, 3993, 3995, 3998, 3999, 4074).* 547
9. *Problemele date la cea de a doua olimpială internaţională de matematică (4341—4347)* 557
10. *Probleme propuse (4348—4375)* 558
11. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1555—E: 1570)* 562
12. *Rubrica rezolvitorilor de probleme* 565

ANUL XI **9** SEPTEMBRIE

O parte din materialele apărute în acest număr al G.M.F.-B, a fost asigurată de către membri ai filialei Craiova a S.S.M.F.

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu St.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ
(SERIA B)
PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul XI, nr. 9 septembrie 1960

LA INCEPUTUL UNUI NOU AN ŞCOLAR

Noul an şcolar se deschide în condiţiile dezvoltării impetuoase a învăţământului nostru de toate gradele, în condiţiile îndeplinirii sarcinilor trasate de Congresul al III-lea al P.M.R.

Programul de dezvoltare a economiei şi culturii socialiste, deschide în faţa întregului tineret al ţării noastre un cîmp larg de activitate creatoare.

În condiţiile noii etape de dezvoltare a ţării noastre rolul Uniunii Tineretului Muncitor, ajutorul credincios şi de nădejde al partidului creşte considerabil, sarcina principală fiind aceea de a intensifica munca de educare comunistă şi de mobilizare a întregului tineret pentru ca alături de poporul muncitor să contribuie la înfăptuirea măreţului program adoptat de partid.

Cel de-al III-lea Congres al U.T.M. a constituit o puternică şi entuziastă manifestare a hotărîrii utemiştilor şi a întregului tineret al patriei noastre de a munci cu avînt, sub conducerea Partidului Muncitoresc Romîn, spre a îndeplini cu cinste sarcinile planului şesenal, spre a obţine noi succese pe drumul desăvîrşirii construcţiei socialismului în scumpa noastră patrie.

Organizaţiile U.T.M. sînt chemate să sprijine şi mai mult şcoala în dezvoltarea interesului şi dragostei elevilor pentru învăţătură, pentru întărirea legăturii dintre învăţămînt şi munca productivă, pentru educarea în spiritul moralei comuniste, al patriotismului socialist şi internaţionalismului proletar.

Tineretul şcolar din patria noastră se bucură de grija deosebită a statului nostru democrat popular în ce priveşte asigurarea instruirii şi educării la nivelul cerinţelor construcţiei socialiste. S-au construit noi şcoli şi săli de clasă, laboratoare şi ateliere menite să asigure condiţii din ce în ce mai bune desfăşurării procesului de învăţămînt. Numai între 1955—1959 au fost construite şi date în folosinţă circa 7300 săli de clasă. În acelaşi timp au crescut an de an sumele alocate pentru mobilier şi material didactic. Potrivit Directivelor Congresului al III-lea al P.M.R., în anii ce urmează se va dezvolta şi mai mult baza materială a învăţămîntului. Astfel, între 1960—1965 se vor construi circa 15000 săli de clasă, dintre care 4000 săli de clasă în şcolile de cultură generală în oraşe şi centre muncitoreşti şi 11000 în localităţile rurale. S-a introdus gratuitatea completă a manualelor pentru toţi elevii din clasa I-a pînă la clasa VII-a inclusiv, cu perspectiva extinderii gratuităţii şi asupra rechizitelor şcolare, precum şi crearea de condiţii tot mai bune pentru recreaţie şi sport.

Dacă cu 20 de ani în urmă doar circa 29000 de elevi frecventau cursurile școlare medii, și dintre aceștia foarte puțini erau fii de muncitori și țărani muncitori, în ultimul an școlar cursurile de zi ale celor 377 școli medii au fost urmate de peste 124390 elevi, în majoritate copii de muncitori și țărani muncitori, care în trecut ar fi fost lipsiți de posibilitatea de a învăța carte.

Tineretul muncitor din fabrici, uzine și de pe ogoare, care n-a putut să-și continue studiile în trecut, se bucură de o atentă grijă din partea partidului și guvernului. Pentru a-i da posibilitatea să-și lărgească orizontul cultural-științific, fără a ieși din producție, s-a creat învățămîntul seral și fără frecvență, care cuprinde astăzi 650 de unități cu peste 93000 de tineri.

Învățămîntul profesional și tehnic a căpătat în anii regimului democrat popular o largă dezvoltare. În cei 10 ani de după reforma învățămîntului el a dat industriei și agriculturii socialiste sute de mii de muncitori calificați, cu un larg orizont cultural-științific. Numai în acest an în cele peste 800 școli profesionale, tehnice și tehnice de maiștri, au urmat cursurile peste 136000 de tineri, iar potrivit sarcinilor trasate de Congresul al III-lea al P.M.R. — pînă în 1965 vor fi pregătiți încă circa 260000 muncitori calificați și peste 100000 tehnicieni.

Peste 142000 elevi aflați la depărtare mare de școală sau care învață în alte localități, decît cele unde domiciliază au asigurat condiții bune de cazare în internatele școlare, iar peste 152000 au posibilitatea să ia masa la cantine.

Tineretului nostru îi sînt deci create cele mai bune condiții pentru a se putea dezvolta multilateral, datorită grijii permanente a partidului și guvernului, datorită eforturilor poporului muncitor.

Tineretul este conștient de faptul că mărețele realizări din patria noastră, precum și condițiile de viață și de muncă de care el se bucură s-au obținut prin lupta îndîrjită și plină de eroism a poporului nostru muncitor condus cu înțelepciune de către partid. De aceea, cu tot elanul și entuziasmul tinereții, el este alături de lupta întregului popor muncitor, este pătruns de devotamentul față de cauza desăvîrșirii construcției socialiste, față de regimul democrat-popular, și mobilizat de Uniunea Tineretului Muncitor la chemarea și sub conducerea partidului, ia parte activă la construirea socialismului în Republica Populară Română.

Pe șantierul hidrocentralei „V. I. Lenin" de la Bicaz, al Blumingului de la Hunedoara, al Combinatului de la Borzești, de la Brazi, de la Onești și a altor construcții de mare însemnătate pentru dezvoltarea economiei naționale, zeci de mii de tineri muncesc fără a-și precupeți eforturile, înscriindu-se printre făuritorii acestor mari obiective ale construcției socialiste.

Tineretul din școli, alături de tineretul din uzine și de pe ogoare, este hotărît să-și facă cu cinste datoria pregătindu-se temeinic la învățătură, aplicînd în practică învățătura primită, participînd activ la toate acțiunile obștești organizate prin școală, pentru a deveni cadre de nădejde ale patriei, constructori de mîine ai comunismului.

Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. alături de organizațiile de tineret din școli va contribui prin publicațiile sale la ridicarea

nivelului de cunoștințe a elevilor, prin filialele sale la îmbunătățirea activității în cercuri, la dezvoltarea legăturii dintre teorie și practică.

Societatea de Științe Matematice și Fizice urează tineretului studios spor la muncă în noul an școlar și obținerea de rezultate tot mai bune în activitatea sa.

DESCĂRCĂRI ELECTRICE ÎN GAZE

de conf. univ. *TEODORA GROSU*

1. *Introducere.* Tehnica modernă atît de dezvoltată folosește în nenumăratele ei aplicații practice tuburi cu gaz sau cu vid înalt în care se produc descărcări electrice. Prin descărcare electrică în gaze se înțelege trecerea curentului electric printr-un gaz a cărui presiune poate varia în limite foarte largi: în tuburile Röntgen presiunea este foarte mică, aproape de vidul înalt; la sursele de lumină cu presiunea suprainaltă, presiunea este foarte mare, pînă la zeci de atmosfere.

Procesele care se produc în descărcările electrice în gaze și vid sînt numeroase și destul de complicate.

Ele sînt legate de: a) procesele elementare care se petrec în lumea electronilor, atomilor și moleculelor de gaz prin care trece curentul electric (ionizări etc.); b) legătura dintre aceste procese și variația factorilor externi ai descărcării (variația presiunii gazului, a tensiunii curentului etc.).

Descărcările electrice în gaze sînt ele însăși de mai multe feluri și depind de condițiile în care ele se produc. Ele pot fi obscure și luminoase, neautonome și autonome, sub formă de scînteie sau arc etc. Cunoștințele noastre asupra fenomenelor produse la o descărcare electrică în gaze s-au înmulțit pe măsură ce s-au dezvoltat teoria electronică a metalelor și ramurile noi ale fizicii moderne, mecanica cuantică și mecanica ondulatorie. Deși acestea au ajuns la un stadiu destul de înaintat, și multe din fenomenele descărcărilor electrice au putut fi explicate pe baze științifice concrete, totuși nici pînă în zilele noastre problema descărcărilor electrice în gaze nu este deplin rezolvată.

O scurtă privire istorică asupra descărcărilor electrice în gaze va indica cît preț s-a pus și se pune pentru lămurirea mai precisă a fenomenelor petrecute la o descărcare electrică în gaze.

2. *Scurtă privire istorică asupra descărcărilor electrice în gaze.* Descărcările electrice în gaze au fost primele experiențe efectuate după electrizarea corpurilor prin frecare și după experiențele de atracție și repulsie a corpurilor electrizate (sec. XVII). În 1746, Muschenbroeck construiește primele butelii de Leyda. Încărcarea și descărcarea lor prin scînteie electrică duce chiar la denumirea de „descărcare electrică".

Fondatorului adevărat al fizicii ruse, lui Mihail Vasilievici Lomonosov (1711—1765) îi aparține prioritatea descoperirii descărcărilor electrice în aer și a ideii că fulgerul este de natură electrică.

Coulomb descoperă în 1785 scurgerea sarcinilor electrice prin aer (descărcare obscură), fapt care a dus la stabilirea legii cu același nume.

Secolul al XIX-lea și în special a doua jumătate a lui este foarte bogat în cercetători din acest domeniu. Savanți de renume mondial ca Davy, Faraday, Plucker, Hittorf, Rutherford, Crookes, Aston, Langevin etc., aduc contribuții însemnate la explicarea proceselor care se petrec într-o descărcare electrică în gaze. Tot aici trebuie menționați și electricienii ruși de vază care, prin invențiile și descoperirile lor au făcut ca teoria și tehnica descărcărilor electrice în gaze să facă pași foarte mari. Între aceștia, în afara lui V. V. Petrov, trebuie amintiți P. V. Iablocikov, V. N. Cikolev, N. G. Slavianov, N. N. Benardos, D. A. Lacinov etc. În fruntea lor trebuie citat A. G. Stoletov care descoperă legile fenomenului fotoelectric.

Lucrările clasice ale lui J. J. Thomson pun bazele teoriilor moderne din secolul nostru asupra descărcărilor în gaze.

În Uniunea Sovietică, chiar în primii zece ani de la Marea Revoluție din Octombrie, studiul descărcărilor electrice în gaze ia un avînt extraordinar. În lansarea în Uniunea Sovietică a primilor sputnici din lume, a rachetei balistice intercontinentale, un rol însemnat îl au fenomenele descărcărilor electrice în gaze, fenomene care stau la baza construcției electronice de bord. Nume ca Brailovski, Rojanski, Dobroliubov, Lukianov, Hlebnikov, Timofeev, Vavilov, Lukirsky, Marialov, Kapțov etc., arată contribuția științei sovietice la studiul acestor fenomene.

Dintre fizicienii romîni trebuie amintit prof. Hurmuzescu, care a adus contribuții însemnate la studiul descărcării unui condensator încărcat. Academicianul dr. E. Bădărău, profesor la Universitatea C. I. Parhon, București, are de asemenea nenumărate lucrări valoroase asupra potențialelor de aprindere a gazelor, căderea catodică etc. Condițiile create de regimul nostru democrat popular dă posibilitatea astăzi ca o serie de fizicieni să cerceteze diferite probleme legate de studiul descărcărilor electrice în gaze.

3. *Tipurile descărcărilor electrice prin gaze.* Trecerea curentului electric prin gaze diferă cu totul de trecerea curentului prin conductori solizi sau lichizi (conductori de cl. I-a — metale — și conductori de cl. II-a electroliți). Așa de pildă, trecerea curentului electric prin gaze nu se petrece în conformitate cu legea lui Ohm.

$$I = \frac{U}{R} \tag{1}$$

Pentru a demonstra acest lucru, se poate face următoarea experiență (fig. 1). Un tub de descărcare T, avînd electrozii metalici K și A (catod și anod) conține un gaz oarecare mai mult sau mai puțin rarefiat. Tubul este conectat în serie cu o rezistență metalică exterioară R_1, un întrerupător i, o sursă de curent continuu B și un galvanometru (ampermetru) G. Voltmetrul electrostatic V, conectat în paralel cu tubul T, măsoară diferența de potențial dintre electrozi. Se închide circuitul apăsînd pe întrerupătorul i și se mărește treptat tensiunea E_m a sursei B, începînd cu valoarea zero.

Atît timp cît E_m rămîne mai mică decît o anumită valoare E, bine determinată pentru gazul dat, curentul I din circuit este foarte slab și galvanometrul G nu indică trecerea lui prin tubul T. Rezultă că gazul din tub nu posedă el însuși nici un fel de conductibilitate electrică. Dacă însă asupra catodului cade un fascicul de raze ultraviolete, sau dacă tubul T este supus radiațiilor cosmice sau Röntgen, sau acțiunii unei substanțe radioactive etc., gazul din tub devine conductor electric; galvanometrul G indică trecerea curentului prin tubul T. Rezistența R a gazului din tub depinde de intensitatea acțiunii exterioare.

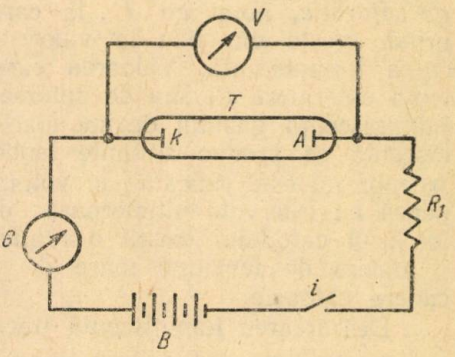


Fig. 1.

Factorii externi (razele ultraviolete etc.) sub acțiunea cărora un gaz devine conductor electric se numesc *ionizatori externi*. Descărcare electrică produsă în tubul T numai sub acțiunea unui ionizator extern poartă numele de *descărcare întreținută* sau *neautonomă*.

Se poate deci spune că un gaz complet izolat de lumea exterioară este, la temperaturi joase, un izolator tot atît de perfect ca și vidul înalt.

Diferența de potențial U dintre electrozii A și K este

$$U = Em - IR_1^{1)} \qquad (2)$$

În momentul cînd se mărește această diferență de potențial U pînă la o anumită valoare U_{ap} lucrurile se schimbă brusc. Curentul I de descărcare produs de ionizatorul extern crește la început după legea lui Ohm, apoi crește brusc și gazul din tub începe să lumineze. Dacă acțiunea ionizatorului extern încetează acum, valoarea curentului de descărcare nu se modifică aproape de loc. Descărcarea continuă acum chiar dacă se îndepărtează acțiunea ionizatorului extern. Numai deschizînd circuitul, curentul se întrerupe. Închizînd din nou circuitul și menținînd bine înțeles pe U_{ap} la valoarea sa, descărcarea se produce din nou.

Acest stadiu al descărcării în gaz care se produce fără acțiunea ionizatorului extern poartă numele de descărcare *neîntreținută* sau *autonomă*.

Tensiunea U_{ap} corespunzătoare trecerii de la primul stadiu al descărcării la al doilea se numește *tensiune de aprindere* sau *tensiune disruptivă* sau *tensiune de străpungere*.

Așadar se poate spune că descărcarea este neautonomă, dacă ea încetează odată cu acțiunea ionizatorului extern, tensiunea fiind mai

---

1) Legea lui Ohm pentru circuitul întreg, în cazul datelor noastre, se exprimă prin relația

$$I = \frac{Em}{R+R_1}$$

în care R este rezistența gazului din tub și R_1 rezistența exterioară intercalată în circuit, iar Em — tensiunea electromotoare despre care s-a vorbit. Din această relație se deduce valoarea lui U din ecuația (2) de mai sus ($U = IR$).

mică decît tensiunea de aprindere. Aprinderea descărcării descrisă mai sus poartă numele de „trecerea descărcării din neautonomă în autonomă".

Descărcarea autonomă produsă depinde de presiunea gazului din tub și de rezistența circuitului exterior. Dacă presiunea gazului este mică și rezistența circuitului exterior nu este prea mică, descărcarea autonomă se numește „descărcare luminiscentă". Tubul de descărcare se luminează intens. Creșterea bruscă a curentului înainte de descărcarea luminiscentă propriu-zisă se face pînă la o valoare, numită *curent de saturație*, notat cu I_s, la care se menține cîtva timp. In cele din urmă crește din nou la valori foarte mari, cînd se produce descărcarea luminiscentă. Valoarea curentului este limitată numai de rezistența exterioară R_1 sau de puterea ce o poate debita sursa exterioară B. Luminiscența gazului devine foarte vie. În regimul de descărcare luminiscentă se produc anumite fenomene caracteristice: temperatura electrozilor nu este ridicată; în volumul de gaz, intervalele luminoase alternează cu intervale întunecoase; densitatea de curent este relativ mică; în jurul catodului există o regiune relativ îngustă în care se produce o cădere de tensiune mare de ordinul cîtorva sute de volți, numită cădere catodică.

Descărcarea luminiscentă trece prin două stadii:

1. *Descărcarea luminiscentă normală,* la care trecerea curentului este însoțită de o cădere de potențial numită „cădere catodică de potențial" sau simplu „căderea catodică" (a descărcării luminiscente normale).

2. *Descărcarea luminiscentă anormală,* caracterizată printr-o creștere bruscă de tensiune odată cu creșterea curentului.

După aceea fenomenul se schimbă din nou brusc. Porțiunile luminoase ale descărcării se regrupează, catodul se încălzește intens; se produce așa-numita „descărcare în arc". Intensitatea curentului din tub crește iar tensiunea dintre electrozi scade brusc. Micșorînd și mai mult rezistența circuitului exterior, descărcarea se produce tumultuos.

Dacă nu se iau măsuri de precauție, atunci cantitatea de căldură degajată la catod și în gaz devine atît de mare încît electrozii se topesc și tubul se deteriorează.

Cum se constată din fenomenele descrise mai sus, descărcările electrice în gaze la presiune redusă nu se fac potrivit legii lui Ohm. Atît la descărcarea luminiscentă cît și la celelalte descărcări, nu există proporționalitate între intensitatea curentului și tensiunea aplicată tubului de descărcare.

Stadiile prin care trece descărcarea electrică prin gaze pot fi reprezentate grafic. Curba care reprezintă variațiile tensiunii dintre electrozi în funcție de intensitatea curentului care străbate tubul de descărcare poartă numele de *caracteristica volt-amperică* a desăcărcării sau *caracteristică tensiune-curent.*

În figura 2 se arată forma de ansamblu a unei astfel de caracteristici. Pe abscisă sînt date valorile intensității curentului pentru diferite moduri de descărcare descrise anterior. Scara este arbitrară, ea indicînd numai ordinul de mărime. Pe ordonată se dau valorile tensiunii tot în unități arbitrare.

Porțiunea *OABCD* reprezintă descărcarea neautonomă. Aici se pot deosebi diferitele stadii despre care s-a vorbit. Porțiunea *OA* (foarte mică) este stadiul în care se aplică legea lui Ohm. Porțiunea *AB* reprezintă stadiul în care curentul crește brusc, ajungînd la valoarea de saturație I_s. Punctul *B* corespunde curentului de saturație I_s care se menține pînă în *D*.

Porțiunea *DE*, în care crește atît curentul cît și tensiunea, corespunde stadiului de trecere a descărcării din neautonomă în autonomă. Gazul începe să lumineze. Unii autori numesc acest stadiu *descărcare semiautonomă*.

Porțiunea *EFGMK* corespunde descărcării luminiscente. Și aici deosebim două stadii. Porțiunea *EFGM* reprezintă descărcarea luminiscentă normală. Distanța *EF* reprezintă căderea catodică a luminiscenței normale, tensiunea scade brusc, curentul crește mult. Porțiunea *FGM*, domeniul de funcționare sub tensiune constantă. Urmează descărcarea luminiscentă anormală reprezentată prin porțiunea *MK* în care curentul și tensiunea cresc bursc, catodul se încălzește.

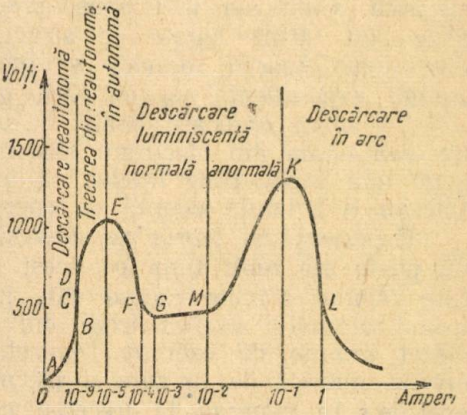


Fig. 2.

În *K*, unde intensitatea a atins o valoare suficient de mare, se amorsează descărcarea în arc. Apariția ei se manifestă printr-o bruscă scădere de tensiune, reprezentată prin porțiunea *KL*.

Descărcările electrice descrise pînă aici s-au produs, cum s-a mai spus, la presiunea scăzută a gazului din tub. Dar ele pot avea loc și cînd presiunea este mai mare. Cînd presiunea gazului este de ordinul presiunii atmosferice, dacă sursa de curent este la o tensiune înaltă dar cu intensitate mică și distanța dintre electrozi relativ mare, descărcarea ce se produce în aceste condiții este sub forma de *scînteie*. Scînteia este o formă de descărcare întreruptă la care sarcinile electrice trec prin gaz pe canale înguste, foarte intens luminoase, ramificate și în zig-zag. Scînteia este stadiul final al dezvoltării descărcării din neautonomă în autonomă.

Să presupunem că avem un tub de descărcare la care electrozii sînt mici și curbați, avînd raza de curbură mult mai mică decît distanța dintre ei. Dacă presiunea gazului din tub este de mărimea presiunii atmosferice, descărcarea se face în două etape, nu dintr-odată.

În aer, în afară de descărcări neautonome destul de numeroase, se produc și descărcări autonome. O astfel de descărcare este cea numită *descărcare corona*. Ea apare la presiuni relativ mari, între electrozi cu raza de curbură mică, iar cîmpul electric din intervalul de descărcare foarte neomogen. Este o descărcare luminoasă, dar luminiscența se produce numai în jurul electrodului cu raza de curbură mai mică. Descărcarea corona se produce fără acțiunea unui ionizator, este deci o descărcare autonomă. Dacă intensitatea sursei de curent crește, atunci

se produce o trecere a descărcării corona într-o descărcare în arc. O descărcare în arc poate avea loc și la presiuni înalte și foarte înalte, nu numai la presiuni scăzute, cum s-a arătat mai sus.

Trecerea bruscă de la curenți foarte slabi la curenți intenși, cît și forma specifică a caracteristicii volt-amperice face ca descărcările în gaze să fie mult folosite.

4. *Unele procese elementare ce se produc în gaze la o descărcare electrică.* Cum s-a mai spus, procesele elementare ale descărcării în gaze sînt strîns legate de structura moleculelor și atomilor. Însăși dezvoltarea teoriei atomice și moleculare n-ar fi fost posibilă fără studiul experimental al ionizării gazelor.

Un atom oarecare poate fi *excitat. Excitarea* atomului constă în trecerea unuia din electronii săi exteriori de valență pe un nivel energetic mai înalt. Bine înțeles că în acest caz, electronul absoarbe din exterior o anumită cuantă de energie, numită *energie de excitare.*

Experiența și teoria au dovedit însă că electronul atomului excitat nu poate sta mult timp pe acest nivel energetic mai înalt. Timpul în care atomul rămîne excitat este în general de 10^{-8} *s*. De aceea electronul atomului excitat trece din nou pe nivelul inferior de unde a plecat înainte de excitare. Această trecere inversă a electronului pe nivelul inferior de la care a plecat se face cu emisia unei cuante de energie ε. În general, la trecerea unui electron pe un nivel energetic inferior, atomul emite o cuantă de lumină. Energia acestei cuante de lumină este dată de diferența dintre energia electronului pe nivelul superior și energia lui pe nivelul inferior. Deci este valabilă relația:

$$\varepsilon = h\nu = W_2 - W_1, \qquad (3)$$

în care: $h = 6{,}57 \cdot 10^{-27}$ erg. *s* (constanta lui Planck);

ν — frecvența de oscilație a undelor luminoase emise;

W_2 — energia electronului pe nivelul superior final;

W_1 — energia electronului pe nivelul inferior inițial.

Atomul mai poate suferi și alte modificări prin care să devină *ionizat.* Cînd electronul atomului absoarbe o energie mai mare decît energia de excitare, electronul se poate desprinde complet de atom. Îndepărtarea completă a unui electron din atom se numește *ionizarea* atomului; energia absorbită de electron necesară ionizării atomului, se numește *energia de ionizare.* Notînd cu W_e energia de excitare și cu W_i energia de ionizare, se poate scrie:

$$W_i > W_e \qquad (4)$$

pentru atomul aceleiași substanțe. Energiile de ionizare și excitare sînt diferite la atomii substanțelor diferite. Așa W_i la $Cl \neq W_i$ la Hg.

Atomul care a pierdut un electron a devenit un *ion pozitiv* deoarece a pierdut o sarcină electrică negativă. Atomul mai poate pierde încă un electron și atunci rămîne un ion pozitiv dublu ionizat. Pot fi și ioni triplu ionizați etc.

De asemenea, un atom poate primi electroni. Atunci el devine *ion negativ.*

Existența ionilor pozitivi și negativi a fost cunoscută înainte de ionizarea gazelor, de la fenomenele de disociere electrolitică a soluțiilor.

Dar între ionizarea unui gaz și disocierea electrolitică există deosebiri importante. Ionii electrolitici (SO_4^-, Cl^-, H^+ Na^+ etc., sînt întotdeauna părți componente ale substanței dizolvate care s-a disociat prin dizolvare în lichid. Concentrația ionilor din electrolit depinde de concentrația întregii soluții, de temperatura ei și nu depinde de loc de intensitatea curentului ce trece prin electrolit sau de tensiunea aplicată electrolizilor introduși în electrolit. Intensitatea curentului electric care transportă ionii spre electrozii respectivi (de exemplu Na^+ la catod și Cl^- la anod) nu variază din cauza acestui transport; la fel nici tensiunea aplicată soluției. Electroliza oricărei substanțe compuse se supune cu rigurozitate legii lui Ohm.

La gaze însă, fenomenele se petrec cu totul altfel. Aici, ionii nu sînt în mod obligatoriu părți componente ale moleculelor gazului dat. În gaze se găsesc cele mai felurite tipuri de ioni; atomii și moleculele încărcate pozitiv și negativ, ioni atomici și ioni moleculari. Așa sînt: O^+, O^-, H^+, Cl^-, N_2^+, O_2^+ etc. Mai pot fi obținute grupări de atomi electrizați care nu se întîlnesc niciodată în formă liberă prin reacții chimice ca: OH^-, CH^+, Hg_2^+ Ne_2^+ etc. La presiuni joase ale gazului, se întîlnesc electroni liberi în număr mare; la presiuni înalte ale gazului se găsesc *ioni complexi*, formați din grupări de molecule în jurul unui ion molecular sau atomic.

La descărcarea în gaze, un ionizator extern poate ioniza moleculele gazului (descărcarea neautonomă). Căldura, radiațiile cosmice, ultraviolete etc. pot ioniza gazul. Ionii gazului aduși de curent la electrozi, cedează electrozilor sarcinile lor. Rămînînd neutre, particulele de gaz difuzează înapoi în gaz, în această formă neutră. Dar ionii gazului se formează nu numai sub acțiunea ionizatorului extern. La o descărcare autonomă, în interiorul atomului de gaz, se produce o serie întreagă de procese elementare atomice sub acțiunea curentului electric de descărcare. Aceste procese joacă un rol mult mai mare decît acțiunea ionizatorului extern; de aceea chiar, descărcarea autonomă se poate produce în absența lui. În tubul de descărcare, ionizarea gazului se poate produce adesea prin scindarea unui atom într-un ion pozitiv și un electron liber. De aceea la o descărcare în gaz, se găsesc și electroni liberi. Concentrația ionilor și a electronilor liberi din gaz depinde de intensitatea curentului și de intensitatea cîmpului electric de descărcare. Să cercetăm care sînt procesele elementare mai importante la o descărcare electrică prin gaze și cum se produc ele.

Cele mai importante procese elementare, la o descărcare electrică în gaz, sînt: ionizarea gazului, excitarea atomilor și moleculelor, formarea ionilor negativi, precum și fenomenele inverse, recombinarea ionilor pozitivi cu cei negativi sau a ionilor pozitivi cu electroni, revenirea atomilor excitați la starea normală prin emisia unei cuante de radiație, desfacerea ionilor negativi într-un atom neutru și un electron.

Referitor la procesele de ionizare a gazului, ele pot fi împărțite în două clase mari: 1) Procesele elementare de ionizare în masa gazului din tubul de descărcare; aceste procese poartă numele de *ionizare în volum*. 2) Procesele elementare produse între suprafața electrodului și gazul din imediata ei vecinătate; ele poartă numele de *ionizare superficială*.

1) *Ionizarea în volum* se obține în mai multe moduri. Cînd ionii sau electronii liberi în mișcare se întîlnesc cu atomi sau molecule neutre, se ciocnesc. Ciocnirea poate fi elastică sau neelastică. La o ciocnire elastică a unui electron cu o particulă liberă neutră de gaz nu se produce nici o modificare energetică, iar electronul nu-și schimbă sensibil viteza sa. Deci particula nu este ionizată. La o ciocnire neelastică de speța I-a, electronul cedează întreaga sa energie cinetică sau o parte din energia sa cinetică atomului cu care s-a ciocnit; atunci atomul se ionizează (pierde un electron) devine ion pozitiv. Ciocnirea însoțită de o transmitere a energiei cinetice a electronului liber către atom sub formă de energie de ionizare se numește *ciocnire neelastică de speța întîia.*

Ionizarea atomului în acest mod se poate obține numai cînd energia cinetică a electronului este suficient de mare. Se poate deci scrie:

$$\frac{mv^2}{2} = W_i, \tag{5}$$

în care $\frac{mv^2}{2}$ este energia cinetică a electronului, cedată atomului' W_i — energia de ionizare.

Dar electronul liber capătă o energie cinetică pe seama lucrului efectuat de cîmpul electric, adică a diferenței de potențial U_i dintre electrozi, necesară ionizării. Se poate deci scrie:

$$\frac{mv^2}{2} = e\,U_i \tag{6}$$

în care $\frac{mv^2}{2}$ este energia cinetică a electronului liber, $e\,U_i$ este lucrul efectuat de cîmpul electric, $e = 4{,}774 \cdot 10^{-10}$ unități C.G.S. de sarcină, este sarcina elementară a electronului.

Potențialul U_i necesar ionizării se numește *potențial de ionizare.* Atomii sau moleculele diferitelor elemente au potențiale de ionizare diferite. Potențialul de ionizare a vaporilor de *Na* este diferit de potențialul de ionizare a vaporilor de *Hg.*

Ciocnirea neelastică dintre un ion pozitiv și un electron liber de energie mare poate duce la extragerea unui al doilea electron din ionul pozitiv, formîndu-se un ion pozitiv biionizat. La ciocnirea neelastică a unui ion dublu încărcat, se obține un ion triîncărcat etc. Formarea unui asemenea ion se numește *ionizare multiplă.*

Cînd gazul este iradiat cu raze ultraviolete, Röntgen sau radiații γ ale unei substanțe radioactive, atunci atomii sau moleculele sale absorb aceste radiații și se ionizează. Acest fel de ionizare în volum se numește *fotoionizare în volum,* deoarece radiațiile amintite sînt de natură electromagnetică, ca și razele luminii vizibile. Ionii formați sînt ioni pozitivi.

Tot o ionizare în volum este și ionizarea termică (deci cu ajutorul căldurii) asupra căreia nu insistăm.

2) *Ionizarea superficială* se produce din cauza efectului fotoelectric extern. Cînd pe suprafața catodului unui tub de descărcare cade un fascicul de raze ultraviolete, catodul începe să emită electroni. Aceasta este posibil, deoarece conform concepțiilor moderne, în metale există

electroni liberi care se pot deplasa prin metal. Ei sînt reținuți în metal de atracția ionilor pozitivi din nodurile rețelei cristaline a metalului. Spre a-i smulge din metal, este necesar un anumit lucru mecanic, numit *lucru mecanic de extracție*. Energia $h\nu$ a cuantei de raze ultraviolete le procură acest lucru mecanic de extracție. Dar energia cuantei mai servește și pentru accelerarea electronilor în spațiul dintre catod și anod, adică pentru a le da o energie cinetică $\frac{mv^2}{2}$. Conform legii lui Einstein se poate scrie:

$$h\nu = \varphi + \frac{mv^2}{2}, \tag{7}$$

adică: cuanta de energie luminoasă absorbită de electronul din metal îi dă acestuia energia necesară lucrului mecanic de extracție (să iasă din metal) și energia cinetică de deplasare a electronului în gazul din tub.

Ionizarea superficială se mai poate obține și cînd ionii pozitivi din gaz, atrași de catod, se ciocnesc de el și smulg electroni din suprafața lui. Este ceea ce în sens larg se numește *emisie secundară de electroni* sau *emisie de electroni secundari*.

Și atomii neutri ciocnindu-se de suprafața electrodului, îi pot smulge acestuia electroni.

Procesele de excitare ale atomilor și moleculelor sînt foarte importante pentru fenomenele de descărcare în gaze. Excitarea atomilor și moleculelor gazului se poate face tot prin ciocniri neelastice ale lor cu tot felul de particule aflate în gaz: electroni, ioni excitanți, molecule ionizate simplu sau multiplu etc. În cazul excitării însă, energia W_e, de excitare, este mai mică decît energia W_i, de ionizare. La excitarea atomilor avem relația:

$$\frac{mv^2}{2} = e\,U_e, \tag{8}$$

în care U_e este potențialul de excitare (analogul potențialului de ionizare), iar $\frac{mv^2}{2}$ este energia cedată de particula care se ciocnește.

Excitarea atomilor și moleculelor se poate face prin procese analoage celor care produc ionizarea, adică fotoexicitare, excitare termică etc. Trebuie ținut seama, că în toate cazurile energia de excitare este mai mică decît cea de ionizare pentru moleculele aceluiași fel de gaz. Ca și la ionizare, fiecare gaz are energia sa proprie de excitare, care diferă de la gaz la gaz.

În gaz se produc întotdeauna într-o anumită măsură și procesele inverse de *recombinare* a ionilor pozitivi cu cei negativi. Această recombinare se face tot prin ciocniri neelastice. Recombinarea se poate face și între un ion pozitiv și un electron.

Tot în gaz are loc revenirea atomului excitat la starea normală prin emiterea unei cuante de energie, ca și desfacerea unui ion negativ într-un atom neutru și un electron.

Ionii negativi se formează prin alipirea unui electron liber de un atom neutru de gaz. La formarea unui ion negativ se produce o

restructurare a tuturor învelișurilor electronice ale atomului. Pentru ca ionul negativ să fie stabil, trebuie ca energia sa ε_0 să fie mai mică decît energia ε a atomului neutru corespunzător, adică $\varepsilon_0 < \varepsilon$. Diferența $\varepsilon - \varepsilon_0$ dintre energia stării normale a atomului și energia stării normale a ionului negativ se numește *afinitate electronică* a gazului respectiv. Ea diferă de la gaz la gaz (este diferită pentru gaze diferite). Cu cît afinitatea electronică a unui gaz este mai mare, cu atît mai ușor se formează ionii lui negativi. Se spune că gazul este mai „electronegativ". Gazele care nu formează ioni negativi, se numesc gaze „electropozitive". Gaze electronegative sînt: O_2, H_2O, NO_2, B_{r2} vapori de sulf, de mercur etc. Gaze electropozitive sînt: *He, Ne, Ar.*

Nu se poate omite faptul că toate procesele elementare petrecute la o descărcare în gaze se produc cu respectarea celor două legi fundamentale: legea conservării energiei și legea conservării impulsurilor, aplicate tuturor particulelor care interacționează.

În afară de procesele elementare petrecute la o descărcare în gaze, mai trebuie să se cunoască și caracterul mișcărilor ionilor și electronilor în gaze, în prezența sau în absența cîmpului electric. Trebuie studiată *mobilitatea* ionilor, și electronilor, adică viteza u cu care un ion sau un electron se deplasează în direcția liniilor de forță, cînd intensitatea cîmpului electric E este egală cu unitatea.

Deci:

$$u = K E, \tag{9}$$

în care K este chiar mobilitatea, așa cum rezultă din definiția de mai sus. Trebuie menționat că la electroni, legătura dintre viteza lor u și intensitatea cîmpului electric E este mai complicată.

O altă problemă importantă este distribuția de viteze și de energie în agitația termică a ionilor și electronilor. Agitația termică este o mișcare ce se suprapune întotdeauna peste mișcarea de translație efectuată de ioni și electroni în cîmpul electric.

Nu trebuie nesocotit fenomenul *difuziei* care se produce la întîlnirea ionilor și electronilor din gaz cu atomi sau molecule de gaze.

Cînd curentul electric trece prin gaz, cîmpul electric în care se mișcă particulele electrizate este determinat între altele de forma și mărimea electrozilor, de așezarea lor, de potențialele electrozilor. Dar ionii și electronii crează în gaz *sarcini spațiale.* Pentru cunoașterea cîmpului electric global, creat de ansamblul particulelor încărcate, prezente în intervalul de descărcare, se introduce noțiunea de sarcină spațială. Calculul cîmpului se face ca și cum sarcina particulelor aflate într-un mic volum dat este distribuită uniform în acest volum.

În descărcările în gaze, procesele elementare produse la catod sau în vecinătatea lui joacă un rol însemnat. De aceea, adesea în descrierea lor s-a pomenit despre acest electrod. Descărcarea autonomă nu se poate dezvolta și întreține fără procesele de la catod (cu excepția descărcărilor de înaltă frecvență despre care nu s-a vorbit încă). Spre a lămuri rolul proceselor de la catod, să presupunem un tub de descărcare cu un gaz la o presiune scăzută. În gaz, lîngă catod, se află un număr oarecare de ioni pozitivi și de electroni liberi, pe lîngă atomii și moleculele neutre de gaz. Aplicînd electrozilor o anumită diferență de potențial, ionii pozitivi se îndreaptă spre catod, electronii spre anod.

în direcția catod-anod, în urma ciocnirilor neelastice dintre electroni și particulele neutre de gaz, se formează un număr egal de ioni pozitivi și de electroni liberi. Ionii pozitivi atrași de catod, se îndreaptă spre acesta. În drumul lor prin gaz, în urma ciocnirilor neelastice cu moleculele neutre de gaz, eliberează un alt număr de electroni. Ionii pozitivi, ajunși la catod, îl bombardează și smulg din suprafața acestuia un alt număr de electroni liberi (emisia secundară). În felul acesta se formează foarte mulți electroni. Numărul lor se mărește pe măsură ce se depărtează de catod. Se formează așa numitele *avalanșe* sau *lavine de electroni*. În același timp crește și numărul ionilor pozitivi care se îndreaptă spre catod. Pe măsură ce ei se apropie de catod, numărul lor devine foarte mare, se formează așa numitele *avalanșe* sau *lavine de ioni pozitivi*. Iată deci că în apropierea catodului și pe suprafața acestuia se produc procesele elementare descrise. Nu trebuie nesocotit nici efectul fotoelectric extern produs la catod.

La o descărcare autonomă este foarte mare numărul de electroni liberi, formați în avalanșe succesive, prin ionizarea în volum și ionizarea superficială. El se modifică mereu. Descărcarea continuă să se producă și trece dintr-o formă în alta.

Se poate menține un anumit tip de descărcare, menținînd condițiile exterioare de stabilitate ale regimului de descărcare. Variind condițiile exterioare, se poate trece de la o formă de descărcare la alta.

5. *Descărcarea în gaze la curenți de înaltă tensiune.* Tipurile de descărcări în gaze descrise pînă acum se obțin folosind curentul continuu de la o sursă de curent legată în serie cu tubul de descărcare. Se pot utiliza însă în acest scop și curenți alternativi de joasă sau de înaltă frecvență; și în acest caz se obțin de asemenea diferite tipuri de descărcări în gaze.

Descărcarea în curent alternativ de *joasă frecvență* (50—500 *Hz*) și la presiune scăzută a gazului din tubul de descărcare prezintă o particularitate. Imaginea generală a descărcării rezultă din suprapunerea a două imagini: fiecare imagine corespunde unei alternanțe a tensiunii alternative. În fiecare alternanță, descărcarea reapare, trece printr-un maxim al intensității curentului și apoi se întrerupe. Descărcarea prezintă o înșiruire de impulsuri de curent distincte. În prima aproximație, aceste impulsuri, prin aspectul lor exterior și prin caracterul fenomenelor ce se petrec în descărcare, nu se deosebesc de descărcarea în curent continuu. Ceea ce este nou constă într-o anumită diferență de fază între curent și tensiune.

La o descărcare în gaze într-un curent de *înaltă frecvență* însă, imaginea descărcării nu se mai descompune în două imagini suprapuse, corespunzătoare celor două semiperioade ale tensiunii. La fiecare domeniu de descărcare se observă o anumită culoare a luminii, regiunile de descărcare fiind aceleași cu regiunile descărcării în curent continuu.

Descărcarea în curent alternativ de înaltă frecvență prezintă însă particularități importante și anume:

a) Cînd direcția cîmpului se schimbă, nu se produce o redistribuire a sarcinilor spațiale.

b) Procesele de la catod nu joacă un rol esențial, cum este cazul la o descărcare în curent continuu. De aceea, ambii electrozi se pot

instala fie în interiorul tubului de descărcare, fie în afara lui, sub formă de inele metalice. Acestea cuprind capetele tubului. Se mai poate produce descărcarea introducînd pur și simplu tubul cu gaz rarefiat între armăturile unui condensator, conectat în circuitul unui generator de înaltă frecvență. De aceea chiar se numește *descărcare în înaltă frecvență* descărcarea produsă de o frecvență înaltă între electrozi interiori sau exteriori.

Descărcarea în înaltă frecvență mai poate fi și *descărcare inelară fără electrozi*. Ea se obține introducînd tubul cu gaz rarefiat în interiorul unui solenoid conectat la un circuit de înaltă frecvență. Descărcarea are loc ca și cum prin gazul rarefiat s-ar produce curenți Foucault. Factorul care provoacă descărcarea inelară este cîmpul magnetic de înaltă frecvență.

La presiune relativ mare a gazului, de ordinul presiunii atmosferice, descărcarea în curenți de înaltă frecvență ia înfățișarea descărcărilor care apar la aceleași presiuni, dar în curent continuu: scînteie, corona și arc de înaltă frecvență.

Cînd frecvența este de cca. 10 *MHz*, se produc fenomene noi; descărcarea ia o formă specială, numită *descărcare în torță*. Ea a fost descoperită pentru prima oară în anul 1928 de către inginerul și profesorul sovietic S. I. Zilitinkevici. În aerul atmosferic descărcarea în torță apare sub forma unei coloane verticale luminoase care se lățește, ca și flacăra unei torțe, la partea superioară. De aici și numele ce i s-a dat.

Mai poate fi amintită și *descărcarea în egrete* în care canalele descărcării în scînteie se succed și se întrerup repede. Ele au forma unor ciorchine.

Descărcările corona în înalta frecvență ca și descărcările în torță care se produc la presiuni de ordinul presiunii atmosferice nu sînt încă suficient cercetate sau studiate.

6. *Aplicațiile descărcărilor în gaze*. Diversitatea domeniilor de aplicație ale descărcărilor electrice în gaze precum și stadiul foarte înaintat la care se găsește tehnica modernă în impetuoasă ascensiune fac imposibilă expunerea mai detaliată a acestor aplicații, în articolul de față. De aceea ne vom limita numai la cîteva aplicații, legate mai mult sau mai puțin de cele expuse în acest articol. De asemenea nu se va vorbi despre aparatele electronice cu vid care și-au găsit o foarte largă aplicație atît în tehnica curenților slabi cît și în aceea a curenților tari.

Aplicațiile descărcărilor în gaze pot fi grupate în raport cu fenomenele fizice care însoțesc o descărcare în gaze ca, lumină, căldură etc.

a) Surse de lumină și semnalizare la care se aplică radiația descărcării în gaze.

b) Metode de sudură cu arc electric, de tăiere și de topire a metalelor prin cuptoare cu arc etc. Acest domeniu de aplicații se bazează pe degajarea unei cantități mari de căldură, concentrată într-un volum mic la o descărcare electrică în gaz.

c) Prelucrarea electrică a metalelor bazată pe fenomene de pulverizare catodică și de eroziune electrică.

Prin pulverizare catodică se înțelege împrăștierea de particule foarte fine care se desprind din materialul catodului în timpul des-

cărcării electrice prin gaze. Această pulverizare poate fi atît de abundentă încît uneori, pe pereții tubului de descărcare, apare un strat metalic foarte fin.

Se numește *eroziune electrică* distrugerea unui anod metalic prin descărcări electrice în formă de scînteie. Metoda de prelucrare a metalelor, bazate pe eroziunea electrică a fost propusă și elaborată de fizicienii sovietici B. R. Lazarenko și N. I. Lazarenko, laureați ai premiului Lenin.

d) Purificarea electrică a gazelor, deci separarea electrică a substanțelor este o metodă care se bazează pe fenomenele de electrizare a particulelor solide și lichide, aflate în suspensie în gazul unei descărcări corona.

e) Metode tehnologice de producție a unor substanțe bazate pe reacțiile chimice care însoțesc fenomenele de descărcare în gaze.

f) Analiza luminiscentă și luminarea cu lămpi de luminiscență. Această utilizare se bazează pe fenomenele de luminiscență produse de catod, precum și pe excitarea fosforescenței produse prin ciocniri de electroni rapizi.

Mai trebuie adăugată și utilizarea atît de frecventă a tuburilor Röngen, bazată pe excitarea radiației Röntgen pe anticatod, fenomen care n-a fost tratat în acest articol.

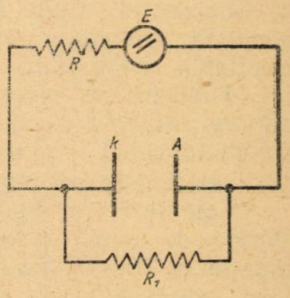


Fig. 3.

Descărcarea luminiscentă este aplicată în tehnică la construcția tiratroanelor cu catod rece și a redresorilor de curent cu descărcare luminiscentă. Ambele utilizări se bazează pe curentul slab al descărcării.

Stabilizatorii de tensiune (stabilivolt) sînt aparate care fac ca tensiunea curentului ce vrem să-l utilizăm să fie stabilă. Un stabilivolt se bazează pe căderea de tensiune catodică constantă a descărcării luminiscente normale. Stabilizatorii de tensiune la care în tubul de descărcare se află neon sînt construiți astfel încît presiunea neonului să nu fie prea mică (de 10 mm *Hg*). La o presiune mai mică de 10 mm *Hg*, stabilizarea dispare. Utilizarea unui stabilivolt este arătată în fig. 3. În *E* se află sursa de tensiune ce trebuie stabilizată. De ea se conectează în serie o rezistență *R*, care reglează curentul ce trece prin stabilizator. Acesta reprezentat schematic prin electrozii *K* și *A* este de asemenea conectat în serie cu sursa de curent *E*. Rezistența R_1 în care se utilizează tensiunea stabilizată este conectată în paralel cu stabilizatorul.

Sursele de lumină cu descărcări în gaze își datorează existența descoperirii arcului electric de către V. V. Petrov care-i poartă și numele (secolul al XIX-lea). Inconvenientele prezentate inițial de arcul uli Petrov au fost înlăturate cu ajutorul lumînării lui Iablocikov (sfîrșitul secolului al XIX-lea), care este o aplicație a arcului lui Petrov. Prin metoda lui Iablocikov au fost luminate capitalele țărilor europene, teatre, puntea regală de peste Neva din Petersburgul de atunci etc. Parisul la 1877 a fost luminat cu lumînarea lui Iablocikov, pe care francezii au numit-o „lumina rusă". La această

„lumînare" electrozii de cărbune sînt așezați paralel. Spațiul dintre ei este umplut cu o materie izolantă greu fuzibilă care se evaporă pe măsură ce cărbunii ard. În modul acesta, lungimea arcului rămîne constantă. Astăzi arcul electric este utilizat în aparatele de proiecție, reflectoare etc., adică acolo unde este necesară o sursă de dimensiuni mici și de strălucire foarte mare.

În zilele noastre emisia maximă de lumină, în tuburi cu descărcări în gaze, o dau lămpile cu sodiu care folosesc arcul de joasă tensiune.

Ar fi economic să se utilizeze lămpile cu sodiu la iluminarea generală a autostrăzilor, înlocuind în felul acesta farurile incomode de automobil. Cum lămpile cu sodiu dau o lumină monocromatică, aberația cromatică a ochiului este eliminată și prin aceasta crește claritatea imaginilor obiectelor situate pe drum.

Tuburile cu mercur la presiune supraînaltă dau o lumină strălucitoare, utilizată ca sursă de lumină în aparatele de proiecție din tehnica cinematografiei, a farurilor și reflectoarelor speciale. Datorită temperaturii mari care se degajă, baloanele acestor tuburi se fac din cuarț topit.

Cele mai noi tipuri de tuburi cu presiune supraînaltă sînt tuburile sferice de cuarț, umplute cu gaze inerte. În aceste tuburi, presiunea ajunge la 10—15 atmosfere. Lumina dată de aceste tuburi este apropiată pirn calitățile ei de sursele de lumină albă. Tuburile umplute cu neon au o nuanță slab albăstruie, cele cu xenon — aurie, cele cu amestec de kripton-neon au o culoare roză.

S-a pus problema de a avea o sursă de lumtină care să dea o lumină cu un randament mărit și cu o compoziție mai bună a culorii. Aceasta se realizează prin utilizarea simultană a descărcării în gaz și a fenomenului de luminiscență a corpurilor solide care sînt iradiate cu raze ultraviolete. Sînt lămpile numite cu luminiscență care luminează azi Capitala țării noastre, întregul nostru litoral începînd de la Constanța și însuși orașul Constanța, diferite instituții, stadioane etc.

Excitarea luminoforilor (substanțe care devin luminiscente sub acțiunea razelor ultraviolete absorbite) se face de către radiațiile descărcării în vapori de mercur la presiune joasă. Luminoforul este întins ca un strat foarte subțire pe suprafața interioară a tubului de descărcare. Lămpile cu „lumina zilei" care emit lumina albă difuzată, au cea mai bună compoziție cromatică.

Becurile cu neon pentru semnalizare sînt umplute cu neon la presiunea de 10 — 20 mm *Hg;* distanța dintre electrozi este de cîțiva milimetri.

În fototelegrafie, la transmiterea imaginilor se utilizează becuri punctiforme în care se face descărcarea luminiscentă cu catod cilindric. Catodul cilindric focalizează fasciculul de electroni emis de el însuși. Descărcarea se face în lungul axei cilindrului și apoi spre anod.

Tuburile cu *neon cu ardere intensă,* dau o lumină roșie specifică, folosită la reclamele luminoase, la semnalizarea prin ceață etc.

La *analiza spectrală* se foolsesc descărcări în diferite gaze care ne dau spectre standard cu care se compară spectrele gazelor necunoscute ce se cercetează.

Filtrele electrice sînt aparate care folosesc descărcarea corona negativă. Particulele solide și lichide mici, străine, care pătrund în regiunea

exterioară a unei descărcări corona negative, se încarcă cu ioni negativi, trec apoi la anod, care nu prezintă efect corona și se depun pe el. Purificarea gazelor ieșite din coșuri de particule de funingine și de combustibil nears se bazează pe principiul filtrelor electrice. Tot pe același principiu se face și captarea substanțelor prețioase care „scapă prin coș" în unele industrii chimice.

Tot pe principiul filtrelor electrice se face *separarea unor particule de altele cu care sînt amestecate.* Importanța acestui procedeu este foarte mare, deoarece pe baza lui se îmbogățesc unele minereuri, se extrag substanțe prețioase din resturile industriei miniere. Așa se explică de ce pe lîngă furnale, se construiesc „combinate". Un exemplu grăitor este combinatul nostru de la Reșița, construit și dezvoltat în anii puterii populare.

S-au descris numai cîteva și totuși foarte puține, din aplicațiile descărcărilor electrice în gaze. Numai din acestea și încă se poate constata marea importanță a cunoașterii mai amănunțite a diferitelor tipuri de descărcări. De aici, și numeroasele cercetări științifice care se fac în acest domeniu. De aici, și numeroșii cercetători care studiază aceste descărcări. De aici și marea importanță practică și teoretică a descărcărilor electrice în gaze.

UN APARAT DE MECANICĂ ÎNTREBUINȚAT ÎN BIOLOGIE

de *ALEXANDRU STOENESCU*

Pentru determinarea precisă a unui tratament medical sau administrării unor doctorii încercate pe animale — de obicei, cîini — se măsoară energia de care aceste animale sînt capabile la un moment dat. Desigur aici nu este vorba de energia internă necesară desfășurării vieții, a mișcării organelor interne, ci de aceea pe care animalul este în stare să o exercite în exterior prin mișcările sale.

Cel mai simplu mijloc pentru o asemenea măsurare constă în a face ca animalul să se urce pe o scară sau pe un plan înclinat (fig. 1). Însemnînd cu P greutatea animalului, cu α unghiul scării cu orizontala și cu s deplasarea făcută în susul scării, lucrul mecanic consumat va fi:

$$E = L = Ps \sin \alpha$$

Experiența însă, ar cere scări sau plane înclinate prea lungi și de aceea se întrebuințează aparatul dat în fig. 2, compus dintr-o bandă rulantă, mobilă, pe care este așezat animalul; spre a nu cădea de pe bandă animalul va căuta să se mențină mergînd în raport cu banda, dar rămînînd pe loc în raport cu masa pe care este așezat aparatul. Pentru ca banda să aibă un mers cu viteza constantă (spre a nu căpăta viteze din ce în ce mai mari sub acțiunea greutății animalului), aceasta trebuie să fie în echilibru; pentru aceasta se atașează roții O, o greutate Q, ca în figură.

Pentru notațiile date în figură, prin momente în raport cu O, avem pentru echilibru:

$$Qr = PR \sin \alpha ; \quad Q = P \frac{R}{r} \sin \alpha \qquad (1)$$

(frecările în axele roților și rezistența mediului au fost neglijate; s-a

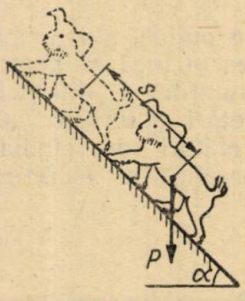


Fig. 1.

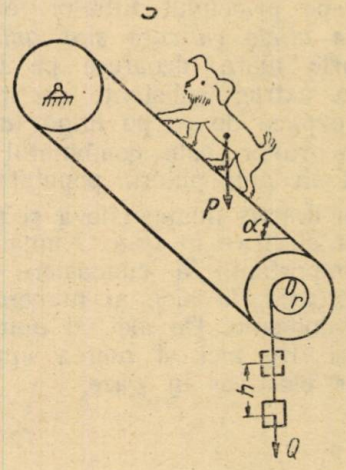


Fig. 2.

ținut seama de frecarea dintre animal și bandă, fără de care animalul nu se poate menține pe bandă).

Să presupunem că animalul rămîne fixat pe bandă și coboară uniform o distanță s; roțile benzii se vor roti cu unghiul $\theta = \frac{s}{R}$, iar lucrul mecanic motor al greutății P a animalului egalează lucrul rezistent al greutății Q care se urcă cu distanța $h = s \frac{r}{R}$ Avem:

$$Ps \sin \alpha = Qh = Qs \frac{r}{R},$$

adică tocmai relația (1).

În acest caz, animalul nu produce nici un lucru mecanic exterior.

Să presupunem acum, că animalul se menține prin mișcarea sa, la același nivel; prin aceasta înseamnă că lucrul mecanic motor nu mai este produs de coborîrea animalului, ci de energia cheltuită de animal prin deplasarea sa în raport cu banda. Rezultă că energia depusă de animal pentru o coborîre cu distanța s a benzii este:

$$E = Ps \sin \alpha,$$

adică, *aceeași* ca și cum banda ar fi *fixă* și animalul ar urca pe ea pe o distanță s.

Prin urmare, nu este nici o diferență între energia depusă de animal pentru a urca o anumită distanță pe o scară fixă sau a rămîne pe loc pe o bandă care coboară cu aceeași distanță.

Măsurarea energiei se poate face prin numărarea rotațiilor complete făcute de roțile din O; dacă n este numărul rotațiilor, avem:

$$s = 2\pi nR$$

și deci:

$$E = 2\pi nPR \cdot \sin \alpha = 2\pi nQr.$$

Observăm că rezultatul concordă cu principiul *relativității restrinse*: experiența (în cazul nostru, oboseala animalului) este identică în sisteme de referințe aflate în mișcare de translație rectilinie uniformă

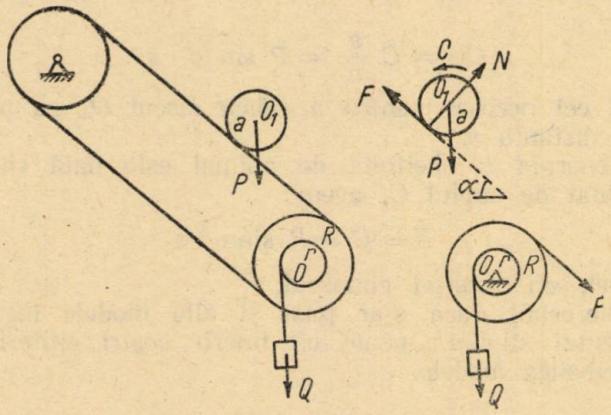


Fig. 3.

(în cazul nostru, un sistem de referință legat de bandă, iar celălalt sistem — legat de animal). Dăm mai jos (fig.3) și un model mecanic care reprezintă într-o oarecare măsură, cazul studiat de noi. Animalul este înlocuit cu discul O de rază a așezat pe bandă. Întrucît acest disc trebuie să fie în echilibru, vom aplica asupra lui cuplul C. Acest cuplu reprezintă capacitatea animalului de a produce lucrul mecanic motor. Elementele care își fac echilibru sînt prin urmare: greutatea P a discului, reacțiunea N a benzii, frecarea F dintre disc și bandă și cuplul C.

Condițiile de echilibru sînt:

$$N = P \cos \alpha; \quad F = P \sin \alpha; \quad C = P \sin \alpha \cdot a = F \cdot a$$

Pentru echilibrul benzii:

$$FR = PR \sin \alpha = Qr.$$

Rezultă:

$$Q = P \frac{R}{r} \sin \alpha,$$

relație cunoscută.

Să presupunem discul fixat pe bandă. Greutatea lui produce lucrul mecanic motor $Ps \sin \alpha$ iar cuplul C nu produce lucrul mecanic, întrucît discul nu se rotește, ci are o simplă mișcare de translație cu banda.

Avem în acest caz, cunoscuta egalitate:

$$Ps \sin \alpha = Q \frac{r}{R} s.$$

Să considerăm acum, că discul se rostogolește în raport cu banda, astfel încît centrul său O rămîne pe loc; în acest al doilea caz, greutatea discului nu mai produce lucru mecanic motor, în schimb, el este produs de cuplul C, deoarece discul se rotește în jurul punctului fix O_1 cu unghiul: $\varphi = \frac{s}{a}$. Rezultă că cuplul C produce lucrul mecanic motor:

$$C\varphi = C \frac{s}{a} = P \sin \alpha \cdot s$$

adică, tocmai cel necesar pentru a ridica discul O_1 pe planul înclinat al benzii, cu distanța s.

Întrucît energia E cheltuită de animal este dată chiar de lucrul mecanic efectuat de cuplul C, avem:

$$E = C = P \sin \alpha . s$$

regăsind astfel, un rezultat cunoscut.

Ar fi interesant dacă s-ar găsi și alte modele mecanice pentru ilustrarea cazului studiat; poate că tinerii noștri cititori vor încerca să obțină asemenea modele.

PENTRU CERCURILE DE MATEMATICI

IN LEGĂTURĂ CU O PROBLEMĂ DE LOC GEOMETRIC

Lector *P. BOLDESCU*, Craiova

Problema cu numărul 3498 din Nr. 1 anul 1959, al G.M.F. seria B, propusă de profesorul *G. Popescu* din Lugoj, ne dă prilejul de a expune o metodă pentru găsirea locurilor geometrice care sînt linii drepte, puțin utilizată în geometria elementară.

Metoda pe care o expunem are avantajul de a permite generalizarea cu ușurință a problemei propuse.

Enunțul problemei este:

Un punct M se mișcă pe ipotenuza BC a unui triunghi dreptunghic ABC. Fie O_1 și O_2 centrele cercurilor care trec prin MAC, respectiv MAB. Să se afle locul geometric al mijlocului segmentului O_1O_2.

Soluția I-a. Triunghiul O_1AO_2 este dreptunghic, cu unghiul drept în A, pentru că $\sphericalangle AO_1O_2 = \sphericalangle ABC$ și $\sphericalangle AO_2O_1 = \sphericalangle ACB$, ca avînd măsuri egale în cercurile O_1 și O_2, respectiv. Urmează că $AI = O_1I = ID$, D fiind mijlocul ipotenuzei BC (fig. 1). Punctul I fiind egal depărtat de punctele A și D, locul său este mediatoarea segmentului AD.

Pentru a doua soluție este necesar să demonstrăm două teoreme pregătitoare.

Teorema I-a: ABC fiind un triunghi oarecare, M un punct mobil pe latura BC iar MM' și MM'' paralele, respectiv, la AC și AB (fig. 2), avem

$$a \cdot AM' + b \cdot AM'' = c, \tag{1}$$

a, b, c fiind trei constante pozitive.

Într-adevăr din triunghiurile asemenea $MM'B$ și CAB rezultă:

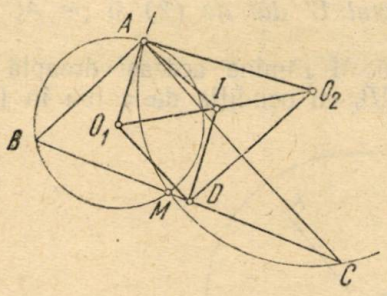


Fig. 1.

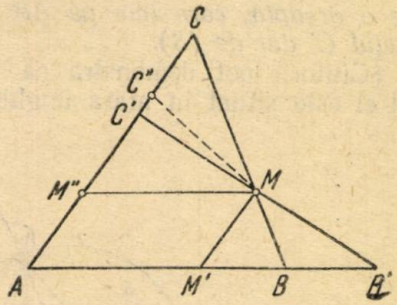


Fig. 2.

$$\frac{M'B}{AB} = \frac{AM''}{AC}, \quad \text{sau} \quad \frac{AB - AM'}{AB} = \frac{AM''}{AC},$$

care se mai scrie succesiv $\frac{AM''}{AC} + \frac{AM'}{AB} = 1,$

$$AC \cdot AM' + AB \cdot AM'' = AB \cdot AC \tag{2}$$

Egalitatea (2) demonstrează teorema.

Teorema II-a (reciproca teoremei a I-a): *Dacă pe laturile AB și AC ale unghiului BAC se iau punctele variabile M' și M'' astfel ca să avem:*

$$a \cdot AM' + b \cdot AM'' = c; \quad (a > 0,\ b > 0,\ c > 0), \tag{1'}$$

atunci paralela prin M' la AC se taie cu paralela prin M'' la AB într-un punct M, care descrie o linie dreaptă.

Într-adevăr, conform cu (1'), cînd $AM'' = 0$, punctul M' se va găsi pe AB într-un punct B', astfel ca să avem

$$AB' = \frac{c}{a},$$

iar cînd $AM' = 0$, punctul M'' se va găsi pe AC într-un punct C', astfel ca să avem

$$AC' = \frac{c}{b}. \tag{3}$$

Punctul M este în linie dreaptă cu B' și C'. Dacă nu ar fi așa, atunci dreapta $B'M$ ar întîlni latura AC a unghiului CAB într-un punct C'' și, conform teoremei directe aplicate triunghiului $C''AB'$, am avea

$$AC'' \cdot AM' + AB' \cdot AM'' = AC'' \cdot AB', \tag{4}$$

în timp ce, ținînd seama de (1'), (2) și (3), avem

$$AC' \cdot AM' + AB' \cdot AM'' = AC' \cdot AB'. \tag{5}$$

Relațiile (4) și (5) fiind contradictorii, teorema este demonstrată.

Din aceste două teoreme rezultă:

Locul geometric al punctelor M din interiorul unghiului CAB, așa fel situate încît, M' fiind intersecția paralelei prin M la AC cu AB și M'', intersecția paralelei prin M la AB cu AC, avem:

$$a \cdot AM' + b \cdot AM'' = c; \quad (a > 0, b > 0, c > 0),$$

este o dreaptă, care taie pe AB în punctul B' dat de (2) și pe AC în punctul C' dat de (3).

(Cititorii pot demonstra că locul lui M rămîne aceeași dreaptă și cînd el este situat în afara unghiului CAB, cu condiția de a lua în (1)

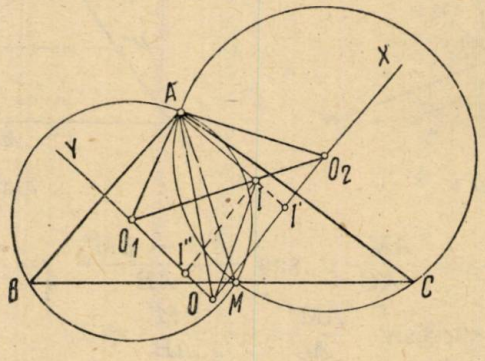


Fig. 3.

segmentele AM' și AM'' negative cînd sînt măsurate pe prelungirile laturilor unghiului CAB).

Aceste preliminarii fiind stabilite, să considerăm, în problema noastră, în locul triunghiului dreptunghic, un triunghic oarecare și în locul mijlocului segmentului care unește centrele celor două cercuri, un punct care împarte acest segment într-un raport oarecare, dat (fig. 3). Avem deci

$$\frac{IO_2}{IO_1} = k.$$

Patrulaterul AO_1OO_2 este inscriptibil, căci $\sphericalangle O_1OA = \sphericalangle O_1O_2A = \sphericalangle BCA$.

Teorema lui *Ptolomeu*, aplicată acestui patrulater, dă:

$$OO_1 \cdot AO_2 + OO_2 \cdot AO_1 = O_1O_2 \cdot AO. \qquad (6)$$

Insă triunghiul AO_1O_2 nu-și schimbă forma (rămîne asemenea cu el însuși) în timpul mișcării punctului M *pe* BC, căci $\sphericalangle O_1 = \sphericalangle AOO_2 =$ = const. și $\sphericalangle O_2 = \sphericalangle AOO_1 =$ const. Avem deci:

$$\frac{AO_2}{O_1O_2} = a = \text{const.}, \qquad \frac{AO_1}{O_1O_2} = b = \text{const.}$$

Înseminînd $AO = c$, relația (6) devine

$$a \cdot OO_1 + b \cdot OO_2 = c. \qquad (7)$$

Ducem prin I paralela II' la OO_1 și paralela II'' la OO_2.
Triunghiurile asemenea $II'O_2$ și $II''O_1$ dau

$$\frac{II'}{I''O_1} = \frac{I'O_2}{I''I} = \frac{IO_2}{IO_1} = k,$$

de unde se deduce

$$(1 + k)OI' = OO_2\,; \quad (1 + k)OI'' = k.OO_1.$$

Înmulțim prima relație cu $k\,b$, a doua cu a și adunăm.
În conformitate cu (7), avem:

$$kb(1 + k)OI' + a(1 + k)OI'' = k(a \cdot OO_1 + b \cdot OO_2) = kc. \qquad (8)$$

Însemnînd $kb\ (1 + k) = a'$; $a\,(1 + k) = b'$ și $kc = c'$, relația (8) devine

$$a' \cdot OI' + b' \cdot OI'' = c'. \qquad (9$$

care demonstrează că punctul I descrie o dreaptă.

Cîteva cunoștințe de geometrie proiectivă *) ne dau posibilitatea să rezolvăm ușor și elegant problema propusă, legînd-o de o teorie generală.

Soluția a III-a. Avem $\sphericalangle O_1AO_2 = \sphericalangle BAC = \text{const.}$ Laturile AO_1 și AO_2 descriu două fascicole în corespondență proiectivă iar punctele O_1 și O_2 descriu pe dreptele OY și OX, respectiv, două punctuale în corespondență proiectivă.

Se vede imediat (pentru că $\sphericalangle BAC + \sphericalangle YOX = 180^0$) că punctele de la infinit se corespund. Urmează că dreapta O_1O_2 înfășoară o parabolă tangentă la OX și OY. Problema revine la a găsi locul geometric al unui punct care împarte într-un raport constant segmentul de dreaptă interceptat de două tangente fixe pe o tangentă mobilă la o parabolă. Problema este cunoscută (ea este un caz particular al unei probleme mai generale, relativă la o conică oarecare) și locul căutat este o dreaptă, tangentă și ea la aceeași parabolă.

O PROBLEMĂ PRIVIND MIȘCAREA UNEI LOCOMOTIVE

C. MENCIU, Craiova

Pe parcursul între două stații A și B un mecanic de locomotivă are de rezolvat mai multe probleme, dintre care una este următoarea: *Pleacă din stația A, accelerează, intră în regim uniform și apoi la 1 km de stația B frînează, pentru a se opri exact în stație. Se cunoaște distanța AB = 10 km, timpul de parcurs 10 minute. Să se determine:*

1) *Momentul cînd începe mișcarea uniformă știind că terasamentul nu permite viteze mai mari ca 80 km/oră.*

2) *Timpul parcurs în mișcarea uniformă.*

3) *Timpul de frînare.*

La această problemă prezentăm următoarea soluție.

În mișcarea uniform accelerată, ecuațiile mișcării sînt:

$$S = \frac{at^2}{2}, \quad v = at,$$

unde a este acecelrația.

---

*) C. Borș: Elemente de geometrie proiectivă. Biblioteca SSMF nr. 25.

Fie t_1 timpul de accelerare și v_1 viteza la sfîrșitul acestei perioade. Deducem: $a = \frac{v_1}{t_1}$, deci drumul pe care se produce accelerarea este:

$$S_1 = \frac{v_1 t_1}{2}.$$

Din momentul t_1 începe mișcarea uniformă. Viteza la acest moment este v_1, cea obținută la sfîrșitul accelerării.

Fie t_2 și S_2, timpul și drumul parcurs în mișcarea uniformă. Avem

$$S_2 = t_2 v_1.$$

La 1 km de stația B începe frînarea. La început viteza locomotivei este v_1. Ecuațiile mișcării în frînare sînt:

$$S = v_1 t - \frac{a}{2} t^2$$

$$v = v_1 - at$$

Fie t_3 timpul de frînare și $S_3 = 1$ drumul parcurs.

După timpul t_3, locomotiva se oprește în stația B, deci:

$$v = v_1 - at_3 = 0.$$

Rezultă: $a = \frac{v_1}{t_3}$ și $S_3 = \frac{v_1 t_3}{2} = 1$,

de unde deducem timpul de frînare:

$$t_3 = \frac{2}{v_1}.$$

Formăm ecuațiile:

$$S_1 + S_2 + S_3 = 10,$$
$$t_1 + t_2 + t_3 = 10,$$

deci

$$v_1 t_1 + 2v_1 t_2 = 18,$$
$$v_1 t_1 + v_1 t_2 = 10v_1 - 2.$$

Rezultă că viteza la sfîrșitul accelerării este:

$$V_1 = \frac{22}{20 - t_1} \text{ (km/min)},$$

timpul cît durează mișcarea uniformă este:

$$t_2 = \frac{10(9 - t_1)}{11}, \text{ (minute)}$$

drumul parcurs în timpul accelerării este: $S_1 = \frac{11t_1}{20-t_1}$, (km) drumul parcurs uniform:

$$S_2 = \frac{20(9-t_2)}{20-t_1} \text{ (km)},$$

timpul de frînare:

$$t_3 = \frac{20-t_1}{11} \text{ (minute)}.$$

Se vede că rezultatele depind de timpul t_1, cît durează accelerarea locomotivei.

În condiția că terasamentul nu permite viteze mai mari decît 80 km/oră, adică $\frac{4}{3}$ km/min, trebuie ca:

$$v_1 = \frac{22}{20-t_1} \leqslant \frac{4}{3},$$

de unde rezultă $t_1 \leqslant 3\frac{1}{2}$ min.

Dăm mai jos un tablou de rezultatele obținute, după cum accelerarea durează 1,2 sau 3 minute.

	Timpul t_1 de accelerare	$t_1 = 1$	$t_1 = 2$	$t_1 = 3$
v_1	Viteza la sfîrșitul accelerării în km/oră	69,48	73,32	77,64
t_2	Durata mișcării uniforme în minute	7^m12^s	6^m21^s	5^m27^s
S_1	Drumul de accelerare în kilometri	0,579	1,222	1,941
S_2	Drumul parcurs în mod uniform în kilometri	8,421	7,778	7,059
t_3	Durata frînării în minute	1^m48^s	1^m39^s	1^m33^s

Observații:

1. Reglementar frînarea locomotivei se face la depărtarea de 800 m de stație.

2. În cazul general, cînd $AB = D$ și timpul de parcurs T, și dacă se notează $d = 800$ m, avem următoarele rezultate, în funcție de timpul t cît durează accelerarea:

Viteza la sfîrșitul accelerării: $V = \frac{2(D+d)}{2T-t}$,

Drumul parcurs în accelerare: $S_1 = \frac{(D+d)t}{2T-t}$.

Timpul în mișcarea uniformă: $t_2 = \frac{T(D-d)-Dt}{D+d}$.

Drumul parcurs uniform: $S_2 = \frac{2T(D-d)-2Dt}{2T-t}$

Timpul de frînare: $t_3 = \frac{(2T-t)d}{D+d}$.

ASUPRA UNEI PROBLEME „DISTRACTIVE"

CORNELIU GEORGESCU, Craiova

Se cere să se găsească patru greutăți X_1, X_2, X_3, X_4, avînd fiecare cîte un număr întreg de hectograme, cu care să se cîntărească, la o balanță cu două talere, marfă în greutate de 1 hg, 2 hg, 3 hg,..... n hg, dintr-o singură cîntărire fiecare, iar n să fie cît mai mare posibil. Se admite ca pe un taler al balanței să fie și marfă și una sau mai multe din cele patru greutăți.

Pentru a obține pe n cît mai mare, este necesar ca cele patru greutăți să fie diferite și cîntăririle să se facă :

a) Cu o greutate pe un taler și marfă pe celălalt taler, adică un număr de C_4^1 cîntăriri (C_4^i reprezintă combinările a patru obiecte luate cîte i).

b) Cu o greutate pe un taler, alta pe celălalt taler și marfă pe talerul cu greutatea cea mai mică, adică un număr de C_4^2 cîntăriri.

c) Cu două greutăți pe un taler și marfă pe celălalt taler, adică un număr de C_4^2 cîntăriri.

d) Cu două greutăți pe un taler, o altă greutate pe celălalt taler și marfă pe talerul cerut de echilibrul balanței ; deci, un număr de $4\,C_3^2$ cîntăriri.

e) Cu două greutăți pe un taler, celelalte două pe celălalt taler și marfă pe talerul în care greutățile puse însumează mai puțin ; adică un număr de $\frac{1}{2}\,C_4^2$ cîntăriri.

f) Cu trei greutăți pe un taler și marfă pe celălalt taler, adică un număr de C_4^3 cîntăriri.

g) Cu trei greutăți pe un taler, alta pe talerul al doilea și marfă pe talerul indicat de echilibrul balanței, adică un număr de C_4^1 cîntăriri.

h) Cu toate greutățile pe un taler și marfă pe talerul al doilea, deci un număr de C_4^4 cîntăriri. În total, numărul cîntăririlor este :

$$C_4^1 + C_4^2 + C_4^2 + 4C_3^2 + \tfrac{1}{2}C_4^2 + C_4^3 + C_4^1 + C_4^4 = 40,$$

adică $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 40$ hg.

Greutatea mărfii obținută în felul a) trebuie să fie diferită de oricare din greutățile marfă obținute în felul b), c).....g), adică

$$X_i \neq X_j \pm X_k,$$
$$X_i \neq X_j + X_k - X_m,$$
$$X_i \neq X_j + X_k - X_i - X_m,$$
$$X_i \neq X_j + X_k + X_m,$$
$$X_i \neq X_j + X_k + X_m - X_i.$$

Să presupunem $X_1 < X_2 < X_3 < X_4$. Pentru a cîntări 39 hg, trebuie să fie puse greutățile X_2, X_3, X_4 pe un taler și marfă pe celălalt taler ; rezultă $X_1 = 1$ hg. Deoarece o greutate nu trebuie să fie egală cu dife-

rența sau suma altor greutăți, rezultă că $X_2 \neq 2$ hg (căci $2 - 1 = 1$). Putem avea $X_2 = 3$ hg și în acest caz, cu greutățile $X_1 = 1$ hg și $X_2 = 3$ kg, se poate cîntări 1 hg, 2 hg, 3 hg și 4 hg. Greutatea X_3 nu poate fi de 4 hg căci ar fi egală cu $X_1 + X_2$; X_3 nu poate fi de 5 hg, fiindcă atunci $X_3 - X_2 = X_2 - X_1$; $X_3 \neq 6$ hg, deoarece dacă $X_3 = 6$ atunci $X_3 - X_2 = X_2$; X_3 nu poate fi de 7 hg și nu poate fi de 8 hg, fiindcă ar rezulta $X_3 - X_2 = X_1 + X_2$ sau $X_3 - (X_1 + X_2) = X_1 + X_2$. Dar putem lua $X_3 = 9$ hg și acum, cu greutățile X_1, X_2, X_3 se poate cîntări marfă în condițiile problemei, de 1 hg, 2 h.....13 hg.

Rezultă $X_4 = 40$ hg $- 13$ hg $= 27$ hg. Așa dar, cele patru greutăți sînt de: 1 hg, 3 hg, 9 hg și 27 hg. Observăm că aceste numere sînt în progresie geometrică cu rația $q = 3$. Această progresie se poate prelungi la cinci sau mai mulți termeni. Cînd $X_5 = 3^4 = 81$, se poate face un număr de cîntăriri egal cu $\frac{3^5 - 1}{2} = 121$. Pentru a cîntări, de ex. 49 hg cu aceste cinci greutăți, vom pune greutățile de 81 hg, 3 hg și 1 hg într-un taler al balanței și greutățile de 9 și 27 hg împreună cu marfa, pe celălalt taler.

În general, progresia $1, 3, 3^2, \ldots 3^{n-1}$ se bucură de următoarele proprietăți:

α) Un termen nu este egal cu diferența a doi termeni. În adevăr, dacă $3^i = 3^k - 3^j$ sau dacă $3^i = 3^k - 3^i$ (deci $2 \cdot 3^i = 3^k$), ar însemna că un număr impar este egal cu un număr par (3^m = număr impar). De aici, mai rezultă că: un termen nu poate fi egal cu suma a doi alți termeni sau cu suma unui număr par de termeni.

β) Un termen nu poate fi egal cu suma unui număr impar de termeni (sau, diferența a doi termeni nu este egală cu suma unui număr par de termeni).

Să presupunem că: $3^m = 3^k + 3^i + 3^j$ unde $m > k > i > j$, putem scrie:

$3^{m-j} = 3^{k-j} + 3^{i-j} + 1$ egalitate imposibilă deoarece membrul întîi este multiplu al lui 3, iar membrul al doilea este forma $3p + 1$.

γ) Suma unui număr impar de termeni nu poate fi egală cu suma unui număr impar de alți termeni. În adevăr, să presupunem că:

$$3^m + 3^n + 3^p = 3^k + 3^i + 3^j + 3^f + 3^e$$

Dacă „e" este cel mai mic dintre acești exponenți, avem:

$$3^{m-e} + 3^{n-e} + 3^{p-e} = 3^{k-e} + 3^{j-e} + 3^{f-e} + 1.$$

Dar, membrul întîi este forma $3a$, iar membrul al doilea este de forma $3a + 1$, deci egalitatea este imposibilă. Folosim același raționament și în cazul cînd și în membrul întîi și în membrul al doilea se află cîte o sumă de termeni în număr par.

Ne punem acum întrebarea: progresia $1, a, a^2, \ldots a^{n-1}$, poate avea pe $a \neq 3$, pentru a obține un număr maxim de cîntăriri? Răspundem că „a" nu poate avea decît valoarea 3 și iată de ce: pentru $n = 4$, trebuie să avem $1 + a + a^2 + a^3 = 40$, sau $a(1 + a + a^2) = 39$ de unde $a = 3$.

CALEIDOSCOP MATEMATIC

1. *Numere interesante.* Cu cifrele 1 și 6 se formează un pătrat perfect $16 = 4^2$. Dacă între 1 și 6 introducem numărul 15, obținem $1156 = 34^2$. După o nouă introducere în mijlocul numărului 1156 a lui 15, se obține pătratul perfect $111556 = 334^2$. Ori cît am continua acest proces obținem pătrate perfecte:

$$11115556 = 3334^2$$
$$1111155556 = 33334^2$$
$$111111555556 = 333334^2 \text{ etc.}$$

Se observă deci că toate numerele de forma

$N = \underbrace{11\ldots1}_{\text{de } n \text{ ori}}\ \underbrace{55\ldots5}_{\text{de } n-1 \text{ ori}}6$ sînt pătrate perfecte

ale unui număr întreg. Să demonstrăm acest lucru:
Numărul N se mai scrie:

$N = \underbrace{11\ldots1}_{\text{de } n \text{ ori}}\ \underbrace{55\ldots5}_{\text{de } n \text{ ori}} + 1$. Dar numărul $\underbrace{11\ldots1}_{\text{de } n \text{ ori}}$

se scrie ca suma puterilor numărului 10 plus 1:

$$N = \underbrace{11\ldots1}_{\text{de } n \text{ ori}}\ \underbrace{55\ldots5}_{\text{de } n \text{ ori}} + 1 = \underbrace{11\ldots1}_{\text{de } n \text{ ori}}\ \underbrace{00\ldots0}_{\text{de } n \text{ ori}} +$$
$$+ \underbrace{55\ldots5}_{\text{de } n \text{ ori}} + 1 = \underbrace{11\ldots1}_{\text{de } n \text{ ori}} \cdot 10^n + 5 \cdot \underbrace{11\ldots1}_{\text{de } n \text{ ori}} + 1 =$$
$$= \underbrace{11\ldots1}_{\text{de } n \text{ ori}}(10^n + 5) + 1 = (10^{n-1} + 10^{n-2} + \ldots + 10 + 1)(10^n + 5) + 1 =$$
$$= \frac{10^n - 1}{10 - 1}(10^n + 5) + 1 = \frac{10^{2n} - 10^n + 5 \cdot 10^n - 5 + 9}{9} =$$
$$= \frac{10^{2n} + 4 \cdot 10^n + 4}{9} = \left(\frac{(10^n + 2)}{3}\right)^2,$$

adică ceea ce trebuia de demonstrat.

2. *„Constelațiile" lui Euler și Goldbach.* Avem:

$$2 + 3 + 7 = 1 + 5 + 6$$
$$2^2 + 3^2 + 7^2 = 1^2 + 5^2 + 6^2 \qquad (1)$$

sau:

$$0 + 5 + 5 + 10 = 1 + 2 + 8 + 9$$
$$0^2 + 5^2 + 5^2 + 10^2 = 1^2 + 2^2 + 8^2 + 9^2 \qquad (2)$$
$$0^3 + 5^3 + 5^3 + 10^3 = 1^3 + 2^3 + 8^3 + 9^3$$

sau:

$$1 + 6 + 7 + 17 + 18 + 23 = 2 + 3 + 11 + 13 + 21 + 22$$
$$1^2 + 6^2 + 7^2 + 17^2 + 18^2 + 23^2 = 2^2 + 3^2 + 11^2 + 13^2 + 21^2 + 22^2$$
$$1^3 + 6^3 + 7^3 + 17^3 + 18^3 + 23^3 = 2^3 + 3^3 + 11^3 + 13^3 + 21^3 + 22^3 \qquad (3)$$
$$1^4 + 6^4 + 7^4 + 17^4 + 18^4 + 23^4 = 2^4 + 3^4 + 11^4 + 13^4 + 21^4 + 22^4$$
$$1^5 + 6^5 + 7^5 + 17^5 + 18^5 + 23^5 = 2^5 + 3^5 + 11^5 + 13^5 + 21^5 + 22^5$$

Există și multe alte grupe de numere legate prin asemenea relații. De problema găsirii lor s-au ocupat Euler și Goldbach. Ei au considerat aceste numere ca rădăcini ale unor sisteme de ecuații. Astfel pentru cazul (1) avem:

$$x_1 + x_2 + x_3 = y_1 + y_2 + y_3$$
$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$$

sistem care poate fi verificat de soluțiile

$$\begin{cases} x_1 = a + c \; ; & x_2 = b + c & ; & x_3 = 2a + 2b + c \; ; \\ y_1 = c & ; & y_2 = 2a + b + c ; & y_3 = a + 2b + c, \end{cases}$$

sau

$$\begin{cases} x_1 = ad & ; & x_2 = ac + bd & ; & x_3 = bc \; ; \\ y_1 = ac & ; & y_2 = ad + bc & ; & y_3 = bd. \end{cases}$$

Înlocuind pe a, b, c, d cu orice numere vrem, obținem multe constelații asemănătoare cu (1).

Pentru a obține numere de genul celor de sub (2) folosim formulele:

$$x_1 = a, \; y_1 = 2a + b \; ; \; x_2 = b, \; y_2 = a + 3b \; ; \; x_3 = 3a + 3b,$$
$$y_3 = 3a + 4b \; ; \; x_4 = 2a + 4b, \; y_4 = 0.$$

Goldbach și Euler au dat următoarea „cheie" pentru a obține numere asemănătoare celor din egalitățile (3).

$$a^n + (a + 4b + c)^n + (a + b + 2c)^n + (a + 9b + 4c)^n + (a + 6b + 5c)^n +$$
$$+ (a + 10b + 6c)^n = (a + b)^n + (a + c)^n + (a + 6b + 2c)^n +$$
$$+ (a + 4b + 4c)^n + (a + 10b + 5c)^n + (a + 9b + 6c)^n$$

Înlocuind pe a, b, c cu orice numere dorim, iar pe n cu 1, 2, 3, 4, 5, obținem cîte 5 constelații de acest fel.

3. *„Ornamente" din cifre:*

$9 + 9 = 18$; $24 + 3 = 27$; $47 + 2 = 49$; $497 + 2 = 499$
$9 \cdot 9 = 81$; $24 \cdot 3 = 72$; $47 \cdot 2 = 94$; $497 \cdot 2 = 994$.

sau:

$12 \cdot 42 = 21 \cdot 24$	$24 \cdot 63 = 42 \cdot 36$
$12 \cdot 63 = 21 \cdot 36$	$24 \cdot 84 = 42 \cdot 48$
$12 \cdot 84 = 21 \cdot 48$	$26 \cdot 93 = 62 \cdot 39$
$13 \cdot 62 = 31 \cdot 26$	$36 \cdot 84 = 63 \cdot 48$
$23 \cdot 96 = 32 \cdot 69$	$46 \cdot 96 = 64 \cdot 69$

4. *Din viața numerelor.* Cu ajutorul mașinilor electronice de calculat s-a obținut cel mai mare număr prim cunoscut azi:

$$2^{2281} - 1$$

Matematicianul sovietic Slobodskoi a găsit și demonstrat o teoremă cu ajutorul căreia se pot afla divizori ai numărului $2^p - 1$ pentru diferite valori ale lui p. Pe această cale el a arătat că numărul $2^{5002331} - 1$ se divide cu 10004663 și că el are peste un milion și jumătate de cifre!

După *Matematica distractivă* — Kordemski, Editura Tineretului.

CALEIDOSCOP FIZIC

1. Căldură și conductibilitate

Priviți figura 1. Oul fierbe în apa turnată într-o pîlnie de hîrtie. Încercați să faceți experiența luînd o hîrtie de pergament, din care faceți o pîlnie și o fixați solid cu o sîrmă. Veți constata că hîrtia nu va suferi din pricina flacării. Cauza este că apa poate fi încălzită într-un vas deschis numai pînă la temperatura de fierbere, adică pînă

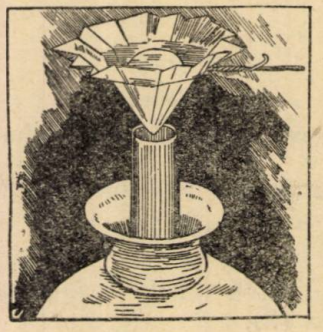


Fig. 1.

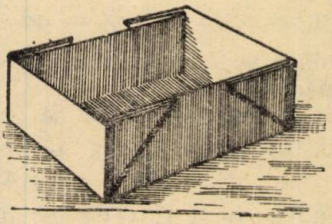


Fig. 2.

la 100°. De aceea apa încălzită, avînd în același timp o mare capacitate calorică, absoarbe suplimentul de căldură comunicat hîrtiei și nu-i permite să se încălzească cu mult peste 100°, adică atît încît să se

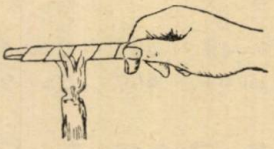


Fig. 3.

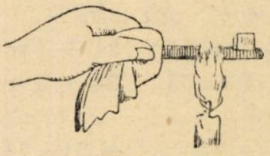


Fig. 4.

aprindă. (Mai practic este să se folosească o cutie de hîrtie nu prea mare, ca aceea reprezentată în figura 2). Hîrtia nu se va aprinde, deși este atinsă de flacără.

În aceeași categorie de fenomene intră și experiența nefericită pe care o fac de multe ori oamenii distrați, cînd pun la foc samovarul fără apă: samovarul se descositorește. Cauza este ușor de înțeles: cositorul se topește destul de ușor și numai un strîns contact cu apa face ca temperatura să nu se ridice atît, încît să provoace topirea cositorului. De asemenea nu este permis să se încălzească fără apă cratițele cositorite.

Veți putea de asemenea să topiți de exemplu o bucată de plumb într-o cutie făcută dintr-o carte de joc. Trebuie să supuneți însă acțiunii flăcării numai acea parte a hîrtiei care aderă cu plumbul: metalul, ca un corp bun conducător de căldură, va lua de la hîrtie

surplusul de căldură, nepermiţîndu-i să se încălzească peste temperatura de topire, adică 335° (pentru plumb); o astfel de temperatură nu este suficientă pentru aprinderea hîrtiei.

Va reuşi foarte bine şi experienţa următoare: se înfăşoară strîns cu o panglică de hîrtie un cui gros de fier (sau mai bine de cupru); înfăşurarea se face în spirală, după cum se vede în figura 3. Se introduce apoi cuiul înfăşurat cu panglica de hîrtie în flacără. Flacăra va atinge hîrtia, o va afuma însă nu o va aprinde pînă cînd cuiul nu se va încinge. Explicaţia constă în buna conductibilitate a metalelor; încercînd să faceţi aceeaşi experienţă însă folosind un bastonaş de sticlă nu veţi reuşi. O experienţă asemănătoare se poate face dacă se bobinează strîns puţină aţă pe o cheie (fig. 4).

2. Sfîrleaza misterioasă

Dintr-o hîrtie subţire de ţigară decupaţi un mic dreptunghi. Îndoiţi-o după liniile mijlocii şi îndreptaţi-o: veţi şti unde este centrul de greutate a figurii dv. Puneţi acum hîrtia pe vîrful ascuţit al unui ac, astfel încît acul să o sprijine exact în acest punct.

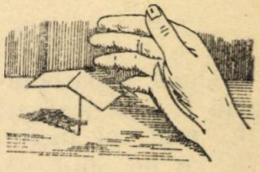


Fig. 5.

Hîrtiuţa va rămîne în echilibru: ea este sprijinită în centrul de greutate. La cea mai mică adiere însă, ea va începe să se rotească.

Pînă acum aparatul nu prezintă nimic misterios. Apropiaţi însă mîna aşa cum se vede pe figura 5; apropiaţi-vă cu grijă pentru ca hîrtiuţa să nu fie smulsă de curentul de aer. Veţi vedea un lucru ciudat: hîrtiuţa va începe să se rotească mai întîi încet, apoi tot mai repede. Îndepărtaţi mîna — rotirea va înceta. Apropiaţi-o, va începe din nou.

Această ciudată rotaţie mult timp — în deceniul al 7-lea al secolului trecut — dădea impresia că corpul nostru are nişte însuşiri supranaturale. Amatorii de misticism găseau în această experienţă confirmarea concepţiilor lor nebuloase asupra unor forţe ale corpului uman de natură misterioasă. Cu toate acestea cauza este foarte naturală şi simplă: aerul încălzit în partea de jos de către mîna dv. se ridică în sus şi apăsînd pe hîrtie o obligă să se rotească.

Un observator atent va constata că morişca descrisă se roteşte într-o direcţie bine determinată — de la încheietură în lungul palmei spre degete. Aceasta se poate explica prin diferenţa de temperatură dintre părţile amintite ale mîinii: capetele degetelor sînt întotdeauna mai reci decît palma; de aceea în apropierea palmei se formează un curent ascendent de aer, mult mai puternic, care loveşte în hîrtie cu mai multă tărie decît curentul generat de căldura degetelor *).

*) Se poate observa de asemenea că, în cazul febrei sau dacă temperatura este mai ridicată, morişca se învîrte mult mai repede. Acestui aparat, care cîndva a provocat mari nedumeriri, i-a fost consacrată chiar o lucrare fizico-fiziologică comunicată la Societatea de medicină din Moscova în 1876 (N. P. Naceaev. Rotaţia corpurilor uşoare sub acţiunea căldurii mîinii).

3. Raza de lumină

Știm că într-un mediu omogen lumina se propagă rectiliniu, adică pe drumul cel mai scurt. Lumina alege însă drumul cel mai scurt chiar și atunci cînd nu merge direct de la un punct la altul, ci în prealabil suferă o reflexie pe o oglindă.

Să cercetăm acest drum. Să presupunem că litera *A* de pe figura 6 reprezintă sursa de lumină, linia *MN* oglinda, iar linia *ABC* drumul razei de la luminare pînă la ochi (*C*). Dreapta *KB* este perpendiculară pe *MN*.

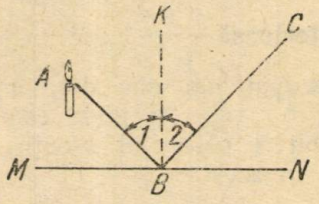


Fig. 6.

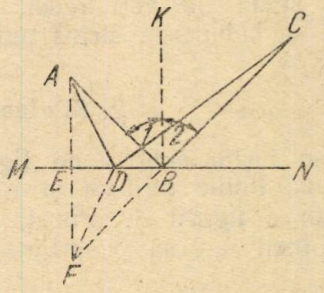


Fig. 7.

După legile opticei unghiul de reflexie 2 este egal cu unghiul de incidență 1. Știind aceasta, este ușor de demonstrat că, dintre toate drumurile *ABC* este cel mai scurt. Pentru aceasta să comparăm drumul razei *ABC* cu un altul, de exemplu *ADC* (fig. 7). Să coborîm perpendiculara din punctul *A* pe *MN* și să prelungim pînă va intersecta prelungirea razei *BC* în *F*. Să unim punctele *F* și *D*. Ne vom convinge înainte de toate că triunghiurile *AME* și *ABF* sînt egale. Ele sînt triunghiuri dreptunghice și au cateta comună *EB*; în plus unghiurile *EFB* și *EAB* sînt egale, deoarece sînt respectiv egale cu unghiurile 2 și 1. Prin urmare $AE = EF$. Rezultă deci egalitatea triunghiurilor dreptunghice *AED* și *EDC*, avînd catetele egale și de asemenea *AD* egal cu *DF*.

Din această cauză drumul *ABC* poate fi înlocuit cu drumul egal *CBF* (deoarece *AB* este egal cu *FD*), iar drumul *ADC* cu drumul *CDF*. Comparînd între ele lungimile *CBF*, și *CDF*, vedem că linia dreaptă *CBF* este mai scurtă decît linia frîntă *CDF*. De aici rezultă că drumul *ABC* este mai scurt decît *ADC*, ceea ce trebuie demonstrat.

Ori unde s-ar afla punctul *D* drumul *ABC* va fi întotdeauna mai scurt decît drumul *ADC*, cu condiția ca unghiul de reflexie să fie egal cu unghiul de incidență. Prin urmare lumina într-adevăr alege drumul cel mai scurt, dintre toate drumurile posibile, care leagă sursa, lumina și ochiul. Acest lucru a fost observat pentru prima dată încă de Heron din Alexandria, vestitul matematician și mecanician din secolul al II-lea.

4. Zborul ciorii

Capacitatea de a găsi drumul cel mai scurt în cazuri asemănătoare cu cel pe care l-am considerat mai sus, poate să servească la rezolvarea unor probleme. Iată una dintre ele.

Pe ramura unui copac stă o cioară. Jos în curte sînt împrăştiate grîunţe. Cioara coboară de pe cracă, apucă un grăunte şi se aşază pe gard. Se întreabă de unde trebuie să ia grăuntele, astfel încît drumul său să fie cît mai scurt (fig. 8).

Această problemă este foarte asemănătoare cu aceea pe care am

Fig. 8.

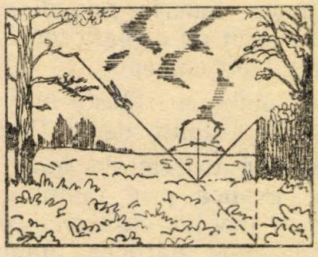


Fig. 9.

considerat-o mai înainte. Nu este greu să dăm răspunsul corect: cioara trebuie să imite raza de lumină, adică să zboare astfel încît unghiul 1 să fie egal cu unghiul 2 (fig. 9). Am văzut că în acest caz drumul este cel mai scurt.

(Traducere din l. rusă) *V. A.*

CALEIDOSCOP ASTRONOMIC

1. *Unităţi de măsură siderale.* Unitatea astronomică este distanţa de la Pămînt la Soare, egală cu 145 500 000 km. Anul lumină are 9460 miliarde de km. Parsecul are 206 265 unităţi astronomice şi este echivalent cu 3,26 ani lumină. Kiloparsecul are 1000 parseci. Megaparsecul are 1000 kiloparseci.

Ca să ne imaginăm pe o cale intuitivă cît de mare este un megaparsec, să considerăm un fir subţire de plasă de păianjen întins pe distanţa Craiova—Bucureşti. El ar cîntări mai puţin de 1,5 grame. Acelaşi fir întins între Pămînt şi Lună, ar cîntări 6 kg, iar pe distanţa dintre Pămînt şi Soare, firul ar cîntări 2,3 tone.

Ei bine, firul de păianjen întins pe lungimea unui megaparsec, ar cîntări 500 miliarde de tone.

Lumina care are viteza de 300 000 km/s parcurge un megaparsec în 3 260 000 ani.

Astronomia modernă a descoperit sisteme stelare cum sînt nebuloasele şi metagalaxiile situate la distanţe de sute şi mii de megaparseci.

2. *Cea mai apropiată stea din emisferul nordic.* Se ştie că cea mai apropiată stea de Pămînt este Steaua Proxima din Constelaţia Centaurului. Ea se vede numai din emisferul austral şi se află la distanţa de 3,5 ani lumină.

In emisferul nordic, cea mai apropiată de noi, este steaua „Proiectil" din Constelaţia Şarpelui. Ea se află la distanţa de aproximativ 5 ani

lumină. Are o viteză foarte mare și s-a socotit că în mai puțin de 100 mii de ani ea se va apropia de sistemul nostru solar, mult mai mult decît Steaua Proxima din Centaur.

3. *Materia cea mai grea.* Steaua Sirius din Constelația Cîinele Mare are un satelit cu un volum de 6800 ori mai mic ca al Soarelui, dar care este compusă dintr-o materie de 60 mii de ori mai grea decît apa. Un pahar plin cu materia acestui satelit cîntărește 12 tone și nu poate fi transportat decît cu o platformă de cale ferată. Un cm^3 din această materie cîntărește cît 30 oameni.

Acest satelit se rotește în jurul lui Sirius la o distanță de aproape de 20 ori cît distanța de la Pămînt la Soare, adică cam 3 miliarde de km.

Densitatea extrem de mare a materiei din care se compune acest satelit, se explică prin faptul că materia este extrem de comprimată: Atomii și-au pierdut electronii ce se roteau în jurul nucleelor și a căror orbite determină mărimea atomului. Perdeaua acestor electroni micșorează diametrul atomului de mii de ori, fără a se reduce aproape de loc din masa acestuia. Astfel „mutilați", atomii, puși în mișcare de o presiune fantastică, se comasează de mii de ori mai mult ca atomii obișnuiți și determină o densitate uriașă.

S-au descoperit stele mici, uneori cît globul pămîntesc compuse din materie de 400 000 ori mai grea decît apa. În 1953 s-a descoperit în Constelația Casiopea o stea care are densitatea de 500 ori mai mare decît a satelitului lui Sirius, despre care am vorbit. Steaua este de vreo opt ori mai mică decît Pămîntul, dar 1 cm^3 din materia acestei stele cîntărește 36 tone pe Pămînt. Densitatea ei este de două milioane de ori mai mare decît a aurului: În centrul stelei densitatea este și mai mare: 1 milion de kg pe cm^3. Materia cuprinsă într-un degetar ar cîntări cît un transatlantic. Este sigur că în străfundurile nesfîrșite ale Universului există exemplare cu densități și mai fantastice.

4. *Stele gigantice.* Pînă în 1920 se credea că stelele au aproximativ mărimea Soarelui nostru. De la această dată, cu ajutorul fizicii, bazați pe fenomenul de interferență a luminii, ca și pe studiul spectral, s-au putut determina mai precis dimensiunile stelelor. Rezultatele au fost uimitoare!

Steaua Betelgeuse din Constelația Orion, are un diametru mai mare ca orbita planetei Marte. Diametrul stelei Antares este de 450 milioane de km. În interiorul ei ar încăpea Soarele și orbita Pămîntului. Steaua Mira din Constelația Balena, este o adevărată „minune" printre stele. Are un diametru de 400 ori mai mare decît al Soarelui.

Densitatea lor este extem de mică: se apropie de aceea a aerului rarefiat. Sînt stele în primele faze ale existenței lor.

(*După I. I. Perelman: Astronomia amuzantă, Editura Tineretului*).

C. Menciu

PROBLEME REZOLVATE

Problema 3823

Să se demonstreze că dacă U_1, U_2, U_3 sînt termenii consecutivi ai șirului Fibonacci, există relația:

$$\frac{U_2}{U_1} + \frac{U_4}{U_2} + \frac{U_6}{U_3} + \ldots + \frac{U_{2n}}{U_n} = U_{n+2} + 2U_{n+1} - 3.$$

Viorel P. Danciu, elev Brăila

Soluție: Se știe că între termenii șirului lui *Fibonacci* există relația:

$$U_{2k} = U_k\,(U_{k-1} + U_{k+1})$$

sau:

$$\frac{U_{2k}}{U_k} = U_{k-1} + U_{k+1} \qquad (1)$$

Scriind în baza relației (1) fiecare din rapoartele din enunț obținem:

$$S = U_0 + U_2 + U_1 + U_3 + U_2 + U_4 + U_3 + U_5 + \ldots + U_{n-1} + U_{n+1} =$$
$$= U_0 - U_1 + 2\,(U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_{n-1}) + U_n + U_{n+1}.$$

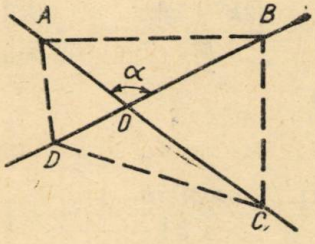
Ținînd seama că: $U_0 = 0$; $U_1 = 1$; $S_{n-1} = U_{n+1} - 1$;
$U_n = U_{n+2} - U_{n+1}$ obținem:
$S = -1 + 2\,(U_{n+1} - 1) + U_{n+2} - U_{n+1} + U_{n+1} = U_{n+2} - 2U_{n+1} - 3$,
tocmai ceea ce trebuie demonstrat.

Problema 3824

Se dau două axe fixe. Din punctul lor de intersecție pleacă în cele patru direcții, cu viteze diferite, punctele mobile A, B, C și D. Să se arate că:

$$\frac{AB^2 - BC^2 + CD^2 - DA^2}{AC \cdot BD} = \text{constant.}$$

Virgil Brișcă, elev Giurgiu



Soluție: Fie α unghiul format de axe la intersecția lor în O. Avem relațiile:

$$AB^2 = AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot OB \cos\alpha,$$
$$BC^2 = BO^2 + OC^2 + 2BO \cdot OC \cos\alpha,$$
$$CD^2 = CO^2 + OD^2 - 2CO \cdot OD \cos\alpha,$$
$$DA^2 = DO^2 + OA^2 + 2DO \cdot OA \cos\alpha.$$

Prin urmare:

$$\frac{AB^2 - BC^2 + CD^2 - DA^2}{AC \cdot BD} = 2\cos\alpha \cdot \frac{-AO \cdot OB - BO \cdot OC - DO \cdot OC - DO \cdot OA}{AC \cdot BD} =$$
$$= 2\cos\alpha \cdot \frac{-AO\,(OB + DO) - OC\,(OB + OD)}{AC \cdot BD} = -2\cos\alpha = \text{const.}$$

Problema 3942

a) Să se demonstreze că:

$$S_4 = 4! + \frac{4!4}{1!} + \frac{5!4}{2!} + \frac{6!4}{3!} + \frac{7!4}{4!} = \frac{8!}{4!}$$

b) Folosind inducția matematică, să se arate că:

$$S_n = n! + \frac{n!n}{1!} + \frac{(n+1)!n}{2!} + \frac{(n+2)!n}{3!} + \ldots + \frac{(2n-1)!n}{n!} = \frac{(2n)!}{n!}$$

c) În cazul cînd S = 1680, să se determine n.

L. Mănescu

Soluție. a) S_4 se mai scrie:

$$S_4 = 4!\left(1 + \frac{4}{1} + \frac{4\cdot 5}{2!} + \frac{4\cdot 5\cdot 6}{3!} + \frac{4\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{4!}\right),$$

care este: $S_4 = 4!\ (1 + C_4^1 + C_5^2 + C_5^2 + C_6^3 + C_7^4)$

Dar se cunoaște formula:

$$1 + C_n^1 + C_{n+1}^2 + C_{n+2}^3 + \ldots + C_{n+k-1}^k = C_{n+k}^k,$$

deci $S_4 = 4!\ C_8^4 = 4!\ \frac{8!}{4!(8-4)!} = 4!\ \frac{8!}{4!4!} = \frac{8!}{4!}$

b) În prima parte a demonstrației, facem pe n egal cu un număr oarecare, de exemplu 4.

Am văzut însă la pct. a) că S_4 este verificată deci S_n este valabilă pentru $n = 4$.

Presupunem că este deci valabilă și pentru un k, oarecare. În acest caz avem:

$$S_k = k! + \frac{k!k}{1!} + \frac{(k+1)!k}{2!} + \frac{(k+2)!k}{3!} + \ldots + \frac{(2k-1)!k}{k!} = \frac{(2k)!}{k!}$$

Să demonstrăm că avem $S_{k+1} = \frac{[2(k+1)]!}{(k+1)!}$

$$\text{Dar } S_{k+1} = (k+1)! + \frac{(k+1)!(k+1)}{1!} + \frac{(k+2)!(k+1)}{2!} + \frac{(k+3)!(k+1)}{3!} + \ldots +$$

$$+ \frac{(2k+1)!(k+1)}{(k+1)!} = (k+1)!\left[1 + \frac{k+1}{1!} + \frac{(k+1)(k+2)}{2!} + \right.$$

$$\left. + \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3!} + \ldots + \frac{(k+1)(k+2)\ldots(2k+1)}{(k+1)!}\right] =$$

$$= (k+1)!\,[1 + C_{k+1}^{1} + C_{k+2}^{2} + C_{k+3}^{3} + \ldots + C_{2k+1}^{k+1}] =$$

$$= (k+1)!\; C_{2k+2}^{k+1} = (k+1)!\;\frac{[2(k+1)]!}{(k+1)!(2k+2-k-1)!} =$$

$$= (k+1)!\;\frac{[2(k+1)]!}{(k+1)!\,(k+1)!} = \frac{[2(k+1)]!}{(k+1)!}$$

adică ceea ce era de demonstrat.

c) $S = 1680 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$

$S = \dfrac{(2n)!}{n!} = (n+1)\,(n+2)\ldots(n+n) = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$ de unde

$n + 1 = 5$, $n = 4$, adică $S = 1680 = S_4$

Problema 3945

Fie triunghiul ABC isoscel $(B=C)$. Cercul de rază BC și centrul B taie pe AB în D. Paralela din D la BC taie pe AC în E. Bisectoarea unghiului AED taie pe AD în F. Să se demonstreze că FC, DE și bisectoarea unghiului A sînt concurente.

Tudor I. Zamfirescu, elev, București.

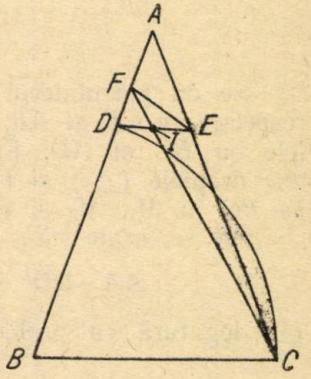
Soluție: Folosind teorema lui Thales se arată imediat că:

$$AD = AE \text{ și } BD = CE = BC.$$

E suficient să arătăm că punctul I, de intersecție a dreptelor DE și FC este mijlocul lui DE fiindcă în triunghiul isoscel ADE bisectoarea din A este și mediană.

Tirunghiul AED tăiat de transversala FIC ne dă:

$$\frac{FD}{FA} \cdot \frac{CA}{CE} \cdot \frac{IE}{ID} = 1 \qquad (1)$$



Dar FE fiind bisecoare în triunghiul AED, avem:

$$\frac{FD}{FA} = \frac{DE}{AE}$$

Din asemănarea triunghiurilor ADE și ABC, deducem

$$\frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC}\text{; deci } \frac{FD}{FA} = \frac{BC}{CA}$$

Ținînd seama că $CE = BD = BC$, relația (1) devine:

$$\frac{BC}{CA} \cdot \frac{CA}{BC} \cdot \frac{IE}{ID} = 1, \text{ sau } IE = ID,$$

chiar ce ne-am propus să arătăm.

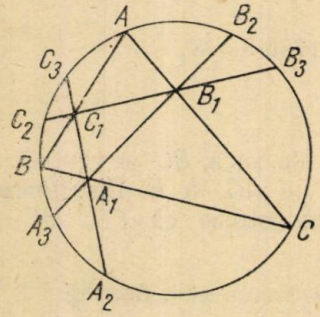
Problema 3983

Fie A_1, B_1, C_1 trei puncte pe laturile BC, CA, AB ale triunghiului ABC. Dreptele A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 taie cercul circumscris triunghiului ABC în punctele A_3, B_2; B_3, C_2; C_3, A_2; notăm $B_1C_1=a'$, $A_1C_1=b'$; $B_1A_1=c'$. Să se arate că:

$$(C_1C_2-B_1B_3)a'+(A_1A_2-C_1C_3)b'+(B_1B_2-A_1A_3)c'=0$$

(În legătură cu problema 3740).

Iacob I. Voia, Timişoara



Soluție: Exprimînd puterile punctelor C_1 și B_1 față de cercul ABC, obținem:

$$C_1C_2(a'+B_1B_3)=C_1B\cdot C_1A \qquad (1)$$

$$B_1B_3(a'+C_1C_2)=B_1A\cdot B_1C \qquad (2)$$

Scăzînd relațiile (1) și (2) membru cu membru, găsim:

$$(C_1C_2-B_1B_3)a'=C_1B\cdot C_1A-B_1A\cdot B_1C. \qquad (3)$$

Analog găsim:

$$(A_1A_2-C_1C_3)b'=A_1C\cdot A_1B-C_1B\cdot C_1A \qquad (4)$$

$$(B_1B_2-A_1A_3)c'=B_1A\cdot B_1C-A_1C\cdot A_1B \qquad (5)$$

Adunînd relațiile (3), (4) și (5) membru cu membru, găsim tocmai relația cerută în enunț.

Problema 3985

Se dă patrulaterul $ABCD$ și dreptele AA', BB', CC', DD' paralele respectiv cu CD și AB, iar A', B', C', D', fiind intersecțiile acestor paralele cu BC și AD. Prin punctul O de intersecție al diagonalelor se duc dreptele $(\triangle_1)$ și $(\triangle_2)$ paralele respectiv cu AB și CD și care taie pe BC în M_1, M_2 și pe AD în N_1, N_2.

Să se arate că:

$$AA'\cdot DD'+BB'\cdot CC'=M_2N_2\cdot AB+M_1N_1\cdot CD$$

(În legătură cu problema E: 1192).

R. Z. Eftimie, elev, București.

Soluție: Se observă ușor că triunghiurile (BAA', CDD') și (ABB', DCC') sînt asemenea. Scriem proporționalitatea laturilor omoloage:

$$\frac{AA'}{CD}=\frac{AB}{DD'}, \text{ de unde } AA'\cdot DD'=AB\cdot CD$$

$$\frac{BB'}{CD}=\frac{AB}{CC'}, \text{ de unde } BB'\cdot CC'=AB\cdot CD$$

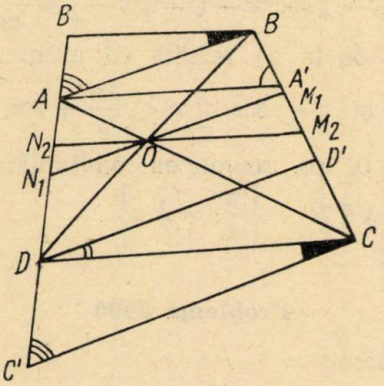
Deci $AA' \cdot DD' + BB' \cdot CC' = 2 \cdot AB \cdot CD$ (1)

Avem : $\frac{M_2N_2}{CD} + \frac{M_1N_1}{AB} = \frac{OM_2+ON_2}{CD} + \frac{OM_1+ON_1}{AB} = \frac{OM_2}{CD} + \frac{ON_2}{CD} +$

$$+ \frac{OM_1}{AB} + \frac{ON_1}{AB} = \frac{OB}{BD} + \frac{OA}{AC} + \frac{OC}{AC} + \frac{OD}{BD} =$$

$$= \frac{OB+OD}{BD} + \frac{OA+OC}{AC} = \frac{BD}{BD} + \frac{AC}{AC} = 2$$

Deci $M_2N_2 \cdot AB + M_1N_1 \cdot CD = 2 \cdot AB \cdot CD$



Comparînd relațiile (1) și (2) conchidem că :

$$AA' \cdot DD' + BB' \cdot CC' = M_2N_2 \cdot AB + M_1N_1 \cdot CD.$$

Problema 3988

Să se afle valorile lui x pentru care avem:

a) $E_1 = \operatorname{tg} x + \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} = 0$

b) $E_2 = \operatorname{tg} x - \sqrt{\sin^2 x - 1} = 0,$

c) $E_1 E_2 = 0$

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de Nicolescu Basarab, elev cl. XI, Ploești :

a) Avem $E_1 = \operatorname{tg} x + \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{\sqrt{\cos^2 x}} = \operatorname{tg} x + \frac{|\sin x|}{|\cos x|} = \operatorname{tg} x + |\operatorname{tg} x| = 0$

Pentru $0 + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$ și $\pi + k\pi < x < \frac{3\pi}{2} + k\pi$ avem $|\operatorname{tg} x| = -\operatorname{tg} x$ și deci $E_1 = 2 \operatorname{tg} x = 0$, nesatisfăcută de nici o valoare a lui x.

Pentru $\frac{\pi}{2}+k\pi<x<\pi+k\pi$ și $\frac{3\pi}{2}<x<2\pi+k\pi$ avem $|\operatorname{tg}x|=-\operatorname{tg}x$ și deci $E_1=\operatorname{tg}x-\operatorname{tg}x=0$, identitate.

Pentru $x=k\pi$ (care cuprinde evident și soluțiile $x=\pi+k\pi$ și $x=2\pi+k\pi$ avem $E_1=0$. Pentru $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ și $x=\frac{3\pi}{2}+k\pi$, tangenta nu este definită.

Deci, soluțiile sînt $\frac{\pi}{2}+k\pi<x\leqslant\pi+k\pi$ și, $\frac{3\pi}{2}+k\pi<x<2\pi+k\pi$, unde $k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots\ \pm n$, Avem și soluția $x=0$.

b) Avem $E_2=\operatorname{tg}x-\sqrt{\sec^2x-1}=\operatorname{tg}x-\sqrt{\frac{1-\cos^2x}{\cos^2x}}=\operatorname{tg}x-|\operatorname{tg}x|=0$

Conform discuției de la a) rezultă că avem $E_2=0$ pentru

$k\pi\leqslant x<\frac{\pi}{2}+k\pi$ și $\pi+k\pi\leqslant x<\frac{3\pi}{2}+k\pi$ unde k este întreg.

c) Avem $E_1E_2=0$, pe reuniunea mulțimilor pe care $E_1=0$ și $E_2=0$, adică pentru $x\in R-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}$.

Problema 3990

Să se arate că dacă:

$$x+\frac{1}{x}=2\cos\alpha,\ \text{atunci avem:}$$

$$x+x^2+\ldots x^n+\frac{1}{x}+\ldots+\frac{1}{x^n}=2\,\frac{\cos\frac{(n+1)\alpha}{2}\sin\frac{n\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

* * *

Soluție: Fie $x=\cos\varphi+i\sin\varphi$

$$\frac{1}{x}=x^{-1}=\cos(-\varphi)+i\sin(-\varphi)=\cos\varphi-i\sin\varphi$$

Se vede că: $x+\frac{1}{x}=\cos\varphi+i\sin\varphi+\cos\varphi-i\sin\varphi=$

$=2\cos\varphi$ deci $\varphi=\alpha$ și de aceea

$$x=\cos\alpha+i\sin\alpha;\ \frac{1}{x}=\cos\alpha-i\sin\alpha$$

Ținînd seama de formula lui Moivre:

$$(\cos\alpha+i\sin\alpha)^n=\cos n\alpha+i\sin n\alpha$$

atunci identitatea devine

$$\cos\alpha + i\sin\alpha + \cos 2\alpha + i\sin 2\alpha + \ldots + \cos n\alpha + i\sin n\alpha +$$
$$+ \cos\alpha - i\sin\alpha + \cos 2\alpha - i\sin 2\alpha + \ldots + \cos n\alpha - i\sin n\alpha =$$
$$= 2\,\frac{\cos\dfrac{(n+1)\alpha}{2}\,\sin\cdot\dfrac{n\alpha}{2}}{\sin\dfrac{\alpha}{2}} \quad \text{sau}$$

$$2\,(\cos\alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha + \ldots + \cos n\alpha) = 2\,\frac{\cos\dfrac{(n+1)\alpha}{2}\,\sin\dfrac{n\alpha}{2}}{\sin\dfrac{\alpha}{2}}$$

adică o identitate cunoscută.

Problema 3993

Să se afle cel mai mic număr de forma $N = aaaa\ldots a$ divizibil cu 29.

N. Hănzulea, elev, Hunedoara

Soluție: Numărul

$$N = a\cdot 10^{n-1} + a_2\cdot 10^{n-2} + \ldots + a_{n-1}\,10^n + a_n$$

se divide cu 29 dacă suma:

$$S = a_1 + 3a_2 + 3^2 a_3 + \ldots + 3^{n-1} a_n$$

se divide cu 29.

In cazul nostru, trebuie ca:

$$S = a + 3^2 a + \ldots + 3^{n-1} = a\,(1 + 3 + 3^2 + \ldots + 3^{n-1}) = \text{mult } 29$$

sau

$$a\left(\frac{3^{n-1}\cdot 3 - 1}{3-1}\right) = \text{mult } 29 \text{ sau } a\cdot\frac{3^n - 1}{2} = \text{mult}\cdot 29$$

Cum $a = (1, 2, 3\ldots 9)$ nu e divizibil cu 29, urmează că $3^n - 1$ să fie divizibil cu 29.

Conform teoremei lui Fermat (dacă a este un număr prim și b un număr care nu e multiplu de a. Atunci $b^{a-1} - 1$ este divizibil cu a) avem: $3^{29-1} - 1 = 3^{28} - 1 = \text{mult } 29$. Deci $n = 28$. Cerîndu-se cel mai mic număr luăm $a = 1$. Numărul cerut este: $N = 1111\ldots 1$ luat cu 28 cifre.

Problema 3995

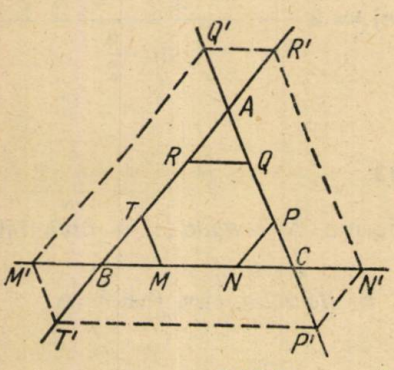
Se dă un triunghi ABC cu aria S. Pe latura $BC = a$ se iau segmentele $BM = CN = \dfrac{a}{n}$ (n fiind un număr întreg, egal sau mai mare

ca 2) ; pe latura $AC = b$, se iau segmentele $AQ = CP = \frac{b}{n}$ și pe latura $AB = c$ se iau segmentele $AR = BT = \frac{c}{n}$.

Să se găsească aria S_1 a exagonului $MNPQRT$.

Să se calculeze aria S_2 a exagonului $MTPNRQ$, în cazul cînd segmentele notate mai sus se iau pe prelungirile fiecărei laturi, de o parte și de alta.

Corneliu Georgescu



Soluție : Avem $AR = \frac{c}{n}$; $AQ = \frac{b}{n}$; de unde

$$\frac{AR}{AB} = \frac{\frac{c}{n}}{c} = \frac{AQ}{AC} = \frac{\frac{b}{n}}{b} = \frac{1}{n}$$ deci triunghiurile ARQ și ABC sînt asemenea

De unde : $\frac{S_{ARQ}}{S} = \frac{1}{n^2}$; $S_{ARQ} = \frac{1}{n^2} S$

Dar și triunghiurile BMT și CNP sînt asemenea în același raport cu ABC. De unde

$$S_1 = S - S_{ARQ} - S_{BMT} - S_{PNC} = S \cdot \frac{3}{n^2} S$$

$$S_1 = \frac{1}{n^2}(n^2 - 3)S.$$

Notînd cu $M'T'P'N'R'Q'$ exagonul obținut în modul indicat la cel de al doilea punct al problemei, avem : $\frac{AB}{AT'} = \frac{AC}{AP'} = \frac{n}{n+1}$; deci triunghiurile ABC și $AT'P'$ sînt asemenea, de unde $\frac{S}{S_{AT'P'}} = \frac{n^2}{(n+1)^2}$

sau $\frac{S}{S_{AT'P'} - S} = \frac{n^2}{2n+1}$; deci

$$S_{BCP'T'} = \frac{2n+1}{n^2} S, \text{ de unde}$$

$$S_2 = S + S_{BCP'T'} + S_{ACN'R'} + S_{ABM'Q'} + S_{AR'Q'} + S_{BM'T'} + S_{CN'P'}$$

de unde

$$S_2 = S + \frac{3(2n+1)}{n^2} S + \frac{3}{n^2} S$$

$$S_2 = \frac{1}{n^2}(n^2 + 6n + 6) S$$

Problema 3998

Se dă familia de cercuri

$$x^2 + y^2 - a(1 + mn)x - a(m + n)y + a^2 mn = 0$$

unde a este constantă, iar m și n doi parametri între care există relația $m - n = k(1 + mn)$, k fiind o constantă.

1. Să se arate că cercurile acestei familii taie axa x-urilor într-un punct fix.

2. Să se găsească locul geometric al centrelor cercurilor familiei date.

3. Fie M și N punctele unde cercurile taie axa oy, P punctul fix, iar R' simetricul față de origină al celui de al doilea punct de intersecție R al familiei de cercuri cu axa xx'.

Să se arate că $MN = PR' \operatorname{tg}(MPN)$.

V. V. Băghină, Breaza

1. *Soluția I.* Pentru $y = 0$, avem $x^2 - a(1 + mn)x + a^2 mn = 0$, de unde

$$x = \frac{a(1 + mn) \pm \sqrt{a^2(1 + mn)^2 - 4a^2 mn}}{2} = \frac{1}{2}[a(1+mn) \pm |a(1-mn)|]$$

Rezultă că pentru $y=0$, avem $x=a$ și $x=amn$. Deci, cercurile familiei taie axa x-urilor în punctul fix $P\ (a, o)$.

Soluția II. Ecuația familiei de cercuri se mai scrie: $x^2 + y^2 - ax - a[mnx + (m + n)y - amn] = o$ trece prin punctul fix $P(a, o)$ care se află și pe cercul $x^2 + y^2 - ax = o$. Rezultă că toate cercurile familiei trec prin punctul $P\ (a, o)$.

Centrele cercurilor au coordonatele: $x = \frac{a(1 + mn)}{2}$ și $y = \frac{a(m+n)}{2}$

Deoarece $m-n=k\ (1+mn)$, avem $x = \frac{a}{2k}\ (m - n)$ și $y = \frac{a}{2}(m+n)$, deci $m + n = \frac{2y}{a}$ și $m - n = \frac{2kx}{a}$, de unde $m = \frac{y+kx}{a}$ și $n = \frac{y-kx}{a}$ care introduse în relația $m - n = k(1 + mn)$ dau

$$\frac{2kx}{a} = k\left(1 + \frac{y^2 - k^2x^2}{a^2}\right)$$

sau

$k^2x^2 - y^2 + 2ax - a^2 = 0$, care este ecuația locului geometric al centrelor cercurilor date, fiind o hiperbolă căci $B^2 - AC = k^2 > 0$.

3. Pentru $x = 0$, avem $y^2 - a(m + n)x + a^2 mn = 0$, de unde

$$Y = \frac{1}{2}[a(m + n) \pm \sqrt{a^2(m + n)^2 - 4a^2 mn}] = \frac{1}{2}[a(m+n) \pm |a(m-n)|]$$

eci, $M(o, am)$ și $N(o, an)$. Mai avem $P(a, o)$, $R(amn, o)$, $R'(-amn, o)$, avem:

$$\operatorname{tg}(MPN) = \left|\frac{n-m}{1+mn}\right| = \frac{|n-m|}{|1+mn|}; \quad MN = \sqrt{(am-an)^2}.$$

Se observă că $\frac{MN}{PR'} = \operatorname{tg}(MPN)$ *sau* $MN = PR' \operatorname{tg}(MPN)$.

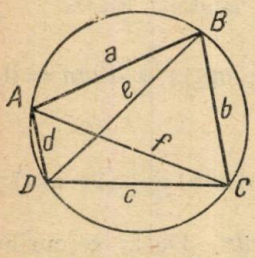
Problema 3999

În patrulaterul inscriptibil $ABCD$ notăm: $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DA = d$, $BD = e$, $AC = f$. Să se demonstreze relația:

$$a \cdot d \cdot e + b \cdot c \cdot e = a \cdot b \cdot f + c \cdot d \cdot f$$

Gabriel Tîrtan, absolvent, Găești

Soluție: Notăm cu R raza cercului $ABCD$. Avem relația evidentă: Aria (ABC) + Aria (ACD) = Aria (ABD) + Aria (BCD)



sau

$$\frac{abf}{4R} + \frac{cdf}{4R} = \frac{ade}{4R} + \frac{bce}{4R}$$

sau

$$ade + bce = abf + cdf,$$

ceea ce trebuie de demonstrat.

Observație: Problema este cunoscută, Vezi de exemplu „Trigonometria" pentru cl. X reală de O. Sacter, 1959, pag. 195—196, unde i se dă o soluție trigonometrică.

Soluții analoage au dat: *Albu Toma*, Petroșani; *B. Nicolescu*, Ploești, *M. Stan*, București.

Problema 4074

Să se arate că dacă a, b, c, d sînt pozitive avem relația:

$$(a^5 + b^5 + c^5 + d^5)(a^3 + b^3 + c^3 + d^3) \geqslant (a^4 + b^4 + c^4 + d^4)^2$$

În ce caz avem egalitatea?

C. Ionescu-Țiu

Soluția dată de V. Munteanu, București, Bîrzan Romanel, Cluj, Scarlat Nicolae, Pitești. Efectuînd operațiile obținem inegalitatea:

$$a^8+b^8+c^8+d^8+a^3b^5+a^3c^5+a^3d^4+b^3a^5+b^3c^5+b^3d^5+c^3a^5+c^3b^5+$$
$$+c^3d^5+d^3a^5+d^3a^5+d^3c^5 \geqslant a^8+b^8+c^8+2a^4b^4+2a^4c^4+2a^4d^4+$$
$$+2b^4c^4+2b^4c^4+2b^4d^4+2c^4d^4$$

care se mai scrie

$$a^3b^3(a-b)^2+a^3c^3(a-c)^2+a^3d^3(a-d)^2+b^3c^3(b-c)^2+$$
$$b^3d^3(b-d)^2+c^3d^3(c-d)^2 \geqslant 0$$

Inegalitatea evidentă, ținînd seama că a, b, c, d sînt pozitive. Pentru a avea egalitatea trebuie ca fiecare termen să fie egal cu zero, adică $a = b = c = d$.

Probleme date la cea de a doua olimpiadă internațională de matematică *)

Prima lucrare scrisă. Sinaia 21.VII.1960

4341. Să se găsească toate numerele de trei cifre care împărțite prin 11 să dea un unmăr egal cu suma patratelor cifrelor numărului căutat.

4342. Pentru care valori ale variabilei x are loc inegalitatea

$$\frac{4x^2}{(1-\sqrt{1+2x})^2} < 2x + 9$$

4343. Se dă triunghiul dreptunghic ABC ($\sphericalangle A = 90^0$) a cărui ipotenuză BC este împărțită în n părți egale, n fiind un număr impar. Dacă se notează cu α unghiul sub care se vede din A subdiviziunea care conține mijlocul ipotenuzei, cu h înălțimea triunghiului și cu a ipotenuza, să se demonstreze că

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4nh}{(n^2-1)a}$$

A doua lucrare scrisă. Sinaia 22.VII.1960

4344. Să se construiască un triunghi ABC, cunoscînd mărimile h_a, h_b ale înălțimilor vîrfurilor A, B precum și mărimea m_a a medianei vîrfului A.

4345. Se dă un cub $ABCDA'B'C'D'$.

a) Să se determine locul geometric al mijloacelor segmentelor xy unde x este un punct arbitrar al segmentului AC și y un punct arbitrar al segmentului $B'D'$.

b) Să se determine locul geometric al punctelor z de pe segmentul xy, care satisfac relația

$$zy = 2xz.$$

4346. Se consideră un con dat, sfera înscrisă în acest con și cilindrul circumscris acestei sfere, avînd baza în planul bazei conului. Fie V_1 volumul conului și V_2 volumul cilindrului.

a) Să se demonstreze că egalitatea $V_1 = V_2$ este imposibilă.

b) Să se determine cel mai mic număr k, astfel ca $V_1 = kV_2$ și în acest caz să se construiască unghiul de la vîrful conului.

4347. Se dă un trapez isoscel cu bazele a, b și înălțimea h.

a) Să se construiască pe axa de simetrie a trapezului un punct P din care laturile neparalele se văd sub un unghi drept.

b) Să se calculeze distanța punctului P la una din baze.

c) Discuția cazurilor de posibilitate a construcției punctului P.

*) La aceste probleme se primesc soluții pînă la 1 ianuarie 1961.

PROBLEME PROPUSE *)

4348. Un vas de tablă în formă de trunchi de con are razele $2a$ și a, iar generatoarea $6a$. Să se dimensioneze un dreptunghi de tablă din care să se poată tăia dintr-o singură bucată suprafața laterală a vasului, cu cît mai puține deșeuri.

C. Menciu, Craiova

4349. Un cablu vertical de oțel are rezistența admisibilă $F_a = 1500$ kgf/cm^2. El este solicitat de o forță $F = 10\,000$ kgf care tinde să lungească cablul. Știind că lungimea cablului este de 64 m, iar greutatea specifică a oțelului $\gamma = 7{,}8$ kgf/dm^3, să se calculeze secțiunea cablului pentru a rezista la această solicitare.

Sabin Vilceanu, elev Tg. Jiu

4350. În calea unui fascicul convergent, la un metru de punctul de convergență, se așază pe rînd două lentile; prima apropie cu 40 cm, iar a doua depărtează cu 40 cm punctul de convergență. Să se calculeze distanțele focale ale celor două lentile.

Numitor Cancer, profesor Tg. Jiu

4351. Volumul unei piramide patrulatere regulate este de 1280 cm^3, iar aria totală de 800 cm^2. Să se afle latura bazei și înălțimea piramidei.

Mircea Pavelescu, profesor Tg. Jiu

4352. Pentru efectuarea unui zbor, un aerostat este umplut cu hidrogen avînd volumul de 1400 m^3 la presiunea de 600 torr și temperatura 17^0 C. Hidrogenul se obține prin electroliza apei acidulate.

a) Care este masa de hidrogen necesară cunoscînd că în condiții normale ϱ_0 (densitatea) este 0,000089 g/cm^3.

b) Care este intensitatea curentului capabil să producă întreaga cantitate de hidrogen într-o săptămînă, cunoscînd pe $k = 0{,}01036$ mg/c.

Cancer N. Anca, elevă Tg. Jiu

4353. Se dă un dreptunghi ABCD cu dimensiunile a și b $(a>b)$. Centrele cercurilor înscrise în triunghiurile ABC și ACD sînt O_1 și O_2.

a) Să se arate că dreapta $O_1\,O_2$ trece prin centrul dreptunghiului;

b) Să se calculeze lungimea tangentei comune interioare, limitată la punctele de contact, în funcție de a și b;

c) Să se arate că lungimea tangentei comune exterioare limitată la punctele de contact este dată de expresia.

$$\sqrt{\frac{p^4 - 5p^2S + 6S^2}{p^2 - S + p\sqrt{p^2 - 2S}}}$$

unde p și S sînt semiperimetrul și aria dreptunghiului.

Corneliu Georgescu, Craiova

---

*) VIII (4349, 4352, 4365, 4368); IX (4353, 4359, 4369, 4370, 4372, 4374, 4376); X (4348, 4351, 4354, 4355, 4358, 4360, 4362, 4366, 4371); XI (4350, 4356, 4357, 4361, 4363, 4364, 4367, 4373, 4375).

4354. Să se simplifice fracția:

$$F = \frac{\log_a N + \log_{a^2} N^2 + \log_{a^3} N^3 + \ldots + \log_{a^n} N^n}{\log_{a^{-1}} N^{-1} + \log_{a^{-2}} N^{-2} + \log_{a^{-3}} N^{-3} + \ldots + \log_{a^{-n}} N^{-n}}; \quad a > 0$$

Corneliu Georgescu, profesor Craiova

4355. Să se arate că dacă laturile triunghiului ortic al triunghiului ABC sînt în progresie aritmetică, atunci și

$$\operatorname{tg} A, \operatorname{tg} B, \operatorname{tg} C$$

sînt în progresie aritmetică, și reciproc.

Elena Nicolae, asistentă Craiova

4356. Un circuit electric cuprinde: o inductanță de 2 H, o rezistență de 5 Ω și o capacitate de $823{,}28 \cdot 10^{-2}\ \mu F$. Dacă frecvența este 39,8 H_z și intensitatea efectivă a curentului este de 12 A să se calculeze:

a) forța electromotoare (efectivă),

b) defazajul între forța electromotoare și intensitate,

c) puterea activă în circuit.

Sabin Vîlceanu, elev Tîrgu Jiu

4357. Să se afle maximul expresiei:

$$E = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{z}{\sqrt{1-z^2}}$$

știind că $x^2 + y^2 + z^2 = 1 - 2xyz$.

C. Ionescu-Țiu

4358. Doi electrozi sînt așezați cu aer ionizat la o distanță $d = 1$ cm. Curentul de saturație între ei este $I = 3{,}18 \cdot 10^{-7}\ mA$. Suprafața fiecărui electrod este de 100 cm^2. Să se afle numărul de perechi de ioni care se produc într-o secundă în 1 cm^3 de aer.

* * *

4359. Fie O_1 și O_2 centrele a două cercuri tangente, T punctul de tangență și o secantă variabilă ce trece prin T, care intersectează cevienele O_1 și O_2 respectiv în punctele M și N. Să se afle locul punctului P mijlocul segmentului MN.

Mircea Pavelescu, profesor, Tg. Jiu

4360. Să se rezolve ecuația:

$$\operatorname{arc\,tg} \frac{1}{x} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{x+2} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{6x+1} = \frac{\pi}{4}$$

E. Pătrună, student Craiova

4361. Pe dreapta $x+y=O$ alunecă un punct luminos P. Raza emisă de acest punct ce trece prin A (1,1) se reflectă pe dreapta $x+y-4=O$ în punctul N. Raza reflectată taie dreapta $x+y-2=0$ în M.

a) Să se demonstreze că raza luminoasă emisă de P ce trece prin M are un punct fix;

b) Să se calculeze coordonatele punctului P, astfel ca triunghiul PMN să fie dreptunghic în M;

c) Să se calculeze coordonatele punctului P, astfel încît aria triunghiului PMN să fie minimă.

V. Gh. Ghițulescu, elev Tg. Jiu

4362. Să se rezolve ecuația:

$$16\,(\sin^6 x + \cos^6 x) = 10 + 3\sqrt{3}.$$

V. Vlădeanu, student Craiova

4363. Se dau două axe xOy rectangulare, dreapta (D) cu ecuația $x+a=0$ și curba (C) cu ecuația $y^2(x-a)=x^2(x+a)$. Să se reprezinte curba.

Dacă M este un punct variabil pe (C), dreapta OM taie (D) în P. Fie Q simetricul lui P față de axa Ox. Să se arate că dreptele OQ și QM sînt perpendiculare.

C. Menciu, Craiova

4364. Să se afle limita expresiei

$$E = [\sin x(1+2\sin x)]^{\sec 3x}$$

pentru $x \to \frac{\pi}{6}$.

E. Isac, profesor Tg. Jiu

4365. Două cercuri cu centrele O și O' se taie în A și B. O secantă dusă prin A taie cercurile în C și C'. Să se arate că unghiurile BOC și $BO'C'$ sînt egale.

Elena Nicolae, asistentă Craiova

4366. Pe una din fețele egale ale unei prisme, avînd ca secțiune un triunghi dreptunghic isoscel, cade un fascicul îngust de raze paralele. După refracția pe această față, fasciculul este reflectat total pe fața ridicată pe ipotenuză și iese din prismă pe cea de-a treia față.

a) Să se calculeze unghiul de incidență maxim pentru care se produce reflexia totală pe cea de-a doua față a prismei;

b) Să se calculeze unghiul dintre raza emergentă și raza incidentă;

Să se rezolve problema pentru o prismă de sticlă flint, cu indicele de refracție 1,8.

Numitor Cancer, profesor Tg. Jiu

4367. Un observator aflat într-un aerostat la înălțimea de 1470 m observă că de pe pămînt e aruncat vertical un corp, în sus. Corpul trece prin dreptul observatorului după 10 secunde de la lansare. Să se afle:

a) viteza inițială a corpului;

b) înălțimea maximă pînă la care ajunge corpul;

c) intervalul de timp de la lansarea corpului și pînă la întoarcerea lui pe pămînt.

Se va neglija rezistența aerului.

Cancer Anca, elevă Tg. Jiu

4368. Pe laturile unui unghi xOy se iau două segmente $AA' = BB'$ oarecare, variabile ca mărime și poziție. Să se afle locul geometric al punctului de intersecție al cercurilor $OA'B$ și OAB' precum și al cercurilor OAB și $OA'B'$.

C. Menciu, Craiova

4369. Să se rezolve ecuația:

$$(\sqrt{a} - 2)(2\sqrt{a} + 1)x^2 - 4(a+1)x + (\sqrt{a} + 2)(2\sqrt{a} - 1) = 0$$

exprimîndu-se rădăcinile sub forma cea mai simplă.

Ion Antonie, student Craiova

4370. Ce relație există între unghiurile α, β, γ știind

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\gamma} = \frac{\sin 2\gamma}{\sin 2\beta}$$

Ivancenco Nicolae, elev Craiova

4371. Fie ABC un triunghi oarecare, O centrul cercului circumscris lui, D și E mijloacele laturilor AB, AC. Se duc secantele DOO_1 și EOO_2 unde O_1 și O_2 sînt intersecțiile secantelor cu cercul circumscris. Să se arate că perpendiculara din A pe O_1O_2 este bisectoarea unghiului (BAC).

Mihai Neamțu, elev Tg. Jiu

4372. Să se scrie paralelele la axa yy' pe care curba reprezentată de funcția

$$f(x) = \ln \frac{\sqrt[12]{x^4 - x^2 + 1}}{\sqrt[6]{x^2 + 1}} - \frac{1}{2\sqrt{3}} \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{3}}{2x^2 - 1}$$

le taie sub un unghi φ astfel încît $\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

E. Isac, profesor Tg. Jiu

4373. Să se construiască triunghiul cu bisectoarele perpendiculare pe laturile unui triunghi dat, cunoscîndu-i un vîrf și centrul cercului inscris.

Sorin Piscati, student Craiova

4374. Un izvor de lumină monocromatică luminează două fante înguste efectuate într-un paravan P. Distanța dintre fante este de 1 mm, iar izvorul de lumină se găsește pe mediatoarea dintre cele două fante. Pe un al doilea paravan P' aflat la 1 m depărtare de P și paralel cu el se formează un sistem de franje de interferență.

a) Interferența (distanța dintre două maxime sau două minime consecutive) fiind de 0,6 mm, să se determine lungimea de undă a luminii în aer.

b) Cum se modifică interfranja, dacă spațiul dintre paravane se umple cu apă? Se știe că viteza luminii în apă este de 3/4 din viteza luminii în aer.

c) Cum se va observa fenomenul de interferență, dacă fantele sînt luminate cu lumină albă? Care va fi lățimea spectrului, cînd între paravane se află aer, știind că lumina vizibilă are lungimea de undă cuprinsă între 0,75 μ (roșu) și 0,4 μ (violet)?

(cl. XI, Olimpiada 1960, Virgil Atanasiu)

4375. Să se rezolve ecuația

$$\sqrt[5]{171 - x} + \sqrt[5]{104 + x} = 5$$

Alex. Păunescu, inspector Craiova

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU ȘCOALA DE 7 ANI *)

E: 1555. O persoană fiind întrebată ce vîrstă are, răspunde: vîrsta mea este $\frac{2}{3}$ din vîsta secolului în care m-am născut. Care este vîrsta acelei persoane?

C. Menciu, Craiova

E: 1556. Se dă patrulaterul $ABCD$, Prin A se duce o secantă care taie latura BC în C și o perpendiculară pe această secantă care taie latura CD în F. Dreapta EF taie diagonala BD în G. Să se arate că AG este perpendiculară pe EF și că $EG = GF$.

Rodica Popescu, elevă Craiova

E: 1557. Un punct M se află pe un cerc în care se dau doi diametri AB și CD perpendiculari. Tangenta în M taie AB în T, care se proiectează în P și Q pe CM și DM. Să se arate că PQ este paralelă cu AB.

C. Menciu

---

*) V (E: 1555, 1559, 1563, 1570); VI (E:1556, 1560, 1561, 1562, 1569); VII (E: 1557, 1558, 1564, 1565, 1566, 1567, 1568).

E: 1558. Se dau expresiile :

$$A = (a^3 - b^3)^3 - (a - b)^3 [(a + b)^2 + ab] [(a^2 - b^2) - a^2b^2] \text{ și}$$

$$B = a^2b^2 (a + b)^2 (a - b)^3$$

Să se arate că $A = 8\ B$.

S. Piscati, student Craiova

E: 1559. O școală a cumpărat două covoare cu 920. lei. Cît costă fiecare covor dacă $\frac{5}{7}$ din prețul primului covor este cît $\frac{3}{5}$ din prețul celui de-al doilea covor ?

(Cl. V. O.M.M.F. 1960, Craiova, Gitejescu I.)

E: 1560. Un strungar evidențiat primește o primă care reprezintă 28% din salariul său lunar. Această primă împreună cu salariul se ridică la suma de 1408 lei. Ce salariu are acest strungar ?

(Cl. VI, O.M.M.F. 1960 Craiova, Corneliu Georgescu)

E: 1561. În triunghiul ABC se dă $\sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle \frac{A}{2}$.

a) Să se calculeze unghiurile acestui triunghi ;

b) Paralela dusă prin C la bisectoarea AA, întîlnește prelungirea lui BA în D. Să se arate că $BC = CD$ și $AD = AB$;

c) DA taie pe AC în E. Să se arate că BF trece prin E, F, fiind mijlocul lui CD

(Cl. VI, O.M.M.F. 1960 Craiova, Corneliu Georgescu)

E: 1562. Un corp cu greutatea de 30 kgf se găsește la o înălțime anumită în punctul A ; cade pînă în punctul B, de unde este capabil să efectueze un lucru mecanic de 300 kgm., Știind că raportul înălțimilor este $\frac{2}{3}$ să se determine :

a) care este înălțimea inițială a corpului ?

b) ce energie potențială posedă corpul în punctul A ?

c) cîtă energie potențială s-a transformat în energie cinetică ?

(Cl. VI, O.M.M.F. 1960, Craiova, Gh. Sorescu)

E: 1563. Cîte părți zecimale dinstincte ale cîtului se pot obține la împărțirile cu numere întregi, la care împărțitorul este 18 ?. Dar dacă împărțitorul este 17 ?

C. Ionescu Țiu

E: 1564. Într-un cerc de rază R se înscrie un triunghi dreptunghic isoscel.

a) Să se înscrie în acest triunghi un patrat care să aibă un vîrf pe ipotenuza triunghiului dreptunghic. Să se calculeze latura acestui patrat.

b) Să se calculeze raza cercului circumscris acestui patrat și să se arate că aria acestui cerc este o pătrime din aria cercului de rază R

(Cl. VII, O.M.M.F. 1960, Craiova, Stavre Petre)

E: 1565. Printr-un reostat cu sîrmă de nichelină, lungă de 13,5 m trece un curent cu o intensitate de 5 amperi, iar la bornele lui există o tensiune de 18 volți. Să se determine secțiunea conductorului și puterea curentului $\left(\varrho = 0{,}4 \frac{\text{ohm} \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}\right)$.

(Cl. VII O.M.M.F. 1960, Craiova, Gh. Sorescu)

E: 1566. Fie un cerc de centru O și raza R, în care este înscris triunghiul echilateral ABC. O rază de lumină cuprinsă în planul cercului trece prin mijlocul E al arcului AB și cade într-un punct diametral opus lui A pe o oglindă plană paralelă cu baza BC a triunghiului. Să se arate:

a) Ce direcție va avea raza reflectată și unde trebuie așezată o oglindă plană pe arcul AC pentru ca această rază să se reflecte din nou în așa fel, încît să ajungă în punctul pe unde a intrat.

b) Care este lungimea drumului parcurs de rază în interiorul cercului.

Caz particular: $R = \sqrt{3}$ dm.

P. Stavre, profesor Corabia

E: 1567. Să se descompună în produs de factori:

$$E = (a - b)(ca + d)(bc + d) + (b - c)(ab + d)(ca + d) + (c - a)(bc + d)(ab + d).$$

C. Menciu, Craiova

E: 1568. Se dă un patrulater inscriptibil $ABCD$ la care:

$$2(\sphericalangle B - \sphericalangle A) = \sphericalangle C + \sphericalangle D$$
$$2(\sphericalangle C - \sphericalangle D) = \sphericalangle A + \sphericalangle B$$

a) Să se arate că acest patrulater este trapez isoscel și să i se calculeze unghiurile;

b) Dacă $BC = \frac{AD}{2} = m\sqrt{5}$, să se calculeze raza cercului circumscris;

c) Să se verifice propoziționea: în orice patrulater inscriptibil suma produselor laturilor opuse este egală cu produsul diagonalelor.

Corneliu Georgescu, Craiova

E: 1569. Se dă un triunghi isoscel ABC; pe prelungirea bazei se iau segmentele $BD = CE$. Din punctele D și E se duc perpendicularele DF și EG pe prelungirile laturilor AB și AC. Se prelungește DF și EG pînă se intersectează în punctul M. Se cere să se demonstreze că:

a) $\sphericalangle BDM = \sphericalangle CEM$; b) dreptele FG și BC sînt paralele; c) dacă $\sphericalangle BEM = 58^0\ 15'$, să se calculeze unghiurile patrulaterului $BCGF$.

(Cl. VI, O.M.M.F. 1960, Oradea)

E: 1570. Terenul unei întovărășiri agricole a fost semănat astfel: 2/5 din totalul terenului a fost semănat cu grîu, 3/4 din rest cu porumb, iar restul de 90 ha cu cartofi. Să se afle cîte hectare posedă întovărășirea agricolă.

(Clasa V, O.M.M.F. 1960, Suceava)

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENȚIAȚI

Pînă la apariția G.M.F.-B nr. 6, din 15 iunie 1960 s-au mai evidențiat următorii rezolvitori de probleme [1]:

1. *Gheorghiu A. Nicolae* (cl. X ș.m. 1 *Ploești*), 2. *Popa Nicolae* (cl. X ș.m. 1 Focșani), 3. *Opriș Ion* (cl. X ș.m. 1 Ploești), 4. *Murăreci C. Nicolae* (cl. XI Curtea de Argeș), 5. *Ou V. Ion* (cl. XI ș.m. 1 R. Vîlcea), 6. *Costea Doina* (cl. XI ș.m. 1 Sighișoara), 7. *Apohan Sorin* (cl. XI ș.m. 1 Sibiu), 8. *Vasilescu V. Mihai* (absolvent Cîmpulung Muscel), 9. *Niță Constantin* (cl. X ș.m. 1 Pucioasa), 10. *Tănăsescu T. Miron* (cl. X ș.m. 1 Horezu-Pitești), 11. *Popescu S. Gheorghe* (cl. X ș.m. 1 Pucioasa), 12. *Arsene Cătălin* (ș.m. 18 cl. X București), 13. *Stanciu Stelian* (cl. XI ș.m. 1 Pucioasa), 14. *Chiriță Marcel* (cl. XI ș.m. 18 București), 15. *Apostoloiu Victor* (cl. XI ș.m. 1 R. Vîlcea), 16. *Năstăsescu Constantin* (cl. X ș.m. 1 Pucioasa), 17. *Pantelimon Anton* (cl. X ș.m. 1 Focșani), 18. *Popescu A. Dorel* (cl X ș.m. 1 Arad, 19. *Danciu Iulian* (cl. IX ș.m. 1 Brăila), 20. *Martin Ch.* (tehnician București), 21. *Ionescu Rodica* (cl. XI ș.m. 10 București), 22. *Dumitrică V. Aurel* (cl. X ș.m. 3 Tîrgoviște) 23. *Obadă Hareta* (cl. XI ș.m. 10 București), 24. *Georgescu Horia* (cl. IX ș.m. 11 București), 25. *Neagu Gheorghe* (cl. X ș.m. 1 Sighișoara), 26. *Ionescu D. Alexandru* (student facultatea de mecanică Timișoara), 27. *Grigoraș Vasile* (absolvent Adjud), 28. *Tuțuianu Ovidiu* (absolvent București), 29. *Persache Octavian* (cl. VIII ș.m. 11 București), 30. *Frînculescu Iulian* (cl. X ș.m. 1 Buzău), 31. *Angelescu Mircea* (cl. XI ș.m. 2 Craiova), 32. *Poșircă Ion* (cl. X ș.m. 1 R. Vîlcea), 33. *Perianu Dan* (cl. XI ș.m. 1 Reșița), 34. *Duțu N. Cornel* (an. I ș.m. electroputere Craiova), 35. *Zevedei A. Valeriu* (cl. XI Curtea de Argeș), 36. *Ghica S. Anton* (cl. VIII ș.m. 1 Pitești), 37. *Georgescu I. Petre* (cl. VIII ș.m. 1 Ploești) 38. *Drugea Gheorghe* (cl. X ș.m. 1 Ploești), 39. *Hiriș Viorel* (cl. X ș.m. 1 Timișoara), 40. *Crioveanu Mircea* (cl. XI ș.m. 1 Sibiu), 41. *Cojocaru I. Ion* (cl. IX ș.m. 3 Tîrgu Jiu), 42. *Banu Gh.* (cl. IX ș.m. 1 Pucioasa), 43. *Longin Șerban* (cl. IX ș.m. 1 Pucioasa), 44. *Poschină Ion* (cl. X ș.m. 1 Pucioasa), 45. *Ibănescu Ion* student mat.-fiz. Iași), 46. *Ceapă V. Const.* (cl. VIII ș.m. 3 Tîrgu Jiu), 47. *Bluoss Hans* (cl. X ș.m. 7 București), 48. *Vișan Grațiela* (cl. XI ș.m. 10 București), 49. *Brînzănescu Vasile* (cl. VIII ș.m. 1 Constanța), 50. *Calistrate D. Ion* (cl. VIII ș.m. 2 Tg. Jiu), 51. *Pavel Nicolae* (cl. X ș.m. 5 Iași), 52. *Sfetcu Ioan* (cl. X ș.m. 1 Lugoj), 53. *Crușoveanu M. Victor* (cl. X ș.m. Bechet-Craiova), 54. *Constantinescu M. Nicolae* (cl. X lic. mil. Breaza), 55. *Fințescu Elena* (cl. X ș.m. 10 București), 56. *Constantinescu I. Ion* (absolvent R. Vîlcea), 57. *Raicu Viorel* (cl. XI Drăgănești-Olt Pitești), 58. *Marini Ileana* (cl. X ș.m. 10 București), 59. *Boștenaru I. Liviu* (cl. VIII ș.m. 1 Alexandria), 60. *Mănuță Petre*, (cl. X lic. mil. Breaza), 61. *Răzvan Vladimir* (cl. IX ș.m. 1 București), 62, *Tințăreanu C. Ștefan* (cl. VIII ș.m. 11 București), 63. *Cornblum Eugen* (cl. XI ș.m. 11 București), 64. *Jaliu I. Cristel* (cl. XI ș.m. 15 București), 65. *Marinescu Al.* (cl. X ș.m. 1 Ploești), 66. *Bărbulătescu Iulian* (cl. X ș.m. 1 Ploești), 67. *Modoran Niță* (cl. VIII serală Cugir). (urmare)

Ș. m. 4 „A Toma". Cl. VIII. Glara I. Mihail (4085, E: 1442, 55, 63, 67, 68, 72—75, 84), Iacov Elena (4017, E: 1448, 50, 55—57, 63, 68, 71, 74, 75, 78), Ionescu M. Dan (4086, E: 1441, 43, 44, 50, 52, 58, 75, 80, 81), Moraru Vasile (4085, E: 1442, 45, 55, 67, 68, 72—74, 81). Cl. IX. Petrec Al. (3973—77, 92, 94, 4014, 15, 17—20, 22, 26, 29, 32, 39, 40, 49, 51).

Ș. m. 6. Cl. XI. Ghițulescu Adrian (3970, 71, 77, 78, 90, 94, 95, 97, 4006, 25, 26, 32, 33, 35—40, 44, 49, 50, 54, 64, 66—70, 72, 78, 81, 83, 85, 88, 91, 92, P).

Șc. de 7 ani nr. 1. Cl. VII. Leonte I. Filip (E: 1445, 49, 50, 54, 56, 72—76, 81).

Șc. de 7 ani *Cricov*. Cl. V. Tîrcă I. Mihai (E: 1445, 47, 48, 56, 67, 68, 72—76, 79, 81)

Șc. de 7 ani *Mărunțiș — Cislău*. Cl. VII. Popescu I. Dorin (E: 1441, 43, 44, 46, 58, 62—67, 71, 75, 76, 78).

PREDEAL Ș. m. 1 Cl. VI Ioniță I. Maria (E: 1443, 50, 53, 54, 57, 67, 68, 72—74).

PUCIOASA. Cl. VI. Gorgan V. Viorica (E: 1442, 44, 47, 57, 68, 72—74, 81). Cl. VII. Tîrcă Gh. (E: 1447, 48, 67, 68, 72—74, 76, 78, 81). Cl. VIII. Manea V. Ilie (3974, 92, 94, 99, 4011, 13, 14, 17, 23, 39, 64, E: 1441—45, 47, 48, 50—53, 56—58, 66—68, 70—73, 75, 77, 78, 80—82), Rîmbu Revișoara (3992, 4011, 17, 23, 35, 40, E: 1442, 45, 56, 57, 63—68, 72, 73, 75, 80, 81). Cl. IX. Diaconescu C. Radu (3972, 74, 92—94, 4009, 14, 15, 17—19, 22, 24, 26, 29, 31, 32, 40—42, 45, 50, 51, 53, 54, 63, 70, 71, 74, 81, 83, 85), Marinescu Victor (3972—76, 78, 81, 83, 92, 99, 4002, 09—15, 17, 18, 20, 21, 23, 24,

[1] La pagina 371, rîndul 20, se va adăoga: 15 bis. Lupaș Laurențiu (clasa XI. Ș.m. 1 București).

26, 35, 36, 39—41, 51, 53, 57), Stanciu Maria (4017, 21, 30, 50, 51, 64, 74, 81, 97, 107). Cl. X. Dinulescu I. Marian (4038, 51, 67, 70, 72, 74, 77, 79, 82, 88, 92), Leotescu Gh. Grigore (3974, 75, 83, 92, 94, 99, 4002, 13—15, 18—20, 23, 24, 31, 40), Vasilescu Dimoftiu (4014, 15, 17—20, 24, 29, 38, 40, 41, 46, 51, 53, 63, 64, 66—68, 70—74, 77, 79—83, 88, 92). Cl. XI. Dincă Stan (3972—76, 92, 94, 99, 4002, 09, 11, 14, 15, 17, 22, 27, 38), Dinulescu Doru (3994, 99, 4002, 11, 14, 15, 17—19, 21, 22, 27, 28, 31), Drăguț Elena (3975, 92, 94, 4014, 15, 17—19, 21, 28, 32, 4014, 15, 17—19, 21, 28, 32, 72, 76, 85), Erhan Const. (3974—76, 94, 99, 4002, 07, 11, 14, 15, 17, (3974—76, 94, 99, 4002, 07, 11, 14, 15, 17, 18, 20, 21, 26, 28, 56, 59, Ionescu Laurențiu (3971, 74, 88, 94, 4014, 15, 17—19, 21, 28, 29, 49, 64—66, 70, 72, 76, 85), Manea Gh. Const (3972, 75—79, 81, 88, 99, 4009—10, 12—15, 17—19, 24, 28, 29, 31, 36, 58, 60, 64, 65, 68, 70, 96), Mateescu Ion (3969, 71, 73—81, 92, 4002, 08—24, 26—28, 31—33), Șerbănou I. Nicolae (3972—76, 81, 92, 94, 95, 98, 99, 4002, 04, 09, 11, 12, 14—24, 26—28, 39, 44, 45, 49, 52, 56, 57, P).

RĂDĂUȚI. Ș. m. 1 Cl. IX. Sîrghie Mircea (4064, 70—74, 80, 81, 83, 85, 86).

REȘIȚA. Ș. m. 1. Cl. VI Stiopu Magda (E: 1436—38, 43, 44, 49, 52, 53, 57, 72, 73, 80). Cl. X. Boiangiu A. Corneliu (4014, 15, 17, 28, 39, 40, 51, 53), Iliu Dan (3943, 52, 74, 92—94, 96, 99, 4002). Vida Ion (3943, 49, 51, 52, 90, 92, 93, 96, 97, 4002, 40, 45, 42, 73—75). Cl. XI. Janoșik Adolf (3964, 66—68, 94, 4007—11), Swoboda F. Dido (3942, 43, 72, 75, 76, 92, 4014, 17—20, 28—30).

RIMNICU SĂRAT Ș. m. „A. Vlahuță". Cl. VII. Mirică N. Dumitru (E: 1441—44, 47, 51, 52, 54, 56—58, 62, 63, 66—68, 70, 72—75), Cl. XI. Pascu Ion (3945, 49, 75, 4015—17, 19, 26, 32).

RIMNICU VILCEA Cl. VIII. Solea Marcel (E: 1441—53, 72—77, 80, 81). Cl. X. Angheluță Dumitru (3972—76, 86, 88, 92, 94—96, 99, 4002, 11, 17), Bulucea D. Dumitru (4015, 16, 18, 27, 34, 38, 53, 67, 70, 72, 95, 105), Fărtat C. Radu (4014, 15, 17—19, 21, 22, 28—34, 64, 67, 71, 73—74, 85), Ilie A. Dumitru (3972—76, 78, 81, 83 86, 88, 90, 92—97, 99, 4001, 02, 08—22), Mihăescu D. Adrian (4044, 15, 17—19, 21, 22, 27—29, 40, 53, 70), Nicolescu I. Ion (3992, 94, 96, 4002, 14, 15, 17—19, 21, 28, 34, 45, 58), Popescu T. Virgiliu (3973, 74, 76, 96, 4055, 17, 18, 20, 22—24, 28), *Poșircă M. Ion* (3971, 73—76, 78, 80, 81, 83, 86, 90, 92—94, 96, 97, 99, 4002, 08—36), Rădoescu Dan (3975, 76, 83, 92, 99, 4002, 09, 13—15, 17—19, 21, 28, 39, 40, 45, 50, 51), *Strugaru I. Gh.* (3974, 75, 83, 86, 89, 90, 92, 96, 99, 4002, 09, 10, 13—15, 17—21, 24, 26—30, 32—36, 39, 40, 44, 45, 51, 53, 57, 60, 67, 69—72, 82, 88, 93).

ROMAN. Cl. X. Cănilă Const (3072—76, 94, 95, 99, 4014, 15, 17, 18, 21), Răducanu Claudia (3974, 76, 94, 4013—15, 17, 21, 25, 28, 64, 70).

ROȘIORII DE VEDE. Ș. m. „T. Vladimirescu". Cl. VIII. Conea M. Mircea (4017, E: 1454, 59, 62, 63, 72—75, 78, 81, 82, 87, 95). Cl. X. Cioc Al. (4069, 70, 72, 82, 92, 96, 98, 99, 105, 109, 118). Cl. XI. Lazăr M. Ion (4014, 15, 17, 19—21, 24, 28, 35, 38, 66, 67, 70, 72, 74).

SĂCĂDAT (Oradea). Șc. de 7 ani. Cl. VI. Gherghel Traian (4063, E: 1442, 44, 45, 47, 50—53, 57, 60, 72—74, 77, 80, 81), Negruț Vasile (4063, E: 1437, 42, 44, 47, 49, 50, 52, 53, 57, 60, 72—74, 57, 80—82).

SĂVENI (Suceava). Cl. X. Zoler David (3973, 92, 4013—15, 17, 18, 22, 29, 31, 53, 64, 70, 83).

SALONTA (Oradea). Cl. VII. Rus Nely (E: 1441, 42—44, 51, 57, 71—73, 81). Cl. VIII. Borcea Valeria (4013, E: 1450, 54, 71—73, 75, 78, 80, 81), David Floarea (E: 1441, 42, 44, 47, 50, 51, 56, 59, 73, 75, 78), Drăgan Viorica (E: 1443, 44, 47, 72—76, 78, 80, 81), Guiașu Eugen (E: 1451, 57, 58, 65, 70, 72, 73, 75, 78, 81), Marți Elisabeta (4039, E: 1442—44, 47, 55, 73, 75, 78, 81), Mărgineanu Floare (4013, E: 1442, 44, 47, 50, 55, 59, 73, 75, 78, 81), Matei Stela (E: 1442—44, 47, 48, 50—52, 72—75, 78, 80, 81), Nagy Elvira (E: 1443, 47, 48, 50—52, 55, 70, 73—75, 80, 81), Opreanu Ioan (4013, 39, E: 1441—44, 47, 75, 81), Polca Maria (4039, E: 1442—44, 47, 52, 72, 73, 75, 78, 81), Roman Teodor (4013, 39, E: 1441—44, 47, 55, 73, 75, 78, 81), Uveges Valeria (E: 1441, 42, 44, 47, 50, 52, 59, 73, 75, 78), Cl. IX. Steinbrecher (4014, 15, 21, 23, 26—28, 39, 59). Cl. X. Inspergher Ecaterina (3934, 74—76, 85, 88, 96, 99, 4002, 14, 15, 19—21, 26, 28, 32, 40, 42, 44—46, 50, 53). Cl. XI. Sarmary Gh. (3973—76, 85, 88, 92, 96, 99, 4014—22, 26—29, 31—33, 40, 42, 44—46, 63).

SATU MARE. Ș. m. 2. Cl. VII. Ciobanu Ion (E: 1441—43, 45, 47, 50—52, 54, 62, 70, 71). Cl. VIII. Apșan Liliana (E: 1448, 56, 57, 67, 68, 71, 73, 75, 78, 82), Birkner Ioan (4013, E: 1443, 52, 55—58, 68, 71), Blaga Rodica (E: 1449, 56, 57, 67, 68, 71, 73, 75, 78, 82), Levai Mihai (4011, E: 1442, 44, 50, 52, 57, 67, 68, 70, 73, 75), Lini Edeltraut (4017, E: 1457, 60, 70—73, 80, 81), Toth Eduard (E: 1443, 44, 55—58, 63, 68, 71), Zelicovitz Hedwiga E: 1442, 56, 57, 67, 68, 71, 73, 75, 78, 82). Cl. IX. Dan Magdalena (3975, 94, 4012, 13, 15, 17, 18, 30, 35, 63).

Șc. de 7 ani nr. 3. Cl. VII Weisz Andrei (E: 1441—44, 46, 47, 50, 51, 53, 58),

Weisz Ioan (E: 1441—44, 46, 47, 51—53).

SIBIU. Ş. m. 1 „Gh. Lazăr" Cl. VI. Bucur Delia (E: 1442, 44, 45, 47—54, 57, 60, 61, 68). Cl. VIII. Ionescu Mircea (3993, 94, 4013, E: 1441—53). Cl. IX Scurtu Ionel (3972, 92, 94, 4002, 14, 17, 18, 29, 40, 50, 51, 53, 54, 70, 71), Cl. X. Bădilă Vasile (3975, 94, 4002, 14, 15, 17, 19, 21, 24, 28, 67), Ciornei Valer (3994, 4002, 14, 17, 19, 21, 24, 28, 29, 34, 64, 69, 72), Mihu I. Inocenţiu (3994, 4014, 15 17—19, 21, 28, 70, 71), Săndulescu Lucia (3978. 94, 4002, 14, 15, 17, 28, 64).

Ş. m. 3. Cl. VIII. Manea Octavian (3994, 4039, E: 1441—44, 47, 50—53, 58, 63, 67, 68, 70, 72—75, 78, 80, 81). Cl. X. Constantinescu Doru (3975—78, 80, 81, 83, 87, 88, 94, 95, 4001, 02, 08—11, 13, 15, 17—21, 24, 28, 42, 45, 49, 50, 64, 67, 68, 70, 72, 83), Micu Doina (4014—19, 21, 22, 26—31, 49, 50, 64, 65, 67, 69, 70, 72, 83), Roncea I. Aurel (3975, 77—81, 94, 4001, 02 08—13), Sigmireanu Gabriela (4014, 15, 17—19, 21, 22, 29, 31, 32, 64).

Şc. de 7 ani nr. 9. Cl. V. Pricop Sorin (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 73, 84), Cl. VII. Bobiţă Lucia (S: 1441—43, 49, 57, 72, 73, 78, 80, 81), Bota Monica (E: 1441—43, 49, 57, 71—73, 75, 78, 81), Farcaş Rodica (E: 1441—44, 48, 49, 51, 57, 72, 73), Iacob Stela (E: 1441—44, 48, 49, 51, 57, 72, 73), Moşoiu Daniela (E: 1438, 41, 43, 44, 47—49, 52, 72, 80), Moşoiu Monica (E: 1441, 47—49, 51, 52, 72, 73, 75, 78), Vlăjie Titina (E: 1441—44, 48, 49, 51, 57, 72, 73).

Sc. de 7 ani nr. 13. Cl. VI. Bunea Mircea (E: 1442, 47, 42, 53, 55, 57, 60, 72, 73, 77).

SIGHIŞOARA. S. m. 1. Cl. X. Ciulei Mircea (3971, 76, 95, 4032, 51, 65, 67, 68, 70, 72, 74, 83, 86). Popescu Gabriel (3983, 92, 94, 4010, 14, 15, 17, 18, 21, 23, 24, 28, 39, 40, 46, 53, 58), Sutac Sidonia (3978, 81, 4009, 10, 13, 15, 17, 19, 21, 23—25, 28, 32, 35, 36, 58, 60).

Ş. m. 2. Cl. VIII. Halelcsy Karl (4045, E: 1441—44, 58, 65, 71, 75, 80, 81), Lang Richard (4039, 45, 64, 86, E: 1441, 52, 58, 66, 70, 75, 81, 82), Reich Karl Gunther (E: 1441, 44, 45, 48, 5865, 71, 75, 80, 81). Cl. IX. Vlăduţu Mircea (3974—76, 92, 94, 4001, 02, 14, 17, 26, 29, 32, 40, 45). Cl. X. Brantsch Roderich (4014, 15, 17, 19, 21, 28, 32, 67, 70, 72), Kessler Peter (3974, 75, 94, 4015, 17, 19—21, 28, 32, 70, 72, 92). Cl. XI. *Lang Hugo* (3971, 73 76—78, 80—83, 95—99, 4002, 04, 08—10, 12, 15—19, 21, 23, 24, 27, 29, 32, 33, 35, 36, 40, 42, 44, 45, 55, 59 60, 67, 70, 74, 80, 88).

SINAIA. Ş.m. „M. Eminescu". Cl. XI. Sava Radu (3974, 75, 79, 95, 4002, 06, 14—23, 28, 55, 64, 66, 67, 69, 70, 72, 80—82, 85).

SLATINA . Absolvent Cochinţoiu Ion (4017—19, 23, 24, 31, 70, 80, 94, 97, 105, 09), Dincă Marin (3972, 74, 4002, 15, 16, 18, 20, 21, 46, 47, 60, 70, 72, 92), Marcu Virgil (4016, 29—34, 64—67, 69—72, 92, 94—97, 99, 105, 117). Cl. VII. Petru Emanuel (E: 1441, 43, 44, 52, 63, 66, 70, 75, 81). Cl. X. Coler Dan (7975, 94, 4003, 14, 15, 17—20, 28, 33, 64, 67, 69, 70, 72), Popescu Gh., Mircea (3972, 75, 78, 81, 4011, 12, 14, 15, 17—19, 22, 24, 28, 29, 34, 36, 45, 58, 60, P). Cl. XI. Diaconescu Teodor (3974, 4014—19, 67, 72), Georgescu Mircea (4014—16, 18, 19, 64, 66, 67, 69—72).

ŞTEFANEŞTI (Piteşti). Cl. VIII. Liptac V. Florica (E: 1442—45, 47—51, 54, 56—60, 63, 64, 70, 71).

STREHAIA (Craiova). Cl. VIII. Bobocan Ion (4013, E: 1441, 43, 44, 49, 50, 67, 75, 78, 80—82), Fianu I. Virgil (4013, E: 1441, 43, 44, 52, 67, 75, 78, 80—82).

SUCEAVA. Cl. X. Bujor Corneliu (3992, 94, 4014, 15, 17—19, 22, 28, 29, 33, 34, 51, 64, 67). Cl. XI. *Socoliuc Gh.* (3971, 73—76, 79, 94, 98, 4004, 09, 12—36, 38, 40, 55, 59, 64—72, 80, 85, 92), *Soroceanu Mihai* (3972—76, 79, 94, 4012—24, 26—29, 31—34, 38, 40, 64—67, 69—72, 80, 85, 92).

TECUCI. Absolvent Diaconu A. Nicolae (4012, 28, 29, 32, 64—66, 69—72, 80).

Ş.m. 2. Cl. IX. Petică Gh. (3974, 75, 85, 4014, 15, 17—19, 22, 31, 53).

TIMIŞOARA. Ş.m. „Nikos Beloianis". Cl. V. Gheorghiu Rodica Doina (E: 1442, 44, 48—51, 57, 73, 74, 81), Rogojan Dorina (E: 1442, 45, 47, 50, 51, 57, 61, 74, 81). Cl. VII. Ianovici Dan (E: 1432, 36, 39, 41, 43, 44, 47, 50—52, 57, 60, 63, 65, 71), Mateescu Sanda (E: 1381, 85—88, 90, 95—98, E: 1401, 06, 11, 12, 15, 18, 41—48, 51, 54, 56, 65, 67, 68, 71). Cl. VIII. Brodman Brigite (E: 1441—44, 47, 50—52, 73, 75, 78, 81, 82), Skach Henrik (3943, 94, 4017, E: 1441—44, 48, 50—51, 58, 63, 67, 69, 71—73, 75, 81). Cl. X. *Mirzea Petru* (3971, 73—76, 78, 80, 81, 92, 94, 95, 99, 4002, 08—15, 17—24, 26—29, 31—36, 39, 40, 42, 43, 45, 51 53, 57). Cl. XI. Hernea Dan (3974, 75, 4013—15, 17, 18, 21, 23, 24, 60).

Ş.m. 2 „Nikolaus Lenau". Cl. VIII. Steiner Johan (4039, 86, E: 1441, 51, 58, 72—75, 81, 82). Cl. IX. Kämpfer Heidrun (3928, 74, 75, 92, 94, 4014, 15, 17, 40, 53). Cl. X. Gengl Günther (4014—19, 21—24, 28, 29, 32, 40, 49, 51, 58, 60, 64, 68, 74). Cl. XI. Hoffmann Ernst (4014—24, 26—39, 46, 51, 56, 59, 60, 63—72, 78, 83), Rastater Walter (4014, 15, 17—25, 27—29, 33—36, 39, 51, 59, 63, 64, 66, 67, 69—72, 80).

Ş.m. 3 „Eftimie Murgu". Cl. VI. Baberi Constanţa (E: 1444, 48, 51—53, 56, 72—74, 76). Cl. VII. Bustea (E: 1457, 60, 67, 68, 72—76, 81), Harsanyi Nicolae (E: 1357,

60, 67, 68, 72—76, 81), Rădășanu Eugen (E: 1457, 60, 67, 73—75, 81), Weiss Agneta (E: 1441—44, 47—53).

Ș.m. 4. Cl. IX. Stoff Hedwiga (3974, 76, 94, 4014, 17, 26, 32, 40, 71, 72).

Ș.m. 5 .Cl. VII. Weisman Karola (3994, E: 1432, 36, 41—44, 47, 50, 52). Cl. VIII. Buda Aurel (4039, E: 1447, 50, 52, 57, 58, 63, 68, 70, 71, 96), Csaki Tiberiu (4039, E: 1444, 47, 48, 50, 52, 58, 70, Dumelle Maria (4039, E: 1444, 47, 50—52, 56, 57, 63, 71, 75, 78), Lungociu Mircea (E: 1441, 52, 57—59, 62, 63, 67, 70, 73, 75, 80), Zală Stera (3994, E: 1441, 42, 44, 45, 50, 52, 56, 75, 78). Cl. X. Chesici Al. (3974, 75, 88, 94, 96, 99, 4002, 08, 11—13), Grosz Robert (3959—64, 67, 78, 88, 4009, 10, 12, 13), Popovici Volker (3937, 45, 60, 62—64, 78, 94, 4002, 09, 13).

Ș.m. 7. Cl. VIII. Andru Doina (3994, 4013, E: 1447, 58, 62, 64, 67, 68, 72, 73, 75, 80, 81), Rujan Octavian (3991, 4013, E: 1441, 43, 44, 50—52, 67, 68, 71, 73, 75, 78, 80). Cl. IX. Băleanu Corneliu (3969, 87, 4014, 15, 17, 18, 20, 22, 26, 29—32, 35, 39—43, 45, 49—51, 53, 57), Gara Horațiu (4014, 15, 17—20, 31, 32, 34, 39, 40, 45, 64, 69).

Șc. de 7 ani Nițchidorf. Cl. VII. Cimponeriu Traian (E: 1441, 42, 49, 51, 72, 73, 80, 81).

TIRGOVIȘTE. Ș.m. 1. Cl. X. Roșca Villy (3974, 75, 99, 4006, 14, 17, 18, 64, 70, 74, 81, 83, 93).

Ș.m. 2. Cl. VIII. Zaharia M. Rodica (3992, 94, 4013, 17, 18, E: 1441—45, 47, 48, 50—52, 58, 63, 70—72). Cl. X. Micu Dan (3974—76, 88, 94, 4002, 14, 15, 17—19, 21, 27, 28, 46), Stănciulescu Eugen (3973—75, 92, 4014, 17, 19, 21, 22, 51), Zaharia M. Adina (3972, 73, 75, 76, 78, 80, 92, 95, 4009, 10, 12, 13, 16—21, 23, 26—29, 31—34, 36, 40, 51, 64, 71, 92.

Ș.m. 3. Cl. XI. Brezeanu Florin (3916, 25—29, 31, 33, 43, 54).

Șc. prof. metal. Cl. VIII. Anghel T. Ion (E: 1436, 38, 65, 72, 73, 75), Bratu I. Const. (4014, E: 1435, 41, 42, 47, 50—51, 56, 57, 60, 67), Bucureșcu A. Valeriu (E: 1429, 33, 36, 38, 41, 42, 44, 47, 48, 50—52, 56, 60, 70), Marinoiu I. Nicolae (3943, E: 1429, 33, 35, 38, 39, 42, 43, 47, 50, 52, 56, 60, 70).

TIRGU MUREȘ. Ș.m. „Unirea". Cl. VI. Stratan Valentin (E: 1447, 52, 53, 57, 72—74, 77, 80, 81). Cl. VIII. Fărcaș Dan (E: 1441, 43—45, 47, 49—52, 71), Sala Viorica (E: 1457, 60, 67, 68, 70, 72, 73, 75, 78, 80, 81).

Ș.m. „Bolvai Farkas". Cl. XI. *Kakco Francisc* (3969, 71—81, 88, 90, 92—94, 96, 97, 99, 4002, 04, 10—15, 20, 21, 24, 26, 28, 32, 38, 40, 42, 51, 53, P).

TIRGU JIU. Ș.m. 1 „Ecaterina Teodoroiu". Cl. V. Bănică Marian (E: 1442, 47, 49, 50, 54, 57, 72—74, 81). Cl. IX. Demetrescu Rodica (3973, 76, 99, 4014, 15, 17—20, 22, 26, 28).

Ș.m. 3 „T. Vladimirescu". Cl. XI. Vîlcenau Sabin (3974, 75, 78—82, 86, 92, 95, 96, 99, 4007, 09—19).

Șc. de 7 ani *Cilnicu*. Cl. VII. Șerbulescu Mircea (4013, E: 1441—43, 45, 48, 52, 56, 57, 64).

TIRGU NEAMȚ. Cl. XI. Cozma Emil (4014, 15, 17—24, 26 ,28, 29, 31—33, 35, 55, 57), Lesovski Ana (4014—20, 22, 26—28).

TIRNĂVENI (Stalin). Cl. IX. Costea Viorel (3983, 85, 99, 4002, 12, 39, 43, 50, 81, 83), Ifrimelea Ștefan (3983, 85, 99, 4002, 12, 39, 43, 50, 81, 83).

TRUSEȘTI (Suceava) . Cl. VIII. Dănilă Angela (4035, E: 1467, 68, 70, 74, 76, 81, 86—88, 91), Iacob Odorica (4035, 64, 68, E: 1450—52, 73, 75, 76, 80, 81), Mihai Didina (4018, 35, E: 1441, 42, 44, 45, 50, 52, 57, 74—77, 81), Turcanu Angelica (4017, 35, E: 1441, 44, 45, 50, 52, 57, 72—76, 81). Cl. IX. Noroc Ioan (3923, 26, 32, 35, 38, 57, 64, 67, 74, 77, 4014, 18, 39). Cl. X. Bizbac Elena (3980, 94, 4002, 15, 18, 35, 40, 51, 64, 68, 71), Enache Viorica (3980, 4002, 15, 18, 35, 40, 51, 64, 68, 71). Cl. XI. Popovici E. Mihai (3971, 73, 79, 4017, 18, 28, 29, 39, 48, 59, 63, 64, 68, 71).

TULCEA. Ș.m. 1. Cl. IX. Porneală T. Sava (4014, 15, 17, 18, 29, 31, 63, 69, 70, 71, 83, 86). Cl. X. Pavel Valentin (3974—76, 83, 90—2, 94, 96, 97, 99, 4002, 12—15, 17, 18, 21, 28, 32, 58, P).

TURDA. Ș.m. 1 „Mihai Viteazu". Cl. VIII. Apostol Adriana (E: 1441, 42, 50, 52, 54, 58, 63, 70, 72, 73). Cl. IX. Ganea Macedon (3973, 78, 87, 92, 94, 4001, 02, 09, 10, 12, 13, 1—, 24, 25, 30, 36). Cl. X. Pop Valer (P. D.). Cl. XI. *Simpăleanu I. Marin* (4014—45, 48, 50, 51, 53—60, 63—72, P).

TURNU MĂGURELE. Ș.m, „Unirea". Cl. V. Bălan Rodica (E: 1554, 55, 71—74, 80, 81, 87—89). Cl. X. Pietrosu Mioara (3972—76, 78, 85, 90, 92, 97, 4009, 10, 12, 21, 51, 53).

TURNU SEVERIN. Ș.m. 1 „Traian". Cl. VII. Anonim (E: 1455, 68, 70, 72, 73, 75, 81, 88, 95). Cl. VIII. Croitoru Traian (4039, E: 1441, 43, 44, 47, 50, 63, 67, 71—73, 75, 80, 81). Cl. X. Lupulescu Marius (3974, 75, 78, 80, 81, 4009—15, 17, 19, 21, 23, 24, 28, 31, 35, 36, 58, 60, P), Surdulescu Barbu (3971, 73, 75, 76, 88, 90, 95, 97, 4002, 14—22, 26—28, 30—33, 38, 43, 45, 46).

Ș.m. 2. Cl. VI. Corfvu Mihai (E: 1441, 44, 50—53, 72—74, 80, 81). Cl. VII. Reznic Sorin (E: 1441, 50, 53, 63—65, 72, 73, 75, 77). Cl. IX. Mocioiu I. Doru (3973, 75, 80, 81, 87, 94, 4010, 18, 22, 23, 63, 64, 70, 71,

80, 81, 83). Cl. XI. Nănuț Iților (3975è 81, 4016, 18, 22, 24, 28, 29, 31—34, 38, 55, 56, 64, 71, 72, 74, 78, 85).

VAIDENI (Pitești). Cl. VI. Apostoloiu Emil (E: 1457, 68, 71—75, 77, 81, 82).

VASILE ROAITĂ (Constanța). Cl. VII. Buluceanu Liviu (4002, 11, E: 1442—52).

ZELETIN (Bacău). Absolvent *Moraru Valentin* (4014—24, 27—29, 31—39, 43, 45, 49, 55, 57—60, 63—70, 72, 74, 81, 83, 85). Ș.m. „Al. Vlahuță". Cl. X. Moraru Mihai (3972, 96, 4014, 15, 17, 18, 20, 21. 27, 28, 32, 54, 64, 71, 83, 92).

ZLATNA. Cl. VIII. Bunea Bănică (3973, 93, 4013, 14, 17, 19, 22, 35, 70, 86, E: 1441, 43, 44, 47, 51, 52, 56, 58, 60, 63, 66—68, 70—78, 81).

* * *

Pînă la apariția G.M.F.-B nr. 6, 1960, s-au mai primit soluții bune la problemele propuse în numerele 2—5, după cum urmează:

ABRUD (Cluj). Ș.m. Horia, Cloșca și Crișan. Cl. XI. Burz Vasile (4020, 22, 29, 32, 34, 35, 39, 41, 51, 63—65, 67, 86, 94, 97—99, 105, 09, 14, 32, 42, 45, 47, 53, 66).

AIUD. Ș.m. Avram Iancu. Cl. IX. Ioan Letiția (4014, 15, 17, 18, 29, 32, 50, 81, 83, 94, 97, 98).

ALBA IULIA. Cl. VIII. Japaliu Ionel (E: 1441—44, 47, 52, 58). Cl. X. Enășel Sorin (4014, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 28, 29, 34, 36, 45, 60) Naidiu Monica (4023, 24, 28, 36, 60. 74, 88, 92, 118).

ALEXANDRIA. Ș.m. Al. I. Cuza. Cl. VII. Pațe Cornel (E: 1467, 70—73, 75, 76, 78, 80, 81, 87, 88, 95). Cl. VIII. *Boștenaru I. Liviu* (4014, 17, 18, 23, 29, 34, 39, 40, 45, 51, 64, 74, 85, 97, 99, 105, 09, 14, 29, E: 1455, 57, 58, 63, 65—67, 70—73, 75, 76, 78—81, 85—88, 90—95, 98, P).

ANINA. Cl. VI. Petric Mircea (E: 1444, 47, 51—54, 72—74, 80, 81). Cl. XI. Grusescu Const. (4064—67, 69—72, 86, 94, 96, 97, 99, 105, 09).

ARAD. Ș.m. 1 I. Slavici. Cl. VIII. Silvestru Rurelia (E: 1464, 68, 67, 79, 84, 92, 94; 4023, 35, 39, 57, 68, 100). Cl. IX. Crivăț Dan (4014, 15, 17, 19, 39, 40, 64, 83, 97, 98, 109), Engländer Eva (4083, 97, 99, 105, 09, 31—33, 35), Freud Militon (4014, 15, 17—20, 22, 26, 29—34, 40, 51, 53, 64, 66, 70—72, 74, 80, 83, 86, 94, 97—99, 105, 09, 14, 17, 18, 20, P), Gozman Oliviu (4063, 68, 70, 83, 97, 100, 31, 32, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 77, 80), Ieriolan Ilie (4014, 15, 17, 19, 20, 29, 32, 40, 70, 83, 97—99, 109), Katz Emanoil (4075, 83, 97, 105, 09, 31—33, 35, 62), Lujanski Gh. (4097, 105, 09, 13, 31—33, 45, 48, 52, 55, 77), Medeleanu Ioan (4064, 83, 97, 98, 105, 09, 14, 31—33, 35, 66), Mihalaș Gh. (4014, 15, 17—19, 22, 29, 31, 32, 40, 51, 53), Mladin Nicolae (4083, 97, 105, 09, 31—33, 35, 62), Malcoci Andrei (4063, 131, 32, 34, 42, 45, 47, 48, 53, 54,), Ostoici Sava (4105, 09, 31—33, 45, 48, 52, 53, 55, 77), Puia Doru (40 3, 97, 105, 09, 13, 31—33, 35, 62), Stoica Tudor (4075, 83, 97, 105, 09, 31—33, 35, 62), Tarhuna Rodica (4083, 97, 99, 105, 09, 31—33, 35), Cl. X. Filip Dorel (4014, 15, 20, 21, 26, 28, 29, 64, 66, 69, 70, 72, 83, 92, 109), Macovei Rodica (4023, 29, 34, 94, 96—99, 101, 05, 09), Matei Cornel (4010, 16, 22, 23, 26, 28, 29, 64, 67, 69, 70), Papp Erhardt (4038, 39, 42, 45, 57, 60), *Popescu A. Dorel* (4014—36, 38—46, 50, 51, 53, 54, 57, 60, 63—72, 76, 81, 83, P), Selmereanu Ioana (4014, 21, 27, 28, 32, 38, 42), Tigan Ștefan (4014, 15, 20, 28, 29, 31, 40, 66, 70, 83, 92, 109), Vîrșendanu Ioan (4096, 98, 131—34, 42, 45, 53, 62, 68, 77).

Ș.m. 2 Olga Bancic. Cl. VII. Cibian Doru (E: 1454, 67, 68, 83, 86, 88, 90, 94, 95). Cl. VIII. Cărămidă Ana (4133, 42, 62, 77, E: 1473, 75, 78, 81, 88, 91). Cl. X. Hulea Ioan (4094, 97, 99, 131, 32, 42, 45, 47, 53, 54, 66). Cl. XI. Ghișa Voica (4014—22, 26—33, 64—67, 69—72, 92, 94—99, 105, 09, 13, 16, 17).

Ș.m. 3. Cl. VII. Soreanu Petru (4098, 99, 105, 13, 14,. E: 1483—88, 90, 91, 95—7), Vașar Traian (4015, 18, 19, 22, E: 1472—75, 80—82).

AZUGA. Cl. X. Vlaiculescu I. Radu (4014—17, 19—24, 26, 27, 34, 36, 58, 60).

BĂBADAG. Cl. VI. Bojdu Nicolae (E: 1447, 50, 52, 53, 72—74, 77, 80—82). Cl. L. Ignat Ion (4017, 18, 22, 23, 35, 36, 39, 50, 64, 70).

BACĂU. Ș.m. 1. George Bacovia. Cl. X. Dabu Răzvan (4014, 15, 17—19, 21—24, 28, 29, 31, 33—35), Flachs Iacob, 4014—24, 26—28, 30—32, 64—72, 82, 88, 82, 94—101, 09, 20), Guțu D. Iulian (4014, 15, 17—22, 24, 28, 29, 32). Cl. XI. Lupu Dan (4029, 53, 64, 68, 94—99, 131—33, 42, 43, 45—48, 51—54, 66, 77).

Ș.m. 2. *Adjud.* Absolvent *Grigoraș Vasile* (4036, 37, 41, 51, 52, 55—60, 63—74, 76, 80—83, 85, 88, 91, 92, 94—101, 105, 09, 16—20, 25). Cl. XI. Pravăț V. Vasile (4067, 71, 89, 92, 94, 96, 97, 99, 105, 09, 16, 17, 31—33, 38—40, 42, 43, 45, 47, 48, 51, 53, 58, 62, 66, 68, 75, 77, 80, 81, P).

Șc. elem. *Păunești.* Cl. V. Anghel Lenuța (E: 1443, 47, 49, 50, 72, 76, 80, 83, 87, 88, 90), Berbece I. Georgeta (E: 1443, 47, 49, 50, 72, 76, 80, 83, 87, 88, 90), Blahuianu Ilinca (E: 1443, 45, 48, 51, 57, 67, 73, 74, 81, 87, 88), Cartiș Vasile (E: 1442, 44, 45, 48, 51, 67, 68, 73, 74, 81), Manea A. Tatiana (E: 1443, 47, 49, 50, 72, 76, 80, 83, 87, 88, 90), Milea Severin (E: 1443, 47, 49, 50, 72, 80, 83 87, 88, 90), Novac Gheorghe (E: 1443, 47, 49, 50, 72, 76, 80, 83,

87, 88, 90). Cl. VI. Apostu A. Gh. (E: 1447, 49, 50, 52, 81, 87, 88, 92), Matei Lenuța (E: 1442, 43, 53, 67, 72—74, 77, 80, 81), Vasiloiu Ion (E: 1443, 47, 49, 51, 53, 57, 67, 73, 77, 80, 81), Matei Lenuța (E: 1442, 43, 53, 67, 72—74, 77, 80, 81). Cl. VII. Berbece C. Dumitru (4022, 39, 45, E: 1459, 70, 77, 80, 83, 84, 90, 92), Dodu Virginia (E: 1465, 74, 77, 79, 80, 87, 88, 90, 92, 94), Moise Gh. Nicolae (4025, 39, (E: 1459, 72—77, 80. 81), Novac I. Virginia (E: 1470—72, 75—77, 80, 83, 87, 90, 94), Vasilache Maria (E: 1459, 83, 84, 86—88, 90—95).

BĂCEȘTI (Iași). Șc. de 7 ani. Inv. Grădeanu P. Virginia (4131, 32, 42, 53, 54, (E: 1457, 65, 72, 75—77, 83—85, 87, 88, 91, 94, 99—501, 03, 04, 06—11).

BAIA DE ARAMĂ (Craiova). Cl. IX. Bolț Nicolae (4014 15, 17 18, 19, 21, 28, 70, 97—99), Gurgu Ion (4014, 15, 17—19 21, 28, 70, 97—99, 109). Cl. X. Răcinel Ion (4014, 15, 17—19, 21, 28, 34, 97—99).

BAIA DE ARIEȘ. Cl. VIII. Ciura Alexandru (4063, 68, 70, 71, 85, 90, 97—100, 109, E: 1472—78, 80—95). Cl. IX. Totolici Gabriel (4035, 94—97, 99—101, 05, 09).

BAIA MARE. Cl. VIII. Buciuman A. Toma (4015, 17, 39, (E: 1472, 73, 75, 77, 78, 81, 82), Man Narcisa (4031, E) 1447, 48, 51, 52, 58, 59, 66, 70, 71, 73, 81).

BAICOI. (Ploești). Cruceru Gh. (4014, 15, 17—22, 28, 33, 37, 40).

BECHET (Craiova). Cl. X. *Crușoveanu M. Victor* (4014, 15, 17—20, 22, 26, 28, 29, 31—34, 40, 49—51, 53, 54, 64, 66, 67, 69—72, 74, 80—83, 85, 89, 92, 97—99, 105, 09, 20).

BEIUȘ. Ș.m. 1. Cl. IX. Buciuman Florian (4014, 15, 17, 18, 35, 64, 66, 70, 71, 81, 83, 94, 97, 99, 105, 09, 31—34, 42, 43, 45, 47, 53, 62, 77), Mihăieș Gh. (4014, 15, 17—19, 29, 39, 70, 83, 94, 105). Cl. X. Mihele Aurel (4014, 15. 17—19. 21—24, 27—29, 31, 34—36, 46, 53, 58, 60, 63, 64, 66—72, 81), Seica Reveica (4014, 15, 17, 20, 31, 42, 70, 97, 99).

BICAZ. Abs. Gruian Ștefan (4014, 15, 17, 43, 49—51, 53, 54, 81, 83). Cl. VIII. Andrei Paulina (4017—19, 29, E: 1458, 59, 62, 63, 65—68, 70, 71, 82). Cl. IX. Savin Mihai (4064, 69—71, 85 97, 99, 105, 31—33, 42, 45 52—54, 77, 80). Cl. X. Bufucaru Const. (4014, 15, 17—21, 23, 24, 27, 28, 64, 65, 69, 70, 83, 92, 95—97, 99).

BISTRIȚA (Cluj). Cl. X. Tîra Grigore (4064, 65, 67, 69—71, 97, 94, 99). Cl. XI. Lucaci Carol (4014—19, 21, 27—29, 31, 34, 36, 51, 53, 55, 58, 60, 64—72, 92).

BÎRLAD. Complexul școlar Cl. VIII. Iordan Dumitru (E: 1470, 72, 73, 75—78, 80—82, 85). Cl. IX. Cotorariu Virginia (4014, 40 51, 54, 70, 97, 98, 105, 09, 126), Lazarovici Rica (4014, 28, 29, 34, 40, 51, 63, 70 75, 76, 80, 81, 92, 97, 99, 102, 05, 09, 26), Solomon Vladimira (4014, 40, 51, 53, 70, 97, 102, 05, 09).

Șc. pedagogică învățători. An. II. Tîbușcă Ioan .4014, 18, 26, 64, 71, 86, 94, 97, 98, 131—34, 42—45, 53, 54, 75, 77).

BLAJ. Cl. VI. Vasilescu V. Paul (E: 1448, 51, 57, 68, 81, 83, 99, 500, 03, 06, 07, 10). Cl. VII. Lodroman Lucia (E: 1467, 73, 74, 81, 87, 88, 90, 91, 99, 501), Socol Minerva (E: 1457, 72—74, 81, 87, 88, 90, 91, 99, 500, 10). Cl. XI. Botoran Virgil (4014, 15, 17—23, 28, 35, 45, 74, 80, 83, 97—99, 105, 09, 15).

BOLINTINUL DIN VALE. Cl. VI. Năstase D. Traian (E: 1442, 47, 66, 73, 74, 81, 86, 90, 99, 501, 06, 08). Cl. VIII. Alecu Ion (E: 1442, 47, 50, 58, 67, 68, 72, 73, 75, 81, 83, 88, 93, 510), Alexandru Alex. (E: 1441, 42, 46, 47, 50—52, 67, 68, 72, 73, 75, 78, 81, 86—88, 95), Andrei Radu (E: 1441, 42, 45, 47, 50, 52, 67, 68, 72, 73, 75, 81, 86), Anghel Ion (4105, E: 1458, 72, 73, 75, 81, 91, 506, 07, 10, 78, 83, 86, 87, 88, 92, 93), Grămescu Nicolae (E: 1442, 47, 48, 51, 52, 60, 67, 68, 72, 73, 75, 81, 86—88), Tătulescu Ion. E: 1441, 42, 45, 47, 50, 52, 58 67, 68, 72, 73, 75, 78, 81, 86, 88), Pană Gh. 4013, 14, 17, 21, 24, 53), Sava Victor (4031, 32, 42, 62, 109, 56, E: 1475, 78, 81, 88). Cl. X. Ghiță R. Teodor (4014, 16, 17, 19—21, 23, 26, 27, 30, 31, 34, 35, 38, 40, 41, 43, 45, 47, 49, 50, 53, 55, 67, 70, 72, 74, 80, 94, 95, 97, 99, 100, 05, 09, 11, 12, 17, 26), Năstase D. Ion (4014, 15, 17, 18, 38, 46, 53, 64, 65, 67—70, 73, 94—99, 105, 09, 31—33, 37, 42, 43, 45, 53, 54, 62, 66, 71, 73, 75, 77).

BOTOȘANI. Ș.m. 1. Cl. VIII Anghelescu Dan (E: 1458, 63, 72, 73, 75, 78, 80, 81), Feodorov Claudia (E: 1441, 43, 44, 59, 75, 81, 95, 102, 05). Cl. X. Amurăriței Gh. (4014, 15, 17—24, 26, 28, 29, 32, 45, 64—72, 74, 88, 95, 97—99, 109), Paulescu Valerian (4014—22, 24, 26—29, 31, 32, 34, 35, 63—72, 74, 75, 82), Sin Oișie (4017—19, 22, 23, 31, 32, 34, 39, 40, 53, 68).

Ș.m. M. Eminescu. Cl. X. Siminovici Dan (4014, 15, 17, 19—23, 26—29, 32, 35, 36, 46, 53, 57, 63, 71, 72, 97, 99), Vaiser Gerta (4014, 16, 26, 27, 31, 33, 34, 40, 65—67, 70—72, 82, 83).

BRAD. Hunedoara). Ș.m. Avram Iancu. Cl. XI. Maschek Corneliu (4014, 15, 17—24, 26—29, 39, 40, 63—72, 92).

BRĂILA. Ș.m. 1 Cl. VIII. Avramovici Ella (4039, 97, 98, 105, E: 1458, 75, 78, 86, 91, 95), Ciupitu Eugen (E: 1473—75, 77, 78, 80—82, 86, 88), Culic Ștefan (4086, 105, E: 1463, 71, 73, 75, 78, 81, 84, 86, 88, 93), Feșca Rodica (E: 1458, 67, 68, 70, 73, 74, 76, 78, 81, 87, 88), Gherco Rodica

(E: 1458, 67, 68, 73, 75—78, 86, 88, 91), Hodorigea Lucia (4097, 105, E: 1463, 73, 75, 78, 83, 86, 87, 91, 95), Pologa Florina (4105, E: 1441, 48, 58, 70, 85—87, 91, 93), Păltineanu Paula (4039, 97, E: 1464, 67, 68, 81, 84, 86—88, 94), Stoian Rodica (4017, 18, 105, E: 1466, 71, 78, 87, 91, 94, 95), Toncea Elena .E: 1467, 68, 75, 78, 81, 87, 88, 94, 97), Țigănuș Marian (E: 1463, 66, 71—73, 81, 82, 85, 87, 93). Cl. IX. Andronescu Irina (4095, 98, 105, 09, 31—35, 42—45, 47, 48, 53, 54, 62, 77), *Danciu Iulian* (4023—31, 33—36, 38—45, 50, 51, 53—60, 63—68, 70—74, 76, 80, 81, 83, 85, 86, 93), Gheorghe Dan (4029, 39, 54, 83, 85, 92, 97, 99, 102, 05, 14), Halu Margareta (4014, 15, 17, 19, 39, 71 80, 81, 85, 86, 97, 105), Herșcovici Fani 4097, 99, 105, 09, 32, 42, 45, 47, 53, 62, 66), Ioan Ana (4013, 18, 19, 22, 39, 85, 94, 97, 99, 102, 05, 14), Jiga V. (4018, 19, 22, 39, 70, 83, 85, 86, 97, 99, 102, 05), Löventon Miharla (4014, 15, 17, 19, 22, 23, 32, 39, 57, 63, 65, 70, 94, 97, 99, 102, 05), Mihai Silvia (4018, 19, 22, 29, 39, 85, 94, 97, 99, 102, 05, 14), Mîndroiu Niculina (4018, 19, 22, 39, 83, 85, 86, 94, 97, 99, 105, 14), Mociulski Radu (4014, 17, 19, 22, 23, 32, 39, 57, 65, 70, 72, 94, 97, 99, 100, 02, 09, 31—33, 42, 45, 47, 52, 53, 62, 77), Mozochi Elena (4014, 15, 17, 18, 19, 22, 23, 39, 81, 83, 85, 86, 97, 105), Munteanu Cornelia (4014, 17—19, 23, 39, 57, 81, 83, 85, 86, 97, 105), Mușat Elena (4015, 17, 22, 23, 39, 71, 80, 81, 85, 86, 105), Năstase Rodica (4017—19, 28, 39, 57, 64, 81, 85, 86), Teodorescu Rodica (4014, 15, 17, 19, 22, 23, 39, 57, 71, 80, 81, 85, 86), Ternoveschi Veronica (4014, 15, 17, 19, 23, 39, 63, 70, 80, 85, 86, 105), Topală Elena (4014, 18, 39, 57, 80, 81, 83, 85, 86, 97), Cl. X. Alecu Măndica, (4014, 15, 17, 19, 21, 28, 39, 46, 82, 92, 97, 105), Belcin Todorica (4014, 15, 17, 19, 21, 23, 39, 82, 92, 97, 105), Dobrania Aurel (4014, 15, 17, 19, 21, 53, 82, 92, 97, 105), Dumitru Luiza (4014, 15, 17, 19, 21, 28, 45, 64, 65, 67, 69, 70, 82, 92, 94—99), Florea Gabrielea (4014, 15, 17, 19, 21, 28, 39, 60, 82, 92, 97, 99), Gherguș Georgeta (4014, 17—19, 29, 31, 54, 70, 72, 99, 105, 09), Milea Suzana (4014, 17—22, 28, 29, 31, 34, 66, 70, 72, 83, 92, 97, 99, 105, 09, 26), Oprea Emilia (4014, 17—19, 31, 66, 72, 99, 105, 09), Rozman Izu (4064—67, 69, 70, 81—83, 92, 94, 95, 97—99, 105, 09, 15, 31—34, 36, 42—48, 52—54, 62, 65, 66, 76, 77, 83, 89, P), Spiratos Antonio .(4064, 66, 67, 69—71 82, 83, 02, 94—99, 105, 09, 15, 31—34, 36, 37, 42—48, 52—54, 62, 65, 66, 75, 77, 83, 89).

Ș.m. 3. Cl. IX. Alexandru Nicoleta (4072, 94, 97, 105, 09, 32—34, 42, 46, 47, 51, 53, 62), Gherghesan Petrică (4064, 72, 86, 97—100, 32, 42, 45, 50, 54, 62, 77), Pană Elena (4072, 83, 97, 99, 1005, 09, 31, 33, 42, 45, 47, 53, 54, 62), Pană Gabriela (4083, 97, 99, 105, 09, 31, 33, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 72).

BRĂNEȘTI (București). Ș.m. *Afumați*. Cl. VIII. Balică Sergiu (E: 1431, 68, 72, 75, 81, 84, 86—88, 91, 95, 99). Cl. IX. Minciu Al. (4064, 97, 103, 09, 31—33, 62, 66, 77), Stoica Maria (4064, 97, 105, 09, 31—33, 42, 44, 62). Cl. X. Camburu Cristache (4016, 27, 31, 34—36, 39, 58, 63, 65—67, 70, 71, 74, 94, 97—99, 105, 09, 29), Neiner Gh. (4014—19, 21, 23, 24, 27—29, 31, 35, 36, 39, 60, 64, 68, 69, 71, 98, 101, 05, 09).

BREAZA (Ploești). Ș.m. Aurel Vlaicu. Cl. VIII. Aldea I. Stelian (4013, E: 1441—44, 47, 49, 50, 52, 56, 65, 67, 68, 72—75, 77, 78, 80—82). Drăgoi Florica (4049, E: 1451, 58, 63, 65, 67, 68, 70—75, 78, 82), Petrescu Margareta (4011, 49, 57, E: 1454—58, 65, 67—75, 78, 80—82, 85, 87), Toma Sarmiza (4049, E: 1441—44, 47, 50, 52, 72, 73, 80, 81, 83, 87, 88).

Lic. militar Dimitrie Cantemir. Cl. VIII. Negru I. Gh. (4049, 105, E: 1457, 63, 67, 71—73, 75, 79—81, 87, 88, 91), Ricinski Mihail (4142—45, 47, E: 1462, 75, 78, 81, 86—88, 91, 95, 507—09). Cl. IX. Bocu Fănel (4014, 15, 17, 18, 20, 53, 64, 65, 70, 85, 94, 97, 99, 109), Godeanu Octavian .4014, 15, 17—20, 22, 50, 53, 64, 70, 94, 97, 109). Cl. X. Bălășescu Ion (4064, 66, 67, 69—72, 74, 81, 83, 85, 95—97, 99, 105, 09, 17, 31—34, 36, 42, 45, 47, 52—54, 62, 77), Balotă V. Dumitru (4022, 81, 85, 93—97, 99, 105, 09, 29, 32, 33, 35, 42, 43, 45, 47, 53, 66, 77), Bănică Dumitru (4066, 67, 72, 74, 81, 85, 97, 105, 09, 17, 31—33, 42, 43, 45, 47, 62, 66, 67), Banu I. Alex. (4066, 67, 69, 70, 72, 74, 80, 92, 97, 99, 105, 09, 31—33, 42—45, 47, 53, 66, 67), Băzăvan Ioan (4014, 15, 17—21, 28, 29, 32, 45, 64, 70, 97, 99), Cazacu I. Cos'el (4064, 66, 67, 69—71, 74, 80, 81, 83, 85, 92, 94—99, 105, 17, 18, 31—36, 42, 43, 45—48, 52—54, 62, 66, 72, 77), Cocoș Constantin (4095—97, 99, 105, 15, 29, 31, 32, 36, 42, 43, 45, 47, 53, 62, 66, 74, 77), Constandache Mihalache (4014, 15, 17—21, 28, 29, 45, 64, 67, 70, 72, 74, 80, 92, 97, 105, 09), Constantinescu Mircea (4070, 72, 83, 95, 97, 99, 105, 09, 17, 31—33, 42, 45, 47, 53, 54, 62), *Constantinescu M. Nicolae* (4064, 66, 67, 69—72, 74, 80, 81, 83, 85, 92, 94—99, 105, 09, 17, 18, 31—36, 42, 43, 45—48, 52—54, 62, 66, 72, 77), Corondan Jon. 4065—67, 69, 70, 72, 80, 81, 95—97, 99, 105, 09, 18, 32, 35, 42, 45, 47, 53, 66, 67), Ghimpu Aurel (4064—67, 70, 72, 92, 94—97, 99, 105, 09, 31, 42, 44, 45, 47, 77), Guță Vasile (4070, 72, 74, 83, 85, 95, 99, 105, 09, 17, 32, 33, 42, 45, 53, 54), Iancu Petre (4014, 15, 17, 18—22, 28, 29, 32, 45, 46, 70, 72, 92, 97,

99, 105, 09), Lascu Nicolae (4064, 66, 67, 69, 70, 72, 74, 81, 85, 92, 96, 99, 105, 09), *Mănuță Petre* (4014, 15, 17—21, 23, 26—29, 31, 33, 35 42, 44, 45, 50, 51, 53, 54, 59, 64, 66, 67, 70, 72, 74, 80, 81, 85, 92, 94, 96, 98, 99, 105, 08, 09, 14), Munteanu Ștefan (4014, 15, 17—22, 28, 29, 32, 45, 64, 70, 72, 92), Nicolau Gh. Dan (4069, 81, 85, 94—96, 98, 99, 105, 15, 18, 36, 42, 44, 45, 47, 53, 62, 66, 74, 77, 81), Pitigă Dan (4066—70, 72, 80, 81, 94—97, 99, 105, 09, 18, 29, 31, 33, 42, 43, 45, 62), Savu Florentin (4064, 66, 67, 69—72, 74, 80, 81, 83, 85, 95 97, 99, 105, 09, 17, 31—33, 36, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62, 77), Tucă Constantin (4065, 60, 71, 80, 81, 94—96, 98, 99, 105, 07, 09, 18, 32, 36, 42, 44, 45, 47, 48, 53, 62, 74, 77), Ungur P. Florin (4064, 66, 67, 72, 74, 80, 81, 92, 96—99, 105, 09, 14), Vintilă Gh. (4066, 67, 72, 74, 81, 85, 95, 97, 105, 09, 17, 31—33, 42, 43, 45, 47, 62, 66, 77). Cl. XI. Cojocaru Ion (4014—23, 26—31, 35, 42, 44, 45, 50, 51, 53, 54, 58, 59, 66, 67, 70, 72, 74, 80, 81, 92, P.N.).

BUCUREȘTI. Tehnician *Martin Ch.* (4064—68, 70—72, 74, 85, 88, 92, 94—99, 101, 02, 05, 09, 15—17, 31—40, 42—45, 47, 49—53, 62, 66, 68, 71, 74, 77, 80, 81).

Abs. Coșer Gabriela (4014, 15, 18, 19, 70, 92, 94, 95, 97, 99), Gheorghe Stela (4066, 67, 70, 72, 95—99, 105, 34, 40, 43, 45, 47, 51, 58, 62), Mureșanu Stanca (4014—22, 26—28, 32), *Tutuianu Ovidiu* (4053, 63—72, 80—83, 85, 88, 92, 94—101, 05, 08, 09, 14, 16—18, 25, 31—33, 35, 39, 42—48, 51—54, P)

Ș.m. 1 N. Bălcescu. Cl. VIII. Vasilescu Mihaela (E: 1457, 67, 68, 77, 81, 86—89, 91, 94, 95). Cl. IX. Pascu Adrian (4063—66, 68—72, 78, 88), *Răzvan Vladimir* (4020, 22, 25, 26, 32, 51, 53, 65, 82, 94, 97—100, 02, 05, 08, 09, 14, 17, 18, 29, 31—35, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 63, 68, 73, 75, 77). Cl. X. Butnaru Chirea (4014, 15, 17, 18, 21, 23, 24, 35, 36, 57, 60, 64—69), Petrov V. Octavian (4014, 15, 17—19, 21—24, 28, 36, 57, 64, 72, 81, 83, 86, 88, 92), Stan A. Mircea (4097—99, 106, 07, 09, 10, 12, 16, 17, 25, 69, P).

Ș.m. 2 T. Vladimirescu. Cl. VII. Grigoriu Mihai (4015, 17, 18, 54, 57, 69, 70, 97, 98, 105).

Ș.m. 3 Ion Neculce. Cl. VI. Trestian Mihai (E: 1472—74, 77, 80, 83, 87, 90—92, 94, 500). Cl. VIII. Andreescu Paul (4097, 99, 127, 33, 53, E: 1487, 88, 90, 91, 95), Ionescu N. Stefano (E: 1463, 68, 85—88, 93, 95, 97, 99). Cl. IX. Sucitu I. Gh. (4019, 34, 52, 69, 81, 86, 97—99, 105, 08).

Ș.m. 4 Aurel Vlaicu. Cl. X. Ionescu Dumitru (4014, 15, 17, 22, 28, 31, 34, 40, 64, 66, 70, 77, 92, 99). Cl. XI. Firuță Mircea (4014, 15, 17, 18, 23, 27, 38).

Ș.m. 6. Cl. VI. Șerban Teodor (E: 1453, 74, 80, 81, 83, 87, 88, 90—92). Cl. VIII. Anton Alexandru (4064, 68, 86, 162, 77, 80, E: 1472—75, 77, 78, 80, 81, 85, 95, 504, 07), Teșcan Elena (E: 1472—75, 78, 82, 85, 86, 93, 95).

Ș.m. 7 I. L. Caragiale. Cl. X. *Bluoss Hans* (4063—77, 79—83, 88, 91, 92, 94, 96—102, 105, 09, 12, 15, 25—27, 31—33, 36, 42, 43, 45), Duțică Cristian (4014, 17—19, 21, 23, 24, 29, 32, 35, 39, 40, 51, 53, 57, 60). Cl. XI. Popescu N. Liviu (4064, 65, 70, 80, 94, 96, 98, 100, 01, 05, 09, 14—16, 18, 22, 31—35, 38—42, 44—48, 50, 52, 53, 66), Ștefănescu Anton (4064, 66, 67, 70—72, 94, 95, 97—99, 105, 31—33, 39—41, 43, 45, 47, 48, 51, 66, 68, 70), Ștefănescu M. Doru (4014—24, 26—29, 31, 32, 34, 35, 38, 40, 42, 45, 48, 55—57, 59, 63—68, 70—72, 75, 92, 94—98, 105, 09, 14, 17).

Ș.m. 10. Cl. VII. Ivan Florina (E: 1484, 86—88, 90, 92, 94, 99, 103, 10). Cl. IX. Dumitrescu Emilia (4014, 17, 22, 29, 32, 50, 64, 70—72). Cl. X. *Fințescu Elena* (4094—101, 05, 09, 13, 18, 28, 31—37, 42—47, 52—54, 58—60, 62, 65, 66, 68, 71, 75, 77, 83, 86, 89), *Marini Ileana* (4064—72, 80—82, 85, 88, 92—97, 99—101, 05, 09, 15, 18, 31—36, 42—45, 47, 48, 53, 54). Cl. XI. *Ionescu Rodica* (4094—99, 105, 09, 15—17, 22, 31—34, 36, 48—50, 62, 64, 66—68, 71, 73—76, 80, 81, 83, 84). *Obadă Hareta* (4094—99, 105, 09, 15—17, 21, 31—34, 36, 38—54, 56, 62, 64, 66—68, 71, 73—75, 77, 80, 81, 83, 84), *Vișan Grațiela* (4094—101, 05, 09, 17, 18, 31—36, 38—53, 62, 66, 67, 71, 75—77, 80, 84).

Ș.m. 11. D. Cantemir. Cl. VI. Tonceanu Dan (E: 1472, 73, 80—83, 87, 88, 90—92, 507). Cl. VIII. *Persache Octavian* (4017, 19, 22—24, 64, 85, 86, 97—99, 105, 09, 31—33, 42, E: 1457, 69, 72—97), *Tințăreanu Ștefan* (4015, 17, 23, 24, E: 1441—44, 46—48, 50—55, 57, 60, 61, 63—82). Cl. IX. *Georgescu Horia* (4010, 14, 15, 17—19, 22—24, 31, 33, 36, 39, 50, 54, 6466, 70—72, 81, 83, 94, 97, 98, 99, 105, 09, 18, 32—35, 42—45, 47—49, 52, 53, 55, 57, 62, 68, 77, 80), Gianni Emanuel (4016, 17, 23, 29, 32, 50, 54, 68, 72). Cl. X. Cătănescu Vasile (4029, 46, 51, 64—66, 69—72), Cristescu Dragoș (4063, 67, 70, 88, 93—98, 100, 01, 09, 13, 28, 31—35, 42—45, 47, 53, 62, 66, 68, 74, 77), Rădulescu I. Dan (4014—19, 22—24, 26, 29, 32, 63—66, 68, 70—72, 94, 97—100, 09, 17). Cl. XI. *Cornblum Eugen* (4016, 23, 26, 27, 29—31, 33, 35, 36, 38, 48, 56, 60, 64, 66, 67, 69—72, 76, 85, 90, 92, 94—102, 05, 09, 13, 16, 17, 26, 28).

Ș.m. 12. Sipru Haret. Cl. VII. Sufană Domnica (E: 1441—53). Cl. IX. Brill Erny (4075, 81, 83, 94, 97, 98, 109, 17, 66, 69, 75), Vodă Viorel (4016, 31, 33, 42, 45, 50,

65, 67, 72, 75, 83, 95—97, 99, 102, 05, 09, 12, 15, 17, 31—33, 34, 39, 43, 45, 47, 48, 59, 66, 68, 75, 77, P), Rantz Gabriel (4014, 40, 66, 69, 70, 97, 99, 105, 09).

Ş.m. 13. Mihai Viteazu. Cl. V. Enăceanu Florin (E: 1442, 45, 51, 57, 73, 74, 81, 87—89, 99, 500, 03, 07, 10). Cl. VII. Guţă Cristian (4017, 97, 0: 1454, 80, 81, 83, 87, 88, 92, 95). Cl. X. Dănălescu R. Florin (4014, 15, 17—19, 21, 22, 27—29, 31, 32, 42, 64, 69, 94).

Ş.m. 15 Elena Sîrbu. Cl. V. Marcusohn Berry (E: 1472—74, 80,81, 87, 88, 500, 01, 03, 07). Cl. IX. Bratu Klein (4064, 97, 98, 109), Popescu V. Ruxandra (4014, 15, 17—23, 31, 32, 34, 40, 51, 53, 60), Cl. X. Negru Silvia (4018, 28, 29, 31, 42, 45, 71, 72, 83, 92). Cl. XI. *Jaliu I. Cristel* (4014—22, 24, 26—30, 32—34, 36, 38, 41, 42, 44, 45, 49, 50, 63, 65—70, 75—77, 81—83, 85, 92).

Ş.m. 16 George Coşbuc. Cl. VIII. Morgenstern Schoel (E: 1445, 55, 72, 73, 75, 77, 78, 81, 86, 88, 92, 94, 95), Moscovici Corneliu (4047, 49, E: 1456, 58, 62, 65—68, 70, 71, 75, 82), Petrescu Adina (4069, 70, E: 1474, 77, 78, 80—83, 87), Siegler Goldiţa (4097, 102, 05, 14, E: 1484—88, 91—93, 95). Cl. X. Deleanu Denise (4064, 66, 67, 69, 70, 72, 80, 94—101, 05, 13, 14, 17, 28, 29), Emanuel Alexandru (4014—24, 28 29, 32, 35, 36, 60), Nucă Andreiana (4014, 15, 17—19, 21, 28, 29, 64, 66), Popovici Carmencita (4014, 15, 17, 19—24, 28, 29, 32, 33).

Ş.m. 17 Matei Basarab. Cl. VIII. Dumitriu Cornelia (4015, 31—33, 62, 77, E: 1472—75, 78, 80, 81, 83, 86—89, 93, 95). Cl. X. Cerbu Jäger (4016, 17, 19, 21, 22, 25—29, 32, 35, 38, 42, 45, 46, 51), Faibiş Elianu (4042, 92, 94—102, 05, 08, 09, 15, 17, 18, 20, 22, 25, 26, 28), Moraru Florica (4064—68, 70—72, 74, 75, 80—83, 85, 88, 92, 94—102, 05, 07, 09), Olteanu S. Victor (4014—24, 26—30, 32—36, 38—41, 44, 45, 50, 51, 53, 57), Popescu Ovidiu (4014—34, 40, 51, 64, 65, 67, 70—74, 81, 82, 86, 92), Segal Adrian (4014—22, 24, 26—29, 31—36, 38, 39—41, 43, 45, 46, 49,—54, 57, 60). Cl. XI. Laurescu Const. (4017—19, 21, 22, 27—30, 42, 44, 45, 48, 53).

Ş.m. 18 Mihail Eminescu. Cl. VIII. Moldoveanu Teodora (4029, 31, 94, 97, 99, 105, E: 1455, 56, 61). Cl. X. *Arsene Cătălin* (4063—72, 74—77, 79—83, 85—89, 91—103, 105, 07—09, 12—20, 22, 25—29, P), Mira I. Nicolae (4063—70, 72, 75, 76, 80—83, 91, 92, 94—101, 05, 06—09, 14, 15, 17, 20, 27), Pîrşan C. Liviu (4022, 42, 54, 66, 67, 69, 72, 73, 91, 94, 95, 97, 105, 12, 17, 20, 26, 32—34, 36, 42, 43, 45, 47, 48, 52—54, 58, 62, 66, 68, 74, 75, 77, 80, 83, P,D). Cl. XI. *Chiriţă Marcel* (4095—102, 05, 09, 15—18, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 31—36, 38, 40 42, 43, 45, 47, 48, 50, 51, 56, 58, 62, 66—71, 74, 75, 77, 79, 80, 83—85, 87, 89).

Ş.m. 19 Ion Creangă. Cl. VII. Brateş Victoria (E: 1455, 47, 59, 60, 62, 66—68, 70—73 75, 76, 79, 81, 86, 87). Cl. VIII. Dascălu Sorin (40 6, E: 1414, 57, 58, 60, 62, 65, 67, 68, 70, 72, 73, 75), Feran Monica (4073, 85, 86, E: 1475, 76, 78, 84, 86, 94, 95).

Ş.m. 20 Gheorghe Şincai. Cl. X. Costea Gh. (4014, 15, 17—19, 21, 23, 24, 28, 29, 31, 40, 64, 70 92).

Ş.m. 22 Gheorghe Lazăr. Cl. X. Mihăilescu I. Nicolae (4024, 30—32, 34, 42, 46, 94—99, 101, 05, 09, 14, 15, 18, 25—27), Simionescu Ion (4097, 99, 105, 09, 17, 31, 32, 36, 42, 45, 62, 77).

Ş.m. 23 D. Bolintineanu. Cl. VIII. Cleanoveanu Eugen (4018, 29, 51, 53, 64, 66, 70, 73, 94, 97, 105), Dragnea Al. (4064, 97, 99, 125, 31—33, E: 1475, 508). Cl. XI. Nicula Virgil (4040, 44, 48, 51, 53, 64—67, 70, 72—74, 76, 80—83, 91).

Ş.m. 25. Cl. VIII. Dumitru Remus (4105, E: 1458, 63, 65—67, 70, 75, 76, 78).

Ş.m. 27. Cl. XI. Capotă Gheorghe (4072, 97, 99, 109, 32, 42, 45, 48, 54, 53, 62), Ionescu Florica (4014, 15, 17 21, 28, 31, 70, 95, 97, 99, 109), Viţă Viorel (4015, 17—19, 21, 23, 29, 64, 70, 72, 95, 97, 99).

Ş.m. 28 Dr. Petru Groza. Cl. X. Anghel Marius (4016, 34—36, 39, 45, 50, 57, 60, 63—68, 70, 72, 88, 93), Firu Monica (4014—19, 21, 27—29, 31, 32, 64—67, 70—72, 75, 81, 82, 92, 94, 95—99, 105, 17, 31, 33—35, 42, 45, 47, 62), Moldoveanu Măriuca (4063—71, 74, 82, 92, 94—97, 99, 101).

Ş.m. 32. Cl. VI. Florea George (E: 1442—45, 48—55, 57, 60, 65, 66, 68).

Ş.m. 36. Cl. VIII. Oancea Ileana (4102, 05, 62, E: 1460, 62, 63, 66, 86, 87, 93, 95, 99, 504, 06—11).

Şc pedagogică nr. 1. Cl. VII. Marian Paula (E: 4105, E: 1458, 67, 68, 70, 72—75, 78, 80, 81, 83—88, 91, 94, 95).

Şc. de 7 ani nr. 53 Cl. VI. Mărăşescu Nicolae (E: 1490—92).

Şc. de 7 ani nr. 145 Ghencea. Cl. V. Ciochinaru Lucia (E: 1442, 44, 45, 51, 57, 68, 73, 81, 87, 88), Dincă Elisabeta (E: 1436, 44, 45, 50, 51, 57, 68, 73, 81, 87), Matei Mariana (E: 1442, 44, 45, 48, 50, 57, 68, 73, 81).

BUHUŞI (Bacău). Cl. XI. Savinoiu Vasile (4064, 95—99, 101, 05, 09, 14, 17, 32, 42, 43, 45, 47, 48, 50, 51, 77).

BUŞTENI (Ploeşti). Cl. VIII. Georgescu Ion (4100 33, 42, 44, 53, E: 1472, 73, 80, 81, 87, 88, 91, 92, 94, 99, 506).

BUZĂU. Ş.m. 1 B. P. Haşdeu. Cl. V. Damian Mioara (E: 1457, 73, 81, 87, 88, 99, 500). Cl. VII. Glasman I. Nae (E: 1473, 74, 80, 81, 85—87, 92—94). Cl. X.

Frînculescu Iulian (4014, 15, 17—24, 26, 28, 29, 31—35, 39—42, 45, 46, 49—51, 53—57, 59, 64—70, 72, 74, 82, 83, 86, 88, 91, 92).

Ş.m. 2. M. Eminescu. Cl. VIII. Stîngescu Sanda (4097, 99 105, 14, E: 1483—88, 91, 94, 95).

Şc. de 7 ani *Haleş, Valea Albă*. Cl. VI. Cîmpeanu Angela (E: 1483, 87, 88, 91, 93, 97, 99—501, 06, 08), Mazilu Elena (idem), Negulescu Elena (idem), Stanciu Nicoleta (idem), Vişan R. Victoriţa (idem), Zîrnea Elena (idem). Cl VII. Cristudor Elena (idem), Enache I. Maria (E: 1483, 86—88, 92—95, 97, 501, 06), Giurgea M. Maria (E: 1486—88, 92—95, 97, 99, 501, 06), Teodoru I. Mariana (idem), Voicilă C. Elena (idem).

BUZIAŞ (Timişoara). Cl. VI. Adamescu Cornel (E: 1468, 72—74, 80, 81, 88, 92), Calarcea Gh. (E: 1457, 72—74, 80, 81, 87, 88, 92), Drăgănescu Maria (E: 1457, 68, 72—74, 77, 81, 87, 88, 92), Lăpădat Eugenia (E: 1457, 72—74, 77, 81, 87, 88, 91, 92), Vinţi Gh. (E: 1451, 57, 72—74, 77, 80, 81, 88, 92), Telibaşa Maria (E: 1472, 74, 80, 81, 87, 88, 90, 91). Cl. VII. Avram Emil (E: 1473, 74, 77, 81, 83, 84, 87, 88, 90, 92), Bergthöly Beatrice (E: 1473, 74, 77, 79—81, 84, 88, 92, 94), Gagea Dorica (E: 1472, 77, 81, 83, 84, 87, 88, 92, 94), Mişca Viorel (E: 1451, 57, 63, 72, 73, 77, 80, 81, 84, 94), Răileanu Elena (E: 1457, 74, 77, 80, 81, 91, 96), Samanţ Emilia (E: 1477, 79, 83, 84, 87, 88, 90, 92, 94), Urban Maria (E: 1463, 73, 74, 77, 84, 86, 88, 92, 94).

CALAFAT. Cl. X. Bîgnaru Dan (4014—19, 21, 28, 67, 69, 70, 72, 82, 92, 94, 96—99), Dinuţ C. Stere (3974—76, 94, 4002, 14, 15, 17, 19, 21, 31, 70).

CĂLĂRAŞI. Ş.m. 2. Cl. X. Istrate Const. (3916, 17, 22, 27, 2?, 92, 94, 4002, 109).

CĂLIMĂNEŞTI (Piteşti). Cl. V. Tamcencu Alexandru (E: 1487, 88).

CARACAL. Ş.m. 1. Cl. VIII. Bădescu Pantelie (4007, 99. E: 1472, 73, 75, 78, 81, 87, 88, 91, 93), Popa C. Emil (4094, 97—99, 105, 26, 28, E: 1083, 86, 87, 91, 93, 95—97), Suşanu Dan (E: 1457, 60, 67, 68, 70—76, 81, 82). Cl. IX. Păunescu Doru (4018, 22, 35, 39, 63, 68, 70, 71, 80, 94, 97, 99, 117).

Centrul şcolar agricol. An. I. Damian Ignat (4014, 53, E: 1460, 70—74, 76, 80, 81).

CARANSEBEŞ. Abs. Săbăilă Petru (4064, 67, P). Cl. X. ş.m. 1 Băbeanu Dana (4014, 15, 17—19, 21, 64, 97—99, 105). Băndoiu Lucia (4014, 15, 17, 18, 21, 22, 28, 29, 31, 64, 66, 69, 70), Dragu Doina (4015, 18, 21, 28, 64—66, 92, 94, 97—99, 105, 09, 31—33, 36, 42, 45, 62, 77), Olariu Irina (4064, 66, 69, 79, 94, 95, 97, 99, 105, 09, 14).

Ş.m. 2. Cl. VII. Popescu Adriana (E: 1458—60, 62—65, 67, 70, 71).

CÎMPIA TURZII. Cl. IX. Suciu Ioan (4053, 64, 66, 78, 86, 94, 97, 99, 105, 09, 32—34, 42, 45, 48, 56). Cl. X Raţiu Const. (4015, 17—21, 28, 64, 67, 70, 72). Cl. XI. Fetiţă Ioan (4131—33, 38—40, 42—45, 47, 51—54, 62, 75, 77, 80, 83).

CÎMPINA. Cl VIII. Cojocaru Eva (4017, 18, 105, E: 1467 75, 78, 86), Cl. IX. Bălaşu C. Florin (4014, 15, 17—120, 22—24, 29, 51, 53), Banu Adrian (4071, 97, 99, 105, 09, 31—35, 42, 45, 48, 53, 54, 62, 77), Calapodescu Petru (4097, 105, 09, 32—34, 42, 43, 45, 47, 54 62), Cara Venera (4040, 64, 80, 81, 83, 94, 97, 98, 109, 14, 25, 26, 31—35, 62, 63, 66, 68, 75, 77), Chiriac P. Petre (4083, 94, 105, 09, 26, 31—33, 35, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62, 66, 67), Chivulescu M. Gh. (4064, 71, 97, 99, 105, 09, 31—35, 42—45, 47—49 53, 54, 62, 77), Cîrstoiu Margareta (4105, 09, 31—33, 42, 43, 46, 47, 53, 54, 62, 63, 66, 77), Diaconu Maria (4097, 105, 09, 31—33, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 60, 62, 77), Ghibănescu Luiza (4083, 97, 98, 109, 26, 32, 33, 42—45, 53, 62, 66, 68, 77), Niţă I. Petru (4097, 99, 105, 09, 31—35, 42—45, 47, 53, 54, 62, 77), Pona Olimpia (4040, 71, 81, 94, 97, 98, 109, 31, 32, 35, 42, 45, 53, 54, 62, 77), Purcel Const. (4014—21, 28, 29, 32, 67, 71, 72, 92), Săvulescu Lucia (4071, 75, 81, 97, 105, 09, 13, 25, 26, 29, 31—33, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 66, 77, 80), Şerbănescu Lucian (4070, 97, 105, 09, 13, 26, 31—34, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 63, 66, 70, 80, 83), Sîrbu Doina (4071, 81, 97, 99, 105, 09, 131—35, 42—45, 47—49, 52 54, 62, 77), Stoian Anişoara (4071, 81, 94, 97, 99, 109, 17, 31—34, 42, 43, 45, 47, 49, 53, 54, 57).

Şcoala tehnică de maiştri. An I. Cruceru Filimon (4014, 15, 17—22, 24, 33, 38, 40, 64—67, 69—72, 74, 80, 82, 88).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. Lic. mil. Ştefan-cel-Mare. Cl. VIII. Măţei Corneliu (4105, 31, 58, 62, E: 1486, 93). Cl. XI Curie Gh. Vasile (4072, 132, 40, 42, 43, 45, 47, 48, 50, 51, 53, 54, 66, 71, 80).

CÎMPULUNG MUSCEL. Abs. *Vasilescu V. Mihai* (4014—26, 38, 44—46, 48, 63—72, 80, 85, 92, 94—102, 05—07, 09, 14, 16—18, 25, 29, P).

Ş.m. 1. Cl. X. Guia Aurel (4014, 15, 17—19, 21, 28, 45, 66, 67, 70, 92).

Ş.m. 2. Sain Filofteia (4014, 15, 19 24, 27—29, 32, 70, 72, 82). Sîrbu Silvia (4016, 18, 21, 26—28, 40, 51, 71, 73, 75, 81, 83, 92, 94—101, 05, 09).

CÎRLIGI. (Bacău) Şc. de 7 ani şi agricolă. Cl. V. Candet Vasile (E: 1451, 57, 73, 74, 81, 87, 88), Tambo Const. (E: 1442, 45, 47, 50, 51, 57, 73, 74, 81, 87, 88).

CLUJ. Studenţi: Bîrsan Romanel (Inst. Politehnic) (4082, 94—98, 105, 26, 33, 42,

53, 54, 56), Moldovan Grigor (Fac. mat.-fiz.) (4064—66, 67, 69—72, 75, 80—82, 92).

Ş.m. 4 Emil Racoviţă. Cl. V. Farkaş Petru (E: 1472—74, 81, 87, 88, 99, 500, 07, 10), Cl. VI. Gross Adalbert (E: 1457, 72—74, 81, 87, 88, 90—92). Cl. VII. Marian Iuliu (E: 1456—58, 60—68, 70, 71).

Ş.m. 5. M. Eminescu. Cl. X. Avram Rodica (4014—19, 21, 22, 26—28, 32, 38, 40, 42, 67, 71, 72, 80, 94—96, 99, 109, 18). Cl. XI. Dunca Victor (4141—34, 36, 42, 44, 45, 47, 53, 66, 71, 75).

Ş.m. 7 Ady Şincai. Cl. X. Stoica Aurel (4094—100, 02, 05, 09, 13, 14, 17, 25, 27, 31—34, 36, 45, 47, 48, 68, 75, P).

Ş.m. 8. N. Bălcescu. Cl. VI. Parl Toma (E: 1472—74, 77, 81, 83, 87, 88, 91, 92). Cl. XI. Cimoca Gh. (4016, 39—42, 44, 45, 50—54, 56, 64—66, 68, 70, 72, 80, 81, 83, 85—90, 95, 109, 17).

Institutul pedagogic. Anul II. Hornea Maria (E: 1472—76, 78, 81, 88).

CONDREA (Galaţi). Prof. Diaconu A. Neculai (4020, 34, 67, 94, 96—99, 103, 05, 09, 18).

CONSTANŢA. Ş.m. 1 Mircea-cel-Bătrîn. Cl. VIII. *Brînzănescu Vasile* (4014, 17, 23, 35, 39, 57, 68, 86, 94, 97, 100, 05, E: 1454, 5658, 62—64, 67, 68, 70—75, 77, 78, 80—88, 90—95). Cl. IX. Coloban Sandu (4014, 15, 17—20, 22, 64, 97, 99, 109), Cl. X. Oprea Gh. Octavian (4075, 94, 97, 105, 32, 42, 45, 53, 54, 62, 66), Teodorescu Dan (4014, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 28, 29, 31, 34, 36, 58, 60, 67, 70, 78).

COSAVA (Bucureşti). Cl. VI. Blajinu Iulian (E: 1415, 58, 57, 67, 68, 72—75, 81). Cl. VII. Mihuţ O. Ştefan (idem).

CORABIA. Dimineaţă Elena (E: 1472, 73, 75, 78, 80, 84, 86, 87, 94, 95, 506), Cl. VIII. Băloi N. Gh. (4017, 22, 29, 64, 97, 100), Bolborea Vasile (4015, 17—19, 29, 64, 85, 97, 131), Burtan Zoe (4064, 97, 185, 92. E: 1484. 94. 98, 99, 510), Ciuciu Ana (E: 4102, E: 1484, 86—88. 91, 92, 94—96, 102), Dadulescu Anişoara (4064, 94, E: 1475, 85—87, 91. 95, 96, 99, 510). Dănciulescu Rodica (4105, 32, E: 1473, 75, 84, 87, 92, 94, 95, 98, 510). Dimulescu Aneta (4015, E: 1457, 64, 72, 73, 75, 81, 84. 86—88, 92. 94, 95, 506. 07, 11). Marinaş Dumitru (4097, E: 1475, 81, 92. 94, 507. 10), Papandanatas Mariana (4097, 7: 1457, 63, 64, 67, 68, 73. 80, 84. 86, 87, 94, 506, 07, 11), Rezeanu Toma (4105. 31, 32, 42, 54, 85, E: 1484, 92, 94, 99), Ştefănescu Carolina (E: (E: 4105, 32, 43, 77, E: 1475, 84, 92, 94, 95, 98, 510), Teleman Nicoleta (4102, 32. 45, E: 1484, 86—88, 91, 92, 94), Vălcanu Marian (4015, 17. 22. 29. 64. 97, 99, E: 1484. 92, 94), Velica Tudorel (4097, E: 1472. 80, 83. 87. 94 506. 11).

CRAIOVA. Abs. Marinică Ion (4066, 67, 70—72, 92, 94, 97, 105, 09, 15, 16), Stănescu Elena (4014, 15, 17, 19—23, 26—29, 31—35, 38, 39, 42, 45).

Ş.m. 1 Nicolae Bălcescu. Cl. X. Grujan N. (4019, 51, 71, 97, 99, 103, 05, 31, 32, 42, 45, 53).

Ş.m. 2. Fraţii Buzeşti. Cl. X. Stănescu Ortansa (4132—35, 42—45, 47—49). Cl. XI. *Angelescu Mircea* (4014—18, 21, 27, 28, 38, 39, 42, 45, 53, 63, 64, 66—72, 74,—78, 80—83, 85, 89, 92, 94—101, 09, 13, 16, 17), Drîmbă G. Ion (4014—22, 26, 28, 29, 31, 33, 34, 64, 70, 72).

Ş.m. 3. Cl. X. Belciu Ştefania (4070, 94, 95, 97, 99, 105, 09, 14, 31—33, 42), Ionescu Marina (4017—19, 21, 22, 28, 29, 32, 34, 92), Nicolaiescu Doina (4065, 66, 79, 92, 94—96, 98, 99, 105, 14, 25, 30), Pavel N. Radu (4026, 29, 40, 42, 63—65, 67, 72, 92). Cl. XI. Cetăţeanu Rodica (4014, 19, 21, 24, 28, 131—33, 39, 40, 43, 45, 47, 50, 51).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Cojocaru Virginia (E: 1457, 67, 70—76, 81, 85, 87, 95), Constantinescu Marilena (E: 1457, 67, 68, 70, 72—75, 81. 87, 88, 91, 95), Nica N. Maria (4068, 97—100, 12, E: 1467, 68, 70, 72—75, 81, 87, 88, 91, 95), Nica N. Maria (4068, 97—100, 127, E: 1467, 68, 85, 87, 88, 92, 99, 501, 07, 10), Popa Sofia (4097, E: 1473, 75, 78, 81, 87, 88, 91, 95, 99, 510), Stancu Ana (E: 1457, 67, 68, 70—73, 75, 85, 87, 88, 91, 95, 510).

Ş.m. Electro-Putere. An I. *Duţu N. Cornel* (4014 15. 17, 19—24, 27, 28, 32, 35, 36, 39, 46, 55—60, 67—70, 72, 74, 81, 85, 88, 92, 95—10, 09, 18).

Şcoala de 7 ani nr. 2. Cl. VI. Iordănescu Anca (E: 1472, 74, 77, 82, 83, 87, 88, 91, 92, 501).

Şc. de 7 ani nr. 8. Cl. VII. Burtea Const. (E: 1441—44, 47, 48, 50—52, 57, 68, 81).

Şc. de 7 ani nr. 9. Cl. VI. Iordache Margareta (E: 1442, 44, 48, 51, 52, 57, 72—74, 80, 81), Popescu Mihaela (E: 1412, 44, 48, 51, 52, 57, 72—74, 80), Cl. VII. Cazacu Speranţa (E: 1448, 57, 63, 64, 67, 68, 70, 72—75, 81), Călina D. Ion (E: 1448, 52, 57, 63, 65, 67, 68, 72—75, 78).

Şc. de 7 ani nr .10. Cl. VI. Nicolaescu Vasile (E: 1483—88, 90—92), Vasile Ion (E: 1471, 78, 83, 84. 86—88. 90—92). Cl. VII. Boierescu Vlad (E: 1454, 55, 64, 70—75, 77, 84, 86, 87, 92, 94), Dumitru Ecaterina (E: 1441—44. 48, 50—52, 56. 68). Popa T. Mihail (E: 1448, 62. 63, 67, 68. 74. 80, 81, 85, 91), Riser Eduard (E: 1454—57, 62, 67, 68, 70. 72—74, 76. 81, 82).

Şc. de 7 ani *Ciutura*. Cl. VII. Ghejan Elena (E: 1441, 52, 58, 71, 72, 75, 87, 88, 95).

CUGIR (Hunedoara). Ş.m. serală. Cl. VIII. *Modoran Niţă* (4017. 86. 114. 31—33, 42, 43. 45—48. 53. 54. 62. 66. 77, E: 1405, 11—14, 16. 18, 26, 58, 71, 75, 78, 510, 11).

CURTEA DE ARGEȘ. Cl. VII. Bărănescu M. Vasile (4097, 16, E: 1472, 73, 75, 77, 78, 99, 501, 07, 10). Cl. VIII. Turtă V. Vasile (4016, E: 1458, 67, 68, 71—73, 75, 77, 81,). Cl. VIII serală. Ionescu Ilie (4102, 05, E: 14 5, 86, 91, 93—97). Cl. IX. Manda T. Mihai (4074, 75, 80, 94, 97, 109, 31, 32, 42, 66). Cl. X. Bădescu Horia (4014, 17—19, 21, 23, 24, 64, 66, 67—70), Bălășoiu I. Victor (4067, 89, 92, 95, 96, 99, 101, 05, 09, 32, 33, 42, 43, 45, 51—54, 59, 62, 66, 77, 89), Manolache G. Doru (4014, 15, 17—22, 28, 29, 42, 45, 64, 66, 67, 69—75, 83, 85, 92), Popescu Petre (4063, 64, 70, 74, 83, 94—96, 98—10, 05, 09, 14, 18, 31—33, 42, 43, 45, 47, 48, 52—54, 66, 71, 77, 79). Cl. XI. *Murăreci P. Nicolae* (4041, 42, 66, 67, 69—75, 77, 82, 83, 85, 87, 91, 92, 94, 97, 99, 105, 08—10, 12, 15—20, 24, 25, 26, 30, 32, 33, 40, 45, 47, 51, 53, 54, 58, 62, 63, 66, 68, 69, 71, 73—77, 79, 83, 84, 91), *Zevedei H. Valeriu* (4031, 41, 42, 66, 67, 71—75, 77, 81—83, 85, 91, 92, 105, 08—10, 12 15—17, 19, 24, 25, 30, 58, 62, 63, 66, 68, 69, 71, 73—75, 77, 83, 84, 91).

DARABANI (Suceava). Cl. IX. Bărbieru Herșcu (4014, 17, 18, 27, 32, 42, 45, 47, 53, 62). Cl. X. Moga Ion (4034, 45, 65, 66, 69, 72, 74, 75, 80, 94—99, 105, 07, 09, 14, 17, 18, 22, 28), Moga Victoria (4027, 32, 45, 49, 65, 66, 69, 71, 72, 75, 80, 82, 95, 96, 97, 99, 105, 09, 18, 20).

DEJ. Cl. VIII. Aristide Severin (E: 1472, 73, 75, 78, 81, 86—88, 91, 99, 500, 01, 03, 09), Fodor Mircea (4057, 82, E: 1460, 63, 68, 71, 74, 75 78, 80, 85, 88, 90, 92, 94), Nichita Grigore (E: 1464, 68, 73, 75—77, 81, 84, 86—88, 91—94), Puricel Vasile (E: 1473, 75, 78, 80, 87, 91, 92, 94, 95, 99, 506—08), Stranischi Marius (E: 1472, 73, 75, 81, 86, 88, 90, 91, 99—501, 03, 07, 10), Schmoll Eugen (E: 1454, 55, 57, 60, 62, 63, 65, 66, 68, 71, 75, 81, 87, 94, 95), Stir Ioan (4097, E: 1472, 73, 80—82, 86—88, 91, 92, 93, 94, 99, 501, 10).

DEVA. Ș.m. Decebal. Cl. IX. Grün Gheorghe (4014, 15, 17—19, 64, 88, 99). Cl. X. Clipii T. Tudor (4011, 27, 29, 36, 63—66, 69, 70).

DOROHOI. Cl. XI. Tudose Emanuel (4094—99, 101, 02, 05, 09, 10, 16, 28, 29).

DRĂGĂNEȘTI (București). Cl. VIII. Boldeiu Stelian (4064, 94, 97, 99, 105, E: 1485, 86, 91, 95). Cl. IX. Popescu V. Gabriela (4014, 15, 17, 22, 29, P).

DRĂGĂNEȘTI-OLT (Pitești. Cl. XI. *Raicu Viorel* (4042, 45, 94—102, 05, 08, 09, 12—15, 17—19, 22, 32, 33, 35—37, 42, 43, 45, 48, 49, 52, 53, 65, 66, 68, 71, 74, 75, 77, 80, 83).

FĂGĂRAȘ. Abs. Săbăduș Mihai (4094—102, 05, 15 32, 34—36, 42, 43, 45, 47—49, 52, 53, 66, 73, 77, 80).

Ș.m. 1. Cl. IX. Marcu Ioan (4014, 15, 17, 20, 29, 64, 70, 71, 97, 98), Tibelea Gh. (4063, 64, 66, 69, 83, 97, 98, 99, 108, 14, 42, 43, 45, 52). Cl. XI. Dan Ioan (4016, 19, 30, 36, 38—40, 50, 59, 63, 64, 66, 68, 69, 71, 76, 77, 80—83, 85, 88—90, 92, 95, 97 100, 02, 05, 09, 16, 17, 26, P).

Ș.m. 2. Cl. XI. Sofletea Gh. (4014, 15, 17—19, 21, 23, 24, 36).

FĂGET (Timișoara). Cl. VIII. Ionescu Petru (4017, 51, 54, E: 1475, 65—68, 70—72), Neagoe Petru (4014, 17, 51, 54, 501, E: 1457, 58, 67, 68, 70, 71, 86—8), Petrovici Nicolae (4051, 105, 31—33, 42, 45, E: 1457, 58, 63, 66—68, 70, 72, 73, 75, 78, 86, 87, 99, 510). Cl. X. Gheiu Petru (4071, 74, 75, 81—83, 89, 91, 94, 95, 105, 09, 12, 15, 20), Iacobescu L. Petru (4021, 24, 31, 33, 66, 67, 70, 72, 97, 99), Popescu Rodica (4105, 09, 31—34, 42 43, 45, 47, 48, 62, 68, 75, 77, 80, 83). Cl. XI. Bălteanu Petre (4015, 17—21, 31, 51, 53, 105), Capotescu Mircea (4017—24, 26—29, 31—33, 35, 38, 44, 45, 48—52, 54, 56, 74, 75, 81—83). Costea Dumitru (4082, 89, 94, 97, 99, 105, 08, 09, 15, 16, 20, 31—34, 40, 42—45, 47, 48, 50, 51, 53, 54, 62, 68, 71, 75, 77, 80, 83).

FETEȘTI. Cl. X. Dobre Cornel (4018—22, 24, 27, 40, 67, 76, 109).

FIENI (Ploești). Cl. IX. Sencovici Mihaela (4014, 15, 17, 18, 21, 24, 28, 30, 32, 35, 50, 51, 70—72, 79—81, 97, 100, 09). C. X. Tufan Eugenia (4014, 17—19 21, 40, 53, 67, 73, 92).

ERATA. — La pagina 429 rîndul 12, în loc de se refractă se va scrie se reflectă. La pagina 508, rîndul 29, în loc de Radu se va scrie Dan.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie. Problemele rezolvate de fizică se vor trimite separat, iar pe plic se va scrie: *Pentru redacția de fizică.*

Se primesc lunar cel puțin zece soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorii, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Soluții la problemele propuse pentru școala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII, sau ai școlilor profesionale.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel$, $\perp$, $=$, $\parallel$, Tr., $\sim$, Δ, $\sphericalangle$, etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică și de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a *„olimpiadelor de matematică și fizică"*, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experiență, de asemenea să propună școlii, înscrierea la întrecerea anuală.

Autorii sînt rugați ca la întocmirea articolelor și notelor să țină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri și pe o singură parte a foii, figurile să fie desenate îngrijit și pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoțite de una sau mai multe soluții.

Autorul să semneze clar lucrarea personală pe care o trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa și data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B, nu vor fi publicate.

Colecții și numere din anii precedenți

Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R., posedă exemplare mai vechi din G.M.F.-B, începînd din anul 1951.

Cititorii noștri își pot procura colecții ca și numere disparate, depunînd banii la poștă prin mandat poștal pe numele Societății de Științe Matematice și Fizice, strada Academiei nr. 14, contul 070.004 la B.R.P.R., filiala Lenin.

Prețul unui exemplar este de lei 3 pentru G.M.F.-A și de lei 1,50 pentru G.M.F.-B. Cheltuielile de transport sînt de 0,20 lei de exemplar.

ABONAMENTE — Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. primește abonamente începînd cu nr. 1/1960 la oricare din publicațiile sale: a) Pentru instituții, școli, biblioteci la prețul de lei 60 anual, pentru fiecare din periodicile sale: G.M.F.-A, G.M.F.-B, M.F.L., Bulletin Mathematique și 40 lei anual la „Mathematica".

b) Pentru profesori și elevi la prețul de 18 lei la G.M.F.-B sau M.F.L. de 36 lei la G.M.F.-A, de 60 lei la Bulletin Mathématique și 40 la „Mathematica".

Abonamentele se fac prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R.

1. E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2. A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
3. N. N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4. P. S. ALEXANDROV	Introducere în teoria grupurilor.
5. I. S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
6. GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților.
7. H. IONESCU	Calcule numerice.
8. A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
9. A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
10. O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
11. ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
12. F. I. ZIGHEL	Cometele.
13. S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14. V. ATANASIU	Structura materiei.
15. V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
16. O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17. B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
18. M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19. A. KAHANE	Elemente de teoria congruențelor de drepte.
20. GH. TIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
21. A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale.
22. N. STANESCU	Electronul.
23. V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24. G. N. BERMAN	Cicloida.
25. C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
26. AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27. M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
28. C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii romîne.
29. I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.
31. C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura internă, originea și evoluția lor.
32. C. DRIMBA	Elemente de mecanică cerească.
33. C. IONESCU BUJOR	Elemente de transformări geometrice (I).
34. NICOLAE MILEA	Elemente de geomagnetism.
35. GH. A. CHIȚEI	Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.
36. G. PETRESCU	Cutremure de pămînt.
37. C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (II).
38. O. SACTER	Olimpiade matematice.
39. I. S. GRADSTEIN	Teorema directă și reciprocă.
40. A. I. HINCIN	Fracții continue

Tipografia Învățămîntului, București — c. 5596.

Lei 1,50

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

TRĂIASCĂ ÎN VECI
PRIETENIA ROMÎNO-SOVIETICĂ

Anul XI octombrie 1960

10

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 10 — octombrie 1960

SUMARUL

pag.

1. *A doua olimpiadă internaţională de matematică de T. Roman* 577
2. *Unele aplicaţii ale transformării prin inversiune în spaţiu, de I. Hădîrcă şi V. V. Băghină* 580
3. *Antiparticule, de C. Buga* 584
4. *Transformarea relaţiilor trigonometrice într-un triunghi oarecare, de Cezar Ivănescu* 589
5. *Teorema lui Menelaus, de Gh. Cezar* 592
6. *Compunerea culorilor, de S. Stadnicov* 594
7. *Asupra teoremei transfigurării din electrotehnică, de Ion Tomescu* 596
8. *Note matematice, de Cezar Ivănescu, Ion Grădinaru şi I. Hădîrcă* 601
9. *Olimpiada de matematică şi fizică 1960 (dare de seamă)* 607
10. *Probleme rezolvate (3954; 4064; 4070; 4075; 4077; 4080; 4081; 4087; 4091; E: 1419; 1421; 1470; 1475; 1478; 1479; 1481)* 609
11. *Chestiuni de examen (4376—4384)* 622
12. *Probleme propuse (4385—4418)* 623
13. *Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1571 — E: 1581)* 629
14. *Cîteva aspecte din munca cercurilor de matematică şi fizică ale elevilor din regiunea Ploeşti, de Ion Grigore.* 630
15. *Rubrica rezolvitorilor de probleme* 632

ANUL XI **10** OCTOMBRIE

Cea mai mare parte din materialul numărului de faţă al Gazetei Matematice şi Fizice — seria B a fost asigurată de către filiala Ploeşti a Societăţii de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R.

COMITETUL DE REDACŢIE

Allincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu St.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI, nr. 10 octombrie 1960

A DOUA OLIMPIADĂ INTERNAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Societatea de științe matematice și fizice din R.P.R., cu sprijinul Ministerului Învățământului și Culturii, a organizat în acest an a doua ediție a olimpiadei internaționale de matematică (O.I.M.) pentru elevii care au terminat studiul matematicilor elementare în școala medie.

Participanți la O.I.M. au fost câte 2 profesori și 8 elevi din: R. P. Bulgaria, R. S. Cehoslovacia, R. D. Germană, R. P. Română, R. P. Ungară. Elevii au fost selecționați în fiecare țară prin intermediul olimpiadelor interne sau prin examenul de maturitate.

Lucrările olimpiadei au început la București. Comisia internațională a ales șapte probleme din cele 40 prezentate de către delegații țărilor participante, după cum urmează:

R. P. Bulgaria — 2 probleme (aritmetică, geometrie în spațiu),
R. S. Cehoslovacia — 1 problemă (geometrie în spațiu),
R. D. Germană — 1 problemă (geometrie plană),
R. P. Română — 1 problemă (trigonometrie),
R. P. Ungară — 2 probleme (algebră, geometrie plană).

Problemele alese s-au dovedit potrivite pentru concurs. Elevii au dat soluții variate, au făcut observații și generalizări. În această revistă se va publica un articol cuprinzînd constatări asupra felului cum s-au rezolvat aceste probleme și învățăminte asupra unor chestiuni cărora urmează să li se acorde mai multă atenție în pregătirea candidaților pentru olimpiadă.

Lucrările scrise ale O.I.M. au avut loc la Sinaia.

Rezultatele O.I.M. sînt arătate la sfîrșitul acestui articol.

Nu s-a făcut un clasament oficial pe țări; totalizînd punctele obținute de toți elevii fiecărei delegații, rezultă că R. S. Cehoslovacă a obținut punctajul cel mai mare; urmează echipele R. P. Română și R. P. Ungară la egalitate; apoi în ordine R. P. Bulgaria și R. D. Germană. Din analiza lucrărilor se poate aprecia că nivelul candidaților a fost în general ridicat și că s-au realizat progrese în pregătirea celor mai mulți dintre participanți.

Unele lipsuri constatate în pregătirea elevilor noștri (demonstrații incomplete la stabilirea locurilor geometrice, insuficienta stăpînire a calculului numeric și cu inegalități, atenție redusă acordată domeniului de definiție al funcțiilor de variabilă reală), anumite deficiențe privind activitatea în cantonamentul-tabără, precum și unele greșeli neașteptate, care au fost comise la lucrările scrise, explică (dar nu justifică) rezultatele mai slabe obținute de către echipa noastră în acest an, față de cele obținute în anul trecut.

Programul conex al O.I.M. a cuprins în afara discuției asupra unor probleme actuale ale învățământului matematic, vizitarea orașului Stalin (uzinele de tractoare „Ernest Thälmann, muzeul regional, Biserica Neagră), Sinaia și împrejurimile (muzeul Peleș, cota 1400, Piatra Arsă), Valea Prahovei și Timișului, Capitala (noua sală a Palatului R.P.R., noile blocuri de locuințe din cartierul Floreasca, bulevardul Muncii, piața Palatului, Muzeul Satului, Casa Scînteii, Parcul „I. V. Stalin", Stadionul „23 August"), litoralul Mării Negre (Mamaia, Constanța, Eforie).*

Acest program a prilejuit profesorilor delegați și elevilor participanți la O.I.M. să cunoască o serie de importante realizări ale regimului nostru democrat popular și să admire unele din frumusețile naturale ale patriei noastre.

Încheierea lucrărilor O.I.M. a avut loc în sala de festivități a Casei Universitarilor din București, reunind pe participanții la olimpiadă cu profesorii delegați, pe elevii echipei noastre, pe reprezentanți ai conducerii Ministerului și ai Societății.

Tov. acad. Gr. C. Moisil — președintele S.S.M.F. — a arătat rolul matematicii și al matematicienilor în dezvoltarea tehnicii și științei moderne, noile discipline matematice care se formează, importanța colaborării între oamenii de știință din toată lumea în lupta pentru apărarea păcii, sarcinile tinerilor specialiști și al celor vîrstnici în construirea socialismului.

Tov. R. Zelinka, director adjunct al institutului de matematică al Academiei de științe cehoslovace — în numele participanților la O.I.M. — a exprimat mulțumiri pentru ospitalitate poporului romîn, care, sub conducerea partidului său construiește socialismul. A mulțumit pentru posibilitatea care le-a fost oferită privind cunoașterea reciprocă a elevilor și profesorilor, pentru prilejul pe care l-au avut de a cunoaște mai în adîncime transformările din țara noastră. A mulțumit de asemenea conducerii S.S.M.F. pentru inițiativa și munca depusă, Ministerului pentru sprijinul acordat, precum și tuturor celorlalți care au înconjurat cu dragoste și atenție delegațiile la olimpiadă.

Absolventul F. Mezei din Budapesta — în numele participanților — a mulțumit Ministerului și Societății pentru toate eforturile depuse, exprimîndu-și bucuria de-a fi putut fi oaspetele țării noastre și de-a fi cunoscut cîteva din aspectele vieții minunate pe care și-o făurește poporul nostru condus de partid.

Premiile distribuite elevilor evidențiați, amintirile oferite celorlalți elevi și profesori participanți, constînd din obiecte de artă populară, cele văzute și trăite la noi, oamenii cunoscuți, toate acestea, vor contribui la formarea de noi prieteni ai țării noastre în țările socialiste.

Întreaga olimpiadă s-a desfășurat sub semnul înțelegerii reciproce, al întăririi prieteniei sincere și colaborării multilaterale dintre poporul nostru și popoarele țărilor socialiste. Toate scopurile propuse au fost atinse și în același timp s-a putut realiza un schimb de păreri neoficial cu privire la organizarea viitoarelor olimpiade, cărora le urăm succes deplin.

Conf. univ. *Tiberiu Roman* secretar general al S.S.M.F.

---

* Amănunte se vor publica în G.M.F. seria A.

PREMIANȚII LA CEA DE A II-A OLIMPIADĂ INTERNAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

(21—24 iulie 1960, în Republica Populară Romînă)

Elevii reușiți au primit diplome și premii

Premiul I

MEZEI FERENC, anul IV, Gimnaziul F. Rákóczi II, Budapest (R.P.U.).
KOREC IVAN, clasa XI-a Școala medie Partizánska (R.S.C.).
GHEORGHE CEZAR, clasa XI-a Școala medie nr. 1 „B. P. Hasdeu" Buzău (R.P.R.).
BOLLOBÁS BÉLA, anul III, Gimnaziul Experimental „Apáczi Csere János" Budapesta (R.P.U.).

Premiul II

POPA NICOLAE, clasa X-a, Școala medie nr. 1 „Unirea" Focșani (R.P.R.).
FRITZ JÓZSEF, anul III, Gimnaziul „L. Kossuth" Mosonmagyaróvár (R.P.U.).

SOUČEK JIŘI, clasa XI-a, Școala medie Praha XVI-Smichov (R.S.C.).
MUSZÉLY GYÖRGY, anul IV, Gimnaziul „M. Vörösmarty", Budapesta (R.P.U.).

Premiul III

PETROV I. PETER, clasa XI-a, Școala medie „Liliana Dimitrova" Plovdiv (R.P.B.).

TOMŠŮ PETR, anul IV, Școala medie tehnică Ostrava (R.S.C.).
STRĂTILĂ ȘERBAN, clasa X-a, Școala medie nr. 1 „N. Bălcescu" Pitești (R.P.R.).
VESELY JAN, clasa XI-a, Școala medie Ostrava (R.S.C.).

Mențiuni

BARAN LADISLAV, clasa XI-a, Școala medie Žilina (R.S.C.).
NOSEK PAVEL, clasa XI-a, Școala medie Hradec Králové (R.S.C.).
BOJANOV P. TODOR, clasa XI-a, Școala medie nr. 20, Sofia (R.P.B.).
NICOLESCU BASARAB, clasa XI-a, Școala medie nr. 1 „I. L. Caragiale" Ploești (R.P.R.).
VLAEV P. PANAJOT, clasa XI-a, Școala medie „Christo Botev" Ajtos (R.P.B.).
KOMLÓS JÁNOS, anul IV. Gimnaziul Experimental „Apáczai Csere János" Budapesta (R.P.U.).
WALTER KLAUS, clasa XII-a, Școala medie „Joliot Curie", Görlitz (RDG).

UNELE APLICAŢII ALE TRANSFORMĂRII PRIN INVERSIUNE IN SPAŢIU *)

de *I. HADIRCĂ* şi *V. V. BAGHINĂ*, profesori Breaza

Dacă se dă un punct O în spaţiu şi un număr k, putem face să corespundă fiecărui punct M din spaţiu cîte un punct M', astfel încît O, M, M' să fie colineare şi să avem relaţia $OM \cdot OM' = k$.

Transformarea geometrică definită în acest mod se numeşte inversiune.

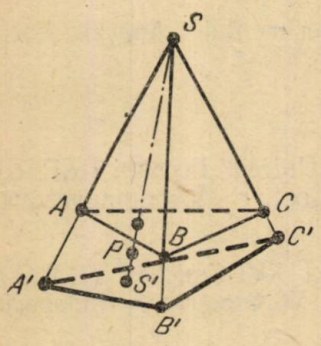


Fig. 1.

În articolul de faţă vor fi demostrate cîteva proprietăţi ale acestei transformări, însoţite de unele aplicaţii. În cursul demonstraţiilor şi aplicaţiilor vom face apel la următoarele proprietăţi cunoscute:

1° Un plan P care trece prin polul de inversiune se transformă tot în planul P. Iar un plan P ce nu trece prin polul de inversiune se transformă într-o sferă (S) ce trece prin polul de inversiune, al cărei centru se află pe perpendiculara dusă din O pe planul P, iar raza este dată de relaţia $R = \frac{k}{2OA}$ (unde k este puterea de inversiune, A piciorul perpendicularei din O pe plan).

2° O sferă ce trece prin polul de inversiune se transformă într-un plan perpendicular pe direcţia definită de pol şi centrul sferei, plan ce nu trece prin pol.

Vom enunţa şi demonstra următoarele:

I. *Se consideră cercurile circumscrise celor 4 feţe ale unui tetraedru $SABC$. Să arătăm că unghiul format de două din ele este egal cu unghiul format de celelalte două.*

Transformăm sfera circumscrisă tetraedrului printr-o inversiune de pol S şi de puterea unui număr oarecare k. Ea se va transforma într-un plan π ce nu trece prin pol. Cercurile SBC, SCA, SAB se transformă în dreptele $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$ iar cercul ABC în cercul $A'B'C'$ unde A', B', C' sînt intersecţiile muchiilor SA, SB, SC cu planul π. Unghiul format de cercurile SBC, SCA este egal cu unghiul $B'C'A'$. Unghiul format de cercurile SAB şi ABC este egal cu unghiul format de cercul $A'B'C'$ şi dreapta $A'B'$, adică unghiul format de $A'B'$ şi tangenta A' sau B' la cerc, care este egal cu unghiul $B'C'A'$, deoarece ambele au aceiaşi măsură, jumătatea arcului $B'C'$ (fig. 1).

---

* Pentru cunoaşterea demonstraţiilor unor teoreme citate în acest articol ca fiind cunoscute, cititorii pot consulta articolele „Inversiunea" şi „Unele aplicaţii ale transformării geometrice prin inversiune" de Conf. Univ. Elena Mavrodin apărute în numerele 9—1953 şi 1—1954 ale revistei noastre. De asemenea poate fi consultată şi „Elemente de transformări geometrice" partea II-a paginile 3—65 de Constantin Ionescu-Bujor, apărută în „Biblioteca Societăţii de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R.".

II. *Fie SABC un tetraedru de muchii* $SA = \alpha$, $SB = \beta$, $SC = \gamma$, $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. *Ne propunem să aflăm raza sferei circumscrise acestui tetraedru în funcție de muchii.*

Urmărind figura (1) în care s-a luat S ca pol de inversiune iar ca putere de inversiune un număr oarecare k, avem:

$$SC \cdot SC' = SA \cdot SA' = SB \cdot SB' = SP \cdot SS' = k.$$

P este punctul de intersecție cu sfera a perpendicularei din S pe planul invers sferei (S), iar S' piciorul ei.

Rezultă imediat că: $SC' = \frac{k}{\gamma}$, $SB' = \frac{k}{\beta}$, $SA' = \frac{k}{\alpha}$, $SS' = \frac{k}{SP} = \frac{k}{2R}$. Pe de altă parte, $B'C' = \frac{BC \cdot k}{SB \cdot SC} = \frac{ak}{\beta\gamma} = \frac{a\alpha k}{\alpha\beta\gamma} = a\alpha\frac{k}{\alpha\beta\gamma}$.

În mod analog găsim: $A'C' = b\beta\frac{k}{\alpha\beta\gamma}$, $A'B' = c\gamma\frac{k}{\alpha\beta\gamma}$ de unde se constată că triunghiul $A'B'C'$ este asemenea cu triunghiul de laturi $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$.

Notînd aria acestuia cu $\mathcal{S}$ avem: $\frac{S_{A'B'C'}}{\mathcal{S}} = \frac{k^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}$. Dacă observăm că tetraedrul S_{ABC} și tetraedrul $S_{A'B'C'}$ au același unghi triedru putem scrie:

$$\frac{SS' \cdot S_{A'B'C'}}{3V} = \frac{SA' \cdot SB' \cdot SC'}{SA \cdot SB \cdot SC},$$

unde $S_{A'B'C'}$ este aria triunghiului $A'B'C'$, iar V volumul piramidei $SABC$.

Rezultă deci: $\frac{\frac{k}{2R} \cdot \frac{\mathcal{S}\, k^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}}{3V} = \frac{k^3}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}$;

$$\frac{\mathcal{S}}{6RV} = 1, \text{ adică } R = \frac{\mathcal{S}}{6V}.$$

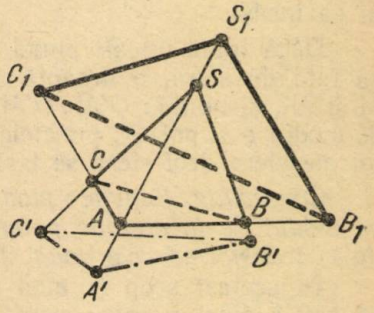


Fig. 2.

III. *În patru inversiuni avînd ca poluri vîrfurile unui tetraedru, inversele celorlalte trei vîrfuri formează respectiv, patru triunghiuri asemenea între ele.*

Fie S_{ABC} tetraedrul și C', A' B'; S_1, A_1, B_1 inversele vîrfurilor C, A, B; S, C, B în inversiunile de poli S și A, iar ca puteri de inversiune k_1, k (fig. 2).

Ținînd seama de relația cunoscută, putem scrie:

$$A'B' = \frac{k_1 \cdot AB}{SA \cdot SB}; \quad B'C' = \frac{k_1 \cdot BC}{SB \cdot SC}; \quad C'A' = \frac{k_1 \cdot CA}{SC \cdot SA} \text{ și } S_1B_1 = \frac{k \cdot SB}{AS \cdot AB};$$

$$S_1C_1 = \frac{k \cdot SC}{AS \cdot AC}; \quad B_1C_1 = \frac{k \cdot BC}{AB \cdot AC}.$$

Deducem : $\frac{B'C'}{B_1C_1} = \frac{k_1 \cdot BC}{SB \cdot SC} \cdot \frac{AB \cdot AC}{k \cdot BC} = \frac{k_1}{k} \cdot \frac{AB \cdot AC}{SB \cdot SC}$;

$\frac{A'B'}{S_1C_1} = \frac{k_1 \cdot AB}{SA \cdot SB} \cdot \frac{SA \cdot AC}{k \cdot SC} = \frac{k_1}{k} \cdot \frac{AB \cdot AC}{SB \cdot SC}$;

$\frac{C'A'}{S_1B_1} = \frac{k_1 \cdot CA}{SC \cdot SA} \cdot \frac{AB \cdot SA}{k \cdot SB} = \frac{k_1}{k} \cdot \frac{AB \cdot AC}{SB \cdot SC}$,

din care rezultă asemănarea triunghiurilor $A'B'C'$ și $S_1A_1B_1$.

În mod analog se poate arăta asemănarea oricăruia dintre cele 4 triunghiuri cu triunghiul $A'B'C'$.

Din următoarele proprietăți cunoscute vom deduce altele :

3⁰ *Sfera de inversiune sau sfera punctelor duble este sfera cu centrul în polul inversiunii și de rază* $\sqrt{k}$, $(k > 0)$. *Această sferă și orice sferă ortogonală ei se transformă în ele însile prin inversiunea considerată.*

4⁰ *O sferă* (S) *de rază* R *ce nu trece prin polul de inversiune se transformă într-o sferă* (S') *de rază* R' *ce nu trece prin polul de inversiune.*

Distanța de la polul P la O', centrul sferei (S'), este dată de relația : $PO' = \frac{k}{p} PO$, iar raza sferei este $R' = \left|\frac{k}{p}\right| R$, unde p, este puterea polului față de sfera (S).

5⁰ *Fiind dată o sferă* (S) *de centru* O, *oricărui punct din spațiu nesituat pe sferă îi corespunde o inversiune care transformă sfera* (S) *în ea însăși.*

Inversiunea de pol O și puterea pătratul razei sferei transformă sfera în ea însăși.

Dacă luăm un alt punct O' din spațiu ca pol și notăm cu p puterea sa față de sferă, o dreaptă oarecare care trece prin O înțeapă sfera în M și M_1, și ne dă : $O'M \cdot O'M_1 = p$; ceea ce înseamnă că prin inversiunea de modul p și pol O', punctele M de pe sferă se transformă în punctele M_1 tot ale sferei,deci sfera se transformă în ea însăși.

Consecințe. Punctele planului radical a două sfere luate ca poluri (iar ca modul de inversiune puterea comună a acestor puncte față de sferele date) transformă cele două sfere în ele însile.

În același scop și mod se poate folosi axa radicală a trei sfere și centrul radical a patru sfere.

— Fiind date punctele M, M' pe o sferă (S) și M_1, M'_1 antiomoloagele lor de pe sfera (S_1) *dreptele* MM', $M_1M'_1$ *se intersectează într-un punct* P *ce aparține planului radical al sferelor* S, S_1. Fiind date două sfere, punctele lor corespunzătoare în omotetia ce transformă o sferă în alta se numesc puncte omoloage ale sferelor, (punctele corespunzătoare în inversiunea ce transformă una din sfere în cealaltă se numesc antiomoloage). Dreptele MM_1 *și* $M'M'_1$ se taie într-un punct P care fiind luat ca pol transformă cele două sfere una în alta ; deci, patrulaterul plan $MM'M_1M'_1$ este inscriptibil fapt care atrage după sine relația $PM \cdot PM' = PM_1 \cdot PM'_1$, adică P are puteri egale față de cele două sfere.

Mai general, *planul unui cerc* C *de pe sfera* (S) *și cu planul cercului* C_1 *de pe sfera* (S_1) *se taie după o dreaptă ale cărei puncte au puteri egale față de cele două sfere, deci se află pe planul radical al celor două sfere.*

6° *Ținînd seama că unghiul a două curbe din spațiu care se taie în M este egal cu unghiul format de transformatele acestor curbe printr-o inversiune în punctul corespunzător lui M deducem:*

Curbele tangente se transformă prin inversiune tot în curbe tangente.

7° Unghiul a două suprafețe într-un punct comun este unghiul planelor tangente duse în acel punct la cele două suprafețe. El se păstrează prin inversiune.

Dacă o curbă C intersectează suprafața (S) într-un punct (M) se numește unghi al curbei cu suprafața unghiul pe care îl face tangenta la curbă în M cu planul tangent la suprafață în M. Prin inversiune acest unghi se păstrează.

Ținînd seama de cele spuse mai sus, deducem:

IV. *Punctul de contact a două sfere variabile* (Σ), $(\Sigma'$ *tangente la două sfere fixe* (A), (B) *se află pe sfera de inversiune.*

Fie S unul din centrele de omotetie ale sferelor (A) și (B). Inversiunea cu polul în S care permută sferele (A) și (B), permută și sferele (Σ) și (Σ'). Prin urmare, punctul de contact este un punct dublu și se află deci pe sfera de inversiune.

V. *Locul geometric al polurilor de inversiune P ce transformă două sfere* (S), (S') *în două sfere egale este o sferă.*

Folosind relația de la punctul 4° putem scrie: $R_1 = \frac{k}{p} R$ și $R'_1 = \frac{k}{p'} R'$; dar $R_1 = R'_1$ de unde rezultă $\frac{R}{p} = \frac{R'}{p'}$ sau $\frac{R}{R'} = \frac{p}{p'}$.

Ultima relație ne conduce la o problemă de loc geometric cunoscută: Locul geometric al punctelor pentru care raportul puterilor față de două sfere date este constant, este o sferă.

VI. *Fiind date două sfere* (S) *și* (S_1) *de centre* O *și* O_1 *și de raze* R *și* R_1 *există două inversiuni care transformă sfera* (S) *în sfera* (S_1) *și reciproc.*

Fie $\mathcal{S}$ și S' centrele de omotetie ale celor două sfere. O dreaptă ce trece prin $\mathcal{S}$ și taie sferele în M, M', M_1, M'_1 dă:

$$\frac{SM_1}{SM} = \frac{R_1}{R}, \quad \frac{SM'_1}{SM'} = \frac{R_1}{R} \tag{1}$$

Dacă notăm,

$$p = SM \cdot SM' \tag{2}$$

și înmulțim (1) cu (2); obținem:

$$S \cdot SM_1 = \frac{R_1}{R} p \tag{3}$$

$$SM \cdot SM'_1 = \frac{R_1}{R} p \tag{4}$$

Egalitățile (3) și (4) arată că punctele M_1, M'_1 sînt transformatele punctelor $M'M$ prin inversiunea I de pol S și modul $\frac{R_1}{R} \cdot p$, adică sfera (S) se transformă în sfera (S_1) prin inversiunea I.

VII. *Toate sferele* (Σ) *ortogonale la două sfere* (S), (S') *trec prin două puncte fixe.*

P fiind unul din punctele care transformă sfera (S) în sfera (S') și reciproc, o sferă ortogonală lui (S) se transformă într-o sferă ortogonală lui (S'). Cum (Σ) este ortogonală ambelor sfere rezultă că ea rămîne neschimbată în inversiunea amintită.

Notînd cu E, F și H respectiv intersecțiile liniei centrelor sferelor (S), (S') cu sfera (Σ) și cu planul radical al sferelor (S), (S') vom avea: $PE.PF = k$, unde k este modulul inversiunii ce transformă sferele una de alta.

Cum centrul sferei (Σ) se află în planul radical al sferelor (S) și (S') rezultă că E și F sînt simetrice față de H și deci:

$$PE + PF = 2\,PH \qquad (2)$$

Relațiile (1) și (2 arată că E și F sînt fixe.

VIII. *Toate sferele* (Σ) *ortogonale la o sferă* (S) *și la un plan* π *trec prin două puncte fixe.*

Inversiunea cu polul în centrul sferei (S) și avînd ca modul pătratul razei acesteia, transformă sfera (S) în ea însăși, iar planul π într-o sferă ce trece prin pol și e ortogonală sferei (Σ). Problema se reduce la cea anterioară căci sferele (Σ) sînt ortogonale la două sfere date, deci trec prin două puncte fixe.

ANTIPARTICULE

prof. C. BUGA, Moreni

Noțiunea de particulă elementară a apărut încă de mult timp, însă particula care atunci era considerată elementară astăzi se știe că este constituită dintr-o serie de alte particule elementare, exemplu: atomii erau considerați particule elementare înainte de descoperirea electronului. Astfel noțiunea de particulă elementară este o noțiune relativă, determinată de nivelul cunoștințelor noastre în acel moment.

Particulele elementare așa cum sînt cunoscute astăzi sînt părți componente ale acelor particule care înainte fuseseră elementare.

În anul 1919, fizicianul englez Rutherford a descoperit protonul. iar în anul 1932 Chadwik a descoperit neutronul. Pe această bază a fost emisă ideea structurii protono-neutronice a nucleelor atomice de către fizicianul sovietic D. D. Ivanenko. Pînă în 1932 se cunoșteau astfel protonii, neutronii și electronii.

Descoperirea neutronului reprezintă o etapă importantă în studiul fizicii nucleare. Se poate spune că de la acea dată începe fizica modernă a particulelor elementare. În adevăr chiar la sfîrșitul anului 1932 s-a descoperit pozitronul. El a fost observat pentru prima dată de către Anderson în razele cosmice.

Printre urmele observate în camera Wilson, Anderson a observat o urmă curioasă. Ea era asemănătoare urmei electronului, dar se curbase în sens opus în cîmpul magnetic. Aceasta ducea la concluzia că era neapărat o particulă pozitivă, pe care Anderson a numit-o pozitron. Studiile

ulterioare ale lui Blachett, Occhialini, Joliot-Curie, au condus la același rezultat. Mai mult decît atît, ei au dovedit că pozitronii pot fi obținuți și pe cale artificială, sub acțiunea razelor gama și că se nasc odată cu electronii.

S-a dovedit însă că numai razele gamma cu o energie de peste 1 MeV pot genera pozitroni. Într-adevăr, dacă în calea fotonilor în camera Wilson se așază un ecran de plumb, un foton la ieșirea din ecran dă naștere unei perechi electron-pozitron, ale căror traiectorii (ce pleacă din același punct) sînt curbate în direcții opuse, cînd camera Wilson este așezată într-un cîmp magnetic.

La rezultatele de mai sus se poate ajunge și ținînd seama de legea conservării sarcinii și a energiei.

Într-adevăr prin apariția perechii electron-pozitron sarcina totală este zero ca și a fotonului. Aplicînd legea conservării energiei, ne convingem că energia minimă necesară razelor gama pentru a da naștere perechii electron-pozitron este de 1 MeV.

Astfel energia electronului și pozitronului în repaus este de 2 mc^2, adică aproximativ 1 MeV.

În cazul cînd energia este de 1,01 MeV. ($h\nu$ = 1,02 *MeV*.) se crează particule în repaus, cu masa de repaus diferită de zero. Dacă energia e mai mare de 1,02 *MeV*, diferența de energie ($h\nu$ — 1,02 *MeV*) se transformă în energie cinetică a electronului și pozitronului.

Rămîne să precizăm cîți fotoni sînt necesari pentru generarea unei perechi electron-pozitron. Aplicînd legea conservării impulsului, ajungem la concluzia că un singur foton nu poate genera perechea electron-pozitron, ci trebuie doi fotoni. Într-adevăr, dacă p_- este impulsul electronului și p_+ impulsul protonului, cum ei se mișcă în direcții opuse rezultă că $p_+ = -p_-$ sau $p_+ + p_- = 0$, pe cînd impulsul fotonului $p = \frac{h\nu}{c}$ este diferit de zero încît $h\nu > 2\ mc^2$. Deci un foton nu poate genera o pereche electron-pozitron.

Transformarea are loc astfel:

$$2\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

și de asemnea procesul invers:

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma.$$

Cu toate acestea, în anumite condiții, poate crea și un singur foton, o pereche electron-pozitron. Pentru aceasta este necesară participarea unei a treia particule care să preia surplusul de impuls în momentul transformării. Această a treia particulă este de obicei un nucleu. A treia particulă poate fi însă și un electron. Datorită impulsului primit, nucleul sau electronul suferă un recul și legile de conservare sînt astfel respectate. Acum devine clar de ce în camera Wilson pentru apariția particulei a trebuit să așezăm un ecran de plumb. Descoperirea pozitronului precum și transformarea unui foton într-o pereche electron-pozitron și invers (în 1933) a evidențiat pentru prima dată că substanța și cîmpul sînt două forme de existență a materiei. Cu aceasta s-a confirmat odată mai mult teza materialismului dialectic că, la baza a tot ce există stă materia în continuă mișcare și transformare.

De fapt, existența pozitronului a fost prezisă încă din anul 1928 de către P a u l D i r a c, deci înainte de primele experiențe ale lui Anderson. D i r a c, generalizînd principiile mecanicii cuantice și ale teoriei relativității, a reușit să prezică existența unei particule de aceeași masă cu a electronului, dar cu sarcină de semn schimbat. De asemenea el a întrevăzut și transformările electronilor și pozitronilor.

In ecuațiile sale, D i r a c s-a lovit de unele dificultăți care păreau de netrecut. Cu toate acestea D i r a c era convins de justețea ecuației electronului, întrucît rezultatele concordau perfect cu experiența.

Dificultatea consta în aceea că ecuațiile aveau soluții atît pentru valori pozitive ale energiei cît și pentru valori negative. Deci ajungem la concluzia că electronii pot avea energie cinetică negativă. Rezultatul pare să fie paradoxal; cum poți atribui unui corp energie negativă! Pentru acest motiv fizicienii priveau cu neîncredere ecuațiile lui D i r a c. De fapt dificultățile apărute sînt proprii nu numai ecuației lui D i r a c, ci și întregii teorii a relativității, pe baza căreia a fost construită. Tot D i r a c a fost însă acela care a găsit ieșirea din această situație.

Se știe că electronii prezintă tendința de a avea o astfel de stare în care energia să fie cît mai mică. Energia negativă este însă mai mică decît energia pozitivă. Atunci de ce nu trec toți într-o astfel de stare cu energie negativă?

D i r a c arată că toate nivelele de energie negativă sînt ocupate de electroni. Conform principiului lui P a u l i, pe fiecare nivel pot să se găsească numai doi electroni, de aceea trecerile pe nivelul de energie negativă nu sînt posibile, iar electronii cu energie pozitivă sînt stabili în această stare. Lucrurile se întîmplă la fel ca într-un atom, în care electronii de pe orbitele periferice nu pot face saltul pe orbitele interioare, dacă acestea sînt ocupate. Numărul nivelelor de energie negativă este însă infinit, deci se vor găsi totdeauna un număr infinit de electroni cu energie negativă. Tocmai acești electroni cu energie negativă scapă observației noastre.

Dacă vom reuși însă să-i imprimăm electronului o cantitate mare de energie pozitivă, atunci aducem electronul de la starea de energie negativă, inaccesibilă observației noastre, la starea de electron cu energie pozitivă, observabilă experimental. Devine observabilă însă și „gaura" rămasă prin scoaterea electronului. D i r a c demonstrează că această „gaură" cu energie negativă trebuie să se comporte ca o particulă încărcată pozitiv.

Deci lipsei unei sarcini negative îi corespunde apariția unei sarcini pozitive. Particula aceasta care păstrează toate caracteristicile electronului, dar care are sarcină pozitivă a fost denumită pozitron sau antielectron.

Conform concepției lui D i r a c, în univers există un număr uriaș de electroni cu energie negativă, inaccesibili observației. Astfel vidul constă în concepția lui D i r a c, dintr-un număr mare de electroni cu energie negativă.

Vedem dar că sub acțiunea energiei radiației poate lua naștere perechea electron-pozitron. Se întîmplă însă și fenomenul invers. Dacă un electron (de energie pozitivă) va întîlni un pozitron (gaura rămasă prin plecarea electronului) ambele particule se vor contopi, (electronul va cădea în acea gaură), cele două particule vor dispare, se vor anihila, cum se mai spune, dar va fi emanată sub formă de radiație o cantitate de

energie egală cu aceea care a fost necesară pentru smulgerea electronului din starea energetică negativă și trecerea lui în starea energetică pozitivă. Vor apare deci doi fotoni. Din această cauză pozitronii nu pot exista în stare liberă decît intervale de timp foarte scurte după trecerea cărora „dispar".

Teoria lui P. Dirac a primit o confirmare strălucită în 1932 cînd Anderson a observat în razele cosmice apariția acestor particule. După scurt timp, în 1933, s-a realizat experimental transformarea a doi fotoni γ într-o pereche electron-pozitron, precum și transformarea inversă a unei perechi în doi fotoni γ.

După descoperirea pozitronului s-a pus în mod firesc întrebarea: Dacă există o particulă ușoară negativă (electronul) și o particulă ușoară pozitivă (pozitronul), simetria aceasta de sarcină nu se extinde și asupra celorlalte particule? Postulînd invarianța legilor naturii față de conjugarea de sarcină, se pot scrie pentru proton și neutron ecuații analoge ecuației lui Dirac, pentru electron. Astfel teoria lui Dirac se extinde și asupra altor particule proton, neutron, foton, fiecare avînd antiparticula sa. Potrivit acestor teorii starea de energie negativă a protonilor ar trebui satisfăcută, iar găurile create ar fi în cazul acesta particule cu masa egală cu a protonului, dar cu sarcină negativă. Aceste particule au fost denumite antiprotoni.

Principiul conjugării de sarcină, postulat de teoreticieni are un sens mai larg decît principiul simetriei de sarcină, întrucît el se extinde asupra tuturor particulelor elementare indiferent dacă poartă sau nu sarcină. De exemplu: antiparticula neutronului este antineutronul, a fotonului antifotonul. Pentru unele particule nu s-a găsit vreo deosebire față de antiparticulele respective; așa este cazul fotonului și antifotonului. Altele cum sînt neutronul și antineutronul se deosebesc prin semnul momentului magnetic.

Aceste particule prezise de teoreticieni, au fos descoperite mult mai tîrziu. Ce a întîrziat confirmarea acestor particule? Înțelegem ușor aceste greutăți dacă ne gîndim că în cazul contopirii perechii electron-pozitron energia radiației γ ce apare este dată de relația $h\nu = 2\,mc^2$, unde $2\,m$ reprezintă masa electronului și a pozitronului.

Aceeași energie trebuie să o prezinte și o radiație γ pentru a scoate electronul din starea cu energie negativă și a-l aduce în starea de electron-pozitron.

În cazul perechii proton-antiproton greutățile sînt mult mai mari. Masa protonului este de 1836 ori mai mare ca masa electronului. Deci, pentru a scoate protonul din starea cu energie negativă și a provoca apariția perechii proton - antiproton este nevoie de o energie de 2 . 1836 ori mai mare decît energia necesară apariției perechii electron-pozitron. O asemenea energie de miliarde de electron-volți, nu s-a putut obține în laborator.

Abia în 1955, cînd s-au putut produce astfel de energii, fizicienii americani Chamberlain și E. Segré, au constatat antiprotoni printre particulele create de protonii cu energia de 6,2 miliarde eV, la bevatronul Universității din California.

Pentru descoperirea antiprotonului E. Segré și Chamberlain, au primit premiul Nobel pentru fizică (1959). Menționăm că la descoperire și-au adus contribuția și fizicienii Wiegaud și Ypsilanti.

La scurt timp după descoperirea antiprotonului a fost confirmată și existența antineutronului.

Descoperirea antiprotonului și antineutronului a dus la confirmarea experimentală, după 30 de ani, a unei noi concluzii dedusă din ecuația lui Dirac.

Se pune atunci întrebarea firească: Dacă există antielectroni, antiprotoni și antineutroni, nu pot exista oare antinuclee formate din antiprotoni și antineutroni, în jurul cărora să graviteze electroni-pozitivi? Deci, nu pot exista antiatomi care ar putea constitui antimateria?

Antimaterie pe pămînt nu poate exista pentru că antiparticulele au viață foarte scurtă. Ele interacționează repede cu particulele întîlnite și se transformă în alte particule. Cît privește existența ei în univers știința nu poate da, deocamdată, un răspuns exact. Deoarece antifotonii sînt identici cu fotonii, prin observații astronomice nu se poate deosebi materia de antimaterie, nu se pot deosebi galaxiile de antigalaxii. Există însă surse indirecte de informații care ar putea duce la confirmarea existenței antimateriei. Exemplu: s-ar părea că emisia de radiounde a corpurilor cerești ar fi legată de existența în univers a antimateriei. Electronii și pozitronii accelerați în cîmpuri magnetice emit un tip de radiație numită radiație de sincrotron.

În urma interacțiunii particulelor și antiparticulelor din univers, pot lua naștere unde radio însă recepția acestor unde nu este o dovadă sigură de existență a antimateriei.

Mulți fizicieni privesc însă cu neîncredere ipotezele asupra existenței antimateriei și caută să explice prin alte metode mecanismul emisiei de radiounde. Dacă s-ar genera în permanență în univers și materie și antimaterie, ar trebui să existe o forță antigravitațională care să separe materia de antimaterie; altfel atomii și antiatomii s-ar anihila. Dacă între materie și antimaterie se exercită o forță antigravitațională, nu este încă lămurit. În orice caz, este puțin probabil ca printre stelele galaxiei noastre să existe stele formate din antimaterie. În afara sistemului nostru galactic, ar putea exista galaxii formate în întregime din antimaterie.

Cu aceasta însă, nu au fost trecute în revistă particulele și antiparticulele cunoscute. Adîncirea legilor (mai mult statistice) dezvăluite în lumea atomului a dus la descoperirea a numeroase particule și antiparticule, numărul lor ridicîndu-se astăzi la 30. Dintre acestea 23 au fost obținute experimental. 6 particule (o particulă și 5 antiparticule) a căror existență este prevăzută pe cale teoretică, își așteaptă confirmarea experimentală.

De curînd (18 matrie 1960) a fost descoperit, la Institutul unificat de la Dubna (U.R.S.S.), încă o antiparticulă, hiperonul antisigma minus.

TRANSFORMAREA RELAȚIILOR TRIGONOMETRICE INTR-UN TRIUNGHI OARECARE

CEZAR IVANESCU, profesor, Tîrgoviște

1° Relațiile trigonometrice care se stabilesc într-un triunghi oarecare conțin de obicei funcțiile trigonometrice ale unghiurilor, apoi laturile, aria și alte elemente ca: înălțimi, mediane, etc. Păstrînd notațiile obișnuite pentru un triunghi oarecare ABC pe care îl notăm cu T, o relație între elementele principale ale triunghiului (unghiuri și laturi) poate fi pusă sub forma

$$F(a, b, c, A, B, C) = 0. \tag{1}$$

Evident că relația (1) este valabilă în orice triunghi. Dacă acum putem construi un alt triunghi T' ale cărui elemente să fie legate într-un anumit mod de elementele triunghiului T, relația (1) scrisă pentru triunghiul T' are inițial forma

$$F(a', b', c', A', B', C') = 0$$

Folosind relațiile care leagă elementele celor două triunghiuri și exprimînd elementele triunghiului T' în funcție de elementele triunghiului T, căpătăm noi relații între elementele triunghiului T. Vom arăta prin cîteva exemple, modul în care putem transforma relațiile trigonometrice.

2° Relațiile care există între funcțiile trigonometrice ale unghiurilor unui triunghi ca de exemplu:

$$\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C \tag{2}$$

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \tag{3}$$

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2 \cos A \cos B \cos C \tag{4}$$

și altele, le putem scrie pentru triunghiul T', în care

$$A' = 90° - \frac{A}{2}, \quad B' = 90 - \frac{B}{2}, \quad C' = 90 - \frac{C}{2}.$$

Căci,

$$A' + B' + C' = 270° - \frac{A + B + C}{2} = 180°.$$

Obținem în felul acesta:

$$\operatorname{tg}\left(90° - \frac{A}{2}\right) + \operatorname{tg}\left(90° - \frac{B}{2}\right) + \operatorname{tg}\left(90° - \frac{C}{2}\right) =$$

$$= \operatorname{tg}\left(90° - \frac{A}{2}\right) \operatorname{tg}\left(90° - \frac{B}{2}\right) \operatorname{tg}\left(90° - \frac{C}{2}\right);$$

$$\sin\left(90° - \frac{A}{2}\right) + \sin\left(90° - \frac{B}{2}\right) + \sin\left(90° - \frac{C}{2}\right)$$

$$= 4 \cos\left(45° - \frac{A}{4}\right) \cos\left(45° - \frac{B}{4}\right) \cos\left(45° - \frac{C}{4}\right);$$

$$\sin^2\left(90° - \frac{A}{2}\right) + \sin^2\left(90° - \frac{B}{2}\right) + \sin^2\left(90° - \frac{C}{2}\right) =$$

$$= 2 + 2\cos\left(90° - \frac{A}{2}\right)\cos\left(90° - \frac{B}{2}\right)\cos\left(90° - \frac{C}{2}\right)$$

care reprezintă trei noi relații între elementele triunghiului ABC și anume:

$$\operatorname{ctg}\frac{A}{2} + \operatorname{ctg}\frac{B}{2} + \operatorname{ctg}\frac{C}{2} = \operatorname{ctg}\frac{A}{2}\operatorname{ctg}\frac{B}{2}\operatorname{ctg}\frac{C}{2} \tag{2'}$$

$$\cos\frac{A}{2} + \cos\frac{B}{2} + \cos\frac{C}{2} =$$

$$= 4\cos\left(45° - \frac{A}{2}\right)\cos\left(45° - \frac{B}{2}\right)\cos\left(45° - \frac{C}{2}\right) \tag{3'}$$

$$\cos^2\frac{A}{2} + \cos^2\frac{B}{2} + \cos^2\frac{C}{2} = 2 + 2\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}. \tag{4'}$$

Dacă α, β, γ sînt trei unghiuri a căror sumă este egală cu 0, $\alpha + \beta + \gamma = 0$, avem evident:

$$(60° - \alpha) + (60° - \beta) + (60° - \gamma) = 180°.$$

Rezultă imediat o serie de identități condiționate:

$$\operatorname{tg}(60° - \alpha) + \operatorname{tg}(60° - \beta) + \operatorname{tg}(60° - \gamma) =$$
$$= \operatorname{tg}(60° - \alpha)\operatorname{tg}(60° - \beta)\operatorname{tg}(60° - \gamma); \tag{5}$$

$$\sin(60° - \alpha) + \sin(60° - \beta) + \sin(60° - \gamma) =$$

$$= 4\cos\left(30° - \frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(30° - \frac{\beta}{2}\right)\cos\left(30° - \frac{\gamma}{2}\right) \tag{6}$$

și altele, valabile cu condiția $\alpha + \beta + \gamma = 0$.

3° Elementele triunghiului ortic (format de picioarele înălțimilor) $A'B'C'$ al triunghiului ABC se pot exprima toate prin relații simple în funcție de elementele triunghiului ABC. Astfel avem:

$$A' = 180° - 2A; \quad B' = 180° - 2B; \quad C' = 180° - 2C,$$

$$a' = a\cos A; \quad b' = b\cos B; \quad c' = c\cos C,$$

$$p' = \frac{S}{R}; \quad R' = \frac{R}{2}, \text{ etc.}$$

Majoritatea relațiilor existente într-un triunghi oarecare pot fi transformate cu ajutorul triunghiului ortic. Vom da cîteva exemple:

Din relația

$$a' + b' + c' = 2p',$$

obținem:

$$a\cos A + b\cos B + c\cos C = \frac{2S}{R}. \tag{7}$$

La fel, relațiile

$$\sin A' + \sin B' + \sin C' = 4 \cos \frac{A'}{2} \cos \frac{B'}{2} \cos \frac{C'}{2},$$

$$\cos A' + \cos B' + \cos C' - 1 = 4 \sin \frac{A'}{2} \sin \frac{B'}{2} \sin \frac{C'}{2},$$

$$\frac{\sin (A' - B')}{\sin (A' + B')} = \frac{a'^2 - b'^2}{c'^2},$$

cunoscute într-un triunghi oarecare, devin prin înlocuirea elementelor triunghiului ortic în funcție de elementele triunghiului ABC:

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C, \tag{8}$$

$$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C + 1 = -4 \cos A \cos B \cos C \tag{9}$$

$$\frac{\sin (2A - 2B)}{\sin (2A + 2B)} = \frac{a^2 \cos^2 A - b^2 \cos^2 B}{c^2 \cos^2 C}. \tag{10}$$

Pentru aria triunghiului ortic, avem expresia

$$S' = 2R'^2 \sin A' \sin B' \sin C' = \frac{R^2}{2} \sin 2A \sin 2B \sin 2C.$$

Dacă folosim și formula lui Heron, rezultă:

$$\frac{S}{R}\left(\frac{S}{R} - a \cos A\right)\left(\frac{S}{R} - b \cos B\right)\left(\frac{S}{R} - c \cos C\right) = \tag{11}$$

$$= \left(\frac{R^2}{2} \sin 2A \sin 2B \sin 2C\right)^2.$$

Putem numi transformarea aceasta a relațiilor existente într-un triunghi oarecare, transformarea ortică.

De asemenea, relațiile cunoscute:

$$\sin \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{a} \cos \frac{A}{2},$$

$$\cos \frac{B-C}{2} = \frac{b+c}{a} \sin \frac{A}{2},$$

$$b \cos B + c \cos C = a \cos (B - C),$$

devin, prin transformarea ortică:

$$\sin (C - B) = \frac{b \cos B - c \cos C}{a \cos A} \cdot \sin A = \frac{b \cos B - c \cos C}{a} \operatorname{tg} A, \tag{12}$$

$$\cos (C - B) = \frac{b \cos B + c \cos B}{a}, \tag{13}$$

$$b \cos B \cos 2B + c \cos C \cos 2C = -a \cos A \cos (2B - 2C). \tag{14}$$

Demonstrația directă a relațiilor deduse poate fi uneori destul de complicată.

TEOREMA LUI MENELAUS

Teorema lui Menelaus arată că: produsul rapoartelor (în același sens) în care o dreaptă împarte laturile unui triunghi este egal cu unitatea.

1. Teoremei lui Menelaus i se poate da demonstrația de mai jos puțin diferită de unele demonstrații clasice (fig. 1).

O dreaptă taie laturile AB, AC, BC ale triunghiului ABC respectiv

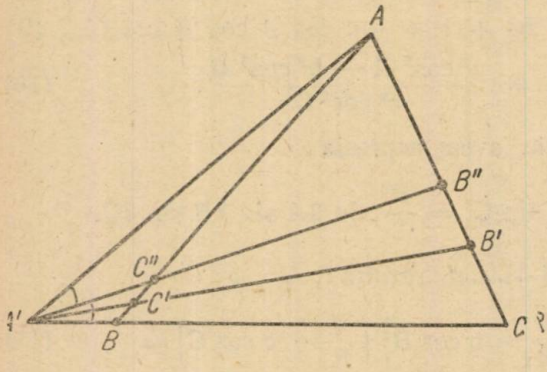


Fig. 1.

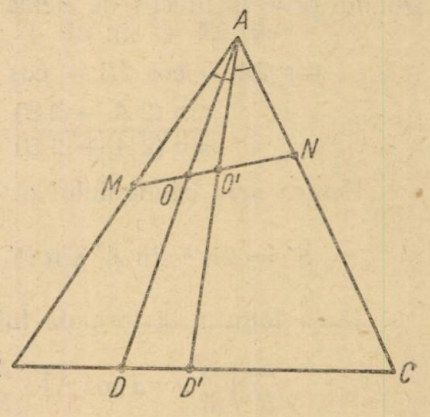


Fig. 2.

în punctele C', B', A'. Bisectoarea unghiului $AA'B$ taie laturile AB și AC respectiv în punctele C'' și B''. Din teorema bisectoarei, rezultă:

$$\frac{A'B}{A'A} = \frac{C''B}{C''A}; \quad \frac{A'A}{A'C} = \frac{B''A}{B''C} \tag{1}$$

Din egalitatea rapoartelor anarmonice $(CAB'B'')$ și $(BAC'C'')$ ale aceluiași fascicol (v. Geometria cl. IX, p. 63) rezultă:

$$\frac{B'C}{B'A} : \frac{B''C}{B''A} = \frac{C'B}{C'A} : \frac{C''B}{C''A}. \tag{2}$$

Înmulțind membru cu membru egalitățile (1) și (2) se obține după simplificări, teorema lui Menelaus:

$$\frac{C'A}{C'B} \cdot \frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} = 1, \tag{3}$$

2. În G.M.F.-B, anul XI, p. 21, Liviu Ixaru dă următoarea generalizare a teoremei lui Menelaus (fig. 2):

Dacă o dreaptă taie laturile AB, AC și ceviana AD a triunghiului ABC, respectiv în punctele M, N, O atunci există relația:

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AM}{AN} = \frac{OM}{ON} \cdot \frac{AB}{AC} \tag{4}$$

Această teoremă se demonstrează cu ușurință folosind metoda de mai sus. Bisectoarea unghiului BAC taie dreptele MN și BC respectiv în punctele O' și D'. Din teorema bisectoarei rezultă:

$$\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}\ ; \qquad \frac{AM}{AN} = \frac{O'M}{O'N} \tag{5}$$

Din egalitatea rapoartelor anarmonice $(BCDD')$ și $(MNOO')$ ale aceluiași fascicol, rezultă :

$$\frac{DB}{DC} : \frac{D'B}{D'C} = \frac{OM}{ON} : \frac{O'M}{O'N}\ . \tag{6}$$

Înmulțind membru cu membru egalitățile (5) și (6) se obține după modificări, egalitatea (4).

3. Pentru extinderea teoremei lui Menelaus, se folosește un artificiu cunoscut, înmulțirea mai multor relații ale lui Menelaus (fig. 3).

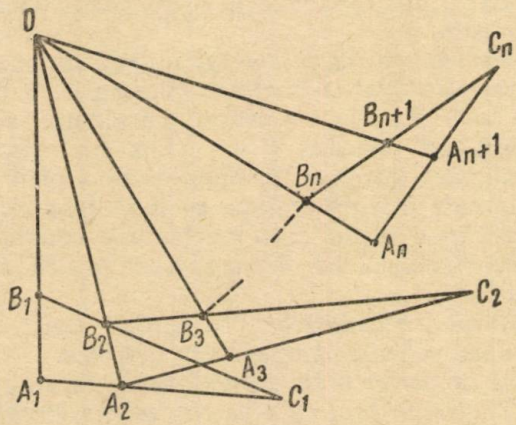


Fig. 3.

Se dă linia poligonală plană sau strîmbă $A_1\ A_2\ A_3 \ldots A_nA_{n+1}$ și un punct O în spațiu. Pe dreptele OA_1, OA_2, OA_3, ..., OA_n, OA_{n+1} se iau arbitrar, respectiv punctele B_1, B_2, B_3, ..., B_n, B_{n+1}. Dreptele A_1A_2 și B_1B_2; A_2A_3 și B_2B_3, ..., A_nA_{n+1} și B_nB_{n+1} se taie respectiv în punctele C_1, C_2, ..., C_n. Teorema lui Menelaus aplicată triunghiurilor OA_1A_2, OA_2A_3, ..., OA_nA_{n+1} tăiate respectiv de transversalele $B_1\ B_2\ C_1$; $B_2B_3C_2$; . . . ; $B_nB_{n+1}C_n$ dă :

$$\begin{aligned}
&\frac{B_1O}{B_1A} \cdot \frac{C_1A_1}{C_1A_2} \cdot \frac{B_2A_2}{B_2O} = 1 \\
&\frac{B_2O}{B_2A_2} \cdot \frac{C_2A_2}{C_2A_3} \cdot \frac{B_3A_3}{B_3O} = 1 \\
&\frac{B_nO}{B_nA_n} \cdot \frac{C_nA_n}{C_nA_{n+1}} \cdot \frac{B_{n+1}A_{n+1}}{B_{n+1}O} = 1
\end{aligned} \tag{7}$$

Înmulțind relațiile (7), rezultă:

$$\frac{C_1A_1}{C_1A_2} \cdot \frac{C_2A_2}{C_2A_3} \cdot \ldots \cdot \frac{C_nA_n}{C_nA_{n+1}} = \frac{B_1A_1}{B_1O} \cdot \frac{B_{n+1}O}{B_{n+1}A_{n+1}}. \quad (8)$$

Pentru $n = 1$, relația (8) devine teorema lui Menelaus. În caz particular, punctele A_1 și A_{n+1}; B_1 și B_{n+1} coincid și relația (8) devine:

$$\frac{C_1A_1}{C_1A_2} \cdot \frac{C_2A_2}{C_2A_3} \cdot \ldots \cdot \frac{C_nA_n}{C_nA_1} = 1. \quad (9)$$

a) În cazul particular în care poligonul $A_1 A_2 \ldots A_n$ este plan și punctele $B_1, B_2 \ldots B_n$ sînt coliniare, relația (8) generalizează teorema lui Menelaus în plan.

Produsul rapoartelor (în același sens) în care o dreaptă împarte laturile unui poligon este egal cu unitatea.

Pentru $n = 4$, se obține problema 2747 din G.M.F.-B, iar pentru $n = 3$ se obține teorema lui Menelaus.

b) În cazul particular în care poligonul $A_1A_2 \ldots A_n$, e strîmb și punctele $B_1, B_2, \ldots, B_n$ sînt coplanare, relația (8) generalizează teorema lui Menelaus în spațiu.

Produsul rapoartelor (în același sens) în care un plan împarte laturile unui poligon strîmb este egal cu unitatea. Pentru $n = 4$, se obține generalizarea teoremei lui Menelaus pentru patrulaterul strîmb.

c) Se consideră un poliedru și un plan. Se aplică fiecărei fețe a poliedrului, generalizarea teoremei lui Menelaus pentru un poligon plan, format de muchiile care mărginesc fața, se înmulțesc membru cu membru relațiile obținute și ținînd seama că o muchie este comună la două fețe, se obține generalizarea teoremei lui Menelaus pentru un poliedru transversat de un plan:

Pătratul produsului rapoartelor (în același sens) în care un plan împarte muchiile unui poliedru este egal cu unitatea.

sau: *Produsul rapoartelor (în același sens) în care un plan împarte muchiile unui poliedru este egal cu plus sau minus unitatea.*

În caz particular, se obține generalizarea teoremei lui Menelaus pentru tetraedru.

Gheorghe Cezar, elev Buzău

SĂ CONSTRUIM MODELE ȘI APARATE DE FIZICĂ PRIN MIJLOACE PROPRII

COMPUNEREA CULORILOR

de prof. *S. STADNICOV*, ș.m. 1 Buzău

O ședință a cercului de fizică a elevilor de la școala medie „B. P. Hașdeu" din Buzău fusese consacrată principiului fotografiei moderne în culori. — Subiectul, desigur, nu poate fi tratat cu succes decît dacă se lămurește bine în prealabil problema compunerii culorilor (prin adiție și prin sustracție); se simțea nevoia de a demonstra experimental legile compunerii lor, și cercul a căutat să pregătească materialul necesar. — Con-

strucția unuia din dispozitive, interesantă, pregătită în acest scop și care servește cu succes și la curs, o descriem mai jos. — Este vorba de dispozitivul cu care putem studia combinarea culorilor spectrale.

O serie de șapte oglinzi plane (fig. 1 și fig. 2 — cd) sînt așezate alături, una lîngă alta, în calea luminii dispersate de o prismă; fiecare oglindă primește cîte un fascicul, cîte o culoare din cele șapte ale spectru-

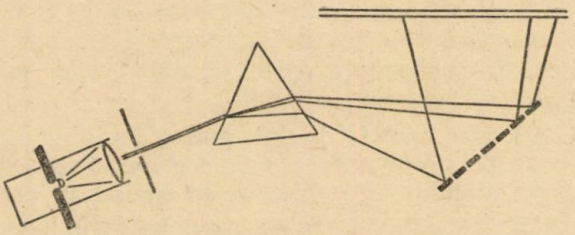


Fig. 1.

lui. Oglinzile sînt fixate pe niște axe paralele între ele, și planul lor deci se poate orienta după voie, așa că rotind ușor oglinzile, putem face ca fasciculele reflectate de ele să se întîlnească pe un ecran alb, suprapunîndu-le parțial sau total, cîte două, cîte trei sau mai multe. — Obținem astfel prin adițiune o sumedenie de combinații, o varietate infinită de nuanțe de

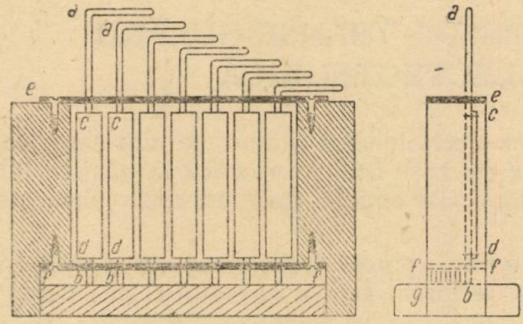


Fig. 2.

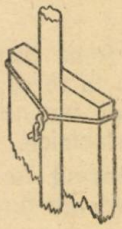


Fig. 2 bis.

culori compuse. Un joc care încîntă ochiul, dar și un studiu al legilor combinării culorilor.

Iată cîteva date constructive:

1. Dintr-un geam subțire de oglindă se taie o fășie lată de 7—10 mm; aceasta, la rîndul ei, se taie în bucăți de 50 mm lungime (trebuie 7 bucăți, însă e bine să avem și 2—3 bucăți de rezervă).

2. Din sîrmă de 2—3 mm diametru se confecționează tijele port-oglindă, dîndu-le forma ce se vede din fig. 2 (ab). Tijele trebuie făcute îngrijit; sîrma — dreaptă și cu suprafața netedă, mai ales la partea de jos (noi am folosit drept material spițe de bicicletă).

3. Două plăcuțe metalice (*ee*) și (*ff*), 100 × 20 × 2 mm, împreună cu două piese prismatice de lemn (*ef*) vor constitui elementele cadrului, susținător de oglinzi rotative (fig. 2). În plăcuțe se vor da cîte șapte găuri

(de diametrul corespunzător sîrmei de care dispunem) pentru axe și cîte două găuri (la capete) pentru holșuruburi. Distanța dintre găuri se face cu socoteala ca oglinzile să fie cît mai aproape între ele, dar fără să se atingă la rotire.

4. După asamblarea cadrului și introducerea tijelor, fixăm oglinzile de tije; aici sînt de făcut două operații: a) se leagă fiecare oglindă sus și jos (fig. 2 bis) cu sîrmă de cupru (ϕ = 0,2 — 0,5 mm); b) se aplică pe locul de legătură (oglindă-tijă-sîrmă) un strat de 1—2 mm de pastă de lipit, preparată amestecînd o soluție concentrată de silicat de sodiu cu praf de caolin pînă la consistența pastei de dinți; apoi se lasă 24 de ore pentru a se întări.

5. Spațiul (fg) din spatele tijelor port-oglindă se umple cu benzi tăiate din fetru (sau postav mai des), care trebuie să apese pe tije; frecarea obținută va asigura stabilitatea oglinzilor în poziția în care le întoarcem.

6. Pentru a evita reflexii parazitare, vom vopsi în negru-mat suprafețele laterale ale oglinzilor și celelalte părți ale aparatului. Vom întrebuința de preferință vopsea dintr-un tub de culori de pictură, fluidizată cu benzină.

Restul se înțelege din schiță. Lucrul propriu zis, pentru 3 elevi a durat circa 2 ore.

PENTRU CERCURILE DE FIZICĂ

ASUPRA TEOREMEI TRANSFIGURĂRII DIN ELECTROTEHNICĂ

Teorema transfigurării din electrotehnică alături de alte șase teoreme servește la rezolvarea rețelelor electrice complexe, adică la găsirea intensităților și tensiunilor curenților care circulă prin diferitele elemente ale rețelei electrice.

Folosind teorema transfigurării putem transforma un circuit în triunghi într-un circuit în stea și reciproc fără ca în restul rețelei curenții să

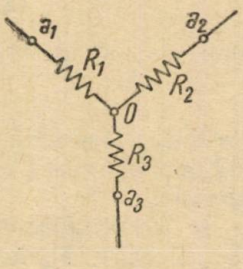


Fig. 1.

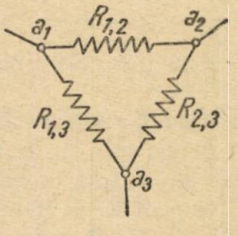


Fig. 2.

fie afectați de această modificare locală. Cu teorema transfigurării putem calcula mai ușor rezistența electrică a unui circuit electric destul de complicat.

Să transformăm de exemplu circuitul în triunghi din figura 2 în circuitul în stea din figura 1 astfel ca cele două sisteme electrice să fie echivalente.

Pentru aceasta este necesar ca potențialele bornelor a_1, a_2, a_3 să rămînă neschimbate și curenții care trec prin aceste borne să rămînă neschimbați. Deci rezistența electrică a circuitului în stea din figura 1 trebuie să fie egală cu rezistența electrică a circuitului în triunghi din figura 2. Problema se reduce la aflarea valorilor rezistențelor R_1, R_2, R_3 dintre bornele a_1, a_2, a_3 și punctul O în funcție de rezistențele $R_{1,2}$, $R_{2,3}$, $R_{1,3}$ dintre bornele a_1a_2, a_2a_3 și a_1a_3 în cazul circuitului în triunghi.

Egalînd rezistențele dintre bornele a_1 și a_2 în cazul celor două circuite se obține relația:

$$\frac{1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{R_{1,2}} + \frac{1}{R_{1,3} + R_{2,3}},$$

deoarece rezistențele R_1 și R_2 sînt legate în serie, iar rezistența $R_{1,2}$ este legată în paralel cu rezistențele $R_{1,3}$ și $R_{2,3}$ legate în serie.

În mod analog mai obținem două ecuații care formează cu ecuația de mai sus sistemul:

$$\frac{1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{R_{1,2}} + \frac{1}{R_{1,3} + R_{2,3}}$$

$$\frac{1}{R_2 + R_3} = \frac{1}{R_{2,3}} + \frac{1}{R_{2,1} + R_{3,1}}$$

$$\frac{1}{R_3 + R_1} = \frac{1}{R_{3,1}} + \frac{1}{R_{3,2} + R_{1,2}}$$

Acest sistem se mai poate scrie:

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{1,2}\,(R_{1,3} + R_{2,3})}{R_{1,2} + R_{2,3} + R_{3,1}}$$

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{2,3}\,(R_{2,1} + R_{3,1})}{R_{1,2} + R_{2,3} + R_{3,1}}$$

$$R_3 + R_1 = \frac{R_{1,3}\,(R_{2,3} + R_{1,2})}{R_{1,2} + R_{2,3} + R_{3,1}}$$

Adunînd cele trei ecuații obținem suma $R_1 + R_2 + R_3$, din care scăzînd pe rînd ecuațiile sistemului obținem:

$$R_1 = \frac{R_{1,2} \cdot R_{1,3}}{R_{1,2} + R_{2,3} + R_{1,3}};\quad R_2 = \frac{R_{2,3} \cdot R_{2,1}}{R_{1,2} + R_{2,3} + R_{1,3}};\quad R_3 = \frac{R_{3,2} \cdot R_{3,1}}{R_{1,2} + R_{2,3} + R_{1,3}}.$$

Înlocuind circuitul în triunghi printr-un circuit în stea cu rezistențele dintre bornele a_1, a_2, a_3 și punctul O avînd valorile de mai sus se obține un circuit echivalent. Formulele de mai sus se pot generaliza. Considerînd n borne: a_1, a_2, a_3 . . . a_n,

$$R_l = \frac{R_{i,\,i-1} \cdot R_{i,\,i+1}}{\sum_{i=1}^{n} R_{i,\,i+1}}.$$

Pentru a trasforma circuitul în stea în circuit în triunghi rezolvăm sistemul obținut mai sus considerînd ca necunoscute pe :

$$R_{1,2},\ R_{2,3},\ R_{3,1}$$

și obținem :

$$R_{1,2} = R_1 \cdot R_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

și încă două valori care se obțin din aceasta prin permutări circulare.

Pentru stabilirea formulelor de trecere de la circuitul în stea la circuitul în triunghi voi folosi o altă metodă, bazată pe legile lui Kirchhoff.

Aplicînd prima lege a lui Kirchhoff în punctul O din figura 1 obținem :

$$\frac{V_1 - V_0}{R_1} + \frac{V_2 - V_0}{R_2} + \frac{V_3 - V_0}{R_3} = 0$$

sau :

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} = V_0 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right).$$

Generalizînd, relația devine :

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{R_i} = V_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

Notînd $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$ cu $\frac{1}{R_0}$, relația devine : $\sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{R_i} = \frac{V_0}{R_0}$, de unde obținem potențialul punctului 0 : $V_0 = R_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{R_i}$.

Pentru ca cele două sisteme electrice să fie echivalente trebuie ca intensitatea curentului ce trece prin borna a_1 (putem lua oricare bornă) să rămînă neschimbată în cazul trecerii de la un sistem la celălalt.
Pentru circuitul în stea :

$$I_1 = \frac{V_1 - V_0}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} - \frac{R_0}{R_1} \sum_{i=1}^{3} \frac{V_i}{R_i},$$

iar în cazul circuitului în triunghi, aplicînd prima lege a lui Kirchhoff în nodul a_1 obținem :

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_{1,2}} + \frac{V_1 - V_3}{R_{1,3}} = V_1 \left(\frac{1}{R_{1,2}} + \frac{1}{R_{1,3}}\right) - \frac{V_2}{R_{1,2}} - \frac{V_3}{R_{1,3}}$$

Generalizînd și în acest caz pentru n borne, obținem:

$$I_1 = V_1\left(\frac{1}{R_{1,2}}+\frac{1}{R_{1,3}}+\ldots+\frac{1}{R_{1,n}}\right)-\frac{V_2}{R_{1,2}}-\frac{V_3}{R_{1,3}}-\ldots-\frac{V_n}{R_{1,n}}.$$

Trebuie ca I_1 (sist. 1) $\equiv$ I_1 (sist. 2)

sau:

$$\frac{V_1}{R_1}-\frac{R_0}{R_1}\sum_{i=1}^{n}\frac{V_i}{R_i} \equiv V_1\left(\frac{1}{R_{1,2}}+\frac{1}{R_{1,3}}+\ldots+\frac{1}{R_{1,n}}\right)-$$

$$-\frac{V_2}{R_{1,2}}-\frac{V_3}{R_{1,3}}-\ldots-\frac{V_n}{R_{1,n}}.$$

Făcînd identificarea pentru unul din potențiale obținem:

$$-\frac{R_0}{R_1}\cdot\frac{V_i}{R_i} = -\frac{V_i}{R_{1,i}}$$

sau mai general:

$$R_{i,i+1} = R_i \cdot R_{i+1}\cdot\frac{1}{R_0}.$$

Înlocuind pe $\frac{1}{R_0}$ cu $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}$,

relația devine:

$$R_{i,i+1} = R_i \cdot R_{i+1}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}$$

Pentru $n = 3$ obținem:

$$R_{1,2} = R_1\cdot R_2\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right);\ R_{2,3} = R_2\cdot R_3\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right);$$

$$R_{1,3} = R_1\cdot R_3\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right),$$

care coincide cu rezultatele obținute prin folosirea primei metode.

Formulele de transformare a circuitului în triunghi în circuit în stea servesc pentru calcularea rezistenței electrice a rețelelor electrice mai complicate din care fac parte circuite în triunghi, cum este rețeaua din problema nr. 3 de la pag. 122 din Fizica de clasa a X-a a cărei rezistență se calculează cu formulele deduse mai sus.

Folosind teorema transfigurării voi rezolva o altă problemă și anume:

Se consideră un pătrat $ABCD$ căruia i se unesc mijloacele laturilor consecutive, obținîndu-se patratul $A'B'C'D'$. Considerînd laturile celor două

pătrate conductoare metalice omogene, latura pătratului mare avînd rezistența r, să se calculeze rezistența dintre două vîrfuri opuse și dintre două vîrfuri alăturate ale pătratului $ABCD$.

Rezistența unei laturi a pătratului $ABCD$ fiind r, rezistența unei laturi a pătratului $A'B'C'D'$ este $\frac{r}{\sqrt{2}}$, rezistențele fiind proporționale cu lungimile în condițiile problemei.

Să calculăm mai întîi rezistența dintre două vîrfuri opuse (fig. 3) ale pătratului $ABCD$ (de exemplu A și C).

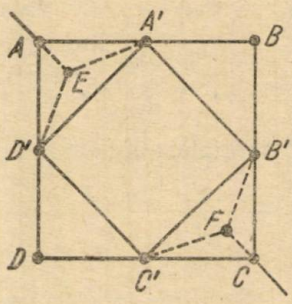


Fig. 3.

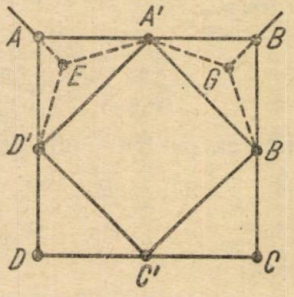


Fig. 4.

Pentru aceasta înlocuim circuitele în triunghi $AD'A'$ și $CB'C'$ cu circuitele echivalente în stea $AD'A'E$ și $CB'C'F$.

Aplicînd teorema transfigurării,

$$R_{AE} = R_{CF} = \frac{\frac{r}{4}}{r + \frac{r}{\sqrt{2}}} = \frac{r}{2\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}$$

$$R_{FB'} = R_{FC'} = R_{EA'} = R_{ED'} = \frac{r}{2(1+\sqrt{2})}.$$

și

$$R_{AC} = 2R_{AE} + R_{EF}. \text{ Dar } R_{EF} = \frac{2R_{EA'} + R_{A'B'}}{2} =$$

$$= \frac{r}{1+\sqrt{2}}, \text{ căci } R_{A'B'} = \frac{r}{1+\sqrt{2}}$$

$$R_{AC} = \frac{r}{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})} + \frac{r}{1+\sqrt{2}} = \frac{r}{\sqrt{2}}.$$

Pentru a calcula rezistența dintre două vîrfuri alăturate (de exemplu A și B) ale pătratului $ABCD$ (fig. 4) transformăm circuitele $AD'A'$ și $BA'B'$ în circuite în stea:

$$R_{AB} = 2R_{AE} + R_{EG}. \text{ Aici } \frac{1}{R_{EG}} = \frac{1}{2R_{EA'}} + \frac{1}{2R_{D'C'}}.$$

Dar

$$R_{D'C'} = \frac{r}{1+\sqrt{2}} \text{ și } R_{EA'} = \frac{r}{2(1+\sqrt{2})} \text{ (valori calculate mai sus)}$$

Deci:

$$\frac{1}{R_{EG}} = \frac{3(1+\sqrt{2})}{2r}\ ;\ R_{EG} = \frac{2r}{3(1+\sqrt{2})}\ ,$$

$$R_{AB} = \frac{r}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} + \frac{2r}{3(1+\sqrt{2})} = r\,\frac{3+2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} = r\,\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{3\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} =$$

$$= \frac{r}{3\sqrt{2}}(\sqrt{2}+1).$$

Deci, rezistența dintre două vîrfuri opuse ale pătratului $ABCD$ este $\frac{r}{\sqrt{2}}$ (rezistența unei laturi a pătratului $A'B'C'D'$) și rezistența dintre două vîrfuri alăturate este $\frac{r}{3\sqrt{2}}(\sqrt{2}+1)$.

Tomescu Ion elev ș.m. 1 Ploești

NOTE MATEMATICE

Asupra unei probleme

In manualul de trigonometrie pentru clasa a X-a reală, la pagina 222, există următoarea propoziție (nr. 315):

Dacă între unghiurile unui triunghi avem relația:

$$8 \cos A \cos B \cos C = 1, \qquad (1)$$

atunci triunghiul este echilateral.

In cele ce urmează vom da cîteva demonstrații diferite acestei relații interesante.

1° Să presupunem că există un triunghi (T) care satisface relația (1). Avem:

$$2 \cos B \cos C = \cos (B - C) + \cos (B + C) = \cos (B - C) - \cos A$$

și relația (1) se scrie

$$4 \cos A [\cos (B - C) - \cos A] = 1. \qquad (2)$$

Notăm pentru prescurtare, $B - C = \alpha$ și relația precedentă devine:

$$4 \cos^2 A - 4 \cos \alpha \cos A + 1 = 0. \qquad (3$$

Rezolvînd în raport cu $\cos A$ obținem:

$$\cos A = \frac{\cos \alpha \pm i \sin \alpha}{2}$$

Dar, în ipoteza că triunghiul (T) există, $\cos A$ trebuie să fie real, deci $\sin \alpha = 0$, adică $B = C$.

În mod analog, dacă am fi format o ecuație în $\cos B$ am fi găsit $A = C$. Rezultă $A = B = C$, deci triunghiul ABC este echilateral.

2^0 Se știe că dacă M este un punct în planul triunghiului ABC, iar G centrul de greutate al triunghiului, avem relația

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3\,MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2. \tag{4}$$

În cazul cînd punctul M coincide cu centrul O al cercului circumscris triunghiului, avem:

$$3 \cdot OG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 = 3\,R^2$$

Dar,

$$GA^2 = \frac{4}{9}\, m_a^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{9}.$$

Rezultă:

$$3 \cdot OG^2 + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = 3\,R^2,$$

sau

$$9\,R^2 - (a^2 + b^2 + c^2) = 9 \cdot OG^2$$

Cum $OG^2 \geqslant 0$ obținem pentru un triunghi oarecare inegalitatea

$$a^2 + b^2 + c^2 \leqslant 9\,R^2. \tag{5}$$

Dacă folosim teorema sinusului $a = 2\,R \sin A$ etc., inegalitatea precedentă devine

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C \leqslant \frac{9}{4}. \tag{6}$$

Semnul $=$ este valabil atunci cînd $O \equiv G$, deci $O \equiv H$. În acest caz medianele sînt înălțimi și bisectoare (se știe că AO și AH sînt izogonale în raport cu unghiul A), deci triunghiul ABC este echilateral.

Folosind relația cunoscută într-un triunghi oarecare

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2 \cos A \cos B \cos C,$$

(6) devine:

$$\cos A \cos B \cos C \leqslant \frac{1}{8} \tag{7}$$

egalitatea avînd loc ca și în (6) în cazul triunghiului echilateral.

3. În relația $8 \cos A \cos B \cos C = 1$ vom înlocui sinusurile în funcție de laturi și vom căuta să obținem o relație între laturile a, b, c ale triunghiului. În primul rînd, să observăm că triunghiul are unghiurile ascuțite, pentrucă dacă un unghi ar fi obtuz am avea:

$$\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C < 0.$$

Folosind formula $\cos A = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{2bc}$ și analoagele, avem:

$$(b^2+c^2-a^2)\,(c^2+a^2-b^2)\,(a^2+b^2-c^2) = a^2 b^2 c^2 \qquad (8)$$

Dacă notăm $a^2 + b^2 + c^2 = k^2$, formula (8) se scrie:

$$(k-2a^2)\,(k-2b^2)\,(k-2c^2) = a^2 b^2 c^2$$

Efectuînd înmulțirile și înlocuind pe k se obține

$$-(a^2+b^2+c^2) + 4\,(a^2+b^2+c^2)\,(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2) = 9\,a^2 b^2 c^2$$

sau:

$$a^2b^2(a^2+b^2)+b^2c^2(b^2+c^2)+c^2a^2(c^2+a^2) = a^6+b^6+c^6+3a^2b^2c^2. \qquad (9)$$

După ce înmulțim cu 2, (9) se scrie:

$$2\,\Sigma\, a^2b^2\,(a^2+b^2) = (a^6+b^6)+(b^6+c^6)+(c^6+a^6)+6\,a^2b^2c^2.$$

Observînd că $a^6 + b^6 = (a^2 + b^2)(a^4 + b^4 - a^2b^2)$ avem:

$$\Sigma\,[2\,a^2b^2\,(a^2+b^2) - 2\,a^2b^2c^2] = \Sigma\,(a^2+b^2)\,(a^4+b^4-a^2b^2) =$$

$$= \Sigma\,(a^2+b^2)\,(a^4+b^4) - \Sigma\,(a^2+b^2)\,a^2b^2 =$$

$$= \Sigma\,(a^2+b^2-c^2)\,(a^4+b^4) + \Sigma\,c^2\,(a^4+b^4) - \Sigma\,a^2b^2\,(a^2+b^2).$$

Dar cum avem

$$\Sigma\,c^2\,(a^4+b^4) = \Sigma\,a^2\,b^2\,(a^2+b^2),$$

rezultă:

$$\Sigma\,2\,a^2\,b^2\,(a^2+b^2-c^2) = \Sigma\,(a^2+b^2-c^2)\,(a^4+b^4),$$

sau:

$$\Sigma\,(a^2+b^2-c^2)\,(a^4+b^4-2\,a^2\,b^2) = 0 \qquad (10)$$

Am obținut deci între laturi, relația:

$$(a^2+b^2-c^2)\,(a^2-b^2)^2 + (b^2+c^2-a^2)\,(b^2-c^2)^2 +$$
$$+ (c^2+a^2-b^2)\,(c^2-a^2)^2 = 0$$

Triunghiul ABC avînd unghiurile ascuțite, rezultă că expresiile $a^2 + b^2 - c^2$, $b^2 + c^2 - a^2$, $c^2 + a^2 - b^2$ sînt pozitive și egalitatea precedentă nu poate avea loc decît dacă
$a^2 = b^2$; $b^2 = c^2$; $c^2 = a^2$ adică, $a = b = c$, deci triunghiul ABC este echilateral.

Cezar Ivănescu, profesor Tîrgoviște

In legătură cu teorema lui Simson și teorema lui Salmon.

Fie (O) cercul circumscris triunghiului ABC ; N un punct în planul său A', B', C' proiecțiile ortogonale ale lui N pe laturile BC, CA, AB ; A'', B'', C'' proiecțiile lui N de unghi θ *— luate în același sens — pe aceleași laturi, iar* A_1, B_1, C_1 *intersecțiile dreptelor AN, BN, CN cu cercul (O). Triunghiurile A'B'C', A''B''C'',* $A_1B_1C_1$ *sînt asemenea între ele.* (fig. 1).

Soluție : Patrulaterele *CA'NB', BC'NC'* sînt inscriptibile, de unde, rezultă :

$$\sphericalangle ACC' = \sphericalangle B'A'N = \sphericalangle AA_1C_1$$
$$\sphericalangle ABB' = \sphericalangle C'A'N = \sphericalangle AA_1B_1$$

Adunînd cele două relații rezultă că

$$\sphericalangle B'A'C' = \sphericalangle B_1A_1C_1$$

În mod analog se arată egalitatea celorlalte unghiuri.

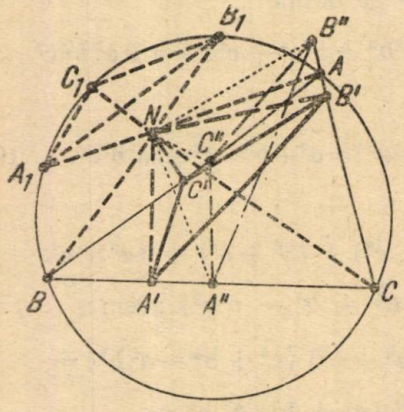


Fig. 1.

— Deoarece triunghiurile *NA'A'', NB'B''* sînt asemenea — avînd cîte un unghi ascuțit egal prin ipoteză, unghiul θ — putem scrie : $\frac{NA'}{NA''} = \frac{NB'}{NB''}$ și deci, $\sphericalangle A'NA'' = \sphericalangle B'NB''$, rezultă că triunghiurile *NA'B', NA''B''* sînt asemenea, adică $\sphericalangle NA'B' = \sphericalangle NA''B''$ *și* $\sphericalangle NB'A' = \sphericalangle NB''A''$.

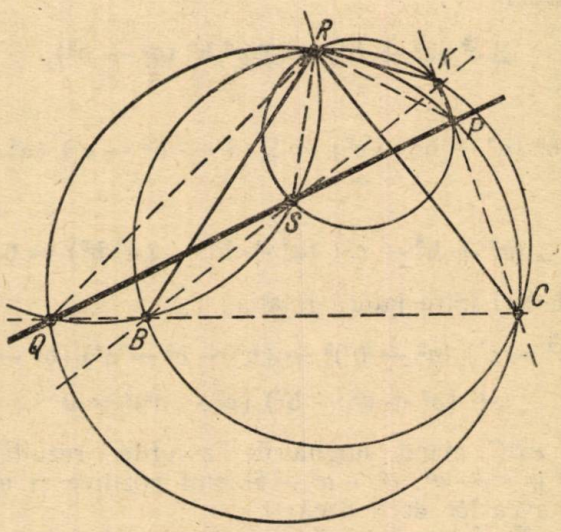


Fig. 2.

Încă două constatări analoage arată că triunghiurile *A'B'C', A''B''C''* sînt asemenea.

Consecință : În cazul particular în care punctul *N* se află pe cercul *(O)*, aria triunghiului $A_1B_1C_1$ este nulă, deci și a celor asemenea cu ele ;

a triunghiului $A'B'C'$, $A''B''C''$. Insă, pentru ca aceste arii să fie nule, deoarece punctele A', B', C' nu pot coincide — și nici A'', B'', C'' — ele trebuie să fie colineare. Primele trei sînt pe o dreaptă care poartă numele lui Simson, ultimele trei pe o dreaptă Simson ce o generalizează pe prima.

— Se mai cunoaște teorema lui Salmon: Cercurile de diametre RA, RB, RC, coarde în cercul (O), se taie două cîte două în puncte colineare.

Teorema e mai generală: În cercul (O) arcele capabile de același unghi θ construite de aceeași parte pe coardele RA, RB, RC, se taie în puncte colineare.

Fie S, P, Q, intersecțiile arcelor amintite. Deoarece $\sphericalangle RSA = \sphericalangle RSB$ punctele S, A, B sînt colineare.

În mod analog găsim P, A, C; Q, B, C, colineare, adică, razele RS, RP, RQ taie laturile triunghiului ABC sub același unghi, deci sînt colineare (fig. 2).

I. Hadîrcă, profesor Breaza

Soluții geometrice ale unor probleme privind parabola.

Tangentele duse dintr-un punct exterior la parabolă formează unghiuri egale cu dreapta ce unește acest punct cu focarul și cu paralela prin același punct la axă, și că dreapta ce unește acest punct cu focarul este bisectoarea unghiului format de razele vectoare ale punctului de contact.

1. Fie tangentele PM, PN și paralela PH la axă. Trebuie arătat că $\sphericalangle FPN = \sphericalangle HPM$.

Știm că simetricele focarului față de tangentă sînt punctele E și G de pe directoare, iar proiecțiile I și J ale focarului pe tangente sînt pe tangenta în vîrful parabolei.

Cercul care are PF ca diametru trece prin punctele I și J, deoarece $\sphericalangle PIF = \sphericalangle PJF = 90^0$.

Unghiurile înscrise FIJ și FPJ sînt egale; dar $\sphericalangle FIJ = \sphericalangle HPI$ ca unghiuri cu laturi perpendiculare; așa dar, $\sphericalangle HPM = \sphericalangle FPN$.

2. Trebuie să arătăm că dreapta PF este bisectoarea unghiului MFN sau că $\sphericalangle PFM = \sphericalangle PFN$.

În adevăr, $\sphericalangle PFM = \sphericalangle PEM$; $\sphericalangle PEN = \sphericalangle PGN$ și $\sphericalangle PEM = \sphericalangle PGN$ fiindcă aceste două unghiuri din urmă întrec un unghi drept cu $\sphericalangle PGE$ sau cu egalul său $\sphericalangle PEG$. Așa dar, $\sphericalangle PFM = \sphericalangle PFN$.

3. *Distanța de la focarul parabolei la vîrful unui unghi circumscris este medie proporțională între razele vectoare ale punctelor de contact.*

Conform celor precedente (1), unghiurile FPN și FMP sînt egale fiind respectiv egale cu unghiurile MPH și PME egale.

De asemenea, $\sphericalangle FPM = \sphericalangle FNP$; așa dar, triunghiurile FPM și FNP sînt asemenea și rezultă:

$$\frac{FM}{FP} = \frac{FP}{FN} \text{ de unde: } FP^2 = FM \cdot FN.$$

Corolar: Distanța focarului unei parabole la o tangentă este medie proporțională între semiperimetru și raza vectoare a punctului de contact.

Este suficient ca una dintre tangentele considerate în problema precedentă să fie tangentă în vîrful parabolei.

4. *Tangentele la parabolă duse printr-un același punct al directoarei sînt perpendiculare; coarda punctelor de contact trece prin focar și dreapta*

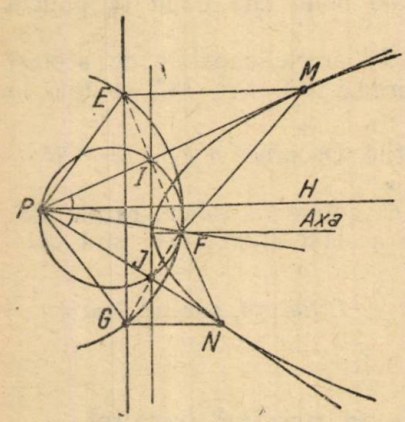


Fig. 1.

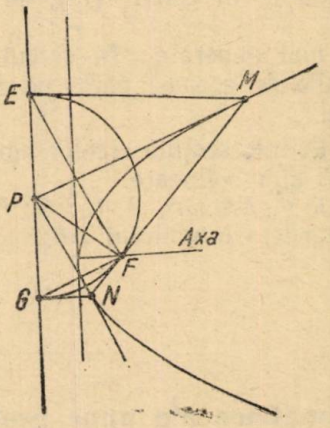


Fig. 2.

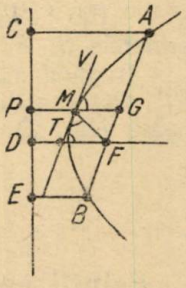


Fig. 3,

ce unește punctul comun al tangentelor cu focarul este perpendiculară pe coarda contactelor.

Pentru a duce tangentele din punctul P al directoarei, ducem din P ca centru și cu raza egală cu PF un cerc. Perpendicularele EM și BN determină punctele de contact M și N.

Să unim focarul cu aceste puncte M și N. Observăm că $\sphericalangle PFM = \sphericalangle PEM = 90^0$; de asemenea $\sphericalangle PFN = 90^0$. Așa dar, dreptele FM și FN sînt în prelungire una față de cealaltă.

Astfel, coarda MN a contactelor trece prin focar și PF este perpendiculară pe această linie.

Tangentele fiind perpendiculare pe dreptele EF și GF, se taie sub un unghi drept, fiindcă unghiul EFG este înscris într-un semicerc.

5. *Directoarea este locul geometric al punctelor de unde se pot duce tangente perpendiculare la parabolă.*

Orice coardă dusă prin focarul unei parabole este egală cu de 4 ori raza vectoare a punctului de contact al tangentei paralelă cu aceeași coardă.

Să ducem perpendicularele AC, MP, BE pe directoare; PM prelungită trece prin mijlocul G al coardei AB, întrucît MG este pe diametrul conjugat direcției AB. Așa dar:

$$2GP = AC + BE = AB$$

Dar triunghiul FMT este isoscel, căci $\sphericalangle FMT = \sphericalangle GMV = \sphericalangle FTM$.

Prin urmare $FM = FT = GM = MP$, de unde $PG = 2FM$;
iar $2PG = 4FM = AB$, deci, $AB = 4FM$.

Ion Grădinaru, profesor Ploești

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ 1960

(dare de seamă)

Societatea de ştiinţe matematice şi fizice din R.P.R. a continuat şi în anul şcolar 1960 organizarea tradiţionalelor olimpiade de matematică şi fizică adresate elevilor şcolilor medii, profesionale, tehnice şi pedagogice din ţară.

Anul acesta, ca şi în ceilalţi ani, olimpiadele au fost primite cu deosebit interes atît de elevi, cît şi de profesorii de matematică şi fizică, precum şi de părinţii elevilor. Interesul acordat olimpiadelor se datoreşte faptului că prin această formă de întrecere elevii îşi pot verifica volumul şi calitatea cunoştinţelor asimilate, profesorii îşi verifică rezultatele muncii lor, iar părinţii verifică nivelul de pregătire al copiilor.

Conform regulamentului de funcţionare a olimpiadelor, conducerea S.S.M.F. a luat toate măsurile organizatorice pentru buna lor desfăşurare.

Astfel, într-o şedinţă a Biroului au fost numite comisiile centrale ale olimpiadei:

la matematici — conf. univ. G. D. Simionescu — preşedinte, prof. C. Ionescu-Ţiu, conf. univ. T. Roman, conf. univ. O. Sacter, lector D. Flondor, prof. Lucia Ţene — membri;

— la fzică — prof. V. Atanasiu — preşedinte, conf. univ. N. Hangea, prof. I. Jaliu şi prof. A. Petrovanu — membri.

De asemenea, Biroul a amintit sarcinile ce le revin celor 16 filiale regionale.

S-au format colective locale de profesori care s-au ocupat de rezolvarea problemelor organizatorice şi administrative, de cazarea şi masa elevilor, a profesorilor veniţi din provincie, de stabilirea sălilor de clasă, precum şi de procurarea premiilor, rechizitelor etc.

In această privinţă, s-au remarcat filialele regiunilor: Ploeşti, Timişoara, Constanţa, Iaşi, Piteşti, care au dus o muncă organizatorică susţinută. Unele deficienţe s-au remarcat la filialele: Galaţi, Craiova, unde nu s-au asigurat din timp săli suficiente de clasă; tovarăşii preşedinţi ai acestor filiale ar fi trebuit să depună mai mult efort pentru a se asigura desfăşurarea acestei etape în condiţii optime.

In aceste probleme au dat un preţios ajutor, secţiile de învăţămînt regionale şi raionale, precum şi organizaţiile de U.T.M. cu care s-a colaborat permanent, asigurînd popularizarea olimpiadelor şi antrenarea elevilor în vederea participării.

Comisiile centrale ale olimpiadei s-au preocupat de selecţionarea subiectelor şi problemelor propuse de diferite filiale regionale. Trebuie să remarcăm din nou slaba preocupare a filialelor în antrenarea profesorilor la procurarea problemelor pentru concurs. Acest fapt a îngreuiat munca comisiilor centrale, deoarece la fizică nu a existat nici o propunere, iar la matematică au fost propuse foarte puţine.

Etapa locală s-a desfăşurat în zilele de 21 februarie, la matematică şi 28 februarie, la fizică. Au participat la matematică 19229 elevi, iar la fizică 15569 elevi. Comparativ cu anul trecut, numărul de elevi a crescut foarte mult, în unele regiuni prezentîndu-se peste 1000 de elevi. In fruntea acestora menţionăm regiunile: Stalin, Ploeşti, Timişoara, Cluj, Craiova, Bacău, atît la matematică, cît şi la fizică. In regiunea Stalin, numai la fizică s-au prezentat 2188 elevi, iar în regiunea Ploeşti, numai la matematică, 2123 elevi. In oraşul Bucureşti s-au prezentat 3044 elevi la matematică şi 1814 la fizică. Numărul elevilor nu a fost mai mic de 500 în nici o regiune.

De remarcat este faptul pozitiv că filiala Bacău a reuşit să antreneze la etapa locală, un număr mare de elevi de la şcolile profesionale, pedagogice, serale şi chiar de la şcolile profesionale agricole.

Această fază a olimpiadelor s-a desfăşurat în bune condiţii în cele mai multe localităţi.

Pe această cale, Biroul de conducere al S.S.M.F. mulţumeşte tuturor profesorilor de matematică şi fizică din ţară, care au sprijinit desfăşurarea etapei locale fie prin supravegherea lucrărilor scrise, fie prin corectarea lor.

Etapa regională. Dintre elevii evidenţiaţi la etapa locală au participat la etapa regională 2918 elevi la matematică şi 3455 elevi la fizică. Etapa a avut loc în zilele de 23—25. III. 1960, în primele zile ale vacanţei de primăvară. Biroul S.S.M.F. a trimis dleegaţi în cele 16 regiuni. Delegaţii au predat subiectele preşedinţilor comisiilor regionale şi au supraveghiat buna desfăşurare a concursului.

Din rapoartele delegaţilor, precum şi din rapoartele comisiilor regionale rezultă că această etapă s-a desfăşurat în bune condiţii în toate regiunile. Filialele, cu sprijinul

secțiilor de învățămînt au asigurat participarea la spectacole, vizitarea muzeelor și întreprinderilor și au oferit premii în cărți și obiecte. Menționăm în această privință, cu rezultate frumoase, filialele: Iași, Oradea, Timișoara, Constanța, Ploești. De exemplu, regiunile Constanța și Timișoara au acordat premii în valoare de peste 3000 lei; filiala Galați s-a preocupat cu mai puțină atenție de latura cultural-educativă a concursului: din toate planurile concepute nu a realizat aproape nimic, doar un spectacol pentru jumătate din participanți.

Din observațiile făcute cu privire la subiectele date la olimpiadă, rezultă:

Unele probleme propuse la etapa regională au fost, se pare, mai ușoare decît cele date la etapa locală, iar la cl. XI-a, problema de geometrie analitică a fost incomplet formulată. Fără a se indica norma de alegere a axelor se ajunge la un rezultat care nu are sens decît în raport cu o anumită alegere a axelor; trebuia de asemenea precizat, ce reprezintă a (distanța între dreptele paralele).

Problema de algebră pentru cl. X-a necesită cunoașterea relațiilor dintre rădăcini și coeficienți și proprietățile ecuațiilor cu coeficienți reali, chestiuni care, la unele școli se predau abia în trimestrul III. Nu ar fi trebuit să se dea subiecte din materia care nu a fost parcursă la clasă.

La fizică, la cl. XI-a, s-a dat un subiect în legătură cu tubul lui Kundt, care nu este prevăzut în programă și nici în manual. Mulți dintre profesori nu l-au predat, și de aceea în multe regiuni s-a scăzut mult punctajul lucrărilor.

La etapa regională subiectele de fizică pentru cl. X-a și a XI-a au fost prea ușoare și formulate tipic, ca în manual, încît s-a notat majoritatea lucrărilor cu 20, 19 și 18 puncte. La cl. VIII-a, problemele au fost mai grele.

La anul II al școlilor profesionale s-a dat tema „Aplicațiile legii „Bernoulli", care, conform programei, se studiază în ultimul trimestru.

Pentru sprijinul material dat în această etapă la desfășurarea olimpiadelor, pentru felul cum au asigurat transportul elevilor și profesorilor însoțitori, pentru felul cum au organizat cazarea și masa, premiile și programul cultural, comisiile centrale ale olimpiadelor și Biroul S.S.M.F. mulțumește secțiilor de învățămînt ale sfaturilor populare regionale și raionale. De asemenea se aduc mulțumiri profesorilor de matematică și fizică colaboratori la olimpiade.

Dintre elevii evidențiați la această etapă, comisiile centrale au aprobat ca la etapa finală să participe un număr de 248 elevi la matematică și 387 elevi la fizică.

Analizînd compoziția socială a participanților la etapa finală se constată că procentul de fii de muncitori și țărani colectiviști a crescut față de anii precedenți, ceea ce arată interesul pe care l-au depus profesorii pentru ridicarea elementelor provenite din rîndurile clasei muncitoare și ale țărănimii muncitoare, precum și grija unora dintre filiale de a antrena pe acești elevi în cercurile organizate pe plan local.

Etapa finală a olimpiadelor a avut loc la București între 24—27 aprilie. Etapa a fost condusă de comisiile centrale împreună cu profesorii delegați de toate regiunile țării, care au însoțit pe elevii participanți.

Elevii au participat la probe scrise și orale, precum și la lucrări de laborator la fizică, fiind examinați de comisii formate din profesori din București și provincie, pe clase.

Lucrările de laborator s-au desfășurat la școala medie nr. 22 „Gh. Lazăr", pentru cl. VIII-a și a IX-a, și la școala medie nr. 15 „Elena Sîrbu", pentru cl. X-a și a XI-a.

Rezultatele finale au fost publicate în nr. 6 al G.M.F.-B.

Etapa finală s-a încheiat prin serbarea organizată la Palatul Pionierilor, unde au fost împărțite premiile de către tov. acad. Gr. C. Moisil, președintele Societății de Științe Matematice și Fizice.

Concluziile finale asupra desfășurării și rezultatelor olimpiadelor de matematică și fizică din acest an sînt următoarele:

S-au obținut rezultate frumoase și ca număr total de participanți și ca nivel de cunoștințe din ce în ce mai ridicat la diferitele etape. Acestea se datoresc în bună parte și faptului că filialele au organizat în anul acesta în mai bune condiții cercurile de elevi pe orașe, la care, pe lîngă chestiuni teoretice expuse ca lecții sau conferințe, s-au rezolvat și probleme; iar la fizică s-au făcut și demonstrații experimentale (de exemplu filiala București).

Elevii școlilor medii au participat în număr satisfăcător, dar o slabă participare au avut elevii școlilor profesionale, tehnice de maiștri și școlile pedagogice.

Uneori, munca de organizare a olimpiadelor devine sarcina unui singur profesor și nu a întregului colectiv sub conducerea președintelui filialei (exemplu filiala Craiova).

Mai există deficiențe și în planificarea concursurilor sportive sau de limba romînă, care coincid cu olimpiadele de matematică și fizică și adeseori, sînt aceeași elevi antrenați la toate concursurile (de exemplu: la Orașul Stalin, Pitești, București aceste concursuri au coincis cu etapa regională).

Sînt unele raioane — ca raionul Hîrlău — care nu a dat nici un concurent la etapa regională. De asemenea, Negrești, Cehu Silvaniei, Vașcău, Babadag, Mangalia n-au trimis situațiile la timp, la regiune.

Pe viitor va trebui ca fiecare organ care este răspunzător de desfășurarea olimpiadelor să se preocupe mai minuțios de a mobiliza pe elevi din toate categoriile de școli și de a menține interesul lor pentru aceste discipline în tot timpul anului școlar, contribuind astfel la ridicarea din ce în ce mai mult a nivelului cunoștințelor de matematică și fizică a tineretului școlar din scumpa noastră patrie.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 3954

Dacă x_1, x_2, x_3 sînt rădăcinile ecuației:

$$2x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0,$$

să se găsească și să se rezolve ecuația care are ca rădăcini pe:

$$y_1 = \frac{x_2 + x_3}{x_1},\ y_2 = \frac{x_3 + x_1}{x_2},\ y_3 = \frac{x_1 + x_2}{x_3}.$$

Să se deducă rădăcinile ecuației date.

I. I. Stamate

Soluție: Cum $x_1 + x_2 + x_3 = -1$. avem $y_1 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 - x_1}{x_1} = \frac{-1 - x_1}{x_1}$; $y_2 = \frac{-1 - x_2}{x_2}$; $y_3 = \frac{-1 - x_3}{x_3}$; deci $y = \frac{-1 - x}{x}$, sau $x = \frac{-1}{y+1}$. Înlocuind în ecuația dată pe x cu $\frac{-1}{y+1}$, avem ecuația:

$$\frac{-2}{(y+1)^3} + \frac{2}{(y+1)^2} + \frac{3}{y+1} - 1 = 0,$$

sau:

$$(y+1)^3 - 3(y+1)^2 - 2(y+1) + 2 = 0.$$

Prin urmare:

$$y^3 - 5y - 2 = 0,$$

care este ecuația în y cerută.

Avem:

$$y^3 + 2y^2 - 2y^2 - 4y - y - 2 = 0 \quad \text{sau} \quad (y+2)(y^2 - 2y - 1) = 0,$$

Rădăcinile ecuației în y sînt:

$$y_1=-2;\ y_2=1+\sqrt{2},\ y_3=1-\sqrt{2}.$$

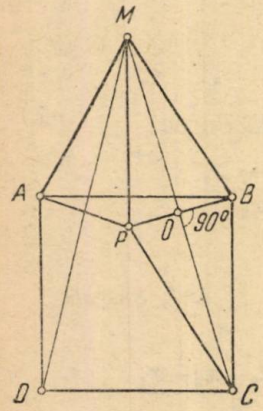
Rezultă: $x_1=\dfrac{-1}{y_1+1}=\dfrac{-1}{-1}=1$; $x_2=\dfrac{-1}{y_2+1}=\dfrac{-1}{2+\sqrt{2}}=\dfrac{-1(2-\sqrt{2})}{2}=$

$=\dfrac{-2+\sqrt{2}}{2}$; $x_3=\dfrac{-1}{y_3+1}=\dfrac{-1}{2-\sqrt{2}}=\dfrac{-1(2+\sqrt{2})}{2}=\dfrac{-2-\sqrt{2}}{2}$.

Ca verificare, se pot afla x_1, x_2, x_3 din ecuația dată în enunț observîndu-se că ecuația se anulează pentru $x=1$.

Problema 4064

Se consideră un pătrat $ABCD$ de latură a. Pe latura AB și în exteriorul lui $ABCD$ se construește triunghiul echilateral ABM. Din A și B se duc perpendicularele respective pe DM și CM care se taie în punctul P.



a) *Să se arate că patrulaterul $BMPC$ este romb;*

b) *Să se calculeze aria acestui romb.*

(*La admitere în Inst. Politehnic Timișoara*)

Soluție. a) Punctul M fiind egal depărtat de punctele A și B ale patratului este egal depărtat și de punctele C și D. Deci, perpendicularele din A și B respectiv pe MD și MC sînt egale. Avem: $AP=BP$. Deducem că MP este paralelă cu BC (deci perpendicular pe AB). Cum diagonalele MC și BP sînt perpendiculare, iar $MB=BC=a$ rezultă că patrulaterul $BMPC$ este romb.

b) Din triunghiul isoscel BMC în care avem: $MB=BC=a$ și $\sphericalangle MBC=60^0+90=150^0$, rezultă:

$$MC=\sqrt{a^2+a^2-2\cdot a\cdot a\cdot\cos 150^\circ}=a\sqrt{2+\sqrt{3}}.$$

Din triunghiul isoscel MPB în care avem: $MB=MP=a$ și $PMB=30^0$ rezultă:

$$BP=\sqrt{a^2+a^2-2\cdot a\cdot a\cdot\cos 30^\circ}=a\sqrt{2-\sqrt{3}}.$$

Aria rombului fiind egală cu jumătate din produsul diagonalelor avem:

$$S=\frac{1}{2}\cdot MC\cdot BP=\frac{1}{2}\cdot a\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot a\sqrt{2-\sqrt{3}}=\frac{a^2}{2}$$

— Soluții bune și îngrijit scrise au dat: *Gh. Gladcenko*, cl. XI Codlea, *Ileana Marini*, cl. X ș.m. 10 București, *D. Ene*, cl. XI Ploești, *Al. Ionescu*, student Timișoara.

Problema 4070

Un triunghi dreptunghic are laturile în progresie aritmetică. Suprafața triunghiului este de 54 m.

a) *Care sînt laturile triunghiului?*

b) *Să se determine înălțimea dusă din vîrful unghiului drept?*

c) *Să se calculeze volumul solidului născut prin rotirea triunghiului dreptunghic în jurul catetei mici.*

(*La admiterea în Inst. Politehnic, Timișoara*)

Soluția I dată de elevul *Paul Păncescu*, Odobești. a) Notăm cu x mărimea unei catete (cea mai mică). Deoarece laturile sînt în progresie aritmetică avem: $AB = x$, $AC = x + r$, $BC = x + 2r$. Obținem sistemul:

$$x^2 + (x + r)^2 = (x + 2r)^2; \qquad \frac{x(x + r)}{2} = 54.$$

Rezolvînd acest sistem obținem: $x^2 = 81$, $x = 9$ și $r = 3$. Deci, laturile triunghiului sînt: $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm, $BC = 15$ cm.

b) Din formula ariei triunghiului putem calcula înălțimea deoarece cunoaștem aria și baza: $S = \frac{bi}{2}$, $i = \frac{2S}{b} = \frac{2 \cdot 54}{15} = 7{,}2$ cm; deci $i = 7{,}2$ cm.

c) Corpul ce va lua naștere prin rotirea triunghiului în jurul catetei AB va fi un con, care are drept rază a bazei cateta $AC = 12$ cm, iar înălțimea cateta mică $AB = 9$ cm. Volumul conului va fi:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{\pi \cdot 144 \cdot 9}{3} = 432\,\pi \approx 1357{,}2 \text{ cm}^3.$$

Soluția II. a) Știm că toate triunghiurile dreptunghice care au laturile în progresie aritmetică sînt asemenea cu triunghiul care are ca laturi numerele 3, 4, 5. Deci scriem raportul de asemănare a laturilor omoloage proporționale (v. problema 110 din Geometria cl. IX, p. 139):

$$\frac{x}{3} = \frac{x + r}{4} = \frac{x + 2r}{5}$$

Aplicînd o proprietate a rapoartelor egale obținem:

$$\frac{x}{3} = \frac{x + r}{4} = \frac{x + 2r}{5} = \frac{3x + 3r}{12} = \frac{x + r}{4}$$

Deci, putem scrie:

$$\frac{x}{3} = \frac{x + r}{4} \text{ de unde: } x = 3r$$

Scriind formula ariei triunghiului obținem: $\frac{x(x + r)}{2} = 54.$

Înlocuim pe x cu $3r$ și avem:

$$6\,r^2 = 54, \text{ de unde } r = 3.$$

Rezultă laturile triunghiului: $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm, $BC = 15$ cm.

Soluții bune au mai dat: *Gh. Gladcenco*, Codlea, *Ileana Marini*, ș.m. 10 București, *Dumitru Ene*, Ploești și *Ovidiu Țuțuianu*, absolvent București.

Problema 4075

Să se rezolve ecuația:

$$\sqrt[n]{x^n + \sqrt[n+1]{a^n x^{n^2}}} + \sqrt[n]{a^n + \sqrt[n+1]{a^{n^2} x^n}} = b.$$

C. d. p.

Soluție. Partea I a ecuației se mai poate scrie:

$$\left(x^n + a^{\frac{n}{n+1}} \cdot x^{\frac{n^2}{n+1}}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(a^n + a^{\frac{n^2}{n+1}} \cdot x^{\frac{n}{n+1}}\right)^{\frac{1}{n}} =$$

$$= x^{\frac{n^2}{n+1} \cdot \frac{1}{n}} \left(x^{\frac{n}{n+1}} + a^{\frac{n}{n+1}}\right)^{\frac{1}{n}} + a^{\frac{n^2}{n+1} \cdot \frac{1}{n}} \left(a^{\frac{n}{n+1}} + x^{\frac{n}{n+1}}\right)^{\frac{1}{n}} =$$

$$= \left(x^{\frac{n}{n+1}} + a^{\frac{n}{n+1}}\right)^{\frac{1}{n}} \left(x^{\frac{n}{n+1}} + a^{\frac{n}{n+1}}\right) = \left(x^{\frac{n}{n+1}} + a^{\frac{n}{n+1}}\right)^{\frac{n+1}{n}} = b$$

sau:

$$x^{\frac{n}{n+1}} + a^{\frac{n}{n+1}} = b^{\frac{n}{n+1}}$$

deci:

$$x^{\frac{n}{n+1}} = b^{\frac{n}{n+1}} - a^{\frac{n}{n+1}} \text{ sau } x = \left(b^{\frac{n}{n+1}} - a^{\frac{n}{n+1}}\right)^{\frac{n+1}{n}} =$$

$$= \sqrt[\frac{n}{n+1}]{b^{\frac{n}{n+1}} - a^{\frac{n}{n+1}}}$$

— Soluții bune au dat: *Costea Dumitru*, elev Făget, *Viorel Vodă*, București, *Valeriu Munteanu*, grupul școlar sanitar București, *C. Bănică*, Cîmpulung Muscel.

Problema 4077

Să se demonstreze că, dacă într-un triunghi oarecare ABC, înălțimea din A, bisectoarea din B, simediana din C sînt concurente avem relația:

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \operatorname{ctg} \frac{A-B}{2} \operatorname{tg} \frac{C-B}{2}$$

Dumitrescu Vladimir, elev Ploești

Soluția autorului. — Conform teoremei lui Ceva avem:

$$\frac{AB'}{B'C} \cdot \frac{CA'}{A'B} \cdot \frac{BC'}{C'A} = 1$$

Dar $\frac{AB'}{B'C} = \frac{c}{a}$ fiindcă BB' este bisectoare; $\frac{BC'}{C'A} = \frac{a^2}{b^2}$ fiindcă CC' este simediană, $\frac{CA'}{A'B} = \frac{b\cos C}{c\cos B}$ fiindcă AA' este înălțime.

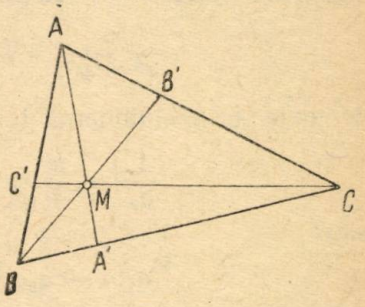
Înlocuind avem:

$$\frac{c}{a} \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b\cos C}{c\cos B} = 1. \text{ Rămîne } \frac{a}{b} \cdot \frac{\cos C}{\cos B} = 1. \text{ Dar } \frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B}.$$

Deci: $\frac{\sin A \cos C}{\sin B \cos B} = 1$, sau $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\cos B}{\cos C}$.

Formăm proporția derivată:

$$\frac{\sin A + \sin B}{\sin A - \sin B} = \frac{\cos B + \cos C}{\cos B - \cos C}.$$



Transformînd în produs avem:

$$\frac{2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}}{2\sin\frac{A-B}{2}\cos\frac{A+B}{2}} = \frac{2\cos\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2}}{2\sin\frac{B+C}{2}\sin\frac{C-B}{2}}$$

sau:

$$\operatorname{tg}\frac{A+B}{2} \cdot \operatorname{ctg}\frac{A-B}{2} = \operatorname{ctg}\frac{B+C}{2} \cdot \operatorname{ctg}\frac{C-B}{2}$$

Dar: $A + B = 180° - C$ și $B + C = 180° - A$. Deci, $\frac{A+B}{2} = 90° - \frac{C}{2}$;

$\frac{B+C}{2} = 90° - \frac{A}{2}$.

Înlocuind avem:

$$\operatorname{tg}\left(90° - \frac{C}{2}\right) \operatorname{ctg}\frac{A-B}{2} = \operatorname{ctg}\left(90° - \frac{A}{2}\right) \operatorname{ctg}\frac{C-B}{2}, \text{ sau:}$$

$$\operatorname{ctg}\frac{C}{2} \cdot \operatorname{ctg}\frac{A-B}{2} = \operatorname{tg}\frac{A}{2} \cdot \operatorname{ctg}\frac{C-B}{2}$$

de unde:

$$\operatorname{ctg}\frac{A-B}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{C-B}{2} = \operatorname{tg}\frac{A}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{C}{2},$$

Problema 4080

Să se elimine λ *între relațiile*

$$x = \frac{a_0 + \lambda b_0}{(a_0 + \lambda b_0)^2 + (a_1 + \lambda b_1)^2},$$

$$-y = \frac{a_1 + \lambda b_1}{(a_0 + \lambda b_0)^2 + (a_1 + \lambda b_1)^2}$$

Ion S. Antoniu

Soluția autorului. Ridicînd expresiile date la pătrat și adunîndu-le se obține:

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{(a_0 + \lambda b_0)^2 + (a_1 + \lambda b_1)^2}.$$

Împărțind fiecare din relațiile date cu suma de mai sus se găsește:

$$\frac{x}{x^2 + y^2} = a_0 + \lambda b_0 \text{ și } \frac{-y}{x^2 + y^2} = a_1 + \lambda b_1$$

de unde, prin eliminarea lui λ rezultă:

$$\frac{1}{b_0}\left(\frac{x}{x^2 + y^2} - a_0\right) = \frac{1}{b_1}\left(-a_1 - \frac{y}{x^2 + y^2}\right)$$

sau:

$$(a_1 b_0 - a_0 b_1)(x^2 + y^2) + b_1 x + b_0 y = 0.$$

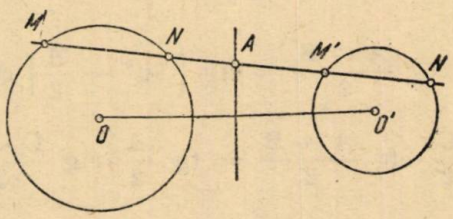
care este ecuația unui cerc care trece prin origină. Coordonatele centrului sînt:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{b_1}{a_0 b_1 - a_1 b_0}; \quad B = \frac{1}{2} \cdot \frac{b_0}{a_0 b_1 - a_1 b_0}; \quad \text{raza } R = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{b_0^2 + b_1^2}}{a_0 b_1 - a_1 b_0}$$

— Soluții bune au dat: *Ovidiu Țuțuianu*, abs. București, *D. Ene*, cl. XI Ploești, *Al. Ionescu*, student Timișoara.

Problema 4081

O dreaptă oarecare taie două cercuri O *și* O' *în* M, N *și* M', N' *respectiv, iar axa lor radicală în* A. *Să se arate că:*



$$\frac{AM'}{NM'} + \frac{AN'}{MN'} = 1.$$

M. Rădulescu, elev, Constanța

Soluția autorului. Avem : $AN \cdot AM = AM' \cdot AN'$; $AM = MN' - AN'$ și $AN = NM' - AM'$. Deci : $(MN' - AN')\ (NM' - AM') = AM' \cdot AN'$.

— Soluții bune au dat : *Ovidiu Țuțuianu*, abs. București, *D. Ene*, cl. XI Ploești, *Al. Ionescu*, student Timișoara, *Nicolae Murăreci*, cl. XI, Curtea de Argeș.

Problema 4087

Fie ABC un triunghi oarecare și $H_a H_b H_c$ triunghiul său ortic. Dacă α, β, γ sînt proiecțiile lui A, B, C respectiv pe $H_b H_c$, $H_a H_c$, $H_a H_b$ să se stabilească relația

$$AH_a : \left(\frac{1}{A\alpha} + \frac{1}{B\beta} + \frac{1}{C\gamma}\right) = AB \cdot AC \cdot \frac{H_aC + H_bC}{AC + BC} \cdot \frac{H_aB + H_cB}{AB + CB} \cdot \frac{H_cA + H_bA}{CA + BA}$$

Toma A. Albu, elev, Petroșani

Soluția autorului. Notăm cu R, R', r', p' respectiv raza cercului circumscris triunghiului ABC, raza cercului circumscris trunghiului $H_a H_b H_c$, raza cercului înscris triunghiului $H_a H_b H_c$ și semiperimetrul triunghiului ortic $H_a\ H_b\ H_c$ Se demonstrează că aria unui triunghi oarecare se poate exprima prin produsul dintre raza cercului circumscris lui și semiperimetrul triunghiului său ortic. Avem :

$$S_{ABC} = R \cdot p'. \tag{1}$$

Pe de altă parte, aria triunghiului ABC se mai poate exprima astfel :

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R}. \tag{2}$$

Aria triunghiului ortic $H_a H_b H_c$ este dată și ea prin următoarele două relații :

$$S_{HaHbHc} = r' \cdot p', \tag{3}$$

și

$$S_{HaHbHc} = \frac{H_aH_b \cdot H_bH_c \cdot H_cH_a}{4R'}. \tag{4}$$

Împărțind relațiile (1) și (3) se obține

$$\frac{S_{ABC}}{S_{HaHbHc}} = \frac{R}{r'}.$$

Făcînd înlocuirile obținem :

$$\frac{AB \cdot BC \cdot CA}{H_aH_b \cdot H_bH_c \cdot H_cH_a} \cdot \frac{R'}{R} = \frac{R}{r'}$$

deci :

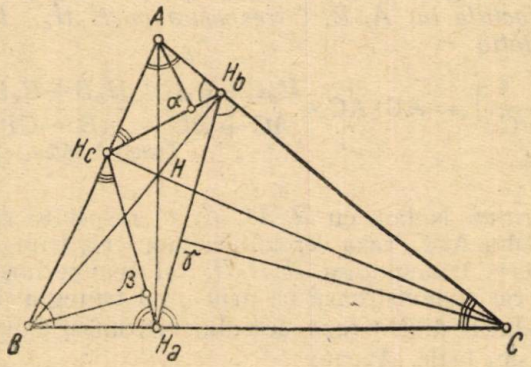
$$\frac{R^2}{R' \cdot r'} = \frac{AB}{H_aH_b} \cdot \frac{BC}{H_bH_c} \cdot \frac{CA}{H_cH_a}. \tag{5}$$

Dar R' este chiar raza cercului medial (cercul lui Euler) care se știe

că este jumătatea razei R a cercului circumscris triunghiului ABC; deci, relația (5) devine:

$$2 \cdot \frac{R}{r'} = \frac{AB}{H_aH_b} \cdot \frac{BC}{H_bH_c} \cdot \frac{CA}{H_cH_a}. \tag{6}$$

Patrulaterele BH_cH_bC, AH_bH_aB, CH_aH_cA fiind inscriptibile rezultă că H_cH_b, H_bH_a și H_aH_c sînt antiparalele respectiv cu BC, AB și CA;



deci, triunghiurile $(ABC; AH_bH_c)$, $(CAB; CH_aH_b)$ și $(BAC; BH_aH_c)$ sînt asemenea. Acum putem scrie proporționalitatea laturilor:

$$\frac{BC}{H_bH_c} = \frac{CA}{H_cA} = \frac{BA}{H_bA} = \frac{CA + BA}{H_cA + H_bA},$$
$$\frac{AC}{H_aH_c} = \frac{AB}{H_aB} = \frac{CB}{H_cB} = \frac{AB + CB}{H_aB + H_cB},$$
$$\frac{AB}{H_aH_b} = \frac{AC}{H_aC} = \frac{BC}{H_bC} = \frac{AC + BC}{H_aC + H_bC}.$$

Făcînd înlocuirile, relația (6) devine

$$\frac{2R}{r'} = \frac{AC + BC}{H_aC + H_bC} \cdot \frac{AB + CB}{H_aB + H_cB} \cdot \frac{CA + BA}{H_cA + H_bA} \tag{7}$$

Se știe că vîrfurile unui triunghi oarecare sînt centrele cercurilor exînscrise triunghiului său ortic. Deci, A, B, C sînt centrele cercurilor exînscrise triunghiului $H_aH_bH_c$; perpendicularele din A, B, C respectiv pe laturile triunghiului $H_aH_bH_c$ sînt chiar razele acestor cercuri.

Între razele cercurilor exînscrise și raza cercului înscris în triunghiul $H_aH_bH_c$ există relația:

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{A\alpha} + \frac{1}{B\beta} + \frac{1}{C\gamma}$$

Conform unei teoreme cunoscute, produsul a două laturi ale unui triunghi oarecare este egal cu produsul dintre înălțimea ce cade pe a treia latură și diametrul cercului circumscris triunghiului. Deci,

$$AB \cdot AC = AH_a \cdot 2R \quad \text{de unde:} \quad 2R = \frac{AB \cdot AC}{AH_a}$$

Deci, relația (7) devine:

$$\frac{AB\cdot AC}{AH_a}\left(\frac{1}{A\alpha}+\frac{1}{B\beta}+\frac{1}{C\gamma}\right)=\frac{AC+BC}{H_aC+H_bC}\cdot\frac{AB+CB}{H_aB+H_cB}\cdot\frac{CA+BA}{H_cA+H_bA}$$

sau:

$$AH_a:\left(\frac{1}{A\alpha}+\frac{1}{B\beta}+\frac{1}{C\gamma}\right)=AB\cdot AC\,\frac{H_aC+H_bC}{AC+BC}\cdot\frac{H_aB+H_cB}{AB+CB}\cdot\frac{H_cA+H_bA}{CA+BA}$$

deci, chiar relația din enunț.

Observare. — Se demonstrează ușor, că dreptele $A\alpha$, $B\beta$, $C\gamma$ sînt concurente în centrul cercului circumscris triunghiului ABC.

Observăm că $\sphericalangle H_bA\alpha = \sphericalangle H_aAB$ fiind complemente de unghiuri egale $\sphericalangle ABC = \sphericalangle AH_bH_c$; deci, AH_a și $A\alpha$ sînt drepte izogonale. Analog se arată că și dreptele $(BH_b, B\beta)$ și $(CH_c, C\gamma)$ sînt izogonale. Cum dreptele AH_a, BH_b și CH sînt concurente în ortocentrul H rezultă că și izogonalele lor sînt concurente, adică $A\alpha$, $B\beta$ și $C\gamma$ sînt concurente.

Dar izogonalul ortocentrului este chiar centrul cercului circumscris; deci $A\alpha$, $B\beta$ și $C\gamma$ se întîlnesc în centrul cercului circumscris triunghiului ABC

Dreptele $H_a\alpha$, $H_b\beta$ și $H_c\gamma$ sînt de asemenea concurente. Într-adevăr, punctul de contact al cercului înscris H în $H_aH_bH_c$ și al cercului exînscris A, cu latura H_bH_c fiind simetrice pe segmentul H_bH_c se deduce că $H_a\alpha, H_b\beta$ și $H_c\gamma$ sînt concurente în N (punctul lui *Nagel*), ele fiind isotomicele cevienelor ce unesc vîrfurile triunghiului $H_aH_bH_c$ cu punctele de contact de pe cercul înscris în el situate pe laturile opuse, care sînt concurente în Γ (punctul lui *Gergonne*).

Problema 4091

Fie $A_1B_1C_1$ triunghiul ortic al triunghiului ABC; $A_2B_2C_2$ triunghiul ortic al triunghiului $A_1B_1C_1$ ș.a.m.d., iar $A_{n+1}\,B_{n+1}\,C_{n+1}$ triunghiul ortic al triunghiului $A_n\,B_n\,C_n$ Să se arate că:

$$2^n\,p_1\,S_n = p_{n+1}\,S$$

unde p_i este semiperimetrul, iar S_i suprafața triunghiului $A_iB_iC_i$.

V. Vîrgolici, student

Soluția autorului — Știm că: $a_1 = a\cos A, b_1 = b\cos B, c_1 = c\cos C$. Deci,

$$S_1 = \frac{a_1b_1c_1}{4R_1} = \frac{abc\cos A\cos B\cos C}{2R},$$

sau:

$$\frac{S_1}{S} = 2\cos A\cos B\cos C. \tag{1}$$

Mai avem:

$$2p_1 = a\cos A+b\cos B+c\cos C = R(\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C) = 4R\sin A\sin B\sin C;$$

iar:

$$2p = a+b+c = 2R(\sin A+\sin B+\sin C) = 8R\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2},$$

de unde:

$$\frac{p_1}{p} = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}, \text{ iar } \frac{p_2}{p_1} = 4 \sin \frac{A_1}{2} \sin \frac{B_1}{2} \sin \frac{C_1}{2}.$$

Dar:

$$A_1 = 180° - 2A,\ B_1 = 180° - 2B,\ C_1 = 180° - 2C.$$

Prin urmare:

$$\frac{p_2}{p_1} = 4 \cos A \cos B \cos C \qquad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) rezultă $2p_1 S_1 = p_2 S$.

Din cele arătate mai sus, rezultă că putem scrie succesiv:

$$2p_1 S_1 = p_2 S;\ 2p_2 S_2 = p_3 S_1;\ 2p_3 S_2 = p_4 S_2; \ldots; 2p_{n-1} S_{n-1} = p_n S_{n-2};$$
$$2p_n S_n = p_{n+1} S_{n-1}.$$

Înmulțind aceste relații obținem:

$$2^n p_1 S_n = p_{n+1} S.$$

— Au mai dat soluții bune: *Dumitru Ene*, cl. XI Ploești, *Nicolae Murăreci*, cl. XI Curtea de Argeș, *Arsene Cătălin*, cl. X s. m. 18 București.

Problema E : 1419

După Hotărîrea Plenarei C.C. al P.M.R. din 13—14 iulie 1959, venitul net din salariu al unui jurnalist este cu 11% mai mare ca înainte de Hotărîre. Știind că în 1956 venitul net reprezenta 0,75 din venitul dinainte de Hotărîre și că după aceasta a crescut cu 424,80 lei față de 1956, să se afle care era venitul net din salariu al jurnalistului în 1956, înainte și după Hotărîre.

Șerban Popescu, Strehaia

Soluție: Ținînd seama de definiția procentelor putem spune că salariul din 1956 reprezenta 75% din salariul înainte de Hotărîre.

După Hotărîre salariul reprezintă 100% + 11% = 111% din salariul dinainte de Hotărîre.

Se vede de aici că salariul jurnalistului în 1956 și după Hotărîre este raportat la salariul dinainte de Hotărîre, pe care putem să-l aflăm: 111% — 75% = 36%.

36% din salariul dinainte de Hotărîre valorează 424,80 lei

$$424{,}80 : \frac{36}{100} = \frac{42180}{36} = 1\,180 \text{ lei}$$

venitul net din salariu înainte de Hotărîre

$$\frac{111}{100} \cdot 1180 = 1309{,}80 \text{ lei venitul net după Hotărîre}$$

$$\frac{75}{100} \cdot 1180 = 885 \text{ venitul net în 1956}$$

Problema E : 1421

Cooperativa agricolă „Răscoala din 1907" a contractat cu statul la un anumit preț o cantitate de porumb. Dacă ar fi contractat la prețul de 1,30 lei kg, atunci ar primi pe porumb cu 3 000 lei mai mult decît valoarea totală prevăzută pe contract. Dacă ar fi contractat la prețul de 1,05 lei kg, atunci ar primi pe porumb cu 2 000 lei mai puțin decît valoarea totală prevăzută pe contract. Să se afle ce cantitate de porumb a contractat cooperativa și care este prețul unui kg de porumb contractat.

D. M. Bătinețu, profesor Zimnicea

Soluție aritmetică: Unei creșteri de preț de $1{,}30 - 1{,}05 = 0{,}25$ lei la kg îi corespunde o creștere de $3\,000 + 2\,000 = 5\,000$ lei pentru valoarea totală.

Cantitatea contractată este de: $\frac{5000}{0{,}25} = \frac{500\,000}{25} = 20\,000$ kg $= 20$ tone.

Prețul unui kg este de: $(20\,000 \times 1{,}30 - 3\,000) : 20\,000 = 1{,}15$ lei

Problema E : 1470

Să se arate că expresia:

$$E = \frac{(x+1)(x^2-x+1)(x^6-x^3+1)(x^{18}-x^9+1)(x^{27}-1)}{(x-1)(x^2+x+1)(x^6+x^3+1)(x^{18}+x^9+1)(x^{27}+1)}$$

este independentă de x.

Pavel N. Radu, elev Craiova

Soluție — Avem în general identitățile:

$$(a^n+b^n)(a^{2n}-a^nb^n+b^{2n}) = a^{3n}+b^{3n} \quad \text{și}$$
$$(a^n-b^n)(a^{2n}+a^nb^n+b^{2n}) = a^{3n}-b^{3n}$$

unde n este un număr natural. Ținînd seama de aceste identități avem:

$$(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1\,;\ (x^3+1)(x^6-x^3+1) = x^9+1\,;$$
$$(x^9+1)(x^{18}-x^9+1) = x^{27}+1$$

de asemenea:

$$(x-1)(x^2-x+1) = x^3-1\,;\ (x^3-1)(x^6+x^3+1) = x^9-1\,;$$
$$(x^9-1)(x^{18}+x^9+1) = x^{27}-1$$

iar E devine:

$$E = \frac{(x^{27}+1)(x^{27}-1)}{(x^{27}-1)(x^{27}+1)} = 1.$$

Problema E : 1475

O școală cumpără 10 mingi de handbal cu camerele respective și un număr de camere de rezervă. Știind că o cameră cost un număr întreg de lei, că se plătește 91 lei pentru toate camerele cumpărate și că o minge costă cît nouă camere, să se determine numărul total de camere cumpărate, prețul unei camere și costul total al mingilor și camerelor cumpărate.

Lucian Petrescu, elev București

Soluția autorului — Se observă : $91 = 7 \cdot 13$.

deoarece 7 și 13 sînt numere prime, ele sînt singura pereche de numere naturale care satisfac ecuația : $x \cdot y = 91$.

Rezultă : numărul de camere fiind evident mai mare decît 10 este 13 iar prețul unei camere este de 7 lei. Deci costul total al mingilor și camerelor este :

$$(10 \cdot 9 + 13) \cdot 7 = 721.$$

Problema E : 1478

Să se arate că :

$$a(a-c)^2 + b(b-c)^2 - (a-c)(b-c)(a+b-c) = b(b-a)^2 + c(c-a)^2 - (b-a)(c-a)\cdot(-a+b+c) = c(c-b)^2 + a(a-b)^2 - (c-b)(a-b)(a-b+c)$$

* * *

Soluție. — Avem succesiv :

$$E_1 = a(a-c)^2 + b(b-a)^2 - (a-c)(b-c)(a+b-c) =$$

$$= a(a^2 - 2ac + c^2) + b(b^2 - 2bc + c^2) - (ab - bc - ac + c^2)(a+b-c) =$$

$$= a^3 - 2a^2c + ac^2 + b^3 - 2b^2c + bc^2 - a^2b + abc + a^2c - ac^2 - ab^2 + b^2c + abc - c^2b + abc - bc^2 - ac^2 + c^3 =$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3abc - a^2c - ac^2 - b^2c - ab^2 - a^2b - bc^2.$$

Analog :

$$E_2 = b(b-a)^2 + c(c-a)^2 - (b-a)(c-a)(-a+b+c) =$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3abc - a^2c - c^2a - b^2c - c^2b - ab^2 - ab^2.$$

$$E_3 = c(c-b)^2 + a(a-b)^2 - (c-b)(a-b)(a-b+c) =$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3abc - a^2c - c^2a - b^2c - c^2b - ab^2 - a^2b$$

deci,

$$E_1 = E_2 = E_3.$$

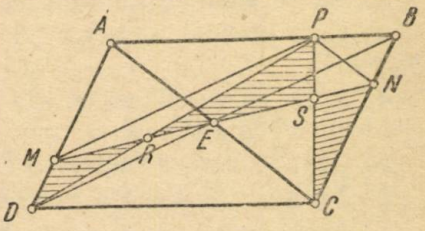
Problema E : 1479

Fie un punct P pe latura AB a unui paralelogram ABCD prin care ducem două drepte paralele : una la BD care taie latura AD în M și alta la AC care taie pe BC în N Fie E intersecția diagonalelor AC și BD, iar punctele R și S intersecțiile dreptelor ME și PD respectiv NE și PC. Să se demonstreze relația :

$$\text{aria } MPD + \text{aria } NPC = \text{aria } MNP.$$

Strătescu Ion

Soluția autorului. — Cum MP și DB sînt paralele prin enunț, rezultă :



$$\text{aria } MPD = \text{aria } MPE \qquad (1)$$

Analog avem :

$$\text{aria } NPC = \text{aria } NPE \qquad (2)$$

Ținînd seama că *M*, *E*, *N* sînt colineare și adunînd (1) cu (2) găsim :

$$\text{aria } MPD + \text{aria } NPC = \text{aria } MPN. \qquad (3)$$

Problema E : 1481

Un bazin cu o capacitate de 1960 litri este umplut într-o oră de 7 robinete cu debitul de 230 l/oră și 300 l/oră. Să se afle cîte robinete sînt cu debitul de 230 l/oră și cîte cu debitul de 300 l/oră.

* * *

Soluție. — Vom rezolva problema prin metoda ipotezelor.

Presupunem că toate robinetele sînt numai de 300 *l/oră*. Ele vor da : $300 \cdot 7 = 2100$ litri într-o oră, ceea ce arată că : $2100 - 1960 = 140$ litri de lichid va curge din bazin.

Acest plus de 140 litri provine din adăugarea în plus la debitul robinetelor de 230 *l/oră* a încă : $300 - 230 = 70$ *l/oră*. Rezultă că sînt :

$$\frac{140}{70} = 2 \text{ robinete de } 230 \text{ } l/\text{oră}$$

și $7-2 = 5$ robinete de 300 *l/oră*.

Probleme date la examenul de maturitate
Lucrări scrise — sesiunea iulie 1960

4376. Planul de dezvoltare a economiei naționale pe anii 1960/65 prevede, referitor la consolidarea și dezvoltarea pe mai departe a industriei petrolului, ca sarcină principală, creșterea rezervelor de țiței. Între alte măsuri luate de unul din trusturile petrolifere din țara noastră este și aceea de a construi noi rezervoare cilindrice, fiecare rezervor având suprafața totală de 54π m^2. Se cere:

a) Să se exprime volumul rezervorului în funcție de raza bazei;

b) Să se studieze variația volumului și să se construiască graficul;

c) Cum trebuie dimensionat rezervorul pentru a avea capacitatea maximă?

4377. Se dă un sistem de axe rectangulare Ox, Oy, punctul fix $A(5,0)$ și punctul mobil $B(O, \lambda)$. Se cere:

a) Ecuația perpendicularei în A pe dreapta AB;

b) Ecuația paralelei la axa Ox *dusă prin punctul* B;

c) Locul geometric al punctului C, punctul C fiind intersecția dreptelor de la punctele a) și b).

d) Ecuația cercului circumscris triunghiului ABC.

4378. a) Să se construiască graficul funcției

$$f(x) = \frac{2x}{1+x^2}.$$

b) Să se găsească locul geometric al mijloacelor coardelor duse la curbă, paralele cu axa Ox.

c) Să se scrie ecuația tangentei la curbă în punctul A de abscisă a. Să se determine abscisa b a punctului B, unde această tangentă întîlnește din nou curba.

4379. Să se scrie ecuația $y^2 = 2px$ cu focarul în punctul $F(1,0)$. Să se determine punctul M de pe parabolă pentru care tangenta și normala formează cu axa Ox un triunghi isoscel.

Problemele propuse la concursul de admitere în Institutul Politehnic București, septembrie 1960
Facultatea de chimie industrială: Matematici

4380. *a) Să se rezolve sistemul:*

$$x^2y + xy^2 = 30$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

e) Să se rezolve ecuația:

$$\sin 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0$$

4381. In trapezul $ABCD$ avem unghiurile din A și B de 90°, baza mică $AD = a$, baza mare $BC = b$ și latura oblică $DC = a + b$. Fie E mijlocul laturii AB și F piciorul perpendicularei din E pe DC. Se cere:
a) Să se calculeze aria trapezului $ABCD$; b) să se arate că triunghiul DEC este dreptunghic; c) să se arate că triunghiul AFB este dreptunghic.

Celelalte facultăți: Algebră, Trigonometrie și Calcul diferențial

4382. Se dă ecuația:

$$x^2 - (a - 1)x - 3(a + 2) = 0$$

în care necunoscuta este x. Se cere:
a) Să se rezolve ecuația: b) Să se afle valorile lui a pentru care suma patrulaterelor rădăcinilor ecuației este mai mică decît 18: c) Să se simplifice fracția:

$$\frac{x^2 - (a - 1)x - 3(a + 2)}{x^2 + 2x - 3}$$

4383. Se dă $\operatorname{tg} x = \frac{2m - 1}{\sqrt{3}}$ și $\operatorname{tg} y = \frac{m - 2}{m\sqrt{3}}$. Se cere:
a) Să se calculeze $\operatorname{tg}(x - y)$ și să se determine apoi valorile diferenței $x - y$; b) Știind că avem $x + y = 90°$, să se determine m dintr-una din relațiile date și să se verifice apoi în cealaltă.

4384. Se notează cu x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile ecuației

$$mx^4 - 2(m + 4)x^2 + 4m + 5 = 0.$$

Se cere: a) Să se determine m astfel ca

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 20$$

b) Să se verifice că în acest caz rădăcinile sînt progresie aritmetică;
c) Să se calculeze valorile maxime și minime ale funcției

$$y = x^4 - 10x^2 + 9.$$

PROBLEME PROPUSE *)

4385. Se dau două drepte paralele $\triangle$, $\triangle'$ și trei puncte fixe A, B, C pe dreapta $\triangle$, apoi un cerc cu centrul O situat în partea opusă dreptei $\triangle'$, față de $\triangle$. Se consideră un punct M pe cercul (O), iar dreapta MB taie pe $\triangle'$ în N. Să se determine punctul M pe cerc, astfel ca dreptele AM și CN să fie paralele.
Discuție

Gh. D. Simionescu

---

*) VIII (4389, 4390, 4398, 4399, 4405); IX (4385, 4386, 4391, 4392, 4393, 4400, 4406, 4407, 4411, 4412); X (4387, 4388, 4394, 4396, 4397, 4408, 4409, 4413, 4414, 4415, 4417, 4418); XI (4395, 4401, 4402, 4403, 4404, 4410, 4416).

4386. Să se rezolve sistemul de inecuații:

$$x + y \leqq \sqrt{5}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leqq \sqrt{5}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{x}} + \frac{1}{-1 + \frac{1}{y}} \leqq \sqrt{5}$$

dacă $x > 1$; $0 < y < 1$.

Blagovest Sendov, Sofia

4387. Să se afle domeniul punctelor $M(x,y)$ din planul axelor de coordonate rectangulare xoy pentru care avem:

a) $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} < 1$

b) $x\sqrt{y^2-1} + y\sqrt{x^2-1} > 1$

c) $x\sqrt{y^2-1} - y\sqrt{x^2-1} < -1$

C. Ionescu-Țiu

4388. Să se rezolve ecuația

$$4 \operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg}^3 x + 4 = \frac{3 \operatorname{tg} 3x}{\cos^2 x} + \frac{3}{\cos x}$$

A. Mateev, Sofia

4389. Pentru intervenție la o sondă în producție se folosește troliul mobil montat pe tractorul „Stalinet 80".

Pentru manevrarea țevilor de extracție se folosește o macara cu patru role, acționată de motorul tractorului, care pune în mișcare de rotație troliul de extracție pe care se înfășoară cablul de manevră ce este trecut peste role. Diametrul tobei troliului este de 38 cm.

Cunoscînd că puterea motorului este de 80 C.P., să se afle greutatea maximă pe care o poate ridica macaraua, dacă randamentul macaralei este de 90%, iar turația medie a troliului 30 rot/min.

Care este în acest caz, viteza de ridicare a țevilor de extracție?

C. Buga, profesor Moreni

4390. Să se arate că expresia

$$E = 42^n [2^n (42^n - 1) - 1] + 1$$

este divizibilă cu 3403 pentru orice n întreg.

V. Iipa, profesor Ghirdoveni

4391. a) Să se arate că simetricele punctului P din planul cercului O față de extremitățile a doi diametri perpendiculari formează un pătrat.

b) Să se afle locul geometric al centrului patratului astfel obținut cînd punctul P se mișcă pe circumferința cercului O.

V. Iipa, profesor Ghirdoveni

4392. La uzina electrică Moreni, pentru acționarea generătorilor electrici se folosesc turbine cu abur (turbogeneratori). Aburul necesar pentru turbină este produs de către o baterie de cazane folosind drept combustibil, gaze sărace de sondă, cu puterea calorică $7500 \frac{k\,cal}{m^3\ N}$.

Randamentul bateriei este de 75%, iar aburul supraîncălzit intră în turbină la temperatura de 320°C. Energia produsă de un generator este de 1470 kWh. Randamentul generatorului este de 98%.

Ținînd seama de faptul că în economizorul cazanului se recuperează 3% din căldura dezvoltată prin arderea combustibilului, să se calculeze:

a) Randamentul turbinei știind că consumul specific de gaze este de $0{,}75 \frac{m^3\ N}{k\ W\ h}$;

b) Cantitatea de căldură cedată izvorului rece;

c) Temperatura vaporilor la ieșirea din turbină.

C. Buga, profesor Moreni

4393. Se dă un triunghi oarecare ABC și o transversală ce taie laturile AB, BC, CA respectiv în M, N, P. Prin N se duce o paralelă la AB care taie pe AC în O. Dreapta QM taie pe BC în R. Să se arate că atunci cînd M rămîne fix, iar transversala este mobilă în jurul lui M, dreapta RP trece printr-un punct fix.

Tudor Gheorghe, elev Moreni

4394. Să se arate că între elementele unui triunghi oarecare avem relațiile

$$a^2 + b^2 - 2ab \cos (C + 60°) = b^2 + c^2 - 2bc \cos (A + 60°) =$$
$$= c^2 + a^2 - 2ac \cos (B + 60°),$$

notațiile fiind cele obișnuite.

Cezar Coșniță

4395. Pe axa de simetrie a unei parabole se ia un punct fix P prin care se duce o secantă variabilă ce taie tangenta în vîrful parabolei în Q. Să se arate că:

a) Polara lui Q față de parabolă taie dreapta PQ în R, al cărui loc se cere. În ce caz locul cerut devine cerc?

b) Dreapta QF (F fiind focarul parabolei) și polara lui Q față de parabolă se taie pe o elipsă cu centrul în mijlocul segmentului determinat de vîrful și focarul parabolei.

V. V. Băghină, profesor Breaza

4396. Să se rezolve ecuația

$$x^4 - 2x^3 - 25x^2 + mx + 120 = 0$$

știind că între rădăcinile sale există relația

$$4 (x_1 + x_2) + 3 (x_3 + x_4) = 0.$$

Ion Spiridon, profesor Moreni

4397. În triunghiul ABC ducem prin vîrfurile A,B,C, perpendiculare pe laturile AB, BC, CA. Se formează astfel triunghiul $A'B'C'$. Se cere:

a) Să se arate că triunghiurile ABC și $A'B'C'$ sînt asemenea.

b) Să se calculeze raportul de asemănare al celor două triunghiuri în funcție de elementele triunghiului ABC.

c) Dacă notăm cu R, R_1, R_2, R_3 razele cercurilor circumscrise triunghiurilor ABC, BCA', CAB', ABC' avem relația:

$$R_1R_2R_3 = R^3.$$

Cezar Ivănescu, profesor Tîrgoviște

4398. Un camion cu greutate de 4,5 tf urcă uniform o pantă lungă de 200 m și înaltă de 9 m. Care este puterea motorului, dacă el urcă această pantă cu viteza de 18 km/oră?

* * *

4399. Ce lucru mecanic se consumă pentru ridicarea la suprafață din fundul unui lac adînc de 4 m, a unui corp de cupru cu greutatea de 4,45 kg? În cît timp va ajunge la suprafață, dacă viteza lui de mișcare este de 18 km/oră, neținîndu-se seamă de frecarea cu apa?

Ciocaneli Silvius

4400. Fie un triunghi ABC și trei ceviene AA', BB', CC' concurente într-un punct P. Paralela dusă prin A la BC este intersectată de CC' și BB' în A_1 respectiv A_2; paralela dusă prin B la CA este intersectată de AA' și CC' în B_1 și respectiv B_2; paralela dusă prin C la AB este intersectată de BB' și AA' în C_1 și respectiv C_2. Să se demonstreze relația:

$$\frac{AA_1}{A_1A_2} \cdot \frac{BB_1}{B_1B_2} \cdot \frac{CC_1}{C_1C_2} = \frac{AB'}{AA_2} \cdot \frac{BC'}{BB_2} \cdot \frac{CA}{CC_2}$$

Emilian Moflic, elev Moreni

4401. Care este masa, energia și impulsul fotonilor razelor Röntgen avînd lungimea de undă de 0,01 milimicroni?

* * *

4402. Într-un cîmp electric omogen creat de două plăci plane și paralele aflate la distanța de 3 cm și cărora li se aplică o tensiune de 60 000 volți se produce un cîmp magnetic omogen perpendicular. Intensitățile sînt astfel alese încît un electron, care se mișcă în aceste cîmpuri încrucișate cu o viteză de 18 000 km/s, perpendicular pe liniile de forță, nu suferă nici o deviere. Care este intensitatea cîmpului magnetic?

* * *

4403. Care este viteza maximă a fotoelectronilor emiși de un metal iradiat cu raze ultraviolete cu lungimea de undă de 0,18 microni, dacă pragul fotoelectric al substanței este de 1200 milimicromi?

Ciocaneli Silvius

4404. Se dau dreptele $y^2 = mx^2$ pe care se iau punctele A, B, C. Dreptele AB și AC taie axele Ox și Oy respectiv în punctele C' și B'. Să se arate că dreptele BB' și CC' se taie pe dreptele date.

Gheorghe Cezar, elev Buzău

4405. Să se găsească numărul de patru cifre a, b, c, d, știind că:

$$\frac{\overline{abcd}}{\overline{ad}} = \overline{abc} = (b + c - a)^2.$$

Gheorghe Cezar, elev Buzău

4406. Se consideră un trapez isoscel $ABCD$ și un punct M variabil pe latura AB (sau pe dreapta AB). Cercul circumscris triunghiului DAM taie MC în I, iar cercul circumscris triunghiului CMB taie MD în J.

a) Să se arate că perpendiculara pe segmentul IJ în mijlocul lui trece printr-un punct fix.

b) Cele două cercuri se taie a doua oară în punctul M'. Să se găsească locul geometric descris de acest punct.

C. Vasilescu, profesor Ploești

4407. Cu ce viteză minimă poate să meargă un motociclist înconjurînd peretele interior al unui cilindru a cărui rază $R = 5$ m, iar coeficientul de frecare dintre roți și zid este $\mu = 0{,}5$.

D. Ștefănescu, elev Moreni

4408. Dintr-un punct A situat pe cercul O, se iau de aceiași parte coardele $AB = l_{10}$, $AC = l'_{10}$ iar de cealaltă parte $AB' = l_{10}$ și $AC = l'_{10}$. Dreapta AB taie pe CB' în D', iar AC' taie pe BC în D.

Să se arate că tangentele duse din D și D' la cerc sînt respectiv egale cu l_5 și l'_5.

I. Hadîrcă, profesor Breaza

4409. Dacă raportul rezistențelor a doi conductori ce se leagă succesiv la bornele unei pile electrice cu rezistența interioară de 6 Ω este egal cu $\frac{3}{2}$, atunci cantitățile de căldură degajate de cei doi conductori vor fi egale. Să se calculeze rezistențele celor două fire.

C. Croitoru, elev Buzău

4410. Se consideră șirul de numere pozitive:

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots \tag{1}$$

care satisfac condiția

$$a_1 > a_2 > a_3 > \ldots > a_n > \ldots \tag{1'}$$

Se notează

$$\sigma_n = a_1 - a_2 + a_3 - \ldots + (-1)^{n+1} a_n$$

a) Să se arate că $0 < \sigma_n \leqslant a_1$, egalitatea avînd loc numai pentru σ_1; să se arate că șirul:

$$\frac{5}{3!}, \frac{11}{4!}, \frac{19}{5!}, \frac{29}{6!}, \ldots \tag{2}$$

este un caz particular al șirului (1).

b) Să se calculeze σ_n al șirului (2) și să se verifice rezultatul prin metoda inducției complete.

c) Să se arate că $0 < \sigma_n \leqslant \frac{5}{3!}$.

Petru Cernescu, profesor Tîrgoviște

4411. Să se calculeze rădăcinile reale ale ecuației

$$\sqrt[6]{13+x}+\sqrt[6]{52-x}=3.$$

Kiss Elemer (M.F.L.)

4412. Să se demonstreze că dacă a, b, c sînt numere pozitive și $a+b+c=1$, atunci avem:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geqslant 9$$

Generalizare.

* * *

4413. Să se demonstreze că polinomul

$$P(x)=x^{44}+x^{33}+x^{22}+x^{11}+1$$

este divizibil cu

$$Q(x)=x^4+x^3+x^2+1.$$

Matematika Tanitasa, Budapesta

4414. Să se calculeze toate rădăcinile reale ale ecuației

$$\frac{30}{\sqrt{x-1}}+\frac{4}{\sqrt{y-1}}=28-4\sqrt{x-2}-\sqrt{y-1}$$

Matematica v școle

4415. Să se rezolve ecuațiile:

$$ax+b\sqrt{c^2-x^2}+c\sqrt{a^2+b^2}=0$$
$$ax+b\sqrt{c^2-x^2}-c\sqrt{a^2+b^2}=0$$
$$ax-b\sqrt{c^2-x^2}+c\sqrt{a^2+b^2}=0$$
$$ax-b\sqrt{c^2-x^2}-c\sqrt{a^2+b^2}=0$$

Discuție.

C. Ionescu-Țiu

4416. Să se demonstreze că expresia $E=3^{4n+2}+2^{3n+6}$ se divide exact prin 73, oricare ar fi n întreg.

Blagovest Sendov, Sofia

4417. Să se rezolve sistemul:

$$x+y=a\,(\sqrt{x}-\sqrt{y})$$
$$x^2+y^2=a\,(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2$$

A. Mateev, Sofia

4418. Să se arate că dacă aria totală și volumul unui paralelipiped dreptunghic sînt egale respectiv cu aria totală și volumul unui cub dat, atunci paralelipipedul dreptunghic se confundă cu acel cub.

Emil Morțun

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU ȘCOALA DE 7 ANI *)

E: 1571. În triunghiul echilateral ABC bisectoarea unghiului EBC întîlnește perpendiculara din A pe AB în punctul D, iar latura AC o întîlnește în punctul F (E fiind mijlocul laturii AC). Să se arate că triunghiurile ABD, ADC și DFC sînt isoscele.

V. Jipa, profesor Ghirdoveni

E: 1572. În cinstea Congresului al III-lea al P.M.R., trei brigăzi de tractoriști de la G.A.S. Buzău s-au luat la întrecere. Să se afle cine a cîștigat întrecerea știind că $\frac{2}{3}$ din suprafața arată de prima brigadă fac cît $\frac{3}{4}$ din suprafața arată de a doua brigadă, iar $\frac{3}{5}$ din suprafața arată de brigada a II-a fac cît $\frac{9}{20}$ din suprafața arată de brigada a III-a.

Ce procent reprezintă arătura fiecărei brigăzi?

Gh. Nistor, profesor Buzău

E: 1573. Se dă un triunghi ABC în care unghiul B este de două ori mai mare decît unghiul C, iar unghiul A este de 1,5 ori mai mare decît unghiul B. Prin A se duce o dreaptă care face cu AB un unghi de 60 grade și taie latura BC în punctul O. Să se arate: a) triunghiul ABC este dreptunghic; b) punctul O se află la mijlocul lui BC.

(O.M.M.F. 1960, cl. VI, R.A.M)

E: 1574. Într-o G.A.S. de pe 100 ha s-a recoltat 2800 q grîu. De pe unele ha s-a recoltat cîte 30 q, iar de pe altele cîte 20 q. De pe cîte ha s-a recoltat cîte 30 q la ha și de pe cîte ha s-a recoltat cîte 20 q la ha?

(O.M.M.F. 1960, cl. V, R.A.M.)

E: 1575. În cercul O de rază R se duce diametrul AB și latura DE a patratului înscris în acest cerc, perpendiculară pe AB.

a) Să se construiască cercul C care are ca diametru pe DE și să se demonstreze că trece prin O.

b) Dreapta AD taie cercul C în punctul F. Să se arate că triunghiul AEF este isoscel.

c) Să se calculeze laturile triunghiului AEF în funcție de raza R a cercului O.

(O.M.M.F. 1960, cl. VII, București)

---

*) V (E: 1574, 1479); VI (E: 1572, 1573, 1581); VII .E: 1571, 1575, 1576, 1577, 1578, 1581).

E : 1576. a) Dece ar fi imposibil să împuşcăm un peşte în apă ?

b) Dacă de pe un acumulator sau o priză de curent continuu lipsesc indicaţiile polilor, cum putem determina care este polul negativ ?

(O.M.M.F. 1960, cl. VII, Bucureşti)

E : 1577. Să se aducă la forma cea mai simplă fracţia :

$$\frac{(a-b)^3+3(a-b)^2 b+3(a-b) b^2+b^3}{(a-b)^3-3(a+b)^2 a+3(a+b) a^2-a^3}$$

(O.M.M.F. 1960, cl. VII, Bucureşti)

E: 1578. Se dă un patrulater $ABCD$ dreptunghic în A, cu diagonalele perpendiculare. Se cunosc laturile : $AB = 6$ dm, $AD = 8$ dm, diagonala $AC = 12$ dm. Să se calculeze perimetrul patrulaterului dat.

(O.M.M.F. 1960, cl. VII R.A.M.)

E : 1579. Se împart 200 lei la trei persoane. Cît va primi fiecare dacă primele două primesc cîte 143 lei, iar ultimele două 115 lei ?

(O.M.M.F. 1960, cl. V Oradea)

E : 1580. Într-o şcoală s-a ţinut un concurs „Drumeţii veseli". La concurs au luat parte mai multe grupe, fiecare grupă fiind compusă din 3 elevi. Grupei cîştigătoare i se dă un premiu de 1700 lei. Fiecărui elev din grupă i se pun 12 întrebări. Premiul grupei cîştigătoare se împarte direct proporţional cu numărul răspunsurilor bune şi invers proporţional cu numărul răspunsurilor rele.

Să se calculeze cît ia fiecare elev din grupa cîştigătoare ştiind că un elev a dat 6 răspunsuri bune, al doilea 8 răspunsuri bune şi al treilea a dat numai 4 răspunsuri bune.

(O.M.M.F. 1960, cl. VI. R.A.M.)

E : 1581. Să se arate că :

$$\frac{a+b-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}{a+b}=1-\frac{1}{ab}\,;\quad \frac{1+\sqrt{2}+a}{1+\sqrt{2}\,a-a}=1+\sqrt{2}$$

C. Ionescu-Ţiu

DIN ACTIVITATEA CERCURILOR DE ELEVI

CITEVA ASPECTE DIN MUNCA CERCURILOR DE MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ ALE ELEVILOR DIN REGIUNEA PLOEŞTI

Vom da cîteva aspecte ale acestor activităţi din oraşele Ploeşti, Moreni şi Buzău, centre care s-au afirmat în ultimii ani.

Putem vorbi aici şi despre cercurile din cadrul şcolilor, dată fiind influenţa Societăţii de ştiinţe matematice şi fizice din R.P.R. asupra ridicării nivelului lor şi despre cercurile pe oraş.

a) Dintre cercurile pe şcoli vom cita pe acelea din cadrul şcolii medii nr. 1 Ploeşti, şcolii medii din Moreni, şcoli care deşi diferă ca număr de clase au obţinut fiecare, rezultate bune.

În școala medie nr. 1 Ploești putem vorbi de o activitate bine organizată.

În ambele școli s-a dat atenție deosebită mobilizării, promovării și activizării elevilor în cercurile de matematică. S-a căutat să se stimuleze interesul pentru matematică și fizică pînă la insuflarea pasiunii pentru această muncă. Ajutați de profesorul îndrumător, timizii de la început, încurajați și informați la probleme grele, au început cu timpul să devină independenți. Disciplina muncii în cerc a fost însoțită de un principiu elastic de promovare, după rezultatele muncii la clasă. Cercul a scos mulți elevi din masa clasei și i-a ridicat la nivelul etapei regionale și chiar republicană, a olimpiadei.

În ambele școli munca a avut două aspecte: ședințele propriu zise au avut un caracter tematic, au urmărit adîncirea materiei din programă, îmbogățirea mijloacelor de rezolvare a problemelor. De exemplu, la școala medie nr. 1, în anul 1959/1960 s-au tratat determinații, aplicațiile geometriei analitice în mecanică, ale analizei în fizică. S-a ținut și o ședință specială deschisă, organizată de cercul pedagogic cu tema: „Educația comunistă realizată în cercurile de matematică", în care, în afară de probleme practice rezolvate cu ajutorul analizei și geometriei analitice s-a tratat și tema: „Mașini electronice de calcul". Perspectivele tineretului care studiază matematică și fizică au fost scoase în evidență de prezentarea ultimelor cuceriri ale științei și tehnicii sovietice. Pentru a se trezi interesul elevilor pentru materialul publicat în Gazeta matematică și fizică, s-au făcut uneori colocvii din unele numere programate.

Ceea ce a contribuit la crearea unei tradiții a muncii în cerc a fost punctualitatea cu care au fost ținute ședințele. Deși uneori au fost obstacole, ele au fost depășite. Mai mult, încă de anul trecut, un important număr de ședințe au fost ținute sub conducerea elevului Nicolescu Basarab, în lipsa profesorului. Cei care intrau în sala de ședințe plină nu-și dădeau seama că acolo lucrează numai elevi, fără profesor.

Cercul a contribuit în mare măsură la dezvoltarea cunoștințelor matematice ale membrilor săi.

Toți au participat la olimpiadă și au antrenat și pe alți colegi.

Rezultatele la examenul de maturitate arată influența cercului de matematică asupra masei clasei.

Cercul școlii medii din Moreni (școală mică, cu 4 clase medii) a impus școala respectivă la un loc de frunte.

Prin referate ale elevilor s-au prezentat teoremele lui Menelaus, D'Alembert, Pascal, inducția matematică, rezolvarea ecuațiilor de gradul III etc. În ședințe de lucru s-au rezolvat probleme alese, iar în ședințe de consultații s-au dat lămuriri cu privire la probleme din G.M.F.-B. Rezultatul muncii acestui cerc s-a oglindit în clasificarea pe locul I pe anul 1960 la întrecerea între cercuri pe țară.

b) În ce privește cercurile pe oraș, vom cita pe cele din orașul Ploești și mai ales, Buzău, unde rolul acestor cercuri este sporit, dată fiind slaba activitate a cercurilor pe școli.

În orașul Ploești, cercul cuprinde elevi de la cele 6 școli medii de zi, în deosebi de la școlile medii nr. 1 și 2.

În ce privește cercul pe oraș din Buzău, el a lucrat pe grupe de clase, cercul fiecărei clase avînd un profesor îndrumător.

La clasa a VIII-a și a IX-a s-au făcut aplicații din algebră și geometrie și probleme alese din G.M.F.-B.

La clasa a X-a s-au tratat exerciții de analiză combinatorie inducție și determinanți, iar la trigonometrie, identități trigonometrice, identități în triunghi.

La clasa a XI-a s-au prezentat în referate ținute de tov. prof. Păunel: Viața și opera lui Traian Lalescu, Gogu Constantinescu, Bolyai; Cisoida lui Diocles, Astroida și lemniscata lui Bernoulli.

Elevul Gheorghe Cezar a prezentat referate cu teme ca: Stabilirea unor relații metrice cu ajutorul puterii punctului față de cerc; Paralelisme geometrice și Determinarea formulei de rezolvare a ecuației lui Cardan prin diferite metode.

Menționăm existența cercurilor pentru fiii de muncitori la Buzău și Ploești, ca și la Moreni (în cadrul școlii).

La Buzău s-au ținut referatele: Contribuția lui Galileu și Newton la dezvoltarea mecanicii; Molecule și atomi; Rachete și zboruri cosmice; Portanța și zborul avioanelor; Ultrasunetele; Oscilații și unde; Modelul de atom al lui Bohr; Structura nucleară; Teoria relativității restrînse etc.

Dintre celelalte centre din regiunea Ploești a activat tot atît de susținut și tot cu rezultate frumoase, cercul de pe lîngă școala medie din Pucioasa.

Ion Grigore, profesor ș.m. 1, Ploești

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Pînă la apariția G.M.F.-B nr. 7 din 15 iulie 1960, s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme propuse în ultimele trei numere apărute după cum urmează:

1. *Lusztig Gheorghe* (cl. X. Timișoara), 2. *Munteanu Valeriu* (an I ș.r. sanitară București), 3. *Tănase Mihail* (cl. X Sinaia), 4. *Ghițulescu Adrian* (absolvent București), 5. *Ghiță R. Teodor* (cl. X Bolintinul din Vale București), 6. *Dănciu P. Iulian* (cl. X ș.c. 2. Brăila), 7. *Nicolaescu Doina* (cl. X ș.m. 3. Craiova), 8. *Popp Alexandru* (cl. XI ș.m. 20 București), 9. *Stan A. Mircea* (cl. X ș.m. 1 București), 10. *Năstase D. Ion* (cl. X Bolintinul din Vale, București), 11. *Nicula Virgil* (cl XI ș.m. 23 București), 12. *Pașca Iuliu* (cl. X Bistrița, Cluj), 13. *Băncilă Gh. Constantin* (cl. XI ș.m. 2 Cîmpulung Muscel), 14. *Băjenaru Teodor* (cl. VIII lic. mi.. Breaza), 15. *Stratan Gheorghe* (absolvent Caracal), 16. *Marinescu Nicolae* (cl. X sc. padagogică Buzău), 17. *Anghel Marius* (cl. X ș.m. 28 București), 18. *Bunea Bănică* (cl. VIII Zlatna. Hunedoara), 19. *Vlăgdoreanu Cornel* (absolvent Codlea, Stalin), 20. *Pop Ioan* (absolvent Suceava), 21. *Năstăsescu Const.* (cl. X Pucioasa), 22. *Stancu Ion* (cl. IX ș.m. 1 Pitești), 23. *Ilie Mihai* (cl. X ș.m. 20 București), 24. *Nistor Ștefan* (cl. VIII lic, mil. Breaza), 25. *Piscupescu Gabriel* (absolvent București), 26. *Faibiș Eliadu* (cl. XI ș.m. 17 București), 27. *Brezeanu Mircea* (cl. VIII lic. mil. Breaza), 28. *Popa Nicolae* (cl. XI Focșani), 29. *Hiriș Viorel* (cl. X ș.m. 1 Timișoara), 30. *Cimoca Gh.* (cl. XI Cluj), 31. *Pantazi Emanuel* (cl. VIII ș.m. 11 București), 32. *Stan Ștefan* (cl. X ș.m. 7 București), 33. *Tarnu Constantin* (cl. XI Blaj), 34. *Năstase Ioan* ș.m. 22 București), 35. *Pantelimon Radu* (absolvent Cîmpia Turzii), 36. *Niță Constantin* (cl. X Pucioasa), 37. *Sburlan Mihail* (cl. X ș.m. 5 O. Stalin), 38. *Pantelimon Anton* (cl. IX ș.m. 1 Focșani), 39. *Grigoraș Vasile* (absolvent Adjud, Bacău), 40. *Boștenaru Liviu* (cl. VIII Alexandria), 41. *Popescu A. Dorel* (cl. X ș.m. 1 Arad), 42. *Ursu C. Constantin* (cl. X Buhuși), 43. *Cupcea Z. Nicolae* (cl. X Buzău), 44. *Anițescu Maria* (cl. VIII ș.m. 1 Tîrgu Jiu), 45. *Mocanu H. Ovidiu* (absolvent Trușești, Suceava), 46. *Ionescu Vladimir* (cl. VIII ș.m. 3 Tîrgu Jiu), 47. *Cancer Ileana* (cl. X ș.m. 1 Tîrgu Jiu), 48. *Crețu Dumitru* (cl. IX ș.m. 3 Tîrgoviște), 49 *Solea Mihail* (cl. VIII ș.m. 1 R. Vîlcea), 50 *Asanache Gh. Horia* (cl. IX ș.m. 2 R. Sărat), 51. *Motet M. Horia* (cl. IX ș.m. 2 Brăila), 52. *Olteanu S. Victor* (cl. X ș.m. 17 București), 53. *Marinescu Victor* (cl. IX Pucioasa), 54.*Ghica S. Anton* (cl. VIII ș.m. 3. Pitești), 55. *Garabedian Rodica* (cl. X ș.m. O. Stalin), 56. *Petrișor Liviu* (cl. X ș.m.3 Iași), 57. *Bejan Costel* (cl. XI ș.m. 3 Galați), 58. *Frankenfeld Georgian* (cl. IX lic. mil. Breaza), 59. *Bărbulescu Lucia* (cl. XI ș.m. 10 București), 60 *Tințăreanu Cristian* (cl. VII ș.m. 11 București), 61. *Popescu Gh. Domițian* (cl. X ș.m. 24 București). 62. *Marini Ileana* (cl. X ș.m. 10 București), 63. *Răscanu Radu* (cl. XI ș.m. 1 București), 64. *Apostolescu Alexandru* (cl. IX lic. mil. Breaza), 65. *Corblum Eugen* (absolvent București), 66. *Obadă Hareta* (cl. XI ș.m. 10 București), 67, *Groper Jean* (cl. VIII ș.m. 11 București), 68. *Catrina Dumitru* (cl. XI ș.m. 25 București), 69. *Stoicescu Șt. Ion.* (cl. X Buzău), 70. *Adameșteanu Ion* (cl. XI ș.m. 1 Pitești), 71 *Ursulescu Silviu* (cl. VIII ș.m. 11 București), 72. *Velea Ion* (cl. X Cehul Silvaniei, Baia Mare), 73. *Diaconescu C. Radu* (cl. IX Pucioasa), 74. *Albu Toma* (cl. X Petroșani 75.*Iorga Valeriu* (cl. X Lugoj), 76 *Mușat Sorin* (cl. XI Galați), 77. *Sfetcu Ioan* (cl. X Lugoj), 78. *Paraschivoiu Gh. Ioan* (cl. X Moreni), 79. *Timuș M. Dan* (cl. XI ș.m. 1 Ploești), 80.*Cănilă Constantin* (cl. X Roman), 81. *Breazu Ioana* (cl. XI Roșiorii de Vede), 82. *Hugo Lang* (cl. XI ș.m. 2 Sighișoara), 83. *Puiu Mihai* (cl. IX Sinaia), 84. *Mircea Petru* (cl. IX ș.m. 1 Timișoara), 85. *Roată Radu* (cl. XI ș.m. 1 Tr. Severin).

(urmare din numărul precedent)

FOCȘANI. Ș. m. 1. Unirea Cl. VI. Buruiană Dumitru (E: 1457, 73, 74, 77, 80, 87, 88). Cl. VII. Cilțaru N. Nicolae (E: 1483, 84, 87, 91, 94). Cl. VIII. Ionescu Mihai (4086, 105 E: 1472, 73, 75, 76, 78, 80, 86, 87, 91, 93—95). Cl. IX. *Pantelimon Anton* (3971, 73—85, 92, 99, 4007—25, 28, 29, 35, 36, 38, 39, 53, 55—60). Cl. X. Cilțaru N. Ovidiu (4040, 53, 94, 95, 97—101, 05, 09, 13, 17, 26, 29, 31—34, 42—48, 52—55, 62, 64, 66, 68, 71, 77, 79, P), Gîrdeanu Georgie (4017, 19, 22—24, 29, 34, 36, 39, 57, 66, 70, 72, 75, 109), Mihăilescu Claudia (4094, 99, 105, 29, 31—33, 42, 45, 53, 54, 62), Năstase Aurel (4069, 89, 94—97, 99, 105, 09, 31, 32, 34, 42, 44, 45, 47, 48, 53, 45, 62, 66, 77, 80), Paraschiv Florin (4023, 35, 36, 41, 50, 51, 53, 72, 89, 95, 97, 99, 105, 09, 27), *Popa Nicolae* (4094—102, 05—07, 09, 12, 15—18, 25, 26, 29, 31—38, 40, 42—56, 58, 61—66, 69—71, 73—75, 77, 79—81, 83, 85—87, 89).

GAEȘTI. Cl. VIII. Alexandru Petruș (4085, 97, 99, 131—33, 42, 45, 53, 62, 77, E: 1472, 73, 76, 83, 85—88, 91, 92, 95), Biolan P. Mihai (4131—33, E: 1436, 43, 44, 52, 73, 86, 87, 91, 99, 507, 10). Cl. X.

Anica I. Gh. (4064, 66—69, 72, 88, 92, 97—99, 103, 115), Andrieș Const. (4064, 66—69, 72, 88, 92, 97—99, 103, 115).

GALAȚI. Ș.m. 1. Vasile Alecsandri. Cl. IX. Ender Lucian (4072, 74, 75, 80, 85, 91, 94, 97, 98, 100, 05, 09, 13, 25, 26, 31—34, 42—45, 47—49, 53, 62, 63, 66, 75, 77, 80, 87).

Ș.m. 2. Cl. IX. Rosenblum Sorin (4014, 15, 17—19, 22—24, 29, 31, 32, 34—36, 39, 45, 51, 53, 63, 64). Cl. XI. Mușat Sorin (4024, 26—28, 35, 36, 56, 59, 66, 67, 72, 76—78, 81, 83, 91, 95, 97, 101, 09, 12, 15).

Ș.m. 3. Cl. VIII. Rosenthal Monica (E: 1465, 66, 72—75, 78, 80, 81). Cl. IX. Selinger Diana (4015, 17, 18, 32, 50, 64, 70—72, 81, 83, 94, 105, 09, 17). Cl. X. Drăgoi Ionel (4021—24, 31, 32, 39, 57, 83, 92), Giurgea Virgil (4017, 19, 21, 23, 24, 28, 32, 45, 58, 60, 83, 92).

Șc. de 7 ani nr. 21. Cl. VI Teodor Sorin (E: 1472, 73, 80—83, 87, 88, 90, 91).

Ș.m. *Tîrgu Bujor*. Cl. VIII. Pădureanu Ion (E: 1473, 75, 78, 85, 87, 88, 91, 92, 500, 03, 08).

GHIRDOVENI (Ploești). Cl. VII. Costache Stelian (E: 1401, 07, 14, 25, 36, 42, 44, 48, 51, 52), Jipa Gh. (E: 1473, 74, 76, 80, 81, 87, 88, 92, 94, 500).

GIURGIU. Ș.m. 1. Cl. XI. Iliescu A. Silvian (4064, 66, 67, 69, 70, 94—96, 97, 99, 104), Lăzărescu Gh. 4014—21, 23, 24, 28, 29, 35, 36, 56, 58—60, 63, 65, 68, 70, 94, 96, 97, 99, 100, 18), Perșoiu I. Titus (4063—72, 92, P).

GURA HUMORULUI (Suceava). Cl. IX. Croitoru Dragoș (4064, 70, 83, 97—99, 105, 09, 32, 33, 42, 45, 48,), Voipan Neculai (4064, 70, 96, 97, 99, 32, 33, 35, 42, 43, 45, 48).

HAȚEG. Cl. VII. Petriu Emil (E: 1454—58, 61, 62, 64, 65, 67—75, 77, 78, 80—82, 87, 88).

HOREZU (Pitești). Ș.m. Al. I. Cuza. Cl. X. Frumușelu Emil (4028, 32, 51, 64, 67, 70, 72, 85, 86, 92), *Tănăsescu T. Miron* (4064—67, 69—74, 81—83, 85, 86, 92, 94—101, 03, 05, 14, 17, 18, 26, 31—34, 36, 42—49, 52—55, 62, 66, 68, 71, 77, 79, 80, 89).

HUEDIN (Cluj). Cl. VII. Ranta Veturia (E: 1466, 70, 72—75, 78, 81, 86, 88). Cl. VIII. Antal Lucia (4006, E: 1472, 73, 75, 78, 81, 87, 92, 95, 99), Bîlc Eugen (E: 1467, 68, 70, 72, 76, 85, 87, 88, 92, 95, 94, 99), Giurgiu Elena (4086, E: 1472, 73, 75, 76, 78, 81, 87, 88, 91, 92), Goia Floare (E: 1476, 81, 83, 86—88, 91, 92), Ilicea Floare (E: 1457, 59, 72, 73, 75, 76, 78, 80, 81, 87), Pop Const. (E: 1471, 74, 83, 86—88, 91, 92, 500, 07, 10), Todea Maria (E: 1457, 72—76, 78, 81, 87, 88), Vușcan Eugenia (E: 1472—76, 80, 81, 86—88), Zbucea Maria (4086, E: 1472, 73, 85, 88, 89, 91, 92, 95). Cl. IX. Codlea Marin (4064, 70, 94, 97, 100, 09, 31, 32, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 66, 77).

HUNEDOARA. Cl. IX. Cuș Ioan (4068, 97, 100, 05, 17, 31, 32, 42—45, 53).

HUȘI. Ș.m. Cuza Vodă. Cl. VIII. Moraru Georgel (E: 1455, 57, 58, 62, 67, 68, 70, 71), Patras M. Mihai (4039, E: 1456—58, 62, 67, 68, 72, 73, 75, 77, 80, 81). Cl. X. Bejan Gh. (4014, 15, 17—19, 21, 23, 25, 28, 32, 35, 36, 40, 51, 53, 58, 60, 70—72), Dacu Petru (4072, 94—97, 105, 09, 31—33, 42, 45, 47, 53, 54). Cl. XI. Mitescu Vasile (4008, 12, 14, 15, 17—19, 21, 28, 40, 51, 55, 65—67, 70—72, 99, 105).

IAȘI. Stud. *Ibănescu Ion* (Fac. fiz.-mat.) (4014—22, 25—30, 32, 34, 35, 37—39, 42, 51, 64, 77—72, 81, 83, 85, 86, 94—99, 109, 14), Vlad N. Nicolae (Fac. Construcții) (4015—19, 22, 26, 27, 29, 31, 33, 34, 37, 38, 64—67, 69—71, 94—97, 99, 109, 16—18).

Abs. Gălățeanu Mihai (4034, 39, 46, 64, 67, 70—74, 94—97, 99, 105, 09).

Ș.m. 1 Mihail Sadoveanu. Cl. IX. Peiu Mihai (4063—65, 68, 71, 88, 97—100, 02, 05, 18, 32, 45). Cl. X. Banacovski Ioan (4014, 15, 17—19, 21—24, 29, 35, 39, 45, 57, 58, 60), Caceaunov Claudia (4014, 15, 17—19, 22—24, 36, 38, 60, 63—65, 94, 95, 97, 99. 101, 05). Zaharia Ecaterina (4014, 17, 18, 23, 24, 36, 58, 60, 99, 101, 05).

Ș.m. 2. Cl. X. Blechman Harry (4017, 18, 21—23, 26, 28—31, 33—36, 60, 67), Gherasim Georgeta (4014, 15, 17—19, 21, 28, 31, 32, 64, 92, 97—99, 105), Scheidl Rodica (4015, 17—19, 28, 31, 64, 71, 94, 95, 97—99, 105).

Ș.m. 4 Cl. X. Iorga Valeriu (4014, 15, 17—24, 26—31, 33, 34, 38, 39, 42, 43, 45, 49—54), Jurca Iulian (4009, 14, 19, 21, 28, 40, 58, 60, 72, 81, 83, 92, 97, 100, 09, 20, 26, 30), *Sfetcu Ioan* (4014—36, 39, 42, 45, 49—51, 53, 58, 60, 63—70, 81, 83, 92) .

Ș.m. 3. C. Negruzzi. Cl. VIII. Ganciu Teohari (4064, 71, 99, 131—33, 42, 47, 77, E: 1486, 91, 95), Weisbuch Ezra (4015, 17, 18, 22, E: 1454—56, 58, 59, 62—68, 70, 71). Cl. X. Gheorgheșanu Const. (4033, 43, 49—51, 53, 54, 66—67, 69—75, 77, 80—83, 89, 92), Petrișor Silviu (4022, 26, 32, 33, 38, 43, 46, 49, 50, 53, 67, 69, 71, 72, 75, 81, 82). Cl. XI. Masgras Vasile (4014—22, 26, 28—33, 40—42, 45, 46, 50, 53).

Ș.m. 5. Cl. X. Pavel Nicolae (4042, 65, 66, 75, 81, 94—99, 105, 08, 09, 12, 15, 17, 25, 31—37, 42—49, 52, 53, 58, 62, 63, 66, 68, 75, 77, 83).

INEU (Oradea). Cl. V. Vlasiu Iulian (E: 1442, 47, 50, 51, 57, 73, 74, 81, 87, 88). Cl. VIII. Kilgein Ecaterina (E: 1457, 58, 67, 72—75, 77, 79—81).

ISTRIA (Constanța). Cl. VI. Badiu Silviu (E: 1442—44, 47—53, 72—74, 77, 80—82), Varză Gh. (E: 1442, 43, 47, 49, 50, 52, 53, 72—74, 77, 80, 81).

LIPANEȘTI (Pitești). Abs. Ene P. Elena (4014, 17, 24, 29, E: 1455, 57—60, 62—82).

LUGOJ. Ș.m. 1 Coriolan Brediceanu. Cl. VI. Brinda Rodica (E: 1454, 55, 73, 80, 82, 83, 87—92). Cl. VII. Popoviciu I. Mariana (E: 1460, 65, 74, 77, 86—88, 93—95, 97). Cl. VIII. Boldea Bujor (4132, 33, 42, 62, 80, E: 1473, 75, 78, 81, 94). Cl. IX. Moraru Mihail (4014, 15, 17, 18, 22, 29, 53, 64, 70, 81, 83, 86, 97, 105, 09). Cl. X. Iorga Valeriu (4014, 15, 17—24, 26—31, 33, 34, 38, 39, 42, 43, 45, 49—54), Jurca Iulian (4009, 14, 19, 21, 28, 40, 58, 60, 72, 81, 83, 92, 97, 100, 09, 20, 26, 30), Sfetcu Ioan (4014—36, 39, 42, 45, 49—51, 53, 58, 60, 63—70, 81, 83, 92).

LUPENI. Cl. XI. Ivănescu Ion (4014, 15, 17—19, 21, 22, 29, 30, 64, 97—99).

MEDGIDIA. Cl. XI. Roșca N. Nicolae (4020, 31, 32, 36, 42, 45, 51, 64, 66—72, 80, 83, 88, 92, 94—99, 101, 02, 05, 09, 14, 15, 17, 18, P), Zbîrnea Boris (4020, 23, 32, 35, 39, 42, 51, 64—72, 79, 80, 83, 88, 92, 95—102, 05, 09, 14, 15, 18, P).

MORENI ((Ploești). Cl. IV. Ștefănescu Alexandra (E: 1456, 57, 73, 74, 81, 88, 99—501, 07). Cl. VI. Condurățeanu Eugen (E: 1444, 48, 51, 52, 57, 73, 77, 80, 81, 87, 88, 91, 92, 500, 10), Danciu Adrian (4153, E: 1472, 74, 77, 80, 87, 88, 90, 91, 99), Drăgoescu Lavinia (E: 1442—45, 49, 51—54, 57, 68, 72, 73, 77, 81, 87, 88, 90). Cl. VIII. Jipa G. Const. (4014, 17, 19, 24, 35, 39, 51, 53, 97—99, E: 1456—58, 60, 63, 64, 67, 68, 70—76, 78, 80, 81, 83, 84, 86—95), Șerbănescu Nicolae (4014, 17, 23, 24, 35, 39, 51, 53, 68, E: 1441—45, 47—53, 56—58, 60, 63, 64, 67, 68, 70—76, 78, 80, 81), Tiron Adriana (4017, 23, 35, 39, 100, 05, 31—33, 42, 53, 77, E: 1443, 44, 50, 58, 60, 62—64, 67, 70, 73, 75, 77, 81, 84, 86, 88, 91, 92, 94, 95, 500, 06, 07). Cl. IX. Constantinescu Radu (4014, 15, 17, 20, 24, 25, 29, 32, 36, 55, 58), Davidescu Radu (4014, 15, 17—20, 22, 23, 29, 32, 39, 42, 45, 50, 51, 53), Frățiloiu Gh. (4015, 17, 18, 22—24, 32, 39, 51), Marinescu Al. (4020, 23, 24, 26, 32, 39, 40, 51, 53, 63—65, 68, 70, 72), Marinescu Ion (4013, 17, 23, 24, 36, 68, 71), Nedelcu Ion (4014, 15, 17—23, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 40, 51, 53, 63, 70, 72, 86), Sămăreanu Sorin (4015, 17, 18, 22, 24, 32, 51, 63—65, 68, 70, 72), Stanciu D. Petre (4014—20, 22—24, 26, 29, 32, 35, 39, 51, 53), Ștefănescu Decebal (4014—24, 26, 32, 45).

MURGENI (Iași). Cl. VI. Sava Margareta (E: 1472, 73, 81, 83, 87, 91, 95, 507). Cl. VIII. Bucătaru Dumitru (E: 1473, 75, 78, 80, 81, 87, 88, 91, 95, 99, 500, 04, 07, 10), Gîndu Gh. (E: 1473—75, 78, 80, 81, 86—88, 90, 95), Mardare Lazăr (4081, E: 1473—75, 80, 81, 86—88, 91, 95).

NĂSĂUD. Absolvent Tîrnăvan Al. (4014—17, 19—21, 25, 27, 28, 65, 67, 71, 72, 80, 82, 94, 95, 97, 99, 109). Cl. VII. Siegelstein Isidor (E: 1441—44, 46, 48, 49, 51, 52, 57, 60, 68, 72—76, 78, 80, 81). Cl. X. Chirleușan Anton (4014, 15, 21, 40, 51, 53, P).

NIȚCHIDORF (Timișoara). Cl. VII. Cimponeriu Traian (E: 1483, 85, 87, 88, 91—94, 96).

OCNA MUREȘ. Cl. VIII. Horovitz Orzi (E: 1472—75, 77, 81, 82, 87, 88, 91, 92). Cl. XI. Lupașcu Ecaterina (4014—19, 21, 22, 37, 44, 55, 56, 59).

ODOBEȘTI. Ș.m. 1. Cl. IX. Păncescu Paul (4015, 42, 49, 50, 72, 80, 97, 102, 05, 09, 10, 14, 19). Cl. X. Zveghințev Ioan (4014, 29, 34, 50, 53, 70, 05, 09, 14). Cl. XI. Dragomir Const. (4020, 32, 70, 72, 80, 94, 99, 105, 09, 16), Manole Ioan (4019, 20, 32, 70, 72, 80, 94, 97, 105, 09, 16), Telița Paul (4051, 64—67, 70—72, 80, 94, 95, 105, 09). Prof. Ștefănescu D. Vasile (P).

ORADEA. Ș.m. 1. Cl. VI. Borcia Sorin (E: 1482, 83, 87, 88, 91, 92, 500, 01). Cl. VII. Erdei Gavril (E: 1472—75, 80, 81, 83, 84, 87, 88, 90, 94). Cl. X. Hulea Ioan (4023, 26, 32—36, 38, 39, 45, 50, 53, 57, 60, 65—71, 74, 92). Negruțiu Ilie (4018, 22, 26, 29, 34, 35, 38, 45, 46, 50, 63—72, 74, 88, 92, 95—97, 99—102, 05, 09, 18). Ș.m. 4. Cl. IX. Hent Gh. Mircea (4050, 64, 70, 71, 80, 83, 94, 97, 99). Cl. X. Bărbulescu Aurelia (4013, 23, 24, 26, 32, 34, 36, 38, 46, 60, 66, 67, 72, 94—99, 105, 09, 14, 17, 17, 18). Bodea Maria (4014, 17, 92, 94, 97—99, 105, 09, 15, 17), Fărcaș Irina (4014, 18, 22, 23, 26, 31, 32, 34—36, 38, 39, 46, 60, 63, 68, 92, 94, 95, 97—101, 05), Moș Florica (4014, 17, 18, 28, 34, 64, 65, 70, 92, 97, 99), Nistorescu Rodica (4014, 17, 18, 28, 46, 92, 95, 97, 99, 108), Pătraș Ana (4092, 97, 131—33, 42, 44, 45, 48, 53), Pop Valeria (4014, 17, 92, 94, 97—99, 105, 09, 17), Popa Lucia (4014, 15, 17—19, 21, 26, 28, 31, 38), Tischer Shyrley (4016, 19, 21, 22, 27, 28, 95, 96, 99, 115).

ORĂȘTIE. Cl. VIII. Niță M. (4023, 35, 39, 57, 68, E: 1477).

ORAȘUL STALIN. Abs. Hortopan Rodica (4017, 20, 21, 32, 38, 40, 51, 67, 72, 95—97, 103, 09).

Ș.m. 1. Cl. X. Șerban Doina (4014, 15, 17, 19—22, 24, 28, 31, 32, 34, 64, 67, 70—72, 92, 95, 99, 105, 09, 15).

Ș.m. 3. Cl. IX. Lerint Teodor (4014, 15, 17, 19, 21—24, 39, 87, 98—100).

Ș.m. 5 „Unirea". Cl. VIII. Munteanu Gh. Mircea (4014, 17—19, 21, 23, 24, 39, 45, E: 1455, 58, 62—64, 66—68, 70, 71).

Ș.m. 5 Ștefan Gheorghiu. Cl. V. Albu Liviu (E: 1442, 47, 49—51, 57, 73, 74, 81, 87, 88), Baucaș Traian (E: 1442, 49, 55, 73, 74, 81), Bondoc Ioan E: 1642, 48, 49, 51, 54, 55, 57, 73, 74, 81, 87), Bolbotina Iosefina (E: 1442, 45, 49—51, 57, 73, 74,

81, 87), Cimpoacă Cornelia (idem), Danciu Viorica (idem), Dascăl Melania (idem), Droteanu Lucian (idem). Galeaș Florica (idem), Irimia Lucreția (E: 1442, 45, 47, 49—51, 55, 57, 73, 74, 81, 87), Lăcătuș Teodor (E: 1442, 49, 50, 55, 73, 74, 81), Lichiardopol Cornel (E: 1442, 45, 49—51, 57, 68, 73, 74, 81, 87, 88), Munteanu Adriana (E: 1442, 45, 49—51, 57, 73, 74, 81, 87), Negrea Gh. (idem), Oprea Doina (idem), Pop Elena (idem). Vătui Florin (idem), Rohan Elena (E: 1442, 45, 49—51, 55, 57, 73, 74, 81, 87, 88). Cl. VII. Aldea Sandu (E: 1454, 55, 71—73, 80, 81, 88, 92, 94), Alfianu Ema (E: 1456, 63, 72—74, 81, 86, 87, 91, 93), Bălan Gabriela (E: 1455, 57, 64, 71—73 75, 81, 87, 88, 94), Darolti Viorel (E: 1454, 55, 57, 59, 60, 65, 67, 68, 73, 76, 77, 79, 81). Cl. VIII. Aldea Maria (E: 1458, 63, 67, 68, 70, 73, 75, 76, 78, 81, 95), Constantin Maria (E: 1467, 68, 73, 75, 86—88, 91, 95), Voicu Cornelia (idem), Grovu Mihai (4015, 131, E: 1472, 78, 86—88, 91, 92, 95), Nicolau Ioan (4105, E: 1472, 73, 75, 77, 78, 81, 87, 88, 95), Topliceanu Vasilica (4017, E: 1463, 70, 75, 80, 86—88, 94, 510). Cl. X. Grovu Maria (4014, 15, 24, 38—40, 53, 60, 105).

ORAVIȚA. Cl. VIII. Guleșiu Adrian (4015, 17, 19, 25, E: 1455, 57, 68, 80, 81 87), Topală Iulian (E: 1471—73, 75, 80, 81, 85, 87, 88, 91, 92), Schweiger Gabriel (E: 1459, 71—73, 75, 78, 81, 87, 88, 91, 92, 94). Cl. XI. Cucu Mircea (4014—19, 21, 22, 28, 53, 72, 92).

OȚELUL ROȘU (Timișoara). Cl. IX. Munteanu Elena (4014—18, 20, 26, 29, 30, 64). Cl. XI. Munteanu Ana (4014—22, 26, 28—33, 42, 45, 46, 64, 65, 67, 70—72, 74, 80, 82, 85, 92).

PANCIU. Cl. VIII. Zamfir Gh. Ioan (4097, 105 31—33, 42, 44—53, 54, 62, 77, 80). Cl. IX. Gheț Ion (4014, 40, 71, 72, 81, 83, 94, 97, 98, 105, 31—33, 35, 45, 47, 62, 72, 77, 80), Matei Mihai (4017, 18, 51, 70, 72, 131—33, 42 45, 47, 62, 66, 77, 80). Cl .X. Cristea I. Vasile (4031—33, 42, 44, 45 47, 53, 62, 64, 66, 67, 70, 72, 77, 80, 83, 97, 99), Spătaru Ion (4014, 15, 17—24, 28, 34, 66, 70, 83, 4114).

PAȘCANI (Iași). Abs. Păpușoiu Corneliu (4016, 23, 24, 26, 32, 35, 36, 39, 40, 53). Cl. IX. Tvredohlev Virgil (4014, 15, 17, 18, 23—25, 29, 31, 39). Cl. X. Iosub Tatiana (4015, 19 46, 67, 74, 95, 97, 99, 105, 09, 17), Paraschiv Monica (4017, 19, 67, 69, 74, 83, 92, 94—96, 97, 99, 105, 09, 31—33, 35, 37, 42, 45, 48, 53, 62), Lăcătușu Mihai (4014, 15 .17, 21, 24, 28, 48, 55, 56).

PIATRA NEAMȚ. Ș.m. 2. Cl. XI. Trifan Ioan (4064—72, 94).

PITEȘTI. Locotenent Vieru Ion (4014—19, 22—24, 32).

Ș.m. 1. N. Bălcescu. Cl. VI. Roșca Nica (E: 1483, 87, 88, 90—92, 500, 01, 08, 10). Cl. IX. Pătrașcu I. Gh. (4021, 32, 39, 51, 70, 83, 94, 100 02, 05).

Ș.m. 3 Al. Odobescu). Cl. VIII. *Ghica S. Anton* (4076, 97—99, 105, 08, 25, 28, 30—33, 42, 44, 45, 47—49, 53, 68, 73, 77, E: 1477, 83—86, 88, 91—96, 99—501, 04—09, 11). Cl. XI. Fotescu M. Const. (4022, 23, 29, 30, 64, 67, 70—72, 74, 86, 95, 105, 09, 16, 29, 31, 33, 34, 42, 43, 47, 77).

PLOEȘTI. Lct. Jiăveanu Gh. (4053, 73, 76, 77, 79—83, 85, 86, 88). S.m. 1 I. L. Caragiale. Cl. VIII. Aisner Sergiu (4049, 85, E: 1456—58, 62, 63, 65, 66, 70—75, 78, 79—82), *Georgescu I. Petre* (4064, 66, 72, 99, 100, 05, 14, 18, 27, 30—33, 35, 42, 43, 45, 51, 52, 54, 62, 68, 77, 80, E: 1472—78, 80—88, 91—94), Cl. IX. Bădescu Gh. (4070, 72, 109, 31, 32, 34, 42—45, 47, 48, 53, 62, 66), Brebeanu Ștefan (4070, 72, 97, 109, 14, 31, 32, 34, 35, 42—45, 47, 48, 53, 62, 66, 77) Ciornei Lucian (4070, 72, 97, 109, 14, 31, 32, 34, 35, 42, 43), Constantin Aurel (4072, 105, 09, 31—33, 42, 45—48, 53, 66, 77, 90), Culiun Iosif (4017, 43, 47, 66, 77, 86), Enescu A. Mihail (4014, 20, 22, 29, 32, 53, 105 09, 32—34, 42, 45—47, 66, 77, 80), Hristodorescu Bogdan (4105, 09, 31, 32, 34, 42, 45, 66, 77), Lazea Adrian (4014, 17, 19, 31—34, 40, 53, 64, 65, 71, 72, 94, 97, 99, 105, 09, 31, 42, 44, 45, 47, 48, 52—54, 62, 66, 68, 77, 80), Maxim Dan (4064, 70—72 83, 94, 97—99, 105, 09, 31—33, 35, 42, 45, 53, 62, 66, 77), Michetin Constantin (4072, 109, 14, 31, 32, 34, 35, 42—45, 47, 48, 53, 61, 62, 70, 72, 97), Mihail Al. Dan (4097, 105, 31, 32, 34, 42, 45, 43, 47, 53, 56, 66, 72, 89), Rădulescu Larisa (4065, 71, 72, 105, 09, 32, 33, 38, 42, 45, 47, 48, 51, 53, 77), Reghină Petre (4064, 66, 70—72, 94, 97, 99, 105, 17, 32, 33, 42, 45, 44, 47, 48, 53, 54, 66, P), Seniatinski Lucia (4065, 70, 79, 105, 09, 31—33, 42, 45, 47, 48, 53, 66, 77, 90), Szekely Steliana (4065, 71, 72, 105, 09, 31—33, 42, 45—48, 53, 66, 70, 90), Tomescu D. Dumitru (4064, 66, 70—72, 86, 94, 97, 99, 105, 09, 31, 32, 42, 45, 47, 53, 56, 66, 70), Vasilescu M. Dumitru (4072, 97, 105, 09, 31—33, 43, 45, 47, 53, 56). Cl. X. Apostol Nicolae (4010—19, 21, 23—25, 27, 28, 36, 40, 52, 53, 64, 66, 67, 92, 97—99, 105, 09), Aron Cristian (4014, 15, 17—21, 74, 75, 82, 83, 85, 89, 92, 94—101, 05, 09, 131, 15, 17), Babore Stelian (4014—16, 21, 28, 30, 40, 53, 92, 95, 105, 09, 26, 31, 32, 42, 43, 147, 75), *Bărbulătescu Iulian* (4014—26, 41, 42, 45, 46, 51, 53, 54, 56, 58, 60, 63—68, 71), Berdan Radu (4014—21, 23, 24, 27—29, 32, 40), Cazacu Dumitru (4095—101, 04, 05, 15, 17, 20 22, 26, 35, 46, 52—55, 62, 68), Constantinescu Iosefina (4064, 69, 96—98, 99, 105, 09, 15, 31—33, 35, 36, 42—49, 52, 53, 55, 66, 77), *Drugea Gh.* (4051,

53, 54, 57, 58, 60, 63—72, 81—83, 88, 92, 94—101, 05, 09, 15, 18, 20, 26, 31—36, 42—49, 52, Ene I. Traian (4094—100, 02, 05, 09, 15, 18, 20, 25, 31, 32, 34—37, 45, 47, 48, 52, 53, 62, 66, 69, 71, 75, 77, 80, 81), Florescu C. Richard (4014, 15, 17—19, 21, 22, 24, 39, 70), Emanoil Const. (4065, 70—72, 105, 09 31—34, 42, 45—48, 53, 66, 77, 80), *Gheorghiu A. Ricolae* (4022, 25, 38, 39, 42, 43, 45, 47, 49—51, 54, 55, 57—60, 63—72, 74, 75, 77, 80—83, 85, 88, 89, 92, 94—101, 05, 09, 13, 15, 17, 18, 20, 26, 30—37, 42—49, 52, 54, 55, 58, 62, 66, 77), Habat Paul (4022, 70, 72, 92, 97, 99, 105, 09, 14, 31—33, 42 43, 45, 47, 53, 54, 66, 77), Ionescu Dan (4014—21, 27—29, 32, 40, 60), Lungu Anca (4097—99, 105, 09, 15, 20, 25, 31—36, 42, 45, 47, 48, 53, 62, 66, 68, 69, 71, 74, 75), Mareş Eugenia (4017, 70, 72, 97, 109, 31, 32, 34, 42, 43, 47, 48, 53, 62, 66), *Marinescu Al.* (4082, 83, 92, 94—99, 105—15, 17, 20, 25, 26, 31—37, 42—49, 53, 62, 66, 69, 71, 72, 74, 75, 77, 80, 83), Negrea Ştefan (4014—15, 17, 18, 22, 24, 28, 32, 45, 51, 53 85, 109), Oniga Sanda (4064, 66, 67, 92, 95, 98, 99, 105, 31—36), *Opriş Ion* (4025, 38, 43, 51, 55, 59, 63—72, 74, 75. 77, 80—83 85, 88, 89, 92, 94, 101, 05, 09, 13, 15, 17, 18, 20, 22, 25, 26, 28—37, 42—49, 52—55, 58, 62, 66, 68, 69, 71, 73—75, 77, 80, 81 83), Pechiu I. Traian (4063, 66, 68, 81, 88, 92, 94, 95, 97—101, 05, 09, 15, 18, 28, 31—33, 42—45, 47, 48, 52—54, 62, 77, 80), Spătaru Radu (4063—70, 72, 74, 81, 83—86, 88, 92, 94—97, 99, 101, 05, 09, 22, 25, 29, 53, 54, 62, 66, 68, 74, 75, 77, 80, 81), Trestioreanu Const. (4064—67, 83, 92, 94—96, 98, 99, 105, 08, 09, 17, 68, 80, 83), Zaharia Theodor (4074, 92, 95, 97, 105, 09, 15, 17, 18, 20, 26, 28). Cl. XI. Ene P. Dumitru (4014—36, 38—45, 50—54, 56, 57, 59, 60, 63—65, 67—72, 74, 76, 78, 80—83, 85, 86, 88, 90—92, N.P), Georgescu Teodor (4014, 15, 17—22, 28, 29, 40, 42, 45, 50, 64, 67, 70, 72, 92, 95—99, 105, 09, 15—17).

Ş.m. 3 Mihai Viteazu. Cl. VI. Cepoiu Mariana (E: 1460, 62, 65, 66, 68, 83, 87, 88, 90—92). Cl. VII. Opriţoiu Doina (E: 1441, 44, 52, 58, 60, 63, 65, 68, 71, 73, 81). Cl. VIII. Condrea Mădălina (4018, 26, 39, 105, E. 1486, 87, 94), Costăchescu D. Ion (4177, E: 1472, 72, 75, 81, 84, 86, 87, 88, 90—92, 94—96, 99, 500, 10), Stăvaru Cristina (4018, 97, 105, 131—33, 42, 44, 45, 53, 62, 68, 77, E: 1471, 77, 82—84 86, 88, 91, 92, 94—96, 99, 500, 04, 08—11). Cl. IX. Cîmpeneanu Nicolae (4018, 29, 50, 51, 70, 71, 81, 83, 94, 97, 105, 09), Racoţi Nicolae (4014, 15, 19, 29, 40, 131—33, 45, 77). Cl. XI. Ciocîrdel Dumitru (4014—16, 19—21, 23, 24, 28, 32, 59, 67, 69, 70, 74, 82, 86, 92).

Ş. medie serală Rafinăria nr. 3 Cl. X. Minculescu C. Gh. (4014, 15, 17, 19, 21, 24, P), Teodorescu Liviu (4014, 16—20, 28, 64—67, 69, 70, 72, 80, 81, 92, 95—97, 99, 109, 14, 18).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Bulearcă Maria (E: 1441, 44, 47, 51, 52, 67, 73, 78, 80, 85, 87, 88), Cuculescu Georgeta (4085, E: 1475, 76, 78, 80, 81, 94, 500, 06), Grecu Letiţia (4105, E: 1458, 85—87, 91, 93, 95, 508, 10).

PODUL ILOAIEI (Iaşi). Şc. de 7 ani. Cl. VII. Pintilie Nicoleta (4133, 42—44, 48, E: 1472—77, 79, 81—83, 85—88, 91, 95, 97, 99).

PUCIOASA (Ploeşti). Cl. VI. Sfîrleză Petre (E: 1454, 55, 57, 60, 68, 72, 74, 80, 81, 83, 87, 91, 92), Vasilescu Maria (E: 1457, 68, 72—75, 78, 84, 87, 88, 91, 92). Cl. VIII. Anca Dorinel (4018, 19, 86, 97, 99, E: 1462, 72—75, 80, 81, 83—88, 91—95), Doda I. Gheorghe (4086, 97, 99, E: 1475, 76, 80, 81, 84, 87, 88, 91, 94), Drîghie Laurenţiu (4012, 31, 64, 86, 97, 99, E: 1465, 66, 72, 73, 75, 80, 81, 84, 87, 90—92, 94), Ene I. Ion (4018, 22, 39, 64, 86, 97—99, 114, E: 1462, 72—75, 82, 84, 85, 88, 91, 92, 94), Iordănescu Victoria (4132, 33, 53, E: 1462—66, 70—73, 75, 76, 78, 81, 83, 84, 86—88, 91, 92), Manea V. Ilie (4015, 20, 24, 41, 51, 68, 81, 85, 86, E: 1463, 69, 76, 79), Popa Al. (4017, 23, 35, 39, 57, 86, 97, E: 1455, 68, 75, 76, 81), Rimbu Revişoana (4014, 15, 24, 51, 64, 68, 72, 81, 86, 105, E: 1476—69, 82, 84). Cl. VIII seara-Tîrlea Octaviu (4014, 70, 97, 99, 105, 09, 18, E: 1471, 75, 86, 95, 96). Cl. IX. Avram M. Dorin (4023, 25, 40, 42, 50, 57, 64, 72, 74, 94, 100, 09), *Banu N. Gh.* (4019, 20, 22, 29—32, 39—41, 50, 51, 63, 64, 66, 68, 70—74, 80, 81, 83, 86, 88, 94, 97—103, 05, 09, 14, 32, 42, 45, 53, 62, 75), Bădoiu Ioana (4014, 15, 21, 23, 24, 30, 35, 50, 51, 63, 64, 70—72, 74, 80, 81, 83, 85, 97, 100, 09, 17, 29, 31—35, 42, 45, 47, 48, 66), Bendic D. Corneliu (4070, 72, 81, 94,—97, 99, 105, 09, 26, 31, 32), Boçşan Vasile (4017, 19, 21, 24, 35, 50, 51, 64, 70—75, 80, 81, 83, 94, 97, 99—101 05, 31, 32, 42, 47, 53), Caloianu Pompiliu (4015, 18, 19, 21, 30, 32, 50, 51, 71, 72, 74, 80, 86, 97, 109), Ciobanu Ion (4019, 24, 35, 40, 50, 51, 72, 100, 09, 17), Diaconescu Ion (4019, 21, 30, 50, 51, 70—72, 74, 80, 97, 109), Dobrescu Ion (4002, 18, 19, 24, 35, 49—51, 57, 70, 81, 88, 92, 97, 100), Dragomir Filofteia (4014, 19, 21, 23, 32, 35, 49—51, 72, 74, 76, 81). Seral, Drăgoiescu I. Ion (4014, 15, 20, 21, 23, 24, 39, 41, 54, 109, 17), *Longin Şerban* (4063, 65, 66, 68, 70—74, 80, 81, 83, 85, 88, 92, 94, 97—100, 02, 05, 09, 14, 20, 25, 26, 28, 31—33, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62, 63, 66, 68, 73, 79), Lungu Gh. (4014, 51, 72, 109, 17, 31, 32, 42, 45, 47, 48, 66). Madin I. Victor (4014, 15, 17—24, 26, 29, 31, 32, 35, 36, 39—41, 49—51, 53, 54, 64, 65, 68, 70, 72, 81), Măgureanu Mircea (4021,

23, 30, 35, 51, 64, 70—72, 74, 80, 81, 83, 94, 97, 109), Milea Aurelian (4030, 50, 51, 70—72, 74, 80, 81, 88, 92, 97, 100, 09), Pantea V. Liviu (4023, 30, 35, 36, 50, 51, 64, 70—72, 74, 80, 81, 83, 86, 94, 97, 99, 109), Păunescu M. Gh. (4014, 17, 20, 32, 64, 71, 72, 105, 09, 17), Popa I. Nicolae (4070, 72, 80, 81, 83, 94, 97, 99, 100, 02, 05, 09, 14, 20, 26, 31—35, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62, 66, 73, 77), Popescu Gh. (4023, 24, 30, 35, 36, 50, 51, 64, 70—72, 74, 80, 81, 83, 86, 94, 97, 99, 100, 09), Rocioiu Vasile (4024, 29, 30, 36, 50, 51, 64, 70—72, 74, 80, 81, 83, 86, 94, 97, 99, 109), Savu D. Mihai (4015, 29, 32, 41, 49, 51, 64—66, 70, 73, 80, 81, 83, 94, 97—100, 02, 05, 09, 14, 26), Sencovici Mihaela (4063, 70, 72, 85, 86, 117, 29, 31—35, 42, 45, 47, 48, 66), Stoian I. Gh. (4013, 18, 21, 23, 51, 72, 81, 97, 100, 09), Stoica I. Aurelian (4023, 24, 35, 50, 40, 51, 64, 71—74, 80—83, 88, 97, 99, 100, 09), Vătăşescu Sima (403, 102, 26, 31, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54), Cl. X. Chiriţă I. Const. (4014, 15, 17, 19, 21, 23, 31, 34, 39, 40, 45, 51, 53 64, 68, 70—72, 80, 83), Costescu Eugenia (4014, 15, 17—21, 34, 39, 40, 51, 64, 70, 72, 83, 88, 92, 97, 109), Dumitru Carolina (4014 15, 17, 18, 39, 40, 51, 53, 70, 72, 88, 92), Fircea Lucia (4015, 64, 67, 70—74, 79, 80, 82, 83, 85, 92), Ionescu I. Ion (4020, 23, 35, 39, 41, 46, 66, 72, 74, 80, 81, 83, 92, 10, 97), Leotescu Grigore (4022, 27 28, 32, 33, 35, 36, 38, 40, 42, 50, 51, 67, 72—74, 80—83, 85, 86, 88, 92), Lungu Gh. Gh. (4017, 21, 24, 30, 35, 36, 50, 57, 64, 70—72, 74, 75, 81, 86, 94, 97, 109), *Năstăsescu Const.* (4063—77, 79—83, 85, 87—89, 91—109, 14—20, 22, 25, 26, 28, 30), *Niţă Const.* (4073—77, 79, 87, 92—102, 05, 08, 09, 11—13, 15, 17, 18, 20, 25—37, 42—49, 52—55, 57, 66, 75), Popa Const. (4022, 28—30, 50, 64, 68—72, 74, 80—82, 88, 92, 94, 97, 99, 105, 09), Popa Elena (4014, 15, 17—21, 23, 24, 29, 31, 34, 36, 38—41, 45, 91), *Popescu S. Gh.* (4018, 20, 24, 27, 28, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 41, 42, 46, 50, 51, 53, 64, 66, 67, 69—74, 77, 79—83, 85, 86, 88, 92, 94, 99, 143, 45—49, 52—55, 62, 68, 73, 77, 79), Popescu Teodor (4029, 33, 35, 41, 45, 50, 63, 64, 66, 67, 69, 70, 72—74), *Poschină Ion* (4014, 15, 17, 19, 24, 38, 62, 46, 50, 51, 64, 67, 68, 70, 72—74, 80—83, 85, 86, 88, 92, 94, 95, 97, 101, 02, 05, 09, 20, 25, 27, 31—33, 36, 42, 47, 48, 62, 66), Rizescu Elena (4014, 15, 17—19, 21—24, 28, 32, 34, 35, 39, 40, 50, 51, 53, 64, 70, 72), *Stanciu Stelian* (4018, 20, 23—25, 38, 39, 41, 46, 50, 51, 53, 64, 66, 67, 72, 81—83, 85, 86, 88, 92, 94, 97—99, 102, 05, 09, 14, 17, 18, 20, 26, 31—33, 36, 42—49, 52—55, 62, 68, 73, 77, Vasilescu Otilia (4014, 15, 17—19, 21, 29, 31, 34, 39, 40, 45, 53, 63, 64, 68, 70, 72, 80, 83).

REŞIŢA. Ş.m. 1. Cl. VI. Işfan Teodor (E: 1444, 48, 49, 51—53, 57, 77, 80, 81, 87, 88, 92), Raica Ana (E: 1444, 49, 51—53, 57, 72, 73, 80, 81, 87, 88, 92). Cl. VII. Calmuski Radu (E: 1441, 45, 67, 68, 70, 74, 81, 85, 86, 88, 94, 97), Gîrban Ruslan (E: 1415, 36, 37, 40, 42, 51, 52, 69, 84, 87, 94). Cl. X. Boiangiu Corneliu (4019, 20, 70, 72, 73, 75). Cl. XI. *Perianu Dan* (4014—17, 19, 20, 22—24, 27, 28, 33, 34, 36, 39, 40, 42, 45, 53—57, 59, 60, 63—72, 75, 78, 79, 81, 82, 85, 89, 90, 92).

RIMNICU SĂRAT. Absolvent Ilie Ştefan (4031, 32, 40, 58, 60, 63, 68, 70, 72, 95, 99, 101, 18, 31—33, 42, 44, 45, 47, 52—54, 66, 77, 89). Cl. IX. Mihăilescu Doru (4014, 15, 17—19, 22, 26, 29, 39, 49, 53), Cl. XI. Mirică Ştefan (4014—21, 26—34, 37, 38, 42, 43, 45, 46).

RIMNICU VILCEA. Absolvent *Constantinescu I. Ion* (4014, 15, 17, 19—22, 24, 26—28, 31—33, 39, 40, 42, 43, 45, 50, 51, 53, 55, 56, 58, 60, 67, 70, 72, 74, 76, 77, 81, 83, 92, 95—97, 109, 12, 15—17, P).

Ş.m. Nicolae Bălcescu. Cl. VIII. Nebunescu I. Al. (4039, 57, 97, 105, E: 1454, 55, 57, 59, 62, 72—75, 78—82, 84, 87, 88, 92—95). Cl. IX. Preoteasa N. Petre (4015, 17—19, 50, 51, 53, 64, 70, 83, 97, 99, 109). Cl. X. Drăgănescu I. Elena (4014, 17—19, 28, 31, 32, 51, 53), Ilie Dumitru (4023—27, 29, 36, 38—45, 49—51, 54, 57, 58, 60, 61, 64—72, 75—77, 81—83, 85, 86, 88, 91, 93), Nicolescu I. Ion (4064—67, 69, 70, 72, 83, 88, 92), Popescu I. Virgil (4019, 22, 26, 27, 29, 32, 39, 40, 42, 45, 50, 53), Poşircă *M. Ion* (4025, 29, 34, 38, 39—45, 49—51, 53, 54, 57, 78, 60, 61, 63—77, 80—83, 85, 86, 88, 91—93), Stănuşescu I. Mihai (4025, 40, 41, 53, 64, 65, 70, 72, 80, 83, 94—100, 05, 09, 20, 31, 32), Cl. XI. *Apostoliu Victor* (4040, 41, 44, 53, 64, 65, 70, 52, 80, 82, 83, 88, 94—100, 05, 08, 09, 17, 20, 31—36, 40—45, 47, 48, 50—59, 75, 77, 80, 81), *Ou V. Ion* (4042, 66, 67, 75—77, 94—103, 05, 07, 09, 12, 13, 15, 17—20, 22, 25, 26, 31—37, 42—49, 52—58, 62, 66, 69, 71, 72, 74, 75, 77, 78, 80, 81, 83, 86, 89), Şerban Petre (4014—17, 22—24, 28, 63—70, 72).

Ş.m. 2 V. Roaită. Mihăiescu Doru (4071, 72, 92, 94, 96—100, 05, 09, 14, 15, 25, 27).

Şcoala de meserii. An II. Tănase C. Const. (4094, 97—99, 105, 14, 18, 25, 26, 31—33, 42—49, 52—55, 62, 68, 77—80).

ROŞIORII DE VEDE. S.m. Tudor Vladimirescu. Cl. X. Taiachian Al. (4014, 17, 18, 40, 64, 70, 71, 80, 83, 109).

SALONTA Ş.m. Arany Janoş. Cl.VI. Suişman Ioan (E: 1442, 44, 47, 48, 52, 57, 68, 73, 78). Cl. VIII. Borcea Valeria (4017, E: 1457, 58, 67, 70, 76, 83, 86, 91, 95), Guiaş Eugen (E: 1462, 67, 68, 77, 86, 90, 91, 94, 95). Cl. X. Molnar Elisabeta (4017—19, 27, 74, 85, 86, 105, 09, 16, 17, 26).

SATU MARE. Cl. VII. Ciobanu Ioan (E:

1457, 73, 65, 66, 68, 72, 73—75, 79, 80, 82). Cl. VIII. Lichtman Maria (4013, E: 1444, 48, 51, 522, 60 72, 73, 75, 78), Luttwack Gabriel (4017—19, 22, E: 1458, 63, 67, 70, 71, 75, 78). Cl. IX. Gheție Iosif (4014, 15, 17—19, 23, 24, 29, 31, 34, 36, 39, 57, 58), Trifu Eleonora (4017—19, 2, 54, 64, 70, 71, 80, 83).

SĂVENI (Suceava). Cl. IX. Enache Ion (4014, 17, 18, 26, 40, 53, 64, 71, 80, 83, 97, 105, 09, 31, 32, 34, 43, 35, 53, 62, 66, 73, 75, 77, 80, P), Zoler David (4064, 70—72, 83, 94, 97, 105, 31, 35, 42, 45, 62, 66,69).

SIBIU. Abs. Brezeanu Maria (4014, 15, 17, 19, 20, 26—34).

Ș.m. 1. Gheorghe Lazăr. Cl. VI. Bucur Delia (E: 1472—74, 76, 77, 79—83, 87, 88, 91, 92). Cl. X. Balea N. Nicolae (4015, 17—19, 28, 38, 70, 97, 99, 105), Lungu Georgică (4070, 75, 95—101, 05, 62, 77), Popa Eugen 4014, 15, 17, 21, 24, 29, 64, 67, 72, 75, 85). Cl. XI. *Apohan Sorin* 4014—33, 35—37, 39—43, 45, 50, 51, 53, 55—57, 59, 60, 63, 64, 66—76, 77, 78, 80—83, 85, 86, 91, 92), *Craioveanu Mircea* (4014—22, 24, 26—33, 37, 38, 40—43, 45, 48, 49, 51—54, 67, 70—72, 74—77, 80—85, 91, 92, P).

Ș.m. 3. Cl. VII. Bîrleanu Luminița (4015, 17, E: 1454—58, 60—64, 66—68, 70—73). Cl. X. Bucur Mariana (4014—22, 26—29, 31, 32, 64, 66, 67, 70—72, 95—99, 105, 03, 09, 12, 20), Mihălțan Vasilica (4014, 17, 21—24, 28, 36, 58, 60), Sasu Maria (4014, 15, 17—19, 21, 27, 28, 29, 32, 34, 64, 92).

Sc. de 7 ani nr. 9. Cl. VII. Doară Teodor (E: 1472, 73, 80, 81, 83, 84, 87, 88, 90, 92, 94), Ionescu Mircea (E: 1472, 73, 80, 81, 83, 84, 87, 88, 91, 94), Rosenstein Willy (E: 1473, 77, 80, 81, 84, 87, 90—92, 94).

Șc. de 7 ani nr. 12. Cl. VII. Bejan Cornelia (E: 1417, 72, 73, 75, 78, 80—83, 87, 88), Dobrescu Ecaterina (E: 1472, 73, 75, 78, 80, 91, 93, 94, 99, 503, 10). Trif Maria (E: 1472—74, 77, 81, 83, 85, 87, 88, 91,94).

SIGHET. Ș.m. 1 Filimon Sîrbu. Cl. X. Tiplea Ioan (4014, 17, 19—21, 28, 29, 31, 32, 67, 69, 70, 72, 89, 96, 97, 99, 105, 09), Văleanu Tiberiu (4014, 15, 17, 19, 28, 29, 66, 97, 99, 105, 09).

SIGHIȘOARA. Aytay Maria 4015, 17, 19, 39, 64, 68, 70, 97, 99, 100). Cl. X. Bela Rodica (4014, 15, 17, 19, 23, 24, 36, 70, 92, 99, 109), Bindea Margareta (4024, 35, 39, 60, 68, 70, 86, 88, 10, 02), Ciopec M. Viorica (4014, 17, 100, 02, 05, 09, 17, 57, 68, 97, 98), Ciulei Mircea (4036, 38, 42, 45, 49, 50, 54, 57, 66, 69, 71, 80, 89, 92, 94—100, 02, 04, 05, 09, 15, 18, 31—33, 45), Cîmpeanu Gh. (4015, 17, 24, 35, 39, 64, 70, 86, 94, 97, 99, 109), Dimitriu Virginia (4014, 15, 17, 24, 58, 68, 70, 86, 97, 109), Frunzetti Dan (4014, 19, 35, 36, 39, 57, 68, 97, 99, 100), Lene Doina (4024, 35, 36, 39, 60, 63, 68, 86, 101, 02), *Neagu Gh.* 4016, 20, 29, 33—36, 38, 42, 43, 49—91, 57, 58, 60, 62—68, 70—74, 80, 83, 86, 88, 92, 94—101, 03—05, 09, 15 18, 20, 25, 26, P), Pintea Paula (4015, 17, 18, 23, 24, 36, 60, 64, 67, 70, 86, 88), Rusu Nicolae (4015, 17, 24, 36, 57, 80, 86, 88, 89, 92, 94, 97, 99—101, 05, 09). Cl. XI. Capidan Maria (4027, 29, 31, 33, 94, 97, 99, 101, 05, 18), *Costea Doina* (4014—24, 27, 28, 31, 32, 35, 36, 39, 41, 42, 55, 56, 59, 63, 64, 66—68, 70, 72, 78, 85, 86, 92, 94—102, 05, 18, 29, 31—33, 39, 42, 45, 47, 48, 50—54, 77).

Ș.m. 2. Cl. X. Macht Gh. (4032, 42, 45, 46, 67, 70, 72, 92, 95, 109).

SINNICOLAUL MARE. Cl. IX. Dărău Constantin (4018, 50, 64, 70, 75, 82, 86, 97, 105, 09), Moțoi Tiberiu (4050, 70, 72, 75, 82, 97, 105, 09).

SLĂNIC (Ploești). Cl. XI. Bădulescu C. Dumitru 4014, 15, 40, 46, 72, P).

SLATINA. Cl. X. Lungu N. Marcel (4014, 17, 18, 20, 22, 31, 70, 83, 97, 99, 109).

STREHAIA (Craiova). Cl. VIII. Ancuțescu Elisabeta (4177, E: 1428—30, 32, 41, 65, 63, 73, 78, 86, 91, 99, 510), Mihuț I. Octavian (4021, 23, 24, E: 1415, 18, 57, 67, 68, 72—75, 81). Cl. X. Bîrzianu Ion (4013, 21, 23, P), Simcelescu Margareta (idem).

SUCEAVA. Ș.m. 1. Ștefan-cel-Mare. Cl. X. Huțanu Leon (4014, 15, 17—20, 22, 23, 29, 32, 39, 40, 51, 53, 63—72, 74, 80, 81, 83, 92), Sorohan Liviu (4063—67, 70, 72, 74, 81—83).

TECUCI. Cl. V. Seuleanu Sibila (E: 1442, 45, 49—51, 57, 73, 74, 78, 81, 88). Cl. VII. Ena Gh. (E: 1457, 62, 63, 65—68, 71—76, 84, 87), Tătaru I. Ioan (idem), Juverdeanu Viorel (E: 1462—68, 71—75, 87).

Șc. de 7 ani nr. 4. Cl. VII. Alexe Sandu (E: 1456, 72, 73, 77, 80, 81, 84, 87, 88, 91, 92, 94). Cl. XI. Clisu Jana (4064, 105, 31—33, 42, 45, 51, 53, 54, 62, 77).

Șc. de 7 ani *Nărtești* Cl. VI. Ginghină Emilian (E: 1454, 57, 72, 73, 77, 81, 83, 87, 88, 91, 92), Obreja C. Nicu (E: 1454, 59, 72, 73, 76, 77, 81, 83, 87, 88, 91 92).

TIMIȘOARA. Stud. *Ionescu D. Al.* (fac. mecanică) (4051, 63—72, 78—83, 85, 90, 92, 94—97, 99—102, 05, 07—09, 12, 15—18, 20, 26, 31, 32, 42—45, 48, 50, 51, 53).

Ș.m. 1. Cl. V. Stan Monica (E: 1442, 45, 47, 49—51, 57, 73, 74, 81). Cl. VIII. Ilieș Doina 4039, 51, 53, 57, 64, 80, E: 1458, 70, 73, 75, 87, 95). Cl. IX. Munteanu Dan (4064, 69, 71, 94, 97—100, 09). Cl. X. Comșutea Corneliu (4021, 53, 60, 66, 67, 69—72), *Hiriș Viorel* (4016, 27, 38, 43, 51, 53, 54, 57, 64—77, 80—83, 86, 88, 91, 92, 94—10, 04, 05, 09, 11, 15, 17, 25), Tupan Ioan (4014, 15, 17—24, 26, 28—31, 40, 42, 45, 49, 54).

Ș.m. 2. Nikolaus Lenau. Cl. VIII. Amberg Iuliu (4039, E: 1454, 57, 64, 71, 74, 75, 81, 87, 91, 95), Cl. X. Bangut Erchardt (4014, 15, 17, 29, 35, 39, 40, 51, 53, 57, 64,

71, 97, 98, 100, 05), Berg Fritz (4014, 15, 17, 18, 21, 23—25, 28, 40, 51, 105, 09), Blum Herta (4014, 15, 17—19, 21, 24, 28, 32, 40, 53, 92, 95, 97, 99, 105, 09), Bohn Erich (4023, 24, 26, 27, 29, 30, 38, 40, 42, 69, 70 94—101, 17, 31—33), Fett Reinhold (4015, 17—19, 21, 23, 24, 35, 39, 58, 64, 68, 99), Höckl Frantz (4014, 15, 17—22, 24, 25, 32, 40, 46, 51, 53, 60, 71, 77, 105, 09), Kollth Horst (4066, 97, 99, 105, 31—33, 42, 44, 45, 47, 53, 62, 77), Lindacher Horst (4014, 15, 17, 19, 28, 30, 53, 67, 70, 97, 99, 105, 09, Philips Norbert (4014, 15, 17—19, 21, 25, 28, 53, 95, 97, 99, 105, 09). Cl. XI. Schmitz Ernst (4014, 15, 17,—24 28, 29, 32, 35, 36, 46, 51).

Ş.m. 3. Cl. VI. Babeu Constanţa (E: 1481, 87, 88. 91, 92, 99, 500, 03, 08). Cl. XI. Hovlic Bogdana (4064, 66, 67, 69—72, 94—99, 131—34, 38, 39).

Ş.m. 4. Cl. X. Latici Daniela (4014, 15, 17, 19, 21, 28, 29, 31, 32), Stroe P. Corneliu (4014, 17—23, 28, 45, 49, 54).

Ş.m. 5. Cl. VIII. Costi V. Ioan (E: 1457, 58, 67, 68, 70, 73—75, 80, 86—88, 95), Popazu Florian (4080, 86, E: 1457, 60, 67, 68, 70, 73, 80, 86—88, 91, 95)). Cl. X. Chelici Al. (4015, 17, 19, 21, 23, 24, 29, 35, 64, 65, 67, 70, 92).

Ş.m. 7. Cl. VII. Stende Suzana (E: 1464, 65, 71—75, 78, 80, 81), Cl. VIII. Biţă Gh. (4039, 97, 99, 105, E: 1468, 72, 73, 75, 76, 78, 80—82, 86—88, 93). Cl. IX. Băleanu Corneliu (4063—65, 68, 70—72, 75, 80, 81, 83, 86, 92, 94, 97, 98, 100, 02, 05, 09, 12, 17), Gova Horaţiu (4021, 22, 26, 33, 42, 51, 53, 65—67, 70—73, 75, 80, 82, 83, 92, P). Cl. XI. Soukup Luise (4024, 28, 32—34, 60, 63, 67—70, 72, 92, 95—100, 05).

TIRGOVIŞTE. Ş.m. 2. Cl. VII. Marinescu T. Carmen (E: 1400—02, 06—08, 11, 12, 18—22, 24—26, 32, 33, 36—39, 41—45).

Ş.m. 3. N. Bălcescu Cl. X. *Dumitrică V. Aurel* (4051, 64—72, 74, 79—81, 93, 95, 88, 89, 92, 94—101, 05, 08 09, 15, 18, 22, 26, 31—37, 42—45, 47, 48, 53, 54). Cl. XI. Ionel I. Aurel (4033—36, 42, 45, 50, 55, 56, 64—72, 76, 80—83, 85, 86, 88, 92, 94—97, 99, 101, 02, 05, 09, 15, 16), Marinescu Dumitru (4029, 45, 46, 64, 65, 69, 81, 83, 85, 99, 105, 31—34, 38, 42, 44, 45, 47, 51, 62, 77), Trifan Aurel (4034, 35, 45, 48, 51—53, 55, 62, 64, 66, 72, 77, 96—99, 101, 05, 31—33, 37, 38, 42, 44, 45 47).

Şc. metalurgică Gh. Gheorghiu-Dej. Cl. VIII. Marinoiu I. Nicolae (E: 1465, 67, 68, 71—73, 75, 78, 87, 89, 90, 93, 96).

TIRGU CARBUNEŞTI. (Craiova). Cl. X. Guşiţă P. Marin (4014, 17, 19, 20, 22, 27, 29, 31, 33, 34, 53).

TIRGU FRUMOS. (Iaşi). Şc. de 7 ani. Cl. VII. Voicu Gh. Tudor (E: 1441, 63, 67, 68. 71, 72, 75, 78, 85, .89, 91, 94, 95).

TIRGU JIU. Ş.m. 2. T. Vladimirescu Cl. VIII. *Calistrate D. Ion* (4017, 18, 23, 26, 45, 53, 64, 68, 71, 80, 86, 94, 105, 17, E: 1431, 39, 40, 54, 55, 59, 62, 70, 72—76, 78, 80, 81, 83—89, 91—95, 97). Cl. IX. Neagoe V. Emilian (4015, 18, 19, 40, 53, 70, 72, 97, 105, 09, 31, 32, 53, 62, 66, 77), Popescu D. Ioan (4131, 32, 42, 45, 53, 66, 77), Poziumscki Al. (4014, 20, 22, 26, 40, 53, 64, 70, 97), Roangheş A. Ion (4105, 09, 31, 32, 42, 45, 53, 62, 66, 68, 77), Stamate Laurian (4015, 18, 19, 40, 53, 94, 97, 99, 105), Vişan I. Pantelimon (4014, 15, 18, 19, 40, 53, 94, 97, 99, 105), Berca Const. (4014, 15, 17—20, 23—25, 28, 29, 31—33, 35, 53, 64, 67, 69, 72, 97, 99, 105), Drumen I. Nicolae (4014, 17, 19, 20, 28, 45, 53, 60, 67, 70, 72), Hotărăscu Dan (4014, 15, 17—36, 38, 45, 46, 53, 54, 58, 60, 64—72, 82), Ojoca Mircea (4014, 20, 22, 26, 40, 64, 70, 97, 53), Pupăză G. Dan (4014, 15, 17—19, 21—29, 32, 34, 38, 45, 53, 58, 60, 64, 69, 70, 72, 82), Slăvescu M. Mihai (4014, 15 17, 18, 20—22, 25—36, 38, 45, 53, 54, 60, 64, 67—70, 72, 82).

Ş.m. 3. Cl. VIII. *Ceapă V. Const.* (4131, 42, 45, 47, 53, 62, E: 1432, 36, 37, 39, 43, 44, 47, 48, 51, 54, 56—58, 60, 62, 66—68, 71—75, 78, 80, 81, 83, 86—88, 93, 500, 01, 07, 10). Cl. IX. *Cojocaru I. Ion* (4014—22, 26, 29, 31—33, 40, 42, 45, 41, 64, 70—72, 80, 83, 94, 97—99, 105, 09, 31—34, 42—45, 47, 53, 62, 66, 75, 77), Trocan D. Const. (4014,, 20, 51, 72, 80, 83, 97, 105, 09, 31, 32, 42, 43, 45, 47, 48, 53), Trocan G. G. (4014, 15, 17, 19, 20, 26, 32, 40, 70, 72, 80, 83, 94, 97, 109, 31, 32, 34, 42, 43, 45, 47).

TIRGU LAPUŞ (Baia Mare). Cl. VIII. China Ion (E: 1458, 60, 65, 68, 71, 73, 75, 77, 85, 86, 91, 95), Damian Nicolae (E: 1458, 63, 65, 70, 71, 75, 77, 78, 84, 86, 91, 93—95), Sas Al. (E: 1458, 65, 70, 74, 75, 77, 78, 81, 84, 92, 95, 99).

TIRGU MUREŞ. Ş.m. Al. Papiu-Ilarian. Cl. VII. Kemeny Zsigmund (E: 1484—86, 93—95, 98, 502, 04, 08, 11).

TIRGU NEAMŢ. (Bacău). Cl. VIII. Amihăesii Ioan (E: 1457, 58, 63, 68, 70, 71, 73, 75, 78, 81), Schärf Wolf (E: 1472, 73, 75, 76, 80, 81, 83, 84, 86—88, 91, 92, 94, 95), Gherşin Burelu (E: 1472, 73, 75, 80, 81, 83, 84, 86--88, 91, 92, 94, 95).

TIRNAVENI (Stalin). Ş.m. Al. Sahia Cl. IX. Costea Viorel (4014, 19, 64, 66, 68, 97, 100, 09, 18, 25), Ifrimela Ştefan (4014, 19, 64, 66, 68, 97, 100, 09, 18, 25).

TRUSEŞTI (Suceava). Abs. Mocanu Ovidiu (4014, 15, 17—22, 27—29, 31, 33, 34, 38, 40—42, 45, 50, 51, 53, 66, 67, 69, 70. 72, 83, 82, 92). Cl. VIII. Dănilă Angela (4023, 100, 05, 31—33, 42, 53, 62, 77, E: 1501), Iacob Odorica (4095, 100, 18, E: 1463, 70 71, 74, 78, 84, 86, 88, 91, 92), Perdivară Pavel (4132, 33, E: 1472, 73, 75, 81, 88, 91, 95, 97).

Cl. X. Silion Dumitru (4065, 71, 97, 99, 109, 31—33, 40, 42, 45, 53, 62, 66, 77). Cl. XI. Popovici E. Mihail (4067, 86, 95, 97—100, 09, 18, 31, 32, 53, 54).

TURDA. Ş.m. Mihai Viteazu. Cl. VIII. Filip Maria (E: 1466, 71—73, 75, 76, 80—82, 87, 88), Păcuraru Liana (E: 1457, 58, 63, 70—75, 80, 81), Ştefănuţ Traian (E: 1458, 68, 70—72, 75, 76, 81, 88, 91).

TURNU SEVERIN. Abs. Canciu Petre (4014, 15, 17—21, 28, 67, 70 72).

Ş.m. 1. Traian. Cl. VIII. Della Claudia (E: 1472—74, 77, 81, 82, 90). Cl. IX. Tomescu D. Ioan (4014, 15, 19, 29, 49, 51, 64, 70, 72, 97). Cl. X. Croitoru Valentin (4014, 15, 17—19, 21, 22, 28, 31, 39). Cl. XI. Băran D. Gh. (4014, 15, 17—19, 21, 23, 24, 35, 39, 64, 66, 67, 70—72, 88, 95—99, 101).

Ş.m. 2. Cl. IX. Mocioiu I. Doru (4019, 20, 32, 57, 72, 94, 97—100, 05, 09, 17). Cl. XI. Armaşu Gh. (4014, 15, 17—19, 21, 22, 31, 70, 72, 109), Nănuţ Ion (4080, 94—100, 05, 09, 13, 16, 17).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Canciu Vasile (0: 1457, 59, 64, 70, 72—75, 78, 86, 87, 91, 94, 95).

VEDEA (Ploieşti). Cl. VII. Fotescu M. Marin (4053, 67, 74, 105, 09, E: 1483—90, 93, 94).

VRANCEA. (Galaţi). Şc. de 7 ani *Năruja*. Cl. V. Creţu Pavel (E: 1457, 73, 74, 81, 87, 88). Cl. VI. Găină Toader (E: 1473, 81, 83, 87, 88, 91, 92), Harabagiu Ion (E: 1457, 73, 74, 81—83, 87, 88, 91, 92). Cl. VII. Creţu Petrea (E: 1467, 72—76, 78, 81, 82, 86—88, 91, 92, 94, 95), Panţuş Stoica (E: 1467, 74—76, 81, 87, 88, 91, 92, 94).

ZALĂU. Cl. VII. Gajzago Maria (4086, 105, 25, 86, E: 1472—77, 80—84, 86, 87). Cl. X. Gajzago Katalin (4073, 79, 82, 85, 86, 92, 103, 05, 09, 15, 17, 18, 20, 25).

Şc. de 7 ani *Stîrcu*. Cl. VII. Ivaşcău Nicolae (E: 1472—75, 78, 83, 85, 87, 88, 90—94, 511), Pop Nicolae (E: 1472—76, 79—81, 83, 85—88, 90, 94, 96).

ZELETIN (Bacău). Abs. Moraru Valentin (4094, 95, 97—102, 05, 09, 17, 18).

— *Problemele de fizică rezolvate din ultimele trei numere apărute (7,8,9) se vor trimite în plic separat pe care se va menţiona* „probleme rezolvate de fizică", *deoarece lista rezolvitorilor acestor probleme se va întocmi de redacţia de fizică. Este de dorit să se expedieze problemele însoţite de un borderou arătînd problemele rezolvate din acel plic şi aşezate în ordinea lor numerică. Idem, pentru problemele de matematică menţionînd pe plic* „Probleme de matematică".

Colecţii şi numere din anii precedenţi

Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R., posedă exemplare mai vechi din G.M.F.-B, începînd din anul 1951.

Cititorii noştri îşi pot procura colecţii ca şi numere disparate, depunînd banii la poştă prin mandat poştal pe numele Societăţii de Ştiinţe Matematice şi Fizice, strada Academiei nr. 14, contul 070.004 la B.R.P.R., filiala Lenin.

Preţul unui exemplar este de lei 3 pentru G.M.F.-A şi de lei 1,50 pentru G.M.F.-B. Cheltuielile de transport sînt de 0,20 lei de exemplar.

ABONAMENTE — Societatea de Ştiinţe Matematice şi Fizice din R.P.R. primeşte abonamente începînd cu nr. 1/1960 la oricare din publicaţiile sale: a) Pentru instituţii, şcoli, biblioteci la preţul de lei 60 anual, pentru fiecare din periodicile sale: G.M.F.-A, G.M.F.-B, M.F.L., Bulletin Mathématique şi 40 lei anual la „Mathematica".

b) Pentru profesori şi elevi la preţul de 18 lei la G.M.F.-B sau M.F.L. de 36 lei la G.M.F.-A, de 60 lei la Bulletin Matématique şi 40 la „Mathematica".

ERATĂ La probleme 4313 rindul 8 în loc de OH se va scrie GH. — La problema 4315 în loc a, b, p se va scrie $a,\ b,\ \frac{1}{2}\ p$.

MŰSZAKI-KÖNYVTÁR 1953

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie. Problemele rezolvate de fizică se vor trimite separat, iar pe plic se va scrie: *Pentru redacția de fizică.*

Se primesc lunar cel puțin zece soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorii, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Soluții la problemele propuse pentru școala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII, sau ai școlilor profesionale.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultă dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel$, $\perp$, $=\!\!\parallel$, Tr„ $\sim$, Δ . * „ etc, iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică și de fizică la care iau parte și asupra modului de desfășurare a *„olimpiadelor de matematică și fizică"*, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experiență, de asemenea să propună școlii, înscrierea la întrecerea anuală.

Autorii sînt rugați ca la întocmirea articolelor și notelor să țină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri și pe o singură parte a foii, figurile să fie desenate îngrijit și pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoțite de una sau mai multe soluții.

Autorul să semneze clar lucrarea personală pe care o trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa și data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B, nu vor fi publicate.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută Gazeta Matematică și Fizică seria B și altor colegi care nu sînt abonați, îndemnîndu-i să se aboneze pe anul 1961.

— Pentru ca abonații să poată primi la timp numărul 1 din 1961 al G.M.F.-B, sînt rugați să se aboneze pînă la 20 noiembrie 1960. Costul unui abonament este de 18 lei pe anul 1961 (12 numere) pentru elevi și profesori.

Abonamentul se poate face individual prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.

BIBLIOTECA SOCIETĂŢII DE ŞTIINŢE MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

1. E. RUSU	Bazele teoriei numerelor.
2. A. I. MARKUŞEVICI	Şiruri recurente.
3. N. N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
4. P. S. ALEXANDROV	Introducere în teoria grupurilor.
5. I. S. SOMINSKI	Metoda inducţiei matematice.
6. GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităţilor.
7. H. IONESCU	Calcule numerice.
8. A. I. MARKUŞEVICI	Arii şi logaritmi.
9. A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuaţiilor în numere întregi.
10. O. SACTER	Despre conice şi alte curbe.
11. ION IONESCU	Maxime şi minime geometrice.
12. F. I. ZIGHEL	Cometele.
13. S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
14. V. ATANASIU	Structura materiei.
15. V. V. SARONOV	Soarele şi observarea lui.
16. O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
17. B. B. KUDRIAVŢEV	Experienţe simple cu ultrasunete.
18. M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
19. A. KAHANE	Elemente de teoria congruenţelor de drepte.
20. GH. ŢIŢEICA	Culegere de probleme de geometrie, (revăzută şi completată de G. D. SIMIONESCU).
21. A. HALANAY	Introducere în teoria calitativă a ecuaţiilor diferenţiale.
22. N. STANESCU	Electronul.
23. V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
24. G. N. BERMAN	Cicloida.
25. C. BORŞ	Noţiuni de geometrie proiectivă.
26. AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
27. M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
28. C. G. BEDREAG	Bibliografia fizicii romîne.
29. I. S. DUBNOV	Erori în demonstraţiile geometrice.
31. C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura internă, originea şi evoluţia lor.
32. C. DRIMBA	Elemente de mecanică cerească.
33. C. IONESCU BUJOR	Elemente de transformări geometrice (I).
34. NICOLAE MILEA	Elemente de geomagnetism.
35. GH. A. CHIŢEI	Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.
36. G. PETRESCU	Cutremure de pămînt.
37. C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (II).
38. O. SACTER	Olimpiade matematice.
39. I. S. GRADSTEIN	Teorema directă şi reciprocă.
40. A. I. HINCIN	Fracţii continue

Tipografia Învăţămîntului, Bucureşti — c. 5641

Lei 1,50

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI noiembrie 1960

11

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI. nr. 11 — noiembrie 1960

SUMARUL

pag.

1. „7 Noiembrie" 641
2. Aplicaţii ale numerelor complexe de Şt. Musta . . 643
3. Regularitatea liniilor spectrale şi structura atomului de Nistor Gal 656
4. Măsurarea frecvenţei curentului alternativ de Nădăban Alexandru 668
5. Caleidoscop fizic 670
6. Probleme rezolvate (3939; 3950; 3952; 3972; 2986; 3989) 672
7. Chestiuni de examen (4419—4432) 679
8. Probleme propuse (4433—4461) 681
9. Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E : 1582—E : 1598 686
10. Poşta redacţiei 689
11. Rubrica rezolvitorilor de probleme 690

ANUL XI **11** NOIEMBRIE

O parte din materialele apărute în acest număr al G.M.F.-B, a fost asigurată de către membri ai filialei Oradea şi ai subfilialei Arad a S.S.M.F.

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Boiangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu St.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI, nr. 11 noiembrie 1960

MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI LAPOK

„7 NOIEMBRIE"

Pe întreg cuprinsul globului pămîntesc, clasa muncitoare, cele mai largi mase ale popoarelor din toate ţările, toţi cei ce năzuiesc spre o viaţă mai bună, spre progres social şi pace, sărbătoresc împlinirea a 43 de ani de la înfăptuirea celei mai grandioase revoluţii din istorie: Marea Revoluţie Socialistă din Octombrie — eveniment epocal în istoria omenirii.

Acum 43 de ani, clasa muncitoare din Rusia, împreună cu ţărănimea săracă, sub conducerea gloriosului Partid Comunist bolşevic în frunte cu Lenin, răsturnînd dominaţia capitaliştilor şi moşierilor şi instaurînd dictatura proletariatului, a deschis întregii omeniri drumul spre o nouă eră în care cei ce muncesc devin stăpîni pe propria lor soartă.

Înarmat cu învăţătura atotbiruitoare marxist-leninistă, P.C.U.S a mobilizat masele de milioane de muncitori şi ţărani, pe toţi oamenii muncii din U.R.S.S. în lupta pentru măreaţa cauză a construirii unei vieţi noi. El a aprins în inimile lor focul entuziasmului creator, le-a arătat un ţel limpede, le-a dat încredere profundă în uriaşele lor forţe, în triumful comunismului.

Cu nestărmurită dragoste şi admiraţie privesc oamenii muncii din toate colţurile pămîntului giganticile succese ale popoarelor sovietice care, în cei 43 de ani de la Marea Revoluţie Socialistă din Octombrie, transformînd în realitate măreţele idei ale marxism-leninismului, au transformat vechea Rusie înapoiată într-o putere industrială de prim rang, în ţara primei centrale atomo-electrice şi a primilor sputnici, în ţara în care se construieşte comunismul.

Dar Revoluţia din Octombrie a constituit una din cele mai măreţe cotituri nu numai în viaţa popoarelor sovietice. Ea a însemnat începutul prăbuşirii sistemului capitalist bazat pe asuprire, exploatare şi războaie cotropitoare de jaf, a marcat victoria socialismului care asigură demnitatea omenească pentru cei ce muncesc, pacea şi bunăstarea popoarelor. Poziţiile imperialismului slăbesc necontenit. Sfera exploatării capitaliste se restrînge tot mai mult.

Marea Revoluţie Socialistă din Octombrie a deschis întregii lumi noi perspective în lupta pentru pace. Începînd de la Decretul asupra păcii — primul decret al puterii sovietice — şi pînă azi, Uniunea Sovietică a luptat neîncetat pentru coexistenţă paşnică între state, cu orînduiri sociale diferite, pentru pace, cîştigîndu-şi dragostea şi recunoştinţa forţelor progresiste din toate ţările. Astăzi, împreună cu toate ţările lagărului socialist, în fruntea cărora se află, Uniunea Sovietică, militează activ pentru dezvoltarea relaţiilor de prietenie şi colaborare

internațională, pentru dezarmare generală și totală, pentru o societate fără arme și războaie, pentru lichidarea odată pentru totdeauna a rușinosului regim colonial.

Ideile lui Octombrie rodesc din plin și în țara noastră. Ele au însuflețit și călăuzit lupta pentru cucerirea puterii de către clasa muncitoare; călăuzesc astăzi lupta și munca poporului romîn care, sub conducerea partidului, pășește cu hotărîre pe drumul desăvîrșirii construirii socialismului, schimbînd din temelie înfățișarea patriei noastre. Pășind pe drumul creat de Marea Revoluție, folosind în mod creator experiența construirii socialismului în Uniunea Sovietică, bucurîndu-se din plin de ajutorul frățesc al U.R.S.S., poporul nostru a dobîndit în anii puterii populare succese hotărîtoare în construirea bazei economice a socialismului.

Tineretul nostru se bucură și el din plin de roadele uriașelor transformări din patria noastră pe drumul deschis de Marele Octombrie. Puterea populară a deschis tinerii generații perspectivele largi, luminoase. Tineretului îi sînt asigurate largi drepturi politice care-i crează simțul demnității și al răspunderii, îi sînt asigurate dreptul la muncă, la învățătură, la odihnă, îi sînt asigurate toate condițiile valorificării aptitudinilor sale.

Educat în spiritul patriotismului socialist și a internaționalismului proletar, în spiritul marilor tradiții de luptă ale poporului, al eroismului clasei muncitoare, al politicii înțelepte a partidului, tineretul nostru știe că prima și cea mai importantă chezășia a libertății și vieții sale fericite este lupta încordată pentru întărirea patriei și prietenia cu tineretul sovietic, cu tineretul tuturor țărilor socialiste.

Pe marile șantiere ale țării și pe ogoare mii de tineri însuflețiți de munca creatoare a clasei muncitoare și a țărănimii colectiviste sprijină prin muncă patriotică îndeplinirea la timp a sarcinilor trasate de partid. Această contribuție a tineretului, este expresia conștiinței noi, socialiste, a patriotismului înflăcărat care animă tînăra generație. Tinerii simt toată răspunderea pentru destinele poporului, ale patriei, participă activ la rezolvarea marilor probleme pe care le ridică construcția socialistă, la traducerea în fapt a politicii de pace promovată consecvent de partid și guvern. Îndeplinirea cu succes a măreților obiective trasate de cel de-al III-lea Congres al partidului pune în fața tineretului sarcini deosebite pentru a fi mereu în pas cu tehnica nouă.

Tineretul nostru alături de tineretul iubitor de pace din întreaga lume urmărește cu atenție în aceste zile desfășurarea lucrărilor Adunării Generale a O.N.U. Propunerea făcută de delegația romînă: „măsuri pentru promovarea în rîndurile tineretului a ideilor păcii, respectului reciproc și înțelegerii între popoare", dovedește grija pentru îndrumarea tineretului și pentru promovarea în rîndurile lui a ideilor nobile ale păcii, respectului reciproc și prieteniei între popoare. Tineretul din cele mai diferite colțuri ale globului pămîntesc așteaptă în această privință cuvîntul înaltului for internațional al Organizației Națiunilor Unite.

Sărbătorind a 43-a aniversare a Marii Revoluții Socialiste din Octombrie, poporul nostru muncitor își exprimă dragostea fierbinte și admirația față de gloriosul popor sovietic, își exprimă totodată profunda lui recunoștință față de poporul frate sovietic eliberator, față de Partidul

Comunist al Uniunii Sovietice și guvernul sovietic, pentru ajutorul multilateral acordat cu sinceră prietenie patriei noastre.

Tineretul nostru alături de întregul popor muncitor își afirmă cu tărie hotărîrea ca, îndrumat de partid, să dezvolte cuceririle socialiste, să întărească necontenit prietenia și frăția cu U.R.S.S. și cu toate țările socialiste, pentru triumful cauzei păcii și a socialismului.

APLICAȚII ALE NUMERELOR COMPLEXE

de *ȘT. MUSTA*, profesor, Oradea

Cele ce urmează, au de scop de a prezenta elevilor din învățămîntul mediu, cîteva aplicații ale numerelor complexe.

I. *Rădăcina de ordinul n dintr-un număr complex.*

După cum se știe, avem formula:

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\sin\alpha)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right), \quad (1)$$

unde k este un întreg oarecare și care provine de acolo că argumentul unui număr complex este determinat în afara unui termen aditiv multiplu de 2π. Formula (1) ne dă n rădăcini distincte corespunzătoare valorilor $k = 0,1,2,3,\ldots\ n-1$. În adevăr fie două rădăcini corespunzătoare valorilor k_1, k_2

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k_1\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k_1\pi}{n}\right);\ \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k_2\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k_2\pi}{n}\right).$$

Ca aceste două rădăcini să fie egale, trebuie să fie satisfăcute simultan egalitățile:

$$\cos\frac{\alpha+2k_1\pi}{n} = \cos\frac{\alpha+2k_2\pi}{n};\ \sin\frac{\alpha+2k_1\pi}{n} = \sin\frac{\alpha+2k_2\pi}{n},$$

sau care se mai pot scrie:

$$2\sin\frac{\alpha+(k_1+k_2)\pi}{n}\sin\frac{(k_2-k_1)\pi}{n} = 0;$$

$$2\sin\frac{(k_2-k_1)\pi}{n}\cos\frac{\alpha+(k_1+k_2)\pi}{n} = 0.$$

Soluțiile comune ale acestor două ecuații, sînt date de ecuația:

$$\sin\frac{(k_2-k_1)\pi}{n} = 0,$$

adică, $\dfrac{(k_2-k_1)\pi}{n} = p\ \pi$, ($p$ întreg oarecare)

și deci $k_2 - k_1 = np$.

Această relație ne spune că pentru valorile k_2 și k_1 care diferă între ele printr-un multiplu de n, obținem aceleași rădăcini de ordinul n a numărului complex.

Deci dacă numărul k_1 parcurge șirul de valori: 0, 1, 2, ... $(n-1)$, iar k_2 șirul: $n, n+1 \ldots 2n-1, 2n, 2n+1, \ldots 3n-1, \ldots$ nelimitat, obținem aceleași rădăcini căci

$$k_2 - k_1 = n \text{ sau, } k_2 - k_1 = 2n \ldots \text{ sau, } k_2 - k_1 = pn, \ldots$$

Altfel spus: mărind cu n sau cu un multiplu de n, fiecare din valorile $0, 1, 2, \ldots n-1$ obținem aceleași rădăcini.

Verificarea este imediată. Fie o rădăcină corespunzătoare lui $k < n$: $\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right)$ și să mărim pe k cu un multiplu de n, avem:

$$\sqrt[n]{r}\left[\cos\frac{\alpha+2(k+pn)\pi}{n}+i\sin\frac{\alpha+2(k+pn)\pi}{n}\right]=$$

$$=\sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\alpha+2k\pi}{n}+2p\pi\right)+i\sin\left(\frac{\alpha+2k\pi}{n}+2p\pi\right)\right]=$$

$$\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right).$$

Rădăcinile de ordinul n ale unității pozitive.

Unitatea pozitivă are modulul 1 și argumentul 0. Deci cele n rădăcini de ordinul n ale ei, sînt date de formula:

$$\varrho_k = \cos\frac{2k\pi}{n}+i\sin\frac{2k\pi}{n},\ (k=0, 1, 2, 3, \ldots, n-1).$$

Ținînd seama de regula de înmulțire a două numere complexe scrise sub formă trigonometrică, formula (1) o putem scrie:

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha+i\sin\alpha)}=\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\alpha}{n}+i\sin\frac{\alpha}{n}\right)\varrho_k,\ k=0, 1, 2, \ldots, n-1,$$

formulă care ne spune: pentru a obține cele n rădăcini de ordinul n a unui număr complex, înmulțim rădăcina de ordinul n corespunzătoare argumentului $0 < \alpha < 2\pi$ succesiv cu cele n rădăcini ale unității pozitive.

Proprietăți ale rădăcinilor unității pozitive.

a) Fie $\varrho_0, \varrho_1, \ldots \varrho_{n-2}, \varrho_{n-1}$ cele n rădăcini de ordinul n ale unității pozitive. Rădăcinile ale căror indici au suma n, sînt complexe conjugate.

În adevăr $\varrho_l = \cos\frac{2l\pi}{n}+i\sin\frac{2l\pi}{n}$,

$$\varrho_{n-l}=\cos\frac{2(n-l)\pi}{n}+i\sin\frac{2(n-l)\pi}{n}=$$

$$=\cos\left(2\pi-\frac{2l\pi}{n}\right)+i\sin\left(2\pi-\frac{2l\pi}{n}\right)=$$

$$=\cos\frac{2l\pi}{n}-i\sin\frac{2l\pi}{n},$$

astfel proprietatea este justificată.

Rădăcina ϱ_{n-l} se obține făcînd în ϱ_k pe $k = -l$. Aceasta este o consecință a proprietății a). Deci ϱ_{n-1}, ϱ_{n-2}, ϱ_{n-3}, ... se obțin dacă facem în ϱ_k respectiv, $k = -1, -2, -3, \ldots$ De aici rezultă: 1) dacă n este impar, atunci cele $n - 1$ rădăcini în afară de cea corespunzătoare lui $k = 0$ sînt în număr cu soț, două cîte două complexe conjugate și se obțin făcînd $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$ Avem o rădăcină reală, pentru $k = 0$ pe 1.

2) dacă n este par, atunci cele $n - 1$ rădăcini sînt în număr fără soț, dar pentru $k = \frac{n}{2}$ obținem rădăcina $\cos \pi + i \sin \pi = -1$, reală.

Avem deci două rădăcini reale corespunzătoare lui $k = 0$, $k = \frac{n}{2}$ pe ± 1. Celelalte $n - 2$ rădăcini sînt complexe conjugate și se obțin pentru $k = \pm 1, \pm 2, \ldots \pm \frac{n-2}{2}$.

c) *Imaginile celor n rădăcini.* Cele n rădăcini de ordinul n a unui număr complex

$$\varrho_k = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} = \frac{2k\pi}{n}\right)\right], \; k = 0, 1, \ldots n - 1,$$

avînd același modul, punctele corespunzătoare A_0, A_1, A_2, ... A_{n-1} sînt situate pe un cerc cu centrul în origină și de rază $r^{\frac{1}{n}}$ iar lungimea arcelor între două puncte consecutive este aceeași

$$\text{arc } A_0 A_1 = \text{arc } A_1 A_2 = \ldots = \text{arc } A_{n-1} A_0 = \frac{2\pi}{n}.$$

Urmează că punctele A_0, A_1, ... A_{n-1} sînt vîrfurile unui poligon regulat înscris în cercul de rază $r^{\frac{1}{n}}$, sau dacă este vorba despre rădăcinile unității în cercul de rază 1.

II. *Ecuații binome.* O ecuație binomă are forma:

$$ax^n \pm b = 0 \qquad a, b, \text{ reali sau complecși}$$

Prin împărțirea ecuației cu a, o aducem la forma:

$$x^n - c = 0. \tag{1}$$

A rezolva ecuația (1), însemnează a găsi rădăcinile de ordinul n ale lui c. Fie $c = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ și după cele de mai sus, cele n rădăcini ale ecuației (1) sînt

$$x_k = r^{\frac{1}{n}}\left(\cos \frac{\alpha}{n} + i \sin \frac{\alpha}{n}\right) \cdot \varrho_k, \quad k = 0, 1, 2, \ldots, n - 1,$$

unde $\varrho_k = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$ sînt rădăcinile ecuației

$$x^n - 1 = 0. \tag{2}$$

Rezultă: rădăcinile ecuației (1), se obțin înmulțind rădăcina de ordinul n a lui c corespunzătoare lui $k = 0$, succesiv cu rădăcinile ecuației (2). Sîntem deci conduși să ne ocupăm de ecuația (2).

În cazul n număr par, atunci am văzut că $x^n - 1$ se anulează pentru $x = \pm 1$.

Rezultă că $x^n - 1$ se divide cu $x^2 - 1$. Făcînd împărțirea găsim cîtul

$$x^{n-2} + x^{n-4} + \ldots + x^2 + 1.$$

Așa că cele $n - 2$ rădăcini complexe conjugate ale ecuației (2), sînt rădăcinile ecuației

$$x^{n-2} + x^{n-4} + x^{n-6} + \ldots + x^2 + 1 = 0 \qquad (3)$$

și sînt date de

$$x_k = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}, \text{ unde } k = \pm 1, \pm 2, \ldots \pm \frac{n-2}{2}.$$

Pe de altă parte ecuația (3) este o ecuație reciprocă de grad par, pe care o putem rezolva astfel: împărțim ecuația cu $x^{\frac{n-2}{2}}$ și avem:

$$\left(x^{\frac{n-2}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{n-2}{2}}}\right) + \left(x^{\frac{n-6}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{n-6}{2}}}\right) + \ldots = 0. \qquad (4)$$

Ce fel de numere sînt exponenții lui x în această ecuație? Se constată că numărul termenilor în ecuația (3) este $\frac{n}{2}$ care poate fi par sau impar.

Dacă $\frac{n}{2}$ este par, atunci exponenții lui x în fiecare paranteză din (4) sînt numere întregi impare, iar ecuația are forma

$$\left(x^{\frac{n-2}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{n-2}{2}}}\right) + \left(x^{\frac{n-6}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{n-6}{2}}}\right) + \ldots + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0. \qquad (4')$$

Dacă $\frac{n}{2}$ este impar, atunci aceeași exponenți sînt cu soț și avem forma

$$\left(x^{\frac{n-2}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{n-2}{2}}}\right) + \left(x^{\frac{n-6}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{n-6}{2}}}\right) + \ldots + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 1 = 0 \qquad (4'')$$

Oricare din aceste două forme se rezolvă la fel, făcînd substituția

$$x + \frac{1}{x} = y \qquad (5)$$

obținem o ecuație de gradul $\frac{n-2}{2}$ în y. Această ecuație în y are toate rădăcinile reale. În adevăr, să presupunem că admite rădăcina compelxă $a + bi$, atunci avînd coeficienții reali va admite și pe conjugata ei $a - bi$. Rădăcinile corespunzătoare ale ecuației (3) sînt date de

$$x + \frac{1}{x} = a + bi; \quad x + \frac{1}{x} = a - bi$$

sau

$$x^2 - (a + bi)\, x + 1 = 0; \quad x^2 - (a - bi)\, x + 1 = 0.$$

Discriminanții acestor două ecuații sînt două numere complexe conjugate

$$R_1 = (a + bi)^2 - 4 = a^2 - b^2 - 4 + 2abi,$$
$$R_2 = (a - bi)^2 - 4 = a^2 - b^2 - 4 - 2abi.$$

Prima ecuație ne dă:

$$x = \frac{a+bi \pm (\alpha+\beta i)}{2}\ ;\ x_1 = \frac{a+\alpha}{2} + \frac{b+\beta}{2}i,\ x_2 = \frac{a-\alpha}{2} + \frac{b-\beta}{2}i,$$

iar a doua

$$x = \frac{a-bi \pm (\alpha-\beta i)}{2}\ ;\ x_1 = \frac{a+\alpha}{2} - \frac{b+\beta}{2}i,\ x_2 = \frac{a-\alpha}{2} - \frac{b-\beta}{2}i,$$

unde $\alpha + \beta i = \sqrt{R_1}$.

Obținem astfel rădăcinile uneia respectiv complexe conjugate cu a celeilalte. Așa că ecuația (3) are rădăcinile complexe conjugate, și deci nu contrazice ceea ce se știa despre această ecuație. Mai trebuie ca modulul oricăreia din aceste rădăcini să fie 1, adică

$$\left(\frac{a+\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{b+\beta}{2}\right)^2 = 1;\quad \left(\frac{a-\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{b-\beta}{2}\right)^2 = 1,$$

sau $(a + \alpha)^2 + (b + \beta)^2 = (a - \alpha)^2 + (b - \beta)^2$

și deci $a\,\alpha + b\,\beta = 0$.

Prin urmare α și β trebuie să satisfacă relațiile:

$$(\alpha + \beta i)^2 = a^2 - b^2 - 4 + 2\,a\,bi \text{ și } a\,\alpha + b\,\beta = 0$$

și de aici avem:

$$a^2 - b^2 - 4 = \alpha^2 - \beta^2\ ;\quad ab = \alpha\beta\ ;\quad a\alpha + b\beta = 0.$$

Din ecuația a doua avem: $b = \frac{\alpha\beta}{a}$ și care introdus în a treia

$$a\alpha + \frac{\alpha\beta^2}{a} = 0\ ;\ \alpha a^2 + \alpha\beta^2 = 0,\ \alpha(a^2 + \beta^2) = 0,\ \text{dar } a^2 + \beta^2 \neq 0,\ \text{deci } \alpha = 0.$$

Urmează $b = 0$, iar prima ecuație ne dă:

$$a^2 - 4 = -\beta^2.$$

Avînd $b = 0$, însemnează că ecuația în y, nu poate avea rădăcini complexe.

Acestea se pot arăta și astfel: rădăcinile ecuației (3) sînt:

$$x_k = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}\ ;\ k = \pm 1, \pm 2, \ldots \pm\frac{n-2}{2}.$$

La fiecare rădăcină x_k relația (5) ne dă rădăcina corespunzătoare a ecuației în y. Avem

$$y_k = x_k + \frac{1}{x_k} = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n} + \frac{1}{\cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}} =$$

$$= 2\cos\frac{2k\pi}{n}.$$

Așa că rădăcinile ecuației în y sînt:

$$y_k = 2\cos\frac{2k\pi}{n};\ k = 1,\ 2,\ldots\frac{n-2}{2},$$

care sînt rădăcini reale.

În cazul n impar, atunci ecuația $x^n - 1 = 0$, admite o singură rădăcină reală $x = 1$, iar celelalte $n - 1$ rădăcini sînt două cîte două complexe conjugate și sînt date de ecuația:

$$x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \ldots + x^2 + x + 1 = 0 \qquad (6)$$

care sînt

$$x_k = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n},\ k = \pm 1,\ \pm 2,\ldots \pm\frac{n-1}{2}.$$

Ecuația (6) este reciprocă și de grad cu soț. Împărțind cu $x^{\frac{n-1}{2}}$ o aducem la forma:

$$\left(x^{\frac{n-1}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{n-1}{2}}}\right) + \left(x^{\frac{n-3}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{n-3}{2}}}\right) + \ldots + \left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0.$$

Punînd $x + \frac{1}{x} = y$, obținem o ecuație reciprocă de gradul $\frac{n-1}{2}$ în raport cu y. Analog ca mai sus, se arată că ecuația în y are rădăcini reale, date de

$$y_k = x_k + x_{-k} = 2\cos\frac{k\pi}{n},\ k = 1,\ 2,\ldots\frac{n-1}{2}.$$

Exemple. 1. Să se rezolve ecuația:

$$x^6 + x^4 + x^2 + 1 = 0.$$

După cele de mai sus, rădăcinile acestei ecuații sînt rădăcinile complexe conjugate, ale ecuației: $x^8 - 1 = 0$.

Ele sînt:

$$x_k = \cos\frac{k\pi}{4} + i\sin\frac{k\pi}{4},\ k = \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3.$$

2. Să se rezolve ecuația

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0.$$

Rădăcinile acestei ecuații sînt rădăcinile complexe conjugate ale ecuației $x^5 - 1 = 0$, de unde

$$x_k = \cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}$$

unde $k = \pm 1, \pm 2$.

Proprietăți ale rădăcinilor ecuației $x^n - 1 = 0$. *(1).*

1. Produsul sau cîtul a două rădăcini este tot o rădăcină a ecuației. Fie,

$$x_p = \cos \frac{2p\pi}{n} + i \sin \frac{2p\pi}{n}; \quad x_q = \cos \frac{2q\pi}{n} + i \sin \frac{2q\pi}{n}$$

două rădăcini ale ecuației, unde $p < n$, $q < n$.

Produsul lor este

$$x_p \cdot x_q = \cos \frac{2(p+q)\pi}{n} + i \sin \frac{2(p+q)\pi}{n}$$

adică, obținem valoarea lui x_k unde $k = p + q$. Dar valorile x_k sînt distincte pentru $k = 0, 1, \ldots, n-1$, iar pentru valori mai mari ale lui k se reproduc cele precedente. Deci, dacă $p + q < n$, x_{p+q} este rădăcină, iar dacă $p + q \geqslant n$ atunci x_{p+q} se reduce la x_{p+q} unde $p + q < n$, adică este tot o rădăcină. Urmează de aici, că și produsul a mai multor rădăcini ale ecuației (1) este tot o rădăcină a ei și tot așa puterea întreagă a unei rădăcini, este o rădăcină a ecuației (1).

$$(x_p)^m = \left(\cos \frac{2p\pi}{n} + i \sin \frac{2p\pi}{n} \right)^m = x_{mp}.$$

Cîtul a două rădăcini

$$\frac{x_p}{x_q} = \cos \frac{2(p-q)\pi}{n} + i \sin \frac{2(p-q)\pi}{n} = x_{p-q},$$

la fel se arată că este tot o rădăcină a ecuației (1).

Justificare geometrică. După cum am văzut imaginile rădăcinilor ecuației (1) sînt vîrfurile unui poligon regulat înscris într-un cerc de rază 1. Ținînd seama că argumentele vîrfurilor poligonului sînt: $0, \frac{2\pi}{n}, \frac{4\pi}{n}, \ldots \frac{2(n-1)\pi}{n}$ adică multiplii de $\frac{2\pi}{n}$ și că produsul a două sau mai multor rădăcini, care sînt numere complexe, se obține adunînd argumentele, urmează că produsul $x_p\, x_q$ are ca argument tot un multiplu de $\frac{2\pi}{n}$. Deci imaginea x_{p+q} va fi într-unul din vîrfurile poligonului regulat. Analog și pentru $\frac{x_p}{x_q}$ și $(x_p)^m$.

2. *Rădăcini primitive.* Spunem că o rădăcină a ecuației $x^n - 1 = 0$ este primitivă, dacă puterile ei întregi și consecutive începînd cu 0, reproduc periodic rădăcinile ecuației.

Exemplu. Rădăcinile ecuației $x^3 - 1 = 0$

$$x_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}, \quad x_3 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$$

sînt astfel de rădăcini.

Fie în general k un număr întreg $k < n$. Rădăcina ecuației $x^n - 1 = 0$ corespunzătoare lui k este $x_k = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$.

Se pune întrebarea pentru ce valori ale lui k șirul: $x^0{}_k, x^1{}_k, x^2{}_k, x^3{}_k, \ldots$ reproduce periodic rădăcinile ecuației.

Fiecare termen al acestui șir are modulul 1, iar argumentele șirul: $0, \frac{2k\pi}{n}, \frac{2(2k)\pi}{n}, \frac{2(3k)\pi}{n}, \ldots \frac{2(pk)\pi}{n}, \ldots$ multiplii de $\frac{2\pi}{n}$, factorul de multiplicitate fiind multiplu de k. Evident, după cele de mai sus imaginile acestui șir sînt în vîrfurile poligonului $A_0, A_1, \ldots A_{n-1}$.

Întregul pk este în general mai mare cu n. Împărțindu-l la n, avem un cît q și un rest r. Deci

$$\frac{pk}{n} = q + \frac{r}{n}, \; r < n \tag{1}$$

și

$$x_k^p = \cos \frac{2pk\pi}{n} + i \sin \frac{2pk\pi}{n} = \cos \left(2q + \frac{2r}{n}\right)\pi + i \sin \left(2q + \frac{2r}{n}\right)\pi$$

sau

$$x_k^p = \cos \frac{2r\pi}{n} + i \sin \frac{2r\pi}{n}, \text{ unde } r < n.$$

Am obținut rădăcina corespunzătoare lui $k = r$. Pentru ca să fie o rădăcină primitivă, trebuie ca puterea $p + 1$ a ei, să dea rădăcina corespunzătoare lui $k = r + 1$. Deci împărțind $(p + 1)k$ la n, restul trebuie să fie $r + 1$, adică

$$(p + 1)k = q_1 n + r + 1 \tag{2}$$

Scăzînd din (2) relația (1), obținem:

$$k = (q_1 - q) n + 1.$$

Această egalitate arată că numărul întreg k, trebuie să fie prim cu n. Dar se știe că dacă k este prim cu n, atunci multiplii lui k împărțiți la n, dau resturile $0, 1, 2, \ldots n - 1$ și care se reproduc periodic.

Prin urmare $pk = q n + r$, unde $r = 0, 1, 2, \ldots n - 1$, și rezultă $x_k^p = \cos \frac{2r\pi}{n} + i \sin \frac{2r\pi}{n}$, care este una din rădăcinile ecuației

$$x^n - 1 = 0.$$

III. *Inscrierea poligoanelor regulate într-un cerc.* Cele n rădăcini ale ecuației $x^n - 1 = 0$, sînt

$$x_k = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}, \; k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm \frac{n-1}{2}, \text{ care}$$

după cum am văzut mai sus, au ca imagini vîrfurile unui poligon regulat înscris într-un cerc de rază 1. Dacă unim consecutiv vîrfurile, obținem poligonul regulat convex cu n laturi. Ce se întîmpină, dacă unim diviziunile din k în k. Vom deosebi trei cazuri:

a) *k prim cu n.* În acest caz rădăcina x_k este rădăcină primitivă a ecuației $x^n - 1 = 0$, iar imaginile vîrfurilor poligonului ce se obține, sînt puterile întregi ale lui x_k ce reproduc periodic rădăcinile ecuației. Deci vom ajunge neapărat iarăși la punctul de plecare, obținînd un poligon regulat și stelat cu n laturi.

b) *k și n nu sînt prime între ele.* Fie d c.m.m.d.c. al lui k și n. Avem $n = d n_1$, $k = d k_1$, n_1 și k_1 fiind prime între ele.

În acest caz rădăcina x_k devine:

$$x_k = \cos \frac{2d k_1 \pi}{d n_1} + i \sin \frac{2d k_1 \pi}{d n_1} = \cos \frac{2k_1 \pi}{n_1} + i \sin \frac{2k_1 \pi}{n_1}$$

ceea ce înseamnă că x_{k_1} va fi o rădăcină primitivă a ecuației

$$x^{n_1} - 1 = 0$$

și deci obținem un poligon stelat cu un număr de laturi $n_1 = \frac{n}{d}$.

c) *k este un divizor a lui n.* Fie $n = k n_1$, atunci rădăcina devine: $x_k = \cos \frac{2\pi}{n_1} + i \sin \frac{2\pi}{n_1}$ iar puterile consecutive ale lui x_k, au ca argument multiplii lui $\frac{2\pi}{n_1}$ Așa că obținem un poligon regulat și convex cu $n_1 = \frac{n}{k}$ laturi.

Din toate acestea rezultă: la un număr n de diviziuni egale a cercului, obținem un singur poligon regulat convex cu n laturi și atîtea poligoane regulate stelate cu n laturi, cîte rădăcini primitive are ecuația $x^n - 1 = 0$, adică cîte numere prime cu n avem în șirul 1, 2, 3, ... $n - 1$.

Am văzut însă că rădăcinile grupate astfel (x_1, x_{n-1}), (x_2, x_{n-2}), .. (x_q, x_{n-q}) ... sînt complexe conjugate și deci imaginile lor sînt simetrice în raport cu diamertul cercului corespunzător rădăcinii $x_0 = 1$. De aici urmează că a uni diviziunile din $(n - 1)$ în $(n - 1)$ în sens pozitiv, este același lucru cu a uni din 1 în 1 în sens negativ și în general a uni în sens pozitiv din $(n - l)$ în $(n - l)$ este același lucru cu de a uni din l în l în sens negativ, obținem același poligon regulat. Și de aici consecința că este suficient să găsim întregii primi cu n din șirul:

1, 2, 3, ... $\frac{n-1}{2}$. pentru a stabili numărul poligoanelor regulate stelate, care se pot înscrie într-un cerc.

Exemple. 1) pentru $n = 3$ șirul (1) ne dă $k = 1$. Așa că dacă împărțim cercul în 3 părți egale, pentru k putem lua numai valoarea 1 și unind din 1 în 1, obținem un singur poligon regulat convex, triunghiul echilateral; 2) pentru $n = 4$ din șirul (1) avem tot $k = 1$, obținem patratul înscris în cerc; 3) pentru $k = 5$ avem $n = 1$, 2 obținem pentagonul regulat convex și pentagonul stelat.

4) $n = 6$ avem $k = 1, 2$ obținem hexagonul regulat convex pentru $k = 1$, iar pentru $k = 2$, după cele văzute la pct. c) obținem triunghiul regulat $n_1 = \frac{6}{2} = 3$.

5) $n = 7$, $k = 1, 2, 3$ obținem heptagonul regulat convex și două heptagoane regulate stelate.

6) $n = 10$, $k = 1, 2, 3, 4$ avem decagonul regulat convex pentru $k = 1$, pentagonul regulat convex pentru $k = 2$, un decagon regulat pentru $k = 3$ și pentru $k = 4$ obținem pentagonul stelat regulat.

Lungimea laturii poligonului regulat convex și stelat.

Fie un cerc de rază R pe care să presupunem că l-am împărțit în n părți egale. Pentru a calcula lungimea coardei, cînd unim diviziunile din k în k, să scriem afixele corespunzătoare lui k și $2k$.

Avem:,

$$x_k = R\left(\cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}\right),$$

$$x_{2k} = R\left(\cos\frac{4k\pi}{n} + i\sin\frac{4k\pi}{n}\right)$$

și dacă notăm lungimea coardei cu $l_n^{(k)}$, avem:

$$l_n^{(k)} = |x_{2k} - x_k| = R\sqrt{\left(\cos\frac{4k\pi}{n} - \cos\frac{2k\pi}{n}\right)^2 + \left(\sin\frac{4k\pi}{n} - \frac{2k\pi}{n}\right)^2}.$$

sau:

$$l_n^{(k)} = R\sqrt{2\left(1 - \cos\frac{2k\pi}{n}\right)} = 2R\sin\frac{k\pi}{n}.$$

Exemple. 1) Latura triunghiului echilateral. Avem $n = 3$, $k = 1$

$$l_3^{(1)} = 2R\sin\frac{\pi}{3} = R\sqrt{3}$$

2) Latura patratului. Avem $n = 4$ și $k = 1$;

$$l_4^{(1)} = 2R\sin\frac{\pi}{4} = R\sqrt{2}$$

3) Latura pentagonului regulat convex și stelat. Avem:

$$l_5^{(1)} = 2R\sin\frac{\pi}{5}; \qquad l_5^{(2)} = 2R\sin\frac{2\pi}{5}.$$

Dar știm că:

$$\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4} \text{ și } \cos\frac{4\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$$

și deci avem:

$$\sin\frac{\pi}{5} = \sqrt{\frac{1-\cos\frac{2\pi}{5}}{2}} = \frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}};$$

$$\sin\frac{2\pi}{5} = \sqrt{\frac{1-\cos\frac{4\pi}{5}}{2}} = \frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$$

și prin urmare,

$$l_5^{(1)} = \frac{R}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}} \quad \text{și} \quad l_5^{(2)} = \frac{R}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}\ .$$

4. *Latura decagonului regulat convex și stelat*: cel convex corespunde lui $k = 1$, iar cel stelat lui $k = 3$,

$$l_{10}^{(1)} = 2R\sin\frac{\pi}{10} = 2R\sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{5}}{2}}$$

dar din $\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$, avem

$$2\cos^2\frac{\pi}{5} - 1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{și de aici} \quad \cos\frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

sau, observînd că $\frac{4\pi}{5}$ și $\frac{\pi}{5}$ sînt suplimentare, reese că

$$\cos\frac{\pi}{5} = -\cos\frac{4\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

și deci,

$$l_{10}^{(1)} = \frac{R}{2}(\sqrt{5}-1)$$

$$l_{10}^{(3)} = 2R\sin\frac{3\pi}{10} = 2R\sqrt{\frac{1-\cos\frac{3\pi}{5}}{2}}$$

dar, $\cos\frac{3\pi}{5} = -\cos\frac{2\pi}{5}$ și $l_{10}^{(3)} = 2R\sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{5}-1}{4}}{2}} = \frac{R}{2}(\sqrt{5}+1)$.

IV. *Formulele lui Euler.* Să arătăm că expresia $\cos x + i\sin x$ se poate exprima cu funcția exponențială e^x. Pentru aceasta ne folosim de relația funcțională

$$f(x+y) = f(x)\cdot f(y) \qquad (1)$$

care după cum se știe, este satisfăcută de funcția $f(x) = a^x$, $a > 0$.

Pentru elevii cititori ai acestei Gazete, să arătăm cum se poate obține soluția ecuației (1). Să găsim soluția funcției reale și continue pe mulțimea numerelor reale R. Dacă punem în (1) în locul lui x, pe x_1 și în locul lui y pe $x_2 + x_3$, avem

$$f(x_1 + x_2 + x_3) = f(x_1)\cdot f(x_2 + x_3) = f(x_1)\cdot f(x_2)\cdot f(x_3)$$

și presupunînd că avem :

$$f(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_{n-1}) = f(x_1) \cdot f(x_2) \ldots f(x_{n-1})$$

rezultă imediat că avem și

$$f(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n) = f(x_1) \cdot f(x_2) \ldots f(x_n).$$

Dacă în această egalitate facem $x_1 = x_2 = x_3 = \ldots x_n = x$, rezultă

$$f(n\,x) = [f(x)]^n, \tag{2}$$

x real și n numărul natural.

Relația (2) este valabilă și pentru n rațional sau irațional. În adevăr, cum x este un număr real oarecare să punem în locul lui pe $\frac{m}{n}\,x$, m și n numere naturale, relația (2) ne dă :

$$f(m\,x) = [f(\tfrac{m}{n}x)]^n, \text{ sau } [f(x)]^m = [f(\tfrac{m}{n}x)]^n$$

și deci,

$$f(\tfrac{m}{n}x) = [f(x)]^{\frac{m}{n}} \tag{3}$$

ceea ce înseamnă că (2) se menține și pentru n număr rațional.

Știm mai departe că un număr irațional μ se definește ca limita unui șir rațional de numere, deci, trecînd în (3) la limită avem

$$\lim_{\frac{m}{n} \to \mu} f(\tfrac{m}{n}x) = [f(x)]^{\lim \frac{m}{n}}, \text{ cînd } \tfrac{m}{n} \to \mu.$$

și cum funcția $f(x)$ este continuă, avem

$$f(\mu\,x) = [f(x)]^{\mu}. \tag{4}$$

Formula (2) se menține și pentru $n < 0$. Astfel dacă facem în (1) $y = 0$, obținem $f(x) = f(x) \cdot f(0)$, unde $f(0) = 1$,
și punînd în (1), $x = \mu\,x$, $y = -\mu x$, obținem :

$$f(o) = f(\mu\,x) \cdot f(-\mu x) = [f(x)]^{\mu} \cdot f(-\mu x)$$

sau $f(-\mu x) = [f(x)]^{-\mu}$.

Deci, relația (4) este valabilă pentru orice μ și x real.

Punînd $\mu x = x_1$ ea devine :

$$f(x_1) = [f(x)]^{\frac{x_1}{x}} = \{[f(x)]^{\frac{1}{x}}\}^{x_1}$$

sau punînd $[f(x)]^{\frac{1}{x}} = a$ o constantă arbitrară pozitivă, avem soluția $f(x_1) = a^{x_1}$ sau notînd altfel : $f(x) = a^x$

(vezi Algebra, vol. II de Th. Angheluță).

Fie acum, funcția $f(i, \alpha) = \cos \alpha + i \sin \alpha$, $i = \sqrt{-1}$.

Proprietăți. 1° $f(-i, \alpha) = f(i, -\alpha)$. În adevăr,

$$f(-i, \alpha) = \cos\alpha - i\sin\alpha = \cos(-\alpha) + i\sin(-\alpha) = f(i, -\alpha)$$

2° $f(-i, -\alpha) = f(i, \alpha)$, căci (2)

$$f(-i, -\alpha) = \cos(-\alpha) - i\sin(-\alpha) = \cos\alpha + i\sin\alpha = f(i, \alpha).$$

Aceste proprietăți ne spun că funcția $f(i, \alpha)$ depinde de argumentul $i\alpha$. Așa că putem scrie:

$$\varphi(i\alpha) = \cos\alpha + i\sin\alpha$$

De aici rezultă altă proprietate:

$$3^0\ \varphi(i\alpha)\cdot\varphi(i\beta) = \varphi(i\alpha + i\beta) \tag{3}$$

căci $\varphi(i\alpha)\cdot\varphi(i\beta) = (\cos\alpha + i\sin\alpha)(\cos\beta + i\sin\beta) =$

$$= \cos(\alpha + \beta) + i\sin(\alpha + \beta)$$

Prin urmare, $\varphi(x)$ satisface ecuația funcțională (1). Deci,

$$\varphi(i\alpha) = a^{i\alpha}$$

Să determinăm pe a. Avem:

$$a^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$$

și derivînd în raport cu α, obținem:

$$i\,a^{i\alpha}\ln a = -\sin\alpha + i\cos\alpha$$

sau

$$i(\cos\alpha + i\sin\alpha)\ln a = -\sin\alpha + i\cos\alpha$$

sau încă,

$$(i\cos\alpha - \sin\alpha)\ln a = -\sin\alpha + i\cos\alpha$$

și de unde

$$\ln a = 1;\ a = e.$$

Deci, $\cos\alpha + i\sin\alpha = e^{i\alpha}$, apoi: $\cos\alpha - i\sin\alpha = e^{-i\alpha}$ și de unde prin adunare și scădere avem:

$$\cos\alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2},\quad \sin\alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}$$

care sînt formulele lui Euler.

Mai rezultă că un număr complex, poate fi scris sub o a treia formă:

$$r(\cos\alpha + i\sin\alpha) = r\cdot e^{i\alpha}.$$

REGULARITATEA LINIILOR SPECTRALE ŞI STRUCTURA ATOMULUI

de prof. *NISTOR GAL*, Oradea

Spectrele radiațiilor unor atomi izolați, de exemplu, ai unui gaz monoatomic sau ai unor vapori de metal se caracterizează printr-o mare simplicitate în comparație cu spectrele corpurilor solide și lichide la incandescență. Electronii care intră în compoziția acestor gaze se găsesc numai sub influența forțelor intraatomice și nu suferă nici o influență de perturbare din partea atomilor înconjurători. Spectrele acestor gaze și ale vaporilor de metal sînt caracteristice elementului care emite radiațiile și constau dintr-o serie de linii spectrale discrete, de diferite intensități, care corespund unor lungimi de undă diferite.

La cercetarea spectrelor obținute de la gazele compuse din molecule biatomice și poliatomice se obțin spectre mai complicate.

Odată cu spectrul de linii separate prin distanțe mutuale relativ mari se obține și spectrul multiliniu sau spectrul de bandă. Spectrul de linii este caracteristic atomului, iar spectrul de bandă este caracteristic moleculei. Emiterea simultană a celor două spectre — spectrele de linii și spectrele de bandă — se explică astfel: în condițiile de excitare a gazului biatomic sau poliatomic, o parte din molecule sînt disociate în atomi și vor emite radiații atît atomii, cît și moleculele.

Studiul atent al spectrelor de linii a dus de mult, la stabilirea anumitor regularități ale dispoziției lor și legi spectrale pe baza cărora s-a stabilit sensul fizic al acestor regularități și explicarea lor în particularitatea structurii atomului. Astfel, dezvoltarea teoriilor referitoare la structura atomului au mers mînă în mînă cu explicarea legilor spectrale.

Între anii 1880—1890, Balmer, profesor la un liceu din Elveția, preocupat de ideea unei relații între lungimile de undă ale liniilor spectrale ale hidrogenului a găsit o formulă empirică prin care se poate exprima lungimea de undă a liniilor spectrale ale acestui element:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{m^2}{m^2 - 4},$$

unde $\lambda_0 = 3645{,}7$ Å, iar m reprezintă șirul numerelor întregi succesive: **3, 4, 5, 6..**

Pe timpul lui Balmer se cunoșteau numai cele patru linii spectrale ale hidrogenului, care figurează în formula sa. Astăzi se cunosc 30 de linii spectrale ale hidrogenului, a căror frecvență se poate calcula cu o mare precizie, cu o formulă stabilită pe baza formulei lui Balmer.

Înlocuind lungimea de undă prin frecvență, $\lambda = \frac{c}{\nu}$, formula lui Balmer se poate scrie:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0 \frac{m^2}{m^2 - 4}} = \frac{cm^2 - 4c}{\lambda_0 m^2} = \frac{c}{\lambda_0} - \frac{4c}{\lambda_0 m^2} = A - \frac{R}{m^2},$$

A și R fiind constante, $A = \frac{c}{\lambda_0}$, $R = \frac{4c}{\lambda_0} = 4A$, iar m reprezentînd șirul numerelor întregi, ca și mai înainte.

Dacă în formula de mai sus înlocuim constanta A prin constanta R obținem formula:

$$\nu = \frac{R}{4} - \frac{R}{m^2} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Constanța R poartă numele de constanța lui Rydberg și are valoarea $R = 109677{,}6 \text{ cm}^{-1}$.

Această formulă poate fi generalizată pentru a calcula toate frecvențele liniilor spectrale ale hidrogenului, dacă în locul lui 2 punem un număr n, care este un număr întreg și poate avea valorile 1, 2, 3, 4, 5, 6:

$$\nu = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

În spectroscopia practică, ν se înlocuiește cu $N = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}$, unde N este numărul de unde pe cm.

Formula lui Balmer generalizată poate fi utilizată pentru a calcula cu multă precizie, frecvența radiațiilor hidrogenului; aceasta arată că nu avem de a face pur și simplu, cu o formulă empirică potrivit aleasă, ci că este expresia unei regularități a liniilor spectrale legate de structura atomului și de mecanismul de emitere a radiațiilor. Dacă în formula de mai sus n este egal cu 1, se pot calcula frecvențele liniilor spectrale din seria lui Lyman, care fac parte din ultra-violetul îndepărtat:

$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad (m = 2, 3, 4)$$

Seria lui Balmer:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad (m = 3, 4, 5, 6, 7)$$

Seria lui Paschen din infraroșul apropiat:

$$\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad (m = 4, 5, 6, 7, 8)$$

Seria lui Brachett, din infraroșul ceva mai depărtat:

$$\nu = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad (m = 5, 6)$$

Seria lui Pfund, din infraroșul extrem:

$$\nu = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad (m = 6, 7)$$

Rydberg și alți cercetători au studiat spectrele altor substanțe și în deosebi, a metalelor alcaline și alcalino-pământoase, pentru a găsi regularitatea liniilor spectrale ale acestor elemente. Cu toate dificultățile de interpretare și de descifrare s-au găsit și aici, regularități spectrale.

Seriile liniilor spectrale și la aceste elemente sînt date de formule asemănătoare cu formula lui Balmer a liniilor spectrale ale hidrogenului. Deosebirea constă în anumiți termeni de corecție α și β, care la hidrogen au valoarea egală cu zero:

$$\nu = R\left(\frac{1}{(m+\alpha)^2} - \frac{1}{(m+\beta)^2}\right)$$

Fiecărui element îi corespunde un șir de asemenea termeni de corecție. Valoarea lui R este însă, aproape aceeași ca și în formula lui Balmer.

Regularitatea spectrelor X. Razele X iau naștere în condiții obișnuite, în tubul Röntgen, la frînarea electronilor, prin ciocnire cu anticatodul. Variația vitezei electronilor are loc în acest caz, la întîmplare, și radiația care ia naștere reprezintă un impuls cu totul neregulat; se produce un ansamblu de unde cu tot felul de frecvențe. Simultan cu aceste unde se produce și o radiație aproape monocromatică.

La bombardarea anticatodului cu electroni care au o anumită viteză a cărei valoare depinde de natura anticatodului, acesta devine o sursă de raze aproape monocromatice, a căror frecvență este caracteristică substanței din care este alcătuit anticatodul. Aceste raze se numesc raze caracteristice și au fost descoperite în anul 1905, de Barkla.

Spectrele caracteristice ale razelor X sînt mult mai simple decît spectrele luminoase. Se obțin trei serii de spectre X: seria K, seria L și seria M. La elementele mai ușoare decît sodiul nu s-au putut observa spectre X. Elementele de la sodiu cu număr atomic 11 pînă la *Nd* cu număr atomic 60 emit spectre din seria K. Începînd cu *Zn*, care are numărul atomic 30, se observă a doua serie de spectre X, seria L; pînă la numărul atomic 79 (*Au*). Elementele cu număr de ordine mai mare emit și a treia serie de spectre, spectre din seria M.

Seria K este compusă din 4 linii; în seria L, Moseley a observat 5 linii (ulterior s-au observat mai multe). În seria M s-au observat 7 linii.

Variația frecvențelor acestor linii spectrale urmează o lege foarte simplă descoperită de Moseley; rădăcina pătrată a frecvenței liniilor spectrale este o funcție liniară a numărului de ordine (număr atomic) al elementului. Această lege se aplică pentru toate spectrele K, L, M,

$$\sqrt{\nu} = a\,(Z - b)$$

unde Z este numărul atomic al elementului, iar a și b, două constante.

Ridicînd la pătrat vom avea:

$$\nu = a^2\,(Z - b)^2.$$

Pentru spectrele din seria K constanta $b = 1$, Moseley a mai observat că pentru prima linie spectrală din seria K, valoarea constantei $a^2 = \frac{3}{4}R$, unde R este constanta lui Rydberg.

Fracția $\frac{3}{4}$ se mai poate scrie și sub forma $\frac{3}{4} = \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$. În acest caz, legea lui Moseley se poate scrie sub următoarea formă:

$$\nu = R\,(Z - 1)^2\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right).$$

Pentru celelalte linii ale seriilor spectrale se pot stabili formule asemănătoare cu formula lui Balmer. Pentru prima linie din seria *L* formula este :

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)(Z - 7{,}4)^2.$$

După ce s-a descoperit regularitatea liniilor spectrale se punea problema de a se stabili structura atomului și mecanismul de emitere a energiei radiante, care să explice diferitele proprietăți ale materiei și legile spectrascopiei.

Prin descoperirea razelor catodice și a fenomenului de emisiune termoelectronică și fotoelectronică s-a ajuns la concluzia că atomul are o structură complexă, că electronii sînt particule care intră în compoziția tuturor atomilor elementelor. Deoarece electronii sînt particule cu electricitate negativă și atomul este neutru din punct de vedere electric atomii elementelor trebuie să aibă și electricitate pozitivă.

După teoria electronică a lui Lorentz, fenomenul de emisie și de absorbție a energiei radiante de către diferitele corpuri este un fenomen de vibrare a electronilor.

I. I. Thomson, în anul 1903, a imaginat un model atomic. După modelul atomic al lui Thomson, atomul are forma unei sfere în care sarcina pozitivă este uniform răspîndită, electronii fiind dispuși în interiorul sferei într-un singur plan, iar sarcina totală este egală cu sarcina pozitivă. Thomson admitea că numărul electronilor este mic și că sînt distribuiți la distanțe egale de centrul sferei electrizate pozitiv ; cînd numărul de atomi crește ei se distribuie în pături sferice sau inele. Dacă unul din electroni este deplasat puțin din poziția lui de echilibru, ia naștere o forță care caută să-l aducă în poziția stabilă. El considera această forță, proporțională cu deplasarea. Modelul lui Thomson a permis să se explice fenomenele optice de dispersie și absorbție, precum și caracterul monocromatic al liniilor spectrale, dar nu putea să explice mulțimea regularităților observate la spectrele optice.

S-a dovedit că modelul atomic al lui Thomson nu este just ; el a avut totuși un rol pozitiv în istoria științei, deoarece a sugerat experiențe de mare importanță.

Asemenea experințe au fost efectuate și de Ph. Lenard (1903) care a studiat trecerea razelor catodice prin diferite corpuri. În urma acestor experiențe, Lenard a ajuns la concluzia că materia are o structură granulară, în anumite puncte electricitatea pozitivă este foarte concentrată, deci nu este repartizată uniform în tot volumul atomului.

După Lenard, în atom nu există separat sarcini pozitive și electroni, ci în constituția lui intră niște particule speciale pe care le-a denumit *dinamide,* o dinamidă reprezentînd un dipol electric cu masă. Un atom ar conține atîtea dinamide cîte sînt necesare pentru a se realiza masa lui. După modelul lui Lenard, o parte apreciabilă a volumului atomului este goală din cauza micimii dinamidelor. Acest model însă, n-a avut aproape nici un rol în dezvoltarea fizicii.

Studiul experimental al dispersiei particulelor, efectuat de către Rutherford, a adus un aport pozitiv referitor la structura atomului. Pe baza datelor experimentale, Rutherford a stabilit un model

atomic, dinamic, asemănător sistemului planetar. El a bombardat foițe subțiri metalice cu particule α și a constatat că cele mai multe particule trec prin aceste foițe, nedeviate, iar altele sînt deviate sub anumite unghiuri și anume, cu cît particula trece mai aproape de nucleu, cu atît este deviată mai mult. Unele particule, foarte puține, sînt deviate sub un unghi care atinge valori pînă la 150°. Aceste din urmă devieri nu sînt supuse unei legi statistice. Traiectoria particulelor poate fi fotografiată în camera Wilson.

Concluziile ce se pot trage în urma dispersiei particulelor prin foi subțiri de metale:

— numărul mare de traiectorii rectilinii arată că particulele care

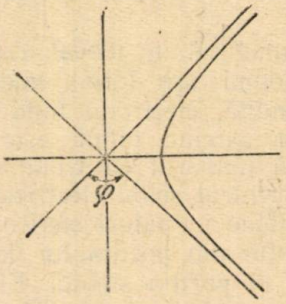


Fig. 1.

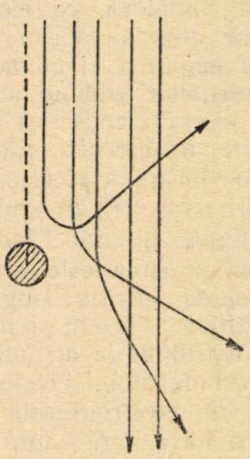


Fig. 2.

întîlnesc în calea lor zeci de mii de atomi străbat prin atomi, prin urmare, masa atomului nu este repartizată în întreg volumul acestuia; de asemenea, sarcina electrică pozitivă este concentrată;

— devierile particulelor care sînt încărcate pozitiv nu pot fi provocate decît de sarcini electrice pozitive, între care se exercită forțe coulombiene.

Mișcarea în sens invers a particulei și diferitele unghiuri de deviere la trecerea particulei în apropierea nucleului atomic se explică prin aceea că particula trece la diferite distanțe de nucleu și din această cauză suferă acțiuni diferite din partea lui.

Traiectoria unei particule α în apropierea nucleului se aseamănă cu traiectoria unei comete.

Rutherford a arătat că traiectoria unei particule α trebuie să aibă forma unei hiperbole în focarele căreia se află centrul atomului; unghiului φ între asimptote (fig. 1), care este suplimentul unghiului de difuzie, depinde de viteza inițială a particulei α, de mărimea Z a sarcinii nucleului și de distanța minimă pînă la care se apropie particula de centrul atomului difuzat (fig. 2).

Aplicînd analiza matematică studiului traiectoriilor particulei s-a găsit că distanța minimă dintre centrele particulei și al nucleului este dată de ecuația :

$$r_0 = \frac{4 Z e^2}{m v^2},$$

unde r_0 este distanța minimă, e — sarcina elementară, m — masa particulei și v — viteza particulei.

Calculînd numărul de particule α care sînt deviate de un unghi oarecare, și comparîndu-se rezultatul cu observațiile, se poate calcula, dacă se cunoaște v, sarcina Z a atomului și deci, pe baza relației de mai sus pe r_0. S-a găsit că r_0 nu trece de 10^{-11} cm și în consecință, raza atomului este considerabil mai mică și anume, ordinul ei de mărime nu trece de 10^{-12} cm.

În sfîrșit, Van der Broek observînd că numărul de particule α difuzate de un singur atom, împărțit la pătratul sarcinii nucleului este o constantă, a arătat .că rezultatul obținut poate fi explicat prin ipoteza că sarcina nucleului este aproximativ egală cu jumătatea greutății atomice și coincide cu numărul atomic al elementului respectiv deci, cu numărul de ordine din tabela lui Mendeleev.

Pe baza acestor date experimentale Rutherford a stabilit un model atomic care poate fi schițat astfel :

Un atom este format dintr-un nucleu în care este concentrată masa atomului și are un număr de sarcini pozitive egal cu numărul atomic al elementului. Nucleul este alcătuit după cum a arătat D. D. Ivanenco din Z protoni și $(A—Z)$ neutroni, în care A este numărul unităților de masă și Z — electroni.

Astfel, atomul C, este alcătuit din 6 protoni, 6 neutroni și 6 electroni. Atomul de $^{23}_{11}Na$, este alcătuit din 11 protoni, 12 neutroni și 11 electroni.

Raza nucleului nu trece de 10^{-12} cm, iar diametrul atomului nu trece de 10^{-8} cm.

În jurul nucleului se găsesc electronii ; aceștia sînt atrași de nucleu cu o forță dată de legea lui Coulomb. Fiindcă electronii nu cad pe nucleu aceștia trebuie să admitem că nu sînt în stare de repaus, ci că se rotesc cu o viteză oarecare în jurul nucleului.

Pentru a explica diferitele proprietăți fizice și chimice ale elementelor și pentru a explica mecanismul de emitere și absorbție a energiei radiante, așa cum arată legile spectroscopiei, modelul atomic al lui Rutherford a trebuit să fie completat. Una din aceste completări a fost făcută de Bohr.

Deși modelul atomic al lui Rutherford se bazează pe date experimentale bine stabilite prin experiențele de difuzie a particulelor și este chiar necesar pentru a explica aceste experiențe, nu numai că nu explică legile spectrale, dar nu explică nici măcar emisia monocromatică. Electronii care se mișcă de exemplu, uniform circular în jurul nucleului, ca să emită energie radiantă, în conformitate cu legile mecanicii clasice ar trebui să-și micșoreze orbita și perioada de rotație și după un scurt timp să cadă pe nucleu. Atomul, după modelul lui Rutherford. ar

trebui să fie instabil în tot timpul experienței să emită energie radiantă, ceea ce este în contradicție cu realitatea.

Să considerăm un atom de hidrogen după modelul atomic al lui Rutherford. În centrul atomului se găsește nucleul care este format dintr-un proton, iar în jurul nucleului se rotește un electron. Considerăm că orbita este circulară și are raza r. Notăm cu Q sarcina electrică a nucleului și cu e sarcina electrică a electronului. Între sarcina electrică a nucleului și sarcina electrică a electronului se exercită o forță de atracție dată de legea lui Coulomb:

$$f_1 = \frac{Q\,e}{r^2}$$

Această forță este egală cu forța centrifugă a electronului care se rotește în jurul nucleului $f_2 = \frac{m v^2}{r}$.

Perioada mișcării circulare a electronului este: $T = \frac{2\pi r}{v}$,

iar frecvența: $\nu = \frac{v}{2\pi r}$.

La distanța r de nucleu, electronul posedă o energie potențială

$$W_p = \frac{Q\,e}{r}.$$

Energia cinetică a electronului este: $W_c = \frac{m v^2}{2}$.

Deoarece forța centrifugă este egală cu forța de atracție dintre nucleu și electron, avem relația: $\frac{m v^2}{r} = \frac{Q\,e}{r^2}$; $m v^2 = \frac{Q\,e}{r}$

Energia potențială este egală cu dublul energiei cinetice.

Electronul, așa după cum se observă, nu poate emite energie radiantă în timpul rotirii în jurul nucleului, pentru că emițînd energie, energia sa scade și odată cu aceasta, electronul se apropie de nucleu și cade pe nucleu.

Atomul poate absorbi energie numai atunci cînd electronul trece pe orbita superioară și poate emite energie radiantă numai cînd trece de pe o orbită superioară pe o orbită inferioară, așa cum susține Bohr.

Fenomenul de emisie a energiei radiante este legat deci, de trecerea electronului de pe o orbită superioară pe o orbită inferioară și nu de mișcarea electronului în jurul nucleului.

După teoria cuantelor, energia radiantă emisă de atomi și absorbită de atomi este sub formă de cuante, deci, energia pe care o posedă electronul este un număr întreg de cuante:

$$m v^2 = n h \nu = n h \frac{v}{2\pi r}.$$

Din această condiție rezultă că: $2\pi r m v = n h$

Electronul se poate mișca numai pe anumite orbite, astfel că acțiunea [1]) electronului să fie un multiplu al constantei lui Planck. Împărțind relația:

$$m v^2 r = Q e,$$

care rezultă din condiția că forța centrifugă a electronului care se rotește în jurul nucleului este egală cu forța de atracție dintre nucleu și electron, cu relația $2 \pi r m v = h \nu$, care rezultă din condiția arătată mai sus, obținem

$$\frac{m v^2}{2 \pi r m v} = \frac{Q e}{n h},$$

din care rezultă

$$v = \frac{2 \pi Q e}{n h}.$$

Dacă această valoare a lui v o introducem în ecuația:

$$2 \pi r m v = n h$$

obținem valoarea razei orbitei pe care se mișcă electronul:

$$r = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 Q e m}.$$

Această relație ne arată că razele diferitelor orbite sînt proporționale cu pătratul numărului de cuante corespunzătoare.

Raza orbitei celei mai apropiate de nucleu este atunci cînd $n = 1$. Pentru hidrogen $r = 0{,}55.10^{-8}$ cm.

Energia potențială a electronului crește cînd se mărește raza, așa după cum energia potențială a unui corp crește cînd este ridicat de la suprafața pămîntului. Lucrul mecanic efectuat pentru a ridica corpul se transformă în energie potențială. Energia cinetică a electronului însă, descrește cu raza.

Considerăm că electronul trece de pe orbită cu raza r_n pe orbita cu raza r_m. Energia cinetică și potențială a electronului pe orbita r_n:

$$W_c = \frac{m v_n^2}{2}; \quad W_p = \frac{Q e}{r_n},$$

energia cinetică și potențială a electronului pe orbita cu raza r_m:

$$W_c = \frac{m v_m^2}{2}; \quad W_p = \frac{Q e}{r_m}.$$

Variația energiei potențiale a electronului cînd trece de pe orbita cu raza r_n pe orbita cu raza r_m este:

$$\Delta W_p = \frac{Q e}{r_n} - \frac{Q e}{r_m} = Q e \left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_m} \right).$$

Variația energiei cinetice a elctronului cînd trece de pe orbita r_n pe orbita r_m este:

$$\Delta W_c = \frac{m v_m^2}{2} - \frac{m v_n^2}{2} = \frac{1}{2} Q e \left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_m} \right).$$

---

[1]) Acțiunea este o mărime care se exprimă prin produsul dintre energia W și timpul t.

Știm că energia potențială este egală cu dublul energiei cinetice. Comparînd aceste transformări ale energiei potențiale și cinetice observăm că la trecerea electronului de pe orbită superioară pe o orbită inferioară, numai jumătate din energia potențială se transformă în energie cinetică, iar jumătate se transformă în energie radiantă. Energia radiantă este deci :

$$W_r = \frac{1}{2} Q e \left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_m} \right).$$

Dacă înlocuim pe r_n și r_m cu valorile calculate, cu formula stabilită anterior

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 Q e m} ; \quad r_m = \frac{m^2 h^2}{4\pi^2 Q e m_e}$$

obținem : $W_r = \frac{1}{2} Q e \left(\frac{4\pi^2 m e Q}{n^2 h^2} - \frac{4\pi m_e e Q}{m^2 h^2} \right) = 2\pi^2 m e^2 Q^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$

Dacă ținem seama de teoria cuantelor, energia radiantă se prezintă sub formă de cuante și energie emisă de un atom cînd un electron trece de pe o orbită pe alta trebuie să fie egală cu o cuantă de energie :

$$\frac{2\pi^2 m e^2 Q^2}{h^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = h \nu$$

Din această ecuație se poate calcula frecvența :

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^2 Q^2}{h^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

In această formulă — a lui Bohr — constanta R are o semnificație fizică și se poate calcula :

$$R = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} ; \quad Q = e$$

Valoarea calculată a constantei lui Rydberg, după formula lui Bohr, este $R = 3279 \cdot 10^{12}$. Valoarea găsită experimental este $R = 3290 \cdot 10^{12}$ Cele două valori pot fi considerate în concordanță satisfăcătoare.

Nivelele energetice ale atomului. După modelul atomic al lui Bohr, așa cum s-a arătat, electronii planetari din atomi nu se pot mișca în jurul nucleului pe orice orbite, ci numai pe anumite orbite situate la anumite distanțe față de nucleu, numite *orbite staționare,* electronii avînd pe aceste orbite o anumită viteză și anumită energie egală cu energia totală pe care o posedă orbita electronilor respectivi.

In cazul atomului de hidrogen, unicul electron al acestuia nu se poate mișca decît pe acele orbite ale căror raze stau între ele ca pătratele numerelor din șirul natural : 1, 2, 3 etc.

Prima orbită de lîngă nucleu se numește orbita fundamentală, iar celelalte orbite se numesc orbite staționare. Orbita fundamentală se notează cu litera *K*, iar celelalte, orbitele staționare, cu literele *L,M,N,O,P* etc. Orbitele se mai notează și cu numerele 1,2,3,4,.... Viteza electronului descrește cînd raza orbitei crește. Vitezele electronului pe orbitele staționare stau între ele ca numerele $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$.

Atît timp cît electronul se mișcă pe aceeași orbită staționară își păstrează aceeași viteză și aceeași distanță față de nucleu și aceeași energie totală, adică nu absoarbe și nu cedează energie.

Această stare staționară a electronului se caracterizează prin noțiunea de nivel energetic.

Eectronii planetari pot însă să facă salturi bruște trecînd de pe o orbită staționară pe alta și în acest caz, atomul emite energie sau absoarbe energie.

Cînd trece pe o orbită mai aproape de nucleu emite energie, cînd trece pe o orbită superioară, mai departe de nucleu, absoarbe energie.

Emiterea și absorbția energiei se face prin cuante de energie.

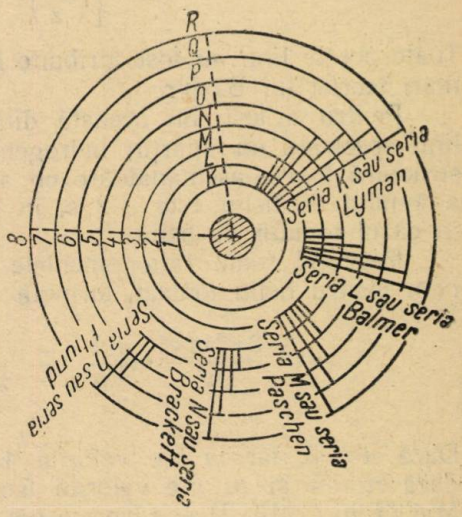


Fig. 3.

Cu cît diferența de nivel energetic este mai mare, cu atît energia emisă sau absorbită este mai mare, cu atît și energia cuantei este mai mare și frecvența radiației va fi și ea mai mare.

Cînd trece electronul hidrogenului de pe orbita *L* pe orbita *K* emite o cuantă $\varepsilon_1 = \nu_1 h$. Cînd trece de pe orbita *M* pe orbita *K* emite o cuantă $\varepsilon_2 = \nu_2 h$. Cînd trece de pe orbita *N* pe orbita *K* emite cuanta $\varepsilon_3 = \nu_3 h$ ș.a.m.d.

Cuantele de energie stau între ele în ordinea următoare:

$$\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3 \ldots, \text{ iar frecvența: } \nu_1 < \nu_2 < \nu_3 \ldots$$

Cînd electronul trece de pe diferite orbite staționare pe orbita *K* emite seria spectrală *K* sau seria Lyman; cînd trece de pe diferite orbite pe orbita *L* emite seria spectrală *L* sau seria Balmer; cînd trece pe orbita *M* emite seria *M* sau seria Paschen; cînd trece pe orbita *N* emite seria *N* sau seria Brakett; cînd trece pe orbita *O* emite seria *O* sau seria Pfund (fig. 3)

Spectrele atomilor ionizați. În anul 1897, Pickering a observat în spectrul cîtorva stele, anumite linii spectrale atribuite hidrogenului, care — după Rydberg — formează o serie spectrală care poate fi reprezentată prin formula:

$$\nu = R\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\left(n+\frac{1}{2}\right)^2}\right].$$

Mai tîrziu, în anul 1912, Fowler a observat un asemenea spectru într-un tub Geissler, care conținea un amestec de hidrogen și heliu. În aceste condiții experimentale, Fowler a mai observat în plus, linii spectrale care constituiau seria :

$$\nu = R\left[\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(n+\frac{1}{2}\right)^2}\right].$$

Toate aceste linii au fost atribuite hidrogenului și ele provocau dificultăți mari teoriei lui Bohr.

Pentru a ieși din această dificultate, Bohr a presupus că aceste linii spectrale nu aparțin hidrogenului, ci ionului de heliu, care are o structură foarte asemănătoare cu aceea a hidrogenului. Sarcina electrică a ionului de heliu este $+2$ e, în jurul căruia se învîrtește un electron, în cazul ionului de heliu.

Repetînd toate raționamentele făcute la spectrul hidrogenului obținem pentru heliu ionizat, formula :

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3}\cdot 4\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) = R\left[\frac{1}{\left(\frac{n}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{m}{2}\right)^2}\right].$$

Dacă $n = 3$, iar m are valorile 4.5.6 obținem seria lui Fowler; iar dacă $n = 4$ și m are valorile 5.6,7 se obține seria lui Pickering. Mai tîrziu (1916) Paschen a găsit în heliu pur 10 linii ale lui Fowler și 8 ale lui Pickering.

Astfel, Bohr nu numai că a reușit să învingă toate dificultățile, dar a făcut un pas înainte în problema spectrelor ionilor. Asemănarea între spectrul de heliu ionizat și de hidrogen este un exemplu tipic al unui fenomen mai general.

Astfel, s-a constatat că prin ionizare, atomul ionizat se aseamănă cu atomul dinaintea sa din sistemul periodic al elementelor, iar spectrul atomului ionizat devine analog cu acela al atomului din urma sa.

He^+ dă spectru asemănător cu H ; Li^{++} dă spectru asemănător cu He etc. Acestea se referă și la cazul ionizărilor multiple.

Așa de exemplu, dacă un atom cu număr de ordine Z pierde 2.3.4. etc. electroni, spectrul devine asemănător cu cel al elementelor cu număr atomic $Z-2$, $Z-3$, $Z-4$ etc.

Spectre asemănătoare cu cele ale hidrogenului de forma :

$\nu = RZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$, este dat de H_e^+, L_i^{++}, B_e^{+++}, C^{++++}.

Bohr a mai arătat că mica deosebire dintre constanta lui Rydberg R determinată din seria lui Balmer și cea obținută din seria lui Pickerin nu se datorește greșelilor experimentale, ci are un sens fizic.

În teoria inițială, masa nucleului era considerată infinită față de masa electronului și s-a ținut seama numai de mișcarea electronului în jurul nucleului mobil. În realitate însă, trebuie să se țină seama de mișcarea sistemului în jurul centrului său de greutate. Ținînd seama de

această realitate, în cele două cazuri — hidrogen și heliu — este deosebire între ele deoarece nucleul de heliu este de patru ori mai mare decît nucleul de hidrogen.

Excitarea succesivă a liniilor spectrale. Fenomenul de inversiune a liniilor spectrele este un caz particular al legii generale a lui Kirchhoff, conform căreia puterea de emisie a unui corp este proporțională cu puterea de absorbție a acelui corp. Din punct de vedere clasic, această lege este o consecință a rezonanței oscilatorilor.

Dacă însă comparăm spectrul de emisie al unui corp, de exemplu *Hg*, cu spectrul său de absorbție constatăm că mercurul are un număr foarte mare de linii de emisie. Însă nu se observă decît două linii de absorbție. Ar urma că celelalte linii spectrale nu sînt supuse legii Kirchhoff.

Teoria lui Bohr interpretează însă, astfel legea lui Kirchhoff și rezolvă această dificultate.

După concepția lui Bohr, fiecare fenomen de emisie corespunde trecerii atomului dintr-o stare în alta și emite o singură linie spectrală. Întrucît însă, avem de-a face cu emisia simultană a multor atomi se observă spectrul complet al atomului. În anumite condiții însă, dacă toți atomii sînt excitanți la fel, emit o singură radiație.

Atomul nu poate absorbi energie decît în porțiuni care sînt egale în mărime cu diferența de energie a atomului între două stări staționare: $W_2 - W_1$ (cînd atomul trece din starea W_1 în starea W_2). Frecvența ν a luminii absorbite este dată de relația: $h\nu = W_2 - W_1$.

După explicația lui Bohr, fenomenul este în concordanță cu legea lui Kirchhoff. Teoria lui Bohr nu este o consecință logică a legilor care guvernează procesele atomice; necunoscînd aceste legi nu se pot stabili nici stările staționare. Postulatele lui Bohr sînt însă, motivate de experiențe. Ideile generale ale lui Bohr asupra stărilor discrete ale atomului izolat și asupra energiei radiante emise sub formă de cuante la trecerea dintr-o stare staționară în altă stare staționară au fost confirmate de un număr foarte mare și variat de experiențe. Încercările inițiale ale lui Bohr, de a interpreta stările staționare ale electronului pe anumite orbite a dus la rezultate foarte bune pentru hidrogen și pentru atomi hidrogenoizi ai elementelor multiplu ionizate.

Acest fel de a vedea lucrurile este însă insuficient, problema atomului trebuie privită de la baza legilor după care se produc fenomenele în interiorul atomului. În ultimii 30 de ani s-a efectuat o muncă cu deosebit succes în această direcție, atît de către Bohr, cît și de către Heisenberg, Schrödinger, Dirac și alți savanți pe baza mecanicii cuantice.

Nici teoria cuantică modernă însă, nu este în stare să calculeze nivelurile de energie ale atomilor cu o structură mai complexă. Modelul atomic al lui Bohr, deși imperfect, ne dă un model concret de structură a atomului și mecanismul de emisie și absorbție a energiei de către atom.

MĂSURAREA FRECVENŢEI CURENTULUI ALTERNATIV

de prof. *NĂDĂBAN ALEXANDRU*
Grupul şcolar Gh. Dimitrov — Arad

Pentru măsurarea frecvenţei curentului alternativ se utilizează aparatul de măsură numit frecvenţmetru. În lucrarea de faţă ne propunem să stabilim o metodă pentru măsurarea frecvenţei curentului alternativ folosind formula lui Newton cu ajutorul căreia se determină viteza de propagare a undelor transversale.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \qquad (1)$$

unde F reprezintă tensiunea firului care vibrează, iar μ masa unităţii de lungime a firului.

Aparatul destinat acestei determinări poate fi realizat cu elevii prin mijloace proprii.

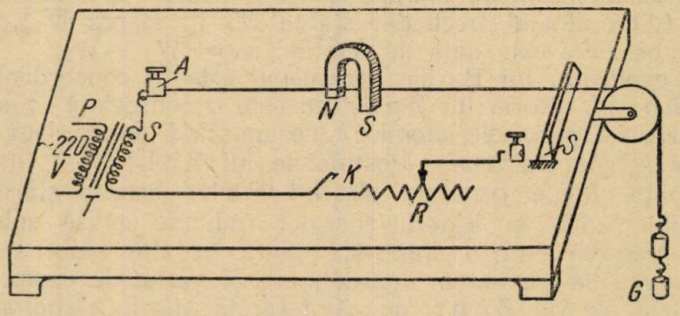


Fig. 1.

Descrierea aparatului.

Pe o planşetă din lemn de 100 cm lungime şi 50 cm lăţime aşezăm un reostat cu cursor R şi un transformator T, coborîtor de tensiune, a cărui tensiune secundară să fie de 6 V, sau 8 V, 12 V (fig. 1). De la o bornă a secundarului se leagă reostatul în serie, ca în figură. În lungul planşetei se leagă un fir de cupru sau oţel fixat la un capăt A, care trece printre polii unui magnet permanent, iar celălalt capăt trece peste un scripete întins cu greutăţi.

În faţa scripetului punem un suport metalic S în legătură cu cealaltă bornă a reostatului cu cursor.

Alimentînd firul de la transformator, pentru o anumită valoare a greutăţilor, vom observa că firul începe să vibreze producîndu-se unde staţionare. Dedesubtul firului se află o riglă gradată care ne permite să măsurăm lungimea de undă. Deci, pentru o anumită tensiune mecanică a firului obţinem condiţia de rezonanţă, cînd frecvenţa curentului alternativ este egală cu frecvenţa de oscilaţie a firului. Experienţa se

poate face și invers. Prin fir vom trece un curent continuu și așezăm apoi firul într-un cîmp magnetic alternativ. Vibrația firului se face datorită acțiunii cîmpului magnetic asupra curentului alternativ care dă naștere la așa-numita forță electromagnetică alternativă.

Dacă lungimea firului este l (adică distanța între punctele în care se aplică tensiunea), atunci lungimea de undă λ va fi $\lambda = \frac{l}{n}$ sau $l = n\lambda$, unde n reprezintă un număr întreg.

Folosind formula cunoscută din acustică $v = \lambda \nu$, unde ν reprezintă frecvența deducem:

$$v = \frac{l}{n} \nu. \tag{2}$$

Înlocuind pe v în formula (1) obținem:

$$\frac{l}{n} \nu = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \text{ de unde deducem frecvența } \nu:$$

$$\nu = \frac{n}{l} \sqrt{\frac{F}{\mu}}. \tag{3}$$

Formula (3) ne permite să determinăm frecvența curentului pe calea de mai sus.

Măsurătorile:

a) Cu ajutorul unui micrometru determinăm diametrul firului, fie el d; astfel putem determina masa unității de lungime μ:

$$\mu = \frac{\pi d^2}{4} \varrho, \text{ unde } \varrho \text{ este densitatea firului.}$$

b) Cu ajutorul riglei gradate determinăm lungimea firului l.

c) Închidem circuitul cu ajutorul întrerupătorului k și agățăm de extremitatea firului greutăți marcate pînă cînd firul începe să vibreze. Vom vedea că apar noduri și ventre și găsim astfel pe n.

d) Înlocuim în formula (3) datele obținute și calculăm frecvența.

Observație:

Pentru a obține frecvența în hertzi luăm pe l în cm, pe F în *dyn* și pe μ în $\frac{g}{\text{cm}}$.

$$[\nu] = \frac{1}{\text{cm}} \sqrt{\frac{\frac{g\,\text{cm}}{s^2}}{\frac{g}{\text{cm}}}} = \frac{1}{\text{cm}} \sqrt{\frac{\text{cm}^2}{s^2}} = \frac{1}{s} = H_z$$

Dăm mai jos rezultatele obținute cu acest aparat în laborator:

$d = 0{,}05$ cm; $F = 70$ gf $= 68\,670$ dyn; $\mu = 0{,}017 \frac{g}{\text{cm}}$; $n = 1{,}5$

$l = 57$ cm; $\varrho = 8{,}9 \frac{g}{\text{cm}^3}$; $\nu \cong 52\ H_z$; $\lambda = 38$ cm

Eroarea relativă va fi:

$$\Delta\varepsilon = \frac{52 - 50}{52} = \frac{2}{52} = \frac{1}{27}$$

deci: $\Delta\varepsilon = 3{,}7\ \%$

CALEIDOSCOP FIZIC

Păsărica lui Hottabîci. Printre jucăriile care au fost aduse în U.R.S.S. din China există una care provoacă uimirea tuturor celor care o văd în funcțiune. Ea se numește „păsărica nesățioasă" sau „păsărica lui Hottabîci". Așezată în fața unei căni cu apă, păsărica se apleacă pînă ajunge cu ciocul în cană și, după ce bea, se îndreaptă. După un timp, ea începe să se aplece încet, atinge apa cu ciocul, bea și din nou se redresează.

Fig. 1.

Această jucărie este un exemplu tipic de motor care funcționează, aparent, fără sursă de energie. Mecanismul mișcării jucăriei este foarte ingenios. Priviți figura 1. Corpul păsării este format dintr-un tub de sticlă care se termină în partea de sus cu o sferă mică, modelată ca

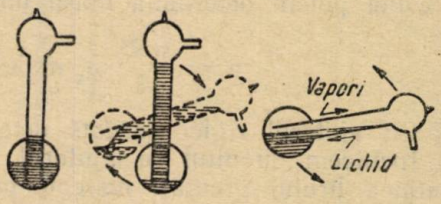


Fig. 2.

un cap cu un cioc. Jos, tubul se termină cu un capăt deschis într-un rezervor mai mare, închis de asemenea ermetic. Acest rezervor este umplut cu lichid astfel, încît nivelul lichidului este ceva mai ridicat decît capătul deschis al tubului.

Pentru a însufleți păsărica trebuie să udăm capul ei cu apă. Cîtva timp după aceasta, păsărica va rămîne în poziție verticală, deoarece rezervorul inferior este mai greu decît capul. Să urmărim ce se petrece mai departe. Vom observa că lichidul începe să se ridice în sus, prin tub (fig. 2). Cînd atinge limita de sus a tubului, partea superioară devine mai grea decît cea inferioară și păsărica se apleacă cu ciocul înainte, spre cană. Cînd păsărica a ajuns în poziție orizontală capătul deschis al tubului rămîne deasupra nivelului lichidului din rezervorul inferior și lichidul din tub se scurge înapoi în rezervor. Din nou coada devine mai grea decît capul și păsărica revine în poziție verticală.

Acum am înțeles aspectul mecanic al problemei: mișcarea lichidului schimbă repartizarea greutății în raport cu axa, adică deplasează centrul de greutate.

Dar, ce obligă lichidul să se deplaseze în sus? În interiorul păsăricii se află eter lichid, care se evaporă ușor la temperatura camerii, iar presiunea vaporilor saturanți de eter variază brusc cu schimbările de temperatură.

Cînd păsărica se află în poziție verticală se pot constata cele două regiuni de vapori de eter: tubul cu cap și balonul de la coadă.

Capul păsăricii are o proprietate remarcabilă: udat cu apă, el capătă o temperatură ceva mai joasă decît temperatura mediului înconjurător. Acest lucru se poate realiza ușor confecționînd suprafața capului păsăricii dintr-un material poros, care absoarbe bine umezeala și înlesnește evaporarea. Știm că, evaporarea intensă este însoțită de coborîrea temperaturii, deci temperatura capului păsăricii scade în raport cu temperatura tubului și rezervorului inferior. La rîndul său acest lucru provoacă o scădere a presiunii vaporilor saturanți din balonul superior și lichidul este împins în sus, pe tub, din cauza presiunii mai mari a vaporilor din balonul inferior al jucăriei. Centrul de greutate se deplasează, iar păsărica ia, drept urmare, poziție orizontală. În această poziție a păsăricii se produc, independent unul de altul, două procese. În primul rînd păsărica își înmoaie ciocul în apă și concomitent își udă încă odată stratul poros de pe cap. În al doilea rînd, se produce amestecarea vaporilor saturanți din balonul inferior și superior, presiunea se egalează (datorită căldurii aerului înconjurător are loc o creștere nu prea mare a temperaturii vaporilor), iar lichidul din tub, sub acțiunea propriei greutăți se scurge în rezervorul inferior. Păsărica revine în poziție verticală.

Jucăria va funcționa continuu cît timp suprafața capului său se va înmuia, cu condiția ca umiditatea aerului înconjurător să nu fie prea mare. Aceasta asigură o evaporare normală, deci și coborîrea relativă a temperaturii capului. Prin urmare, căldura aerului înconjurător, care înaintează neîntrerupt către jucărie, servește drept sursă a mișcării păsăricii miraculoase.

În fața noastră se află astfel, un exemplu evident de motor, care funcționează pe baza principiului termodinamic, dar nicidecum un perpetuum mobile.

V. A.

(Prelucrare din limba rusă)

PROBLEME REZOLVATE

Problema 3939

Fie triunghiul ABC; A', B', C' picioarele înălțimilor, iar M, N, P proiecțiile lui A, B, C pe BC, $C'A'$, $A'B'$. Notăm cu M_b și M_c proiecțiile lui M pe CA și respectiv pe AB; la fel obținem punctele N_c, N_a, P_a, P_b. Să se arate că:

a) *Dreptele M_bM_c, N_cN_a, P_aP_b determină un triunghi asemenea cu ABC.*

b) *Aceleași drepte intersectează respectiv pe $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$ în trei puncte colineare.*

Dan Dascălu, elev București

Soluție: a) În patrulaterul inscriptibil AM_cMM_b avem:

$$\sphericalangle AM_bM_c = \sphericalangle AMM_c.$$

Din triunghiul dreptunghic AMC':

$$\sphericalangle AMM_c = \sphericalangle AC'M,$$

iar din patrulaterul inscriptibil $B'C'BC$:

$$\sphericalangle AC'B' = \sphericalangle AC'M = \sphericalangle ACB.$$

Așadar, $\sphericalangle AM_bM_c = \sphericalangle ACB$, adică M_bM_c și BC sînt paralele.

Analog se arată că N_cN_a cu CA și P_aP_b cu AB sînt paralele. Deci, triunghiul determinat de dreptele M_bM_c, N_cN_a, P_aP_b este asemenea cu triunghiul ABC.

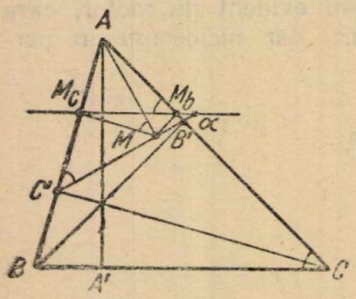
b) Notăm $\alpha \equiv (B'C', M_bM_c)$; $\beta \equiv (C'A', N_cN_a)$ și $\gamma \equiv (A'B', P_aP_b)$ Triunghiul $AB'C'$ tăiat de transversala α M_bM_c ne dă:

$$\frac{\alpha B'}{\alpha C'} \cdot \frac{M_cC'}{M_cA} \cdot \frac{M_bA}{M_bB'} = 1$$

de unde,

$$\frac{\alpha B'}{\alpha C'} = \frac{M_cA}{M_bA} \cdot \frac{M_bB'}{M_cC'}. \qquad (1)$$

Ținînd seama de teorema catetei avem:



$$AM^2 = M_cA \cdot AC' \text{ și } AM^2 = M_bA \cdot AB'$$

care împărțite dau:

$$\frac{M_cA}{M_bA} = \frac{AB'}{AC'};$$

$$MB'^2 = M_bB' \cdot AB' \text{ și } MC'^2 = M_cC' \cdot AC'$$

care împărțite dau:

$$\frac{M_bB'}{M_cC'} = \frac{MB'^2}{MC'^2} \cdot \frac{AC'}{AB'}.$$

Înlocuind în (1) căpătăm:

$$\frac{\alpha B'}{\alpha C'} = \frac{MB'^2}{MC'^2}.$$

Analog găsim că :

$$\frac{\beta C'}{\beta A'} = \frac{NC'^2}{NA'^2} \text{ și } \frac{\gamma A'}{\gamma B'} = \frac{PA'^2}{PB'^2}.$$

Se știe că un triunghi oarecare este triunghiul antisuplementar al triunghiului său ortic ; deci, $M,N,P,$ sînt punctele de contact ale cercurilor exînscrise triunghiului $A'B'C'$ cu laturile acestui triunghi.

Dar dreptele care unesc vîrfurile unui triunghi cu punctele de contact ale cercurilor exînscrise de pe laturile opuse sînt concurente în punctul lui Nagel.

Deci, în cazul nostru, conform teoremei lui Ceva avem :

$$\frac{MB'}{MC'} \cdot \frac{NC'}{NA'} \cdot \frac{PA'}{PC'} = -1$$

sau ridicînd la patrat :

$$\frac{MB'^2}{MC'^2} \cdot \frac{NC'^2}{NA'^2} \cdot \frac{PA'^2}{PC'^2} = 1$$

adică :

$$\frac{\alpha B'}{\alpha C'} \cdot \frac{\beta C'}{\beta A'} \cdot \frac{\gamma A'}{\gamma B'} = 1$$

ceea ce arată că punctele α, β, γ sînt colineare.

Problema 3950

Fie B' și C' punctele de tangență ale cercului înscris unui triunghi ABC cu laturile AC și AB, iar A_1, B_1, C_1 punctele de tangență ale cercului exînscris I_a respectiv la laturile BC, CA, AB. Considerăm punctele $M \equiv (A_1C_1, AC)$; $N \equiv (A_1B_1, AB)$, $P \equiv (B'C', BC)$, $R = (MN, BC)$. Să se arate că :

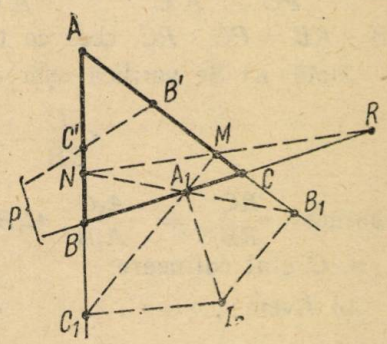
$$PB \cdot RB = PC \cdot RC.$$

Rădulescu Mircea, Constanța

Soluție dată de *Albu Toma*, elev Petroșani : Triunghiul ABC tăiat de tranversalele, C_1A_1M și B_1A_1N ne dă relațiile

$$\frac{C_1A}{C_1B} \cdot \frac{A_1B}{A_1C} \cdot \frac{MC}{MA} = 1 \qquad (1)$$

$$\frac{NA}{NB} \cdot \frac{A_1B}{A_1C} \cdot \frac{B_1C}{B_1A} = 1 \qquad (2)$$



Înmulțind relațiile (1) și (2) membru cu membru și ținînd seama că $C_1B = A_1B$, $B_1C = A_1C$, $C_1A = AB_1$ avem :

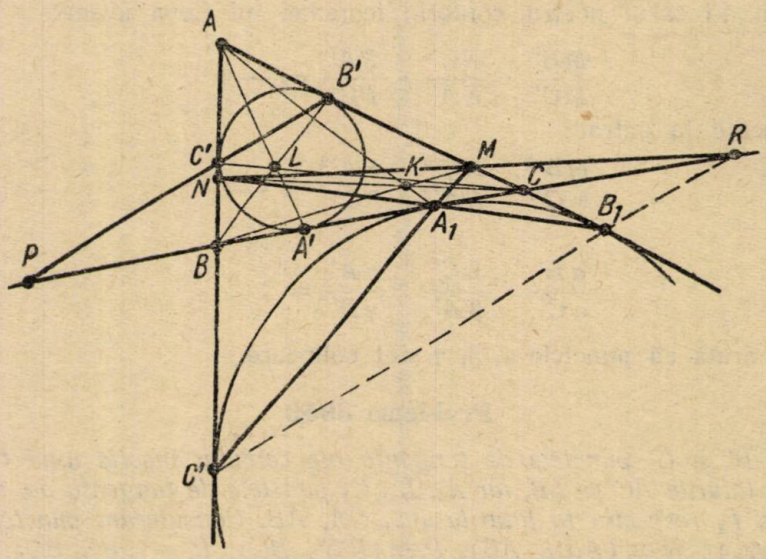
$$\frac{MC}{MA} \cdot \frac{NA}{NB} \cdot \frac{A_1B}{A_1C} = -1,$$

ceea ce ne arată că cevienele AA_1, BM, CN sînt concurente într-un punct K.

În patrulaterul complet $ANKMBC$ avem

$$\frac{RC}{RB} = \frac{A_1C}{A_1B}.$$

Fie A' punctul de contact al cercului înscris triunghiului ABC cu latura BC. Se știe că $A'B = A_1C$. Dreptele AA', BB', CC' fiind con-



curente în L, punctul lui Gergonne în patrulaterul complet $AC'LB'BC$ avem $\frac{PB}{PC} = \frac{A'B}{A'C}$. Cum $\frac{A'B}{A'C} = \frac{A_1C}{A_1B}$ rezultă că $\frac{PB}{PC} = \frac{RC}{RB}$ sau, $PB \cdot RB = PC \cdot RC$, ceea ce trebuia arătat.

Notă. a) Se verifică ușor că:

$$\frac{RC}{RB} \cdot \frac{C_1B}{C_1A} \cdot \frac{B_1A}{B_1C} = 1,$$

deoarece $\frac{RC}{RB} = \frac{A_1C}{A_1B}$, $C_1B = A_1B$; $B_1A = C_1A$; $B_1C = A_1C$. Deci, R, B, C sînt colineare.

b) Avem:

$$\frac{PB}{PC} = \frac{RC}{RB} = \frac{PB}{PB + BC} = \frac{RC}{RC + BC} \text{ sau:}$$

$$\frac{PB}{BC} = \frac{RC}{BC}, \text{ adică } PB = RC.$$

Soluția II: Aplicînd teorema lui Menelaus triunghiului ABC tăiat de transversalele C_1A_1M, B_1A_1N obținem:

$$\frac{C_1B}{C_1A} \cdot \frac{AM}{MC} \cdot \frac{CA_1}{A_1B} = 1,$$

$$\frac{B_1A}{B_1C} \cdot \frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BN}{NA} = 1.$$

Inmulțind aceste două relații obținem;

$$\frac{AM}{MC} \cdot \frac{BN}{NA} = \frac{p-c}{p-b}.$$

Conform teoremei lui Menelaus aplicată triunghiului ABC pentru transversala RMN avem:

$$\frac{AM}{MC} \cdot \frac{BN}{NA} \cdot \frac{RC}{RB} = 1$$

de unde rezultă:

$$\frac{RC}{RB} = \frac{p-b}{p-c} \tag{1}$$

Aplicînd iarăși teorema lui Menelaus triunghiului ABC pentru transversala $PC'B'$ obținem

$$\frac{PB}{PC} = \frac{p-b}{p-c}. \tag{2}$$

Din (1) și (2) rezultă:

$$\frac{RC}{RB} = \frac{PB}{PC} \text{ sau } PB \cdot RB = PC \cdot RC,$$

tocmai relația de demonstrat.

Problema 3952

Știind că $\sqrt[n]{a+bi} = x+yi$; $\sqrt[n+1]{a'+b'i} = y+xi$, a, b, x, y *fiind reale, iar* n *întreg și pozitiv, să se demonstreze relația*

$$x^2+y^2 = \frac{a'^2+b'^2}{a^2+b^2}$$

(In legătură cu problema 3357).

Tomescu Ion, elev Ploești

Soluție: Scriem numerele complexe $a+bi$ și $x+yi$ sub formă trigonometrică:

$$a+bi = r(\cos\alpha + i\sin\alpha);\ r = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$x+yi = \varrho(\cos\omega + i\sin\omega);\ \varrho = \sqrt{x^2+y^2}$$

Ridicînd ambii membri ai relației

$$\sqrt[n]{a + bi} = x + yi$$

la puterea 2n obținem:

$$(a + bi)^2 = (x + yi)^{2n}$$

sau:

$$r^2 (\cos 2\alpha + i \sin 2\alpha) = \varrho^{2n} (\cos 2n\omega + i \sin 2n\omega).$$

Este necesar să avem

$$r^2 = \varrho^{2n}$$

sau:

$$a^2 + b^2 = (x^2 + y^2)^n \tag{1}$$

Analog, $\sqrt[n+1]{a' + b'i} = y + xi$ devine

$$a'^2 + b'^2 = (x^2 + y^2)^{n+1} \tag{2}$$

Făcînd raportul între (2) și (1) obținem:

$$x^2 + y^2 = \frac{a'^2 + b'^2}{a^2 + b^2}.$$

Problema 3972

Pe prelungirea laturei BC a unui triunghi oarecare ABC să se determine un punct P astfel încît distanța PA să fie medie proporțională între distanțele PB și PC. Să se exprime apoi cele trei distanțe PA, PB, PC în funcție de laturile a,b,c ale triunghiului ABC.

(Chestiune de examen)

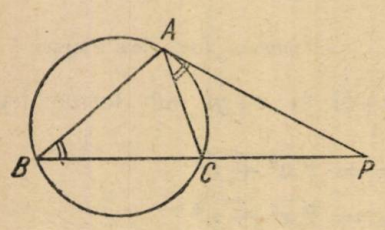
Soluție dată de elevul *Albu Toma*, Petroșani: Figurăm cercul circumscris triunghiului *ABC*. Dacă $AB \neq AC$, tangenta în *A* la cerc taie prelungirea lui *BC* în punctul cerut *P*.

Într-adevăr, exprimînd puterea punctului *P* față de cercul *ABC*, avem

$$PA^2 = PB \cdot PC,$$

ceea ce probează că *PA* este medie proporțională a segmentelor *PB* și *PC*.

Ținînd seama că *AP* este chiar simediana exterioară vîrfului *A*, avem



$$\frac{PB}{PC} = \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{c^2}{b^2},$$

sau:

$$\frac{PB - PC}{PC} = \frac{c^2 - b^2}{b^2} = \frac{a}{PC},$$

de unde $PC = \frac{ab^2}{c^2 - b^2}$

Deci :

$$PB = PC + a = \frac{ab^2}{c^2 - b^2} + a = \frac{ab^2 + ac^2 - ab^2}{c^2 - b^2} = \frac{ac^2}{c^2 - b^2}$$

și

$$PA = \sqrt{PB \cdot PC} = \sqrt{\frac{ac^2}{c^2 - b^2} \cdot \frac{ab^2}{c^2 - b^2}} = \frac{abc}{c^2 - b^2}.$$

În concluzie :

$$PA = \frac{abc}{c^2 - b^2};\ PB = \frac{ac^2}{c^2 - b^2};\ PC = \frac{ab^2}{c^2 - b^2}$$

cînd $c > b$.

Problema 3986

Să se calculeze

$$S = \sum_{n=1}^{n} (n^2 + n - 1) \log_{a^{(n+2)!}} x$$

în funcție de $\log_a x$.

Virgil Nicula, elev București

Soluție : Mai putem scrie :

$$S = \log_{a^{3!}} x + 5 \log_{a^{4!}} x + 11 \log_{a^{5!}} x + \ldots + (n^2 + n - 1) \log_{a^{(n+2)!}} x$$

Din relațiile:

$$\log_a x = N;\ \log_{a^n} x = N';\ a^N = x;\ a^{nN'} = x$$

deducem deci, $N = nN'$ de unde $N' = \frac{N}{n}$ sau $\log_{a^n} x = \frac{\log_a x}{n}$.

Suma o putem scrie :

$$S = \frac{\log_a x}{3!} + \frac{5 \log_a x}{4!} + \frac{11 \log_a x}{5!} + \frac{19 \log_a x}{6!} + \ldots +$$

$$+ \frac{(n^2 + n - 1) \log_a x}{(n+2)!} = \log_a x \left[\frac{1}{3!} + \frac{5}{4!} + \frac{11}{5!} + \ldots + \frac{n^2 + n - 1}{(n+2)!} \right]$$

Avem :

$$T_n = \frac{n^2 + n - 1}{(n+2)!} = \frac{n}{(n+1)!} - \frac{n+1}{(n+2)!}.$$

Astfel, suma din paranteza mare devine :

$$\frac{1}{2!} - \frac{2}{3!} + \frac{2}{3!} - \frac{3}{4!} + \frac{3}{4!} - \frac{4}{5!} + \ldots + \frac{n-1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!} +$$

$$+\frac{n}{(n+1)!}-\frac{n+1}{(n+2)!}=\frac{1}{2!}-\frac{n+1}{(n+2)!}=\frac{1}{2}-\frac{n+1}{(n+2)!}$$

Deci:

$$\sum_{n=1}^{n}(n^2+n-1)\log_{a^{(n+2)!}}x=\left[\frac{1}{2}-\frac{n+1}{(n+2)!}\right]\log_a x.$$

Problema 3989

Să se arate că:

$$\frac{11}{24}<\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7}{6\cdot 2^n+4\cdot 3^n}<\frac{13}{24}$$

Virgil Brișcă, elev Giurgiu

Soluție: Mai întîi verificăm dubla inegalitate:

$$\frac{1}{3^n}<\frac{7}{6\cdot 2^n+4\cdot 3^n}<\frac{1}{2^{n+1}}\text{ pentru } n\geqslant 2.$$

Prima duce la $2^{n+1}<3^n$, evidentă pentru $n\geqslant 2$.

A doua inegalitate duce de asemeni la aceeași inegalitate ($2^{n+1}<3^n$). Rezultă:

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{3^n}<\sum_{n=2}^{\infty}\frac{7}{6\cdot 2^n+4\cdot 3^n}<\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{2^{n+1}},$$

sau:

$$\frac{\frac{1}{3^2}}{1-\frac{1}{3}}<\sum_{n=2}^{\infty}\frac{7}{6\cdot 2^n+4\cdot 3^n}<\frac{\frac{1}{2^3}}{1-\frac{1}{2}}.$$

Avem deci:

$$\frac{1}{6}<\sum_{n=2}^{\infty}\frac{7}{6\cdot 2^n+4\cdot 3^n}<\frac{1}{4}.$$

Adunăm acum $\frac{7}{24}$ la toți termenii inegalității stabilite mai sus și avem

$$\frac{11}{24}<\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7}{6\cdot 2^n+4\cdot 3^n}<\frac{13}{24}$$

CHESTIUNI DE EXAMEN

4419. În triunghiul dreptunghic ABC cunoaștem ipotenuza $BC = 2a$ și cateta $AB = c$. Se notează cu M mijlocul ipotenuzei BC și cu D simetricul punctului M față de AC. Se cere:

a) Să se arate că parulaterul $ABCD$ este un trapez; b) Să se calculeze aria acestui trapez; c) Să se calculeze diagonalele trapezului; d) Se ia BC ca axă Ox și perpendiculara din A pe BC ca axă Oy. Să se scrie ecuațiile dreptelor AB și CD pentru $a = c = 20$ m.

(La admiterea în Inst. Politehnic București, 1960)

4420. Pe segmentul de dreaptă $AB = 4a$ se iau segmentele $AO_1 = O_1C = CO_2 = O_2B = a$. Se duc cercurile cu centrele în O_1 și O_2 de rază a și cercul cu centrul în C de rază $2a$. Din A se duce o tangentă la cercul cu centrul O_2 și se notează cu T punctul de tangență și cu R și S punctele în care tangenta taie a doua oară cercurile cu centrele în O_1 și respectiv C. Se cere:

a) Să se demonstreze că $RT = TS = \frac{1}{2} AR$; 2) Se duc perpendicularele în B și C pe AB; ele taie dreapta AT respectiv în P și Q. Să se arate că $PT = 2$ QT; 3) Să se calculeze lungimile segmentelor SB și QC.

(La admiterea în Inst. Politehnic București, 1960)

4421. O ladă de 500 kg este trasă cu o frînghie, prin tîrîre, pe o rampă lungă de 10 metri și inclinată cu 30° față de orizontală. Coeficientul de frecare pe rampă este $\mu = 0{,}3$, iar $\sin 30° = 0{,}5$. Se cere: a) Lucrul mecanic în kgm și joule, necesar pentru urcarea lăzii pe rampă; b) Ce lucru mecanic se cheltuiește dacă lada este ridicată direct cu o macara, pe verticală, la aceeași înălțime; c) Ce putere în kW trebuie să aibă un motor electric de curent continuu pentru a face operația de mai sus în 30 secunde; d) Ce putere în kW absoarbe motorul electric de la rețea dacă randamentul motorului este 0,9; e) Dacă motorul este alimentat de la o rețea de 110 V, ce intensitate de curent trece prin motor în timpul operației de ridicare; f) Să presupunem că în momentul cînd lada a ajuns în vîrful rampei frînghia cu care s-a tras s-a rupt. În cît timp alunecă lada pînă la baza rampei și cu ce viteză ajunge acolo.

(La admiterea în Inst. Politehnic București, 1960)

4422. O rezistență de 80 Ω și una de 20 Ω, legate în paralel sînt scufundate într-o baie de 5 kg apă la 20°C. La bornele rezistențelor se aplică o tensiune de 220 V. Se cere:

a) Care este intensitatea curentului ce trece prin fiecare rezistență; b) Ce putere absorb de la rețea cele două rezistențe; c) cît durează încălzirea apei de la 20°C la 35°C; d) Cu cît crește această durată dacă la început se introduce în apă 1 kg de gheață avînd temperatura de 0°C. Se neglijează capacitatea calorică a vasului și toate pierderile de căldură. Se dă căldura de topire a ghieții, $L = 80$ cal/g.

(La admiterea în Inst. Politehnic București, 1960)

4423. Să se determine un număr natural care îndeplinește următoarele condiții: a) Nu are decît factorii primi 2 și 3; b) Suma tuturor divizorilor săi este egală cu 28; c) Suma pătratelor acelorași divizori este egală cu 210.

(La admiterea în Fac. Matem. Fizică, București, 1960)

4424. Să se studieze variația funcției

$$y = \sqrt{\sin^3 x + \cos^3 x}$$

și să se reprezinte grafic.

(La admiterea în Fac. Matem. Fizică, București, 1960)

4425. Fie I centrul cercului înscris în triunghiul dreptunghic ABC, de ipotenuză a și bisectoarele interioare BB' și CC'. a) Să se stabilească relația $IB \cdot IC = \frac{BB' \cdot CC'}{2}$; b) Reciproc, să se arate că dacă într-un triunghi există relația precedentă triunghiul este dreptunghic; c) în cazul triunghiului dreptunghic să se determine unghiurile B și C, dacă:

$$BB' \cdot CC' = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3} - 1).$$

(La admiterea în Fac. Matem. Fizică, București, 1960)

4426. Să se determine m și n astfel ca fracția:

$$\frac{3x^2 + mx + n}{x^2 + 1}$$

să ia toate valorile, cuprinse între — 3 și 5 și numai pe acestea, cînd x ia orice valoare reală.

Să se reprezinte grafic funcțiile astfel determinate.

(La admiterea în Fac. Matem. Fizică, București, 1960)

4427. Două cercuri sînt tangente exterioare într-un punct A. Fie TT' o tangentă comună exterioară (T și T' punctele de contact) și M, M' intersecțiile celor două cercuri cu o dreaptă variabilă care trece prin punctul A. a) Să se afle locul geometric al punctului T, intersecția dreptelor MT și $M'T'$; b) Să se arate că dreptele PA și MM' sînt perpendiculare; c) Să se arate că volumul generat prin rotația triunghiului PTT' în jurul laturei TT' este dat de expresia

$$\frac{\pi}{3} \cdot \frac{PT^2 \cdot PT'^2}{TT'}$$

(La admiterea în Fac. Matem. Fizică, București, 1960)

4428. Se consideră cercurile care trec prin două puncte fixe A și B. a) Să se arate că locul geometric al extremităților diametrilor acestor cercuri, paraleli cu dreapta AB este o hiperbolă; b) Dintre cercurile

considerate să se determine cele care se văd sub unghiuri drepte din focarele hiperbolei ; c) Să se calculeze lungimile segmentelor determinate de asimptotele hiperbolei pe tangentele la hiperbolă în fiecare din punctele de intersecție ale ei cu unul oarecare din cercurile considerate.

(La admiterea în Fac. Matem. Fizică, București, 1960)

4429. Fie $ABCD$ un tetraedru regulat, lungimea muchiilor fiind a și fie S mijlocul înălțimii AO (O fiind proiecția lui A pe planul BCD). a) Să se arate că dreptele SB, SC, SD sînt perpendiculare două cîte două ; b) Să se determine în funcție de a, distanța de la centrul sferei circumscrise piramidei $SBCD$ la planul BCD și apoi raza acestei sfere.

(La admiterea în Fac. Matem. Fizică, București, 1960)

4430. Se consideră o parabolă și un punct A situat pe axa parabolei în interiorul ei. Prin A pivotează un unghi drept ale cărui laturi taie parabola în punctele M și N. Tangentele la parabolă în punctele M și N se întîlnesc în punctul P. a) Să se găsească locul geometric al punctului P atunci cînd unghiul drept pivotează în A, și să se reprezinte grafic ; b) În ce caz asimptotele curbei găsite sînt perpendiculare ?

(La admiterea în Fac. Matem. Fizică, București, 1960)

4431. Să se găsească randamentul unui fierbător cu capacitatea de 2,5 litri, dacă apa turnată în el este de 15°C și începe să fiarbă după 20 de minute. Intensitatea curentului este de 10 A. și tensiunea 110 V.

(La admiterea în Fac. Matem. Fizică, București, 1960)

4432. O roată motrice făcea 300 rot/min. Lăsată liberă s-a oprit după 30 secunde. Care este încetinirea unghiulară și cîte rotații pe minut a făcut pînă la oprire.

(La admiterea în Fac. Matem. Fizică, București, 1960)

PROBLEME PROPUSE *)

4433. Să se calculeze expresia :

$$E = 4\,(x^2 + y^2 + u^2 + v^2)$$

în funcție de a, b, c, știind că :

$$a^2uv + b^2xy = 0$$
$$b^2x^2 + a^2u^2 = a^2b^2$$
$$b^2y^2 + a^2v^2 = a^2b^2$$

Șt. Musta

---

*) VIII (4433, 4441, 4453, 4456) ; IX (4434, 4435, 4436, 4440, 4442, 4443, 4444, 4448, 4450, 4452, 4454, 4455); X (4438, 4439, 4445, 4447, 4449, 4459, 4460, 4461), XI (4437, 4446, 4451, 4457, 4458).

4434. Să se calculeze în cît timp se poate încălzi un fier de lipit electric de la 20°C la 231°C, dacă rezistența lui este de 400 Ω și are masa de 400 g. Căldura lui specifică $c = 0{,}09 \frac{\text{cal}}{g \cdot \text{grd.}}$; fierul este alimentat la o sursă de 220 V, iar pierderile se neglijează.

Nădăban Alex., profesor Arad

4435. Ce condiție trebuie să îndeplinească primul termen și rația unei progresii aritmetice cu termeni întregi și pozitivi, ca un termen oarecare ridicat la putere n (n natural) să fie tot un termen al șirului?

Beniczky Ladislau, Oradea

4436. La prelucrarea la strung a unei bare de oțel se cunosc următoarele date: puterea absorbită de motor în sarcină $P_a = 4{,}5$ kW, randamentul strungului $\eta = 0{,}78$, puterea în gol a motorului 15% din puterea în sarcină, viteza de așchiere $v = 80$ m/min.

Se cere forța rezultantă de așchiere și cele trei componente ale ei (P_z = componenta principală; P_y = componenta de apăsare pe cuțit și P_x = componenta de avans) știind că raportul între ele este 5 : 3 : 1. Cele trei componente sînt perpendiculare două cîte două.

Ileana Kaflikievici, profesoară Arad

4437. Ce frecvență vor avea sunetele emise de o coardă de oțel lungă de 100 cm cu diametrul secțiunii de 1 mm, dacă este întinsă de o forță de 25,17 kgf, densitatea oțelului fiind de 7,86 g/cm³?

Cu ce forță trebuie întinsă ca să producă sunetul *la* = 440 Hz.

Irhașiu V. Mircea, elev Arad

4438. Să se rezolve ecuația:

$$x^4 + ax^3 + a^2x^2 + a^3x + a^4 = 0. \qquad a > 0$$

Folosind rezolvarea ecuațiilor binome cu ajutorul numerelor complexe să se deducă valorile: $\cos\frac{2\pi}{5}, \cos\frac{4\pi}{5}, \cos\frac{6\pi}{5}, \cos\frac{8\pi}{5}$.

Șt. Musta

4439. Pentru a colecta hidrogenul rezultat dintr-o reacție chimică s-a folosit un tub de sticlă gradat, așezat vertical, inițial plin cu apă, într-un vas cu apă. Temperatura a fost de 27°C, iar presiunea atmosferică de 760 torr. După terminarea experienței, volumul apei dislocuite de către hidrogen în tub a fost de 60 cm³, iar nivelul apei în tub a fost de 10 cm față de nivelul apei din vas. Cunoscînd că presiunea vaporilor saturanți de apă la 27°C e de 22,4 torr să se calculeze greutatea hidrogenului culeș.

L. Schwartz, Oradea

4440. Să se arate că în șirul d^2, $d^2 + 2d$, $d^2 + 4d$, ... unde $d > 1$ și întreg, oricare termen ridicat la putere n (n natural) este tot un termen al șirului.

Beniczky Ladislau

4441. Un corp cu greutatea de 20 kgf este lăsat liber pe un plan cu lungimea de 10 m, înclinat cu 30° față de orizontală. Coeficientul de frecare fiind de 0,2 să se determine :

a) În cît timp corpul va ajunge în partea de jos a planului ;

b) Energia potențială a corpului în partea de sus a planului și energia cinetică cînd ajunge în partea de jos ;

c) Ce forță e necesară pentru a ridica corpul pe plan în timp de 2 secunde ;

d) Energia pe care o posedă corpul cînd ajunge sus.

Mateș T., Arad

4442. Masa unei molecule de oxigen este de $53{,}3 \cdot 10^{-24}$ g, iar viteza medie a moleculelor de oxigen în condiții normale este de 460 m/s. Cît este energia cinetică totală a moleculelor ce se găsesc într-un litru de oxigen în condițiile de mai sus ? Cu cîte calorii echivalează această energie ?

Schwartz Ludovic, Oradea

4443. Într-un vas în care se află 2 kg gheață cu temperatura de $-5°C$, curge de la robinet apă caldă cu temperatura de $45°C$. Secțiunea robinetului fiind de 2 cm^2 și viteza apei de 37,5 cm/s să se afle cît timp trebuie lăsat robinetul deschis pentru ca în vas să avem apă cu temperatura de $30°C$. Căldura specifică a gheții este de 0,5 cal/g. grd ; căldura latentă de topire 80 cal/g. Se neglijează capacitatea calorică a vasului.

Mateș T., Arad

4444. Se consideră un dreptunghi $ABCD$ cu laturile $AB = CD = a$, $BC = AD = a\sqrt{3}$ Se prelungesc laturile sale în același sens cu segmentele $BM = DP = x$ și $CN = AQ = y$.

Să se calculeze lungimile acestor segmente știind că unghiul $AMQ = 30°$ și că raportul dintre aria patrulaterului $MNPQ$ și a dreptunghiului $ABCD$ este $\frac{5}{2}$.

Gh. D. Simionescu

4445. Într-un tub de porțelan se introduce pulbere de zinc care se încălzește și peste care se trec vapori de apă. Hidrogenul rezultat din reacție se culege într-un cilindru cu diametrul de 2 cm, care se umple cu gaz pe o înălțime $h_1 = 22$ cm ; restul, $h_2 = 20{,}4$ cm, rămîne umplut cu apă la temperatura de $18°C$. Se cere :

a) Cîte grame de hidrogen au rezultat cunoscînd că presiunea atmosferică este de 750 torr ?

b) Cîte grame de Zn au fost introduse în tub, dacă randamentul reacției este 64%.

M. Gogan, profesor Turnu Severin

4446. Să se reprezinte grafic :

$$x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} = 0 \; ; \; x\sqrt{x^2-1} + y\sqrt{y^2-1} = 0$$

$$x\sqrt{1-x^2} - y\sqrt{1-y^2} = 0\ ;\ x\sqrt{x^2-1} - y\sqrt{y^2-1} = 0$$
$$x\sqrt{1+x^2} + y\sqrt{1+y^2} = 0\ ;\ x\sqrt{1+x^2} - y\sqrt{1+y^2} = 0$$

C. Ionescu-Țiu

4447. Să se demonstreze că ori care ar fi întregul m numărul $m^2 + m + 11$ este prim cu 5, iar numărul $m^2 + 2m + 5$ este prim cu 11.

Gh. Buicliu

4448. Notăm cu D, E, F punctele de contact ale cercului I înscris în triunghiul ABC, cu laturile BC, CA, AB. Dreapta DI taie dreptele AB, AC respectiv în punctele D_b, D_c. Analog se obțin punctele E_c, E_a ; F_a, F_b. Să se arate că dreptele E_aF_a ; F_bD_b ; D_cE_c determină un triunghi asemenea cu triunghiul DEF.

D. Catrina, elev București

4449. Să se arate că :

$$A_p^p\ (C_n^p)^2 + A_{p+1}^p\ (C_n^{p+1})^2 + \ldots + A_n^p\ (C_n^n)^2 = A_n^p\ C_{2n-p}^n$$

unde notațiile sînt obișnuite pentru aranjări și combinări.

Șerban Strătilă, elev Pitești

4450. Fie ABC un triunghi oarecare și AA_1, BB_1, CC_1 simedianele sale interioare. Simedianele BB_1 și CC_2 intersectează cercul circumscris triunghiului ABC respectiv în punctele B_2 și C_2. Dacă notăm $\alpha \equiv (A_1C_1,\ BC_2)$ și $\beta \equiv (A_1B_1,\ CB_1)$ să se arate că punctele A, α și β sînt colineare.

Mircea Stan, elev București

4451. Să se reprezinte grafic funcțiile :

$$y_1 = \cos x\sqrt{1-\cos^2 x} + \sin x\sqrt{1-\sin^2 x}$$
$$y_2 = \cos x\sqrt{1-\cos^2 x} - \sin x\sqrt{1-\sin^2 x}$$
$$y_3 = \sin x\sqrt{1-\cos^2 x} + \cos x\sqrt{1-\sin^2 x}$$
$$y_4 = \sin x\sqrt{1-\cos^2 x} - \cos x\sqrt{1-\sin^2 x}$$

Se va ține seamă că $\sqrt{1-\cos^2 x} = |\sin x|$.

C. Ionescu-Țiu

4452. Fie sistemul :

$$x + y = m + 2\ ;\ x + y - z = 2\ ;\ 2(x^2 + y^2) - z^2 = 6m + 7.$$

a) Să se rezolve ; b) Să se afle valorile parametrului m, pentru care x, y, z pot fi laturile unui triunghi.

Lucia Țene, București

4453. Fie D un punct fix pe baza BC a triunghiului isoscel ABC ($AB = AC$) și E proiecția punctului D pe înălțimea din B. Paralela dusă prin E la BC întîlnește pe AB în M. Se cere locul geometric al punctului M cînd unghiul BAC variază, B și C rămînînd fixe.

Ghica S. Anton, elev Pitești

4454. O întreprindere industrială care produce energie electrică în regie proprie a fost planificată pentru o perioadă oarecare cu o producție de energie electrică de 8 000 000 kWh.

Știind că pentru un kWh produs se consumă 0,6 kg combustibil convențional, iar combustibilul folosit este un amestec de 35% lignit și 65% rumeguș și deșeuri de lemn, să se determine în kg cantitățile folosite din fiecare fel de combustibil.

Se dau cunoscute: puterea calorică a lignitului 3150 kcal/kg, iar a rumegușului și deșeurilor lemnoase 24 550 kcal/kg.

Romulus Sfichi, profesor Fălticeni

4455. Fiind dat un triunghi ABC oarecare și un punct M în plan, să se găsească locul geometric al punctului M pentru care avem: $MB^2 + MC^2 \geqslant MA^2$.

Viorel Vodă, elev București

4456. Pe un strung revolver se strunjește un volan cu diametrul $D = 2\,000$ mm și cu diametrul găurii butucului $d = 175$ mm. Cîte rotații pe minut trebuie să facă volanul la strunjirea obadei și a butucului pentru ca viteza strunjirii să fie de 150 mm/s.

Popescu Gh., elev Complexul școlar Bîrlad

4457. Un circuit cuprinde în serie, un alternator, un bec cu rezistența de 20 Ω și o bobină de rezistență R și inductanța L necunoscute. Diferențele de potențial măsurate cu voltmetrul termic sînt respectiv: la extremitățile becului 50 V, la extremitățile bobinei 70V la bornele alternatorului 87 V. Se cere:

a) Intensitatea curentului; b) rezistența R a bobinei; c) inductanța L a bobinei; d) puterea absorbită de bec, puterea absorbită de bobină și puterea alternatorului; e) factorul de putere al circuitului.

Frecvența curentului care circulă în acest circuit este $f = 50$ herți.

(*Bacalaureat, Franța*, septembrie 1959)

4458. Pentru prepararea clorului în laborator se face reacția acidului clorhidric în soluție asupra permanganatului de potasiu cristalizat.

a) Să se descrie pe scurt, pregătirea (montajul), aspectul diferitelor produse utilizate și obținute;

b) Să se scrie reacția globală plecînd de la reacțiile intermediare care pot fi explicate;

c)) Cîte grame de permanganat cristalizat sînt necesare pentru a obține 5 litri de clor măsurat în condiții normale de temperatură și presiune?

Se dau masele atomice: $H = 1$; $O = 16$; $Cl = 35{,}5$; $Mn = 55$; $K = 39$, iar 32 grame de oxigen ocupă 22.4 litri în condiții normale de temperatură și presiune.

(*Bacalaureat, Madagascar*, februarie 1960)

4459. Se dă un semicerc de diametru $AB = 2R$ și de centru O. Un punct M de pe acest semicerc este proiectat ortogonal în H pe AB Să se determine punctele M pentru care $MA + 2MB = kR$, k fiind un număr pozitiv dat.

a) Notînd $OH = x$ să se arate că rezolvarea problemei conduce la o ecuație irațională în x, care să se discute;

b) Notînd $MA = u$ și $MB = v$ se formează sistemul de două ecuații în u și v, pentru care se cere discuție și interpretarea geometrică;

c) Notînd ca necunoscută unghiul $BOM = \alpha$ să se rezolve și să se discute problema.

(*Bacalaureat, Istambul*, februarie 1960)

4460. A. Să se transforme produsele $x = \cos a. \cos b. \cos c$ și $y = \sin a. \sin b. \sin c$ în sume de cisinus și de sinus:

a) în cazul general cînd $a + b + c$ este oarecare,

b) în cazul cînd $a + b + c = \frac{\pi}{2}$

c) în cazul cînd $a + b + c = \pi$.

B. Dacă $a = \frac{\alpha}{3}$, $b = \frac{\alpha}{3} + \frac{\pi}{3}$, $c = \frac{\alpha}{3} + \frac{2\pi}{3}$ și se notează $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{3} = p$;

a) să se calculeze $\operatorname{tg} a$, $\operatorname{tg} b$, $\operatorname{tg} c$ în funcție de p

b) să se calculeze $\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c$ și $\operatorname{tg} a. \operatorname{tg} b. \operatorname{tg} c$ în funcție de $\operatorname{tg} \alpha$

c) să se calculeze suma $S = \operatorname{tg} a. \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} b. \operatorname{tg} c + \operatorname{tg} c. \operatorname{tg} a$.

(*Journal de mathematiques élémentaires*)

4461. Ce relații algebrice există între x și y dacă:

$$\operatorname{tg} x \cos y \pm \cos x \operatorname{tg} y = 0$$

C. Ionescu-Țiu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU ȘCOALA DE 7 ANI *)

E: **1582.** Un număr de tractoare ară suprafața arabilă a unei G.A.C. care va fi cultivată cu sfeclă de zahăr. Primul tractor ară 2 ha și $^1/_{12}$ din suprafața rămasă; al doilea tractor ară 4 ha și $^1/_{12}$ din noua suprafață rămasă; al treilea ară 6 ha și $^1/_{12}$ din suprafața rămasă și așa mai departe. Știind că părțile arate de fiecare tractor sînt egale se cere:

*) V (E: 1583, 1584, 1594, 1597, 1598); VI (E: 1582, 1585, 1586, 1587, 1588, 1590, 1595); VII (E: 1589, 1591, 1593, 1596).

a) numărul tractoarelor care au arat,
b) cît de mare este tarlaua cultivată cu sfeclă de zahăr,
c) cîte hectare a arat fiecare tractor în parte.

Rusu Ioan, profesor, Cluj

E : **1583.** Cunoscînd că produsul a două numere este egal cu 4851000 și cel mai mare divizor comun al lor egal cu 210, să se afle cele două numere.

(Clasa V, OMMF 1960, București)

E : **1584.** O gospodărie a cumpărat de la o fermă de stat cu suma de 390 lei, 2 curcani, 3 cocoși și 4 gîște. Un curcan costă cît un cocoș și o găină laolaltă, iar un cocoș costă mai puțin cu 10 lei decît o gîscă. Să se afle costul unui curcan, a unei gîște și al unui cocoș.

(Clasa V, OMMF 1960, București)

E : **1585.** Pe un plan înclinat lung de 30 dm și înalt de 1,2 m se ridică fără frecare un corp metalic de greutate 400 kgf. Să se calculeze :
a) forța necesară ridicării corpului,
b) lucrul mecanic efectuat,
c) durata ridicării (timpul cît durează ridicarea), dacă puterea efectuată este de $^1/_{15}$ CP,
d) greutatea specifică a corpului, dacă are volumul de 0,051 m^3.

(Clasa VI, OMMF 1960, București)

E : **1586.** Să se găsească patru numere întregi care să fie invers proporționale respectiv, cu numerele 7, 8, 9 și 10. Să se arate că avem un număr nesfîrșit de soluții.
Care sînt cele mai mici numere care îndeplinesc aceste condiții ?

(Clasa VI, OMMF 1960, București)

E : **1587.** Se dă un triunghi ABC în care unghiul CAB este de 60^0. Înălțimile BB' și CC' se intersectează în H, iar bisectoarea unghiului CAB intersectează cele două înălțimi BB' și CC' în O și E. Să se demonstreze că triunghiul OEH este echilateral.

(Clasa VI, OMMF 1960, București)

E : **1588.** O sferă de platină are greutatea de 27 gf. Introdusă în mercur greutatea aparentă a sferei este de 10 gf. Știind că densitatea mercurului este de 13,6 g/cm^3 să se calculeze densitatea platinei.

(Clasa VI, OMMF 1960, București)

E : **1589.** a) Să se calculeze expresia :

$$E = \frac{a-b}{a+b} + 2\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^3$$

b) Ce devine expresia :

$$E = \frac{x-2a+2b}{x+a-b} + \frac{y-2b+2c}{y+b-c} + \frac{z-2c+2a}{z+c-a}$$

cînd se înlocuiește :

$$x \text{ cu } \frac{a-b}{2}\ ;\ y \text{ cu } \frac{b-c}{2}\ ;\ z \text{ cu } \frac{c-a}{2}$$

(clasa VII, OMMF, 1960, București)

E : **1590.** În proiectul planului de Stat pe 1960 se prevăd următoarele niveluri și creșteri :

— minereuri de fier — 1,4 milioane tone reprezentînd o creștere de 27% față de 1959,

— producția de țesături de bumbac va ajunge la 235 milioane m.p. reprezentînd o creștere de 9%.

— în agricultură se vor investi în total circa 4,4 miliarde lei, ceea ce reprezintă o creștere de 25% față de anul 1959.

Să se afle care au fost nivelurile producției în anul 1959.

* * *

E : **1591.** Să se verifice egalitățile :

$$(1+\sqrt{5})^3\,(2+\sqrt{5}) = (3+\sqrt{5})^3$$
$$(1-\sqrt{5})^3\,(2-\sqrt{5}) = (3-\sqrt{5})^3$$

C. I. T.

E : **1592.** Să se calculeze expresia :

$$37 : \frac{\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{6}\right)\left[\frac{4}{7}-\frac{2}{9}+16\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{7}+\frac{5}{8}\right)\right]}{7\cdot\left[28\cdot\left(\frac{3}{7}+1:\frac{7}{2}-\frac{7}{9}+\frac{20}{68}\right)\left(\frac{4}{7}+\frac{3}{4}\right)\right]}$$

(Clasa VI, Olimpiada 1960, Reg. Stalin)

E : **1593.** Fie H punctul de întîlnire al înălțimilor unui triunghi echilateral ABC. Perpendiculara în A pe AB întîlnește dreapta BH în punctul B_1, iar perpendiculara din A pe AC întîlnește dreapta CH în punctul C_1.

Să se arate că figura $AB_1\,HC_1$ este un romb.

Să se arate că dublul suprafeței triunghiului ABC este triplul suprafeței $AB_1\,HC_1$.

(Clasa VII, Olimpiada 1960, Reg. Stalin)

E : **1594.** La consfătuirea de la Constanța s-a spus : În următorii 2—3 ani numărul de animale la 100 ha teren agricol trebuie să ajungă la 172 capete de : bovine, ovine și porcine la un loc.

Să se afle cîte ovine, bovine și porcine vor fi la 100 ha teren agricol știind că numărul ovinelor întrece cu 14 dublul numărului bovinelor și este mai mic cu 14 decît dublul numărului porcinelor. (Soluție aritmetică).

D. Bătinețu

E : **1595.** În domeniul creșterii animalelor din regiunea Constanța, trebuie să se realizeze în 1960, următoarele efective : la GAS-uri 17 000 taurine din care 9000 vaci, iar pe întreaga regiune 124000 taurine din care 74 000 vaci.

Care este procentul de vaci de pe întreaga regiune din totalul de taurine de pe regiune ?

* * *

E : **1596.** Dacă $a + b + c = abc$, să se arate că :

$$3 + \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = ab + bc + ca.$$

C. I. T.

E : **1597.** O roată dințată are 60 de dinți și face 720 rotații în 9 minute. Să se calculeze cîte rotații va face în timp de 5 minute o altă roată care are 48 de dinți și este angrenată la prima roată.

* * *

E : **1598.** Doi muncitori au primit împreună pentru o lucrare 732 lei. Primul a lucrat 12 zile, iar al doilea 15 zile. Dacă primul ar primi pe zi cu 2 lei mai puțin, iar al doilea cu 10% mai puțin, atunci al doilea ar primi pentru 5 zile de muncă cu 30 de lei mai mult decît muncitorul întîi pentru 4 zile. Cît primea fiecare muncitor pe zi ?

Ion Mare, profesor Arad

POȘTA REDACȚIEI

— *Mircea Rădulescu* (Constanța). Chestiunile de examen date la Institutul Politehnic Galați în anul 1959 au fost cerute în două rînduri, pentru a fi publicate în G.M.F.-B, dar nu au sosit încă la redacție.

— *Ghiță R Teodor* (Bolintinul din Vale). Pentru olimpiada internațională de matematică nu se fac înscrieri, ci se selecționează elevi dintre cei reușiți la etapa finală a olimpiadei pe țară. Problemele propuse de dv. sînt prea simple și nu pot fi publicate în „Gazetă". Soluțiile trimise nu sînt destul de bine redactate ; în viitor va trebui să dați mai multă atenție la întocmirea rezolvărilor.

— Citățm cîteva nume ale corespondenților care au reușit să dea soluții bune și îngrijit redactate problemelor pe care le-au redactat : *Albu Toma* (Petroșani), *Timuș Dan* (Ploești), *Gh. Cezar* (Buzău), *Vișan Grațiela* (București), *Nan Octavian* (Iași) *Bejan Costel* (Galați), *Marini Ileana* (București), *Tomescu Ion* (Ploești), *Nicolescu Basarab* (Ploești), *Ghica Anton* (Pitești) și alții.

— *Chiva Petre* (Pitești), *Fotescu Marin* (Bărăști), *Radu Polixenia* (Costești), *Agracostea Mihai* (București), *Popa Emil* (Caracal), *Ilie Constantin* (Tr. Severin), *Dolteanu Temistocle* (Huși), *Marinescu Dan* (R. Vîlcea), *Ciocîrdel Dumitru* (Ploești), *Mărculescu Rodrig* (București), unor elevi de la Păunești și de la școala medie „Mihai Viteazu" Galați, precum și *altor corespondenți :* Înainte de a propune probleme trebuie să deveniți rezolvitori activi, să dați soluții interesante și îngrijit redactate. Nu propuneți probleme

prea simple, nici asemănătoare cu acelea din manuale sau culegeri, astfel de probleme *nu pot fi luate în considerare.*

— *Cojocaru Ion* (Breaza). Rezolvarea ecuațiilor nedeterminate în numere întregi se găsește în unele manuale de algebră, precum și în broșura nr. 9 a colecției S.S.M.F., de *A. I. Ghelfond:* „Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi".

— *Florescu Mircea* (București), *Grigoraș Vasile* (Bacău), *Nicolaescu Doina* (Craiova), *Moldovan Grigore* (Cluj), *Păcuraru Liana* (Turda), *Stănescu Cicerone* (Drăgășani), *Georgescu Daniel* (București), *Gladcenco Gheorghe* (Codlea), *Adamești eanu Ion* (Pitești), *Pîrșan Liviu* (București), *L. Mănescu* (R. Vîlcea), *Vodă Viorel* (București): Redacția a primit la timp, observațiile trimise în vederea întocmirii eratelor respective și vă mulțumește pe această cale. De asemenea, pentru semnalarea unor probleme care nu aparțin autorilor respectivi; de exemplu, problemele: 3738, 3744, 3810, 3897, 3902, 3943, 3963, 3999, 4050, 4083, 4315, 4319. E: 1494 pentru care ați indicat și locul de unde au fost extrase.

— *Roșca Dumitru, Popșa Octavian* (Huedin) și *altor corespondenți:* Puteți procura de la S.S.M.F. contra cost, numai numerele din publicațiile periodice ale „Societății". În acest scop, citiți anunțul de pe coperta revistei; broșurile apărute în Biblioteca S.S.M.F. pot fi procurate de la librării.

— *Evidențiații* de cel puțin trei ori pe anul 1960, ca rezolvitori de probleme (numerile 1—11) sînt rugați să ne trimită cîte o fișă care să cuprindă în ordine crescîndă, numerele problemelor anunțate la rubrica rezolvitorilor. Se vor adăuga și soluțiile trimise pînă la 15 septembrie 1960, pentru a se putea face clasificarea și premierea celor mai buni rezolvitori de probleme pe anul 1960.

— *Cruceru Dinu,* școala tehnică de maiștri Cîmpina. Ne puteți trimite date concrete asupra activității extrașcolare la matematică din școala pe care o urmați; ele pot fi de folos și altor școli similare.

— *Vlaiculescu Ralu,* elev Predeal. Problemele rezolvate se pot trimite dacă nu au trecut mai mult de trei luni de la data apariției lor în G.M.F.-B. Pentru redactarea soluțiilor citiți indicațiile de pe coperta revistei.

— *Fiecare abonat* este rugat să facă cunoscută Gazeta Matematică și Fizică seria B și altor colegi care nu sînt abonați, îndemnîndu-i să se aboneze pe anul 1961.

— Pentru ca abonații să poată primi la timp în continuare numărul 1 din 1961 al G.M.F.-B sînt rugați *să se aboneze de îndată,* costul abonamentului fiind de 18 lei anual (12 numere), pentru elevi și profesori. *Abonamentul se poate face individual prin oficiile poștale sau prin factorii poștali.*

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Pînă la apariția G.M.F.-B numărul 7 din 15 iulie 1960 s-au primit soluții bune la problemele propuse în numerele 3—6, după cum urmează:

ADJUD. Abs. *Grigoraș Vasile* (4102, 11—13, 24, 26, 28, 31—38, 40—55, 59, 62, 66, 68, 69, 71—77, 80, 81, P); cl. X. Drăgăniță Constantin (4064, 67, 70, 72, 80, 82, 83, 92, 94, 95, 99, 109, 31—33, 36, 42—45, 47, 48, 53, 50, 62, 66, 77); Hiloti Georgeta (4097, 99, 109, 31—33, 42, 45, 47, 48, 54, 59, 62, 66, 77); Morărașu Gh. Nicolae (4064, 67, 70, 72, 80, 82, 83, 92, 94, 95, 99, 109, 31—33, 36, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 59, 62, 66, 77); Munteanu V. Ion (4041, 64, 74, 83, 97, 131—33, 36, 42, 44, 45, 53, 54,62, 66, 75, 77); Neguț Gherghina (4064, 67, 72, 83, 87, 92, 99, 100, 31—33, 42, 45, 47, 50, 54, 62, 66, 77); Smaranda Gheorghe (4067, 70, 83, 92, 95, 97, 99, 105, 09, 31—33, 36, 37, 42, 45,—48, 53, 54, 62, 66, 75, 77); Stanciu I. Ion (4064, 67, 95, 97, 109, 31—33, 42, 43, 45, 47, 53, 53, 59, 62, 66, 75, 77, 93);

AIUD. cl. IX. Letiș Ioan (4105, 09, 31—35, 42—45, 47, 77).

ALEXANDRIA. *Ș.m. 1. „Al I. Cuza"* cl. VIII. *Boștenaru I. Liviu* (E: 1499, 500, 03, 04, 06—13, 15—20 22, 25, 26; 4131—33, 42—45, 47, 48, 53, 54, 62, 77, 92—94, 207, 10, 38);

ARAD. *S.m. 1 Ion Slavici.* cl. VIII. Silvestru Aurelia (E: 1483, 85, 88, 91, 93, 99, 504, 07; 4064, 69, 71, 97, 99, 132, 42, 45, 54, 58, 92, 238); cl. IX. Ciurea Sorin (4098, 109, 31, 32, 42, 43, 45, 53, 54, 62); Ferenț Militon (4125, 31—36, 42—48, 52—, 55, 62, 66, 68, 75, 77, 80, 92, 95, 96, 203, 07, 08, 10, 20, 24, 25, 42, 44, 45); cl. X. Papp Erhardt (4063, 72, 74, 88, 92); *Popescu A. Dorel* (4074, 75, 80, 82, 85, 86, 89—101, 05, 03, 12—17, 25, 31—37, 42—45, 47—49, 52, 55, 72, 77); cl. XI. Macovei Rodica (4115, 18, 31—34, 36, 37, 42

—44); Vărșăudanu Ioan (4101, 36, 44, 46, 59, 65, 74, 83, 86, 88, 89, 93, 237, 38, 40, 41); S.m. 2 Olga Bancic. cl. VIII. Hollander Maria (4105, 32, 42, 45, 86—88, 91, 95, 99, 507, 10, 12, 13, 15, 17); Stoinescu Marina (4097, 105, 32, 33, 42, 45, 47, 68, 77; E: 1483, 86, 87, 95, 99, 500, 04, 07, 08, 10); cl. IX. Iacovici Noemi (4094, 97, 98, 109, 13, 14, 44, 45, 47, 63, 66); S.m. 3 cl. VIII, Soreanu Petru (4131, 34, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54; E: 1499—501, 10, 12, 19, 20, 25); Vașar T. Traian (4097—99, 105, 18; E: 1483, 86, 88, 91); cl. X. Matei Cornel (4094—99, 101, 15, 18, 33, 42, 45).

BABADAG. cl. IX. Andrei Gheorghe (4064, 66, 70, 71, 81, 83, 94, 97—100, 05, 09, 25, 27); Ignat Ion (4071, 81, 83, 86, 94, 97—100, 05, 08, 09, 25).

BACĂU. *S.m. 1. George Bacovia.* Abs. Moldoveanu Leonida (4094—99, 105, 31—33, 42—48, 52, 55, 62, 66, 67, 80, 92, 93); cl. X. Dabu Răzvan (4094—102, 05, 15, 17, 18, 22, 25, N); Kloetzer Eugen (4064—67, 69—72, 80, 92, 95—99); Sîrbu Angela (4067, 70, 88, 95—97, 99, 105, 31—33, 36, 42, 44, 45, 53, 62).

BAIA DE ARIEȘ (Cluj) cl. IX. Totolici Gabrieli (4027, 39, 63, 70, 131—35, 42—45, 47, 48, 52, 53, 62, 66, 77, 80, 83, 84, 86, 89).

BAIA MARE. cl. VIII. Coteț Ioan (4097 78, 81, 87, 88, 91, 92, 95, 506, 10); Iliescu Florin (4097, 99, 100, 31—33, 42, 43, 47, 222; E: 1483, 91, 92, 99, 512, 18, 22, 25); cl. IX. Ghiță Traian (4063, 70, 72, 83, 97, 98, 105, 09, 31, 33, 33, 42, 45, 53, 54,62, 66); Răfan Iosif (4094, 97, 109, 33, 42, 93, 95, 203, 44, 45); cl. X. Duca Carmencita (4094—97, 99—101, 05, 09, 31—33, 36, 42, 44, 45, 53, 62, 77).

BEIUȘ (Oradea). *Ș.m.* 2. Cl. X. Migele Aurel (4094—102, 05, 09, 181.

BICAZ. Cl. VIII. Andrei P. Iulian (4064, 70, 85; E: 1467, 73—75, 78, 80, 81).

BISTRIȚA. Cl. IX. Petringel Ioan (4094, 109, 32, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 62, 80, 92, 93, 207, 10-31, 36, 45). Cl. X. *Pașca Iuliu* (3984, 4065, 67, 70-72, 74, 92, 94-97, 99-102, 05, 09, 14, 15, 17, 18, 29, 31-34, 42, 43, 45, 47, 48, 52-54, 66, 68, 77, 93, 96, 203, 06-08, 10, 32, 36, 40, 44-46, P).

BIRLAD. *Complexul școlar.* Cl. VIII. Nițu Gheorghe (4192, 207; E: 1512, 13, 15, 17, 18, 20, 22, 25). Cl. IX. Feraru M. Ioan (4097, 105, 09, 32, 42, 44, 45, 58, 54, 62, 93, 207, 22). Cl. X. Katz Matilda (4094-97, 99, 105, 09, 31-33, 35, 42-45, 47, 53, 54, 62). Liescu Mihaela (4094, 96, 97, 99, 105, 09, 43, 53, 54, 62). *Șc. pedag.* An. II. Tăbușcă Ioan (4102, 05, 09, 35, 62, 68, 78, 95, 97, 207, 08).

BLAJ. Cl. V. Adler Ecaterina (E: 1441, 42, 45, 57, 74, 81, 87, 88, 99, 507). Burja Elena (E: 1442, 45, 47, 74, 81, 87, 88, 99); Corbeanu Dorina (E: 1442, 45, 47, 57, 73, 74, 81, 87, 88, 99, 500, 07); Hornaru Virginia (E: 1442, 47, 48, 51, 57, 74, 81, 87, 99, 507); Păcurar Eugenia (E: 1442-45, 47, 49, 50, 57, 75, 73, 74, 81, 87, 99); Savonea Emil (E: 1442, 45, 50, 73, 74, 81, 88, 99, 500, 03); Socol Monica (E: 1442, 47, 51, 57, 73, 74, 81, 87, 88, 99, 500). Cl. VI. Barițiu Marina (E: 1472, 74, 75, 80, 81, 87, 88, 91, 92, 500, 501, 10); Mărgineanu Leonte (E: 1472, 73, 77, 80, 82-84, 91,92); Stoica Niculae (E: 1472, 73, 77, 80-83, 91, 92, 500). Cl. VII. Helvig Elke (E: 1442, 47, 57, 61, 73, 74, 80, 81, 87, 88, 99, 510); Olteanu Elisabeta (E: 1473, 74, 80, 87, 88, 90, 91, 99—501, 03, 10). Cl. XI. *Tarnu Constantin* (4064-67, 69, 72, 74, 75, 81—83, 94-101, 05, 09, 1517, 25, 31-35, 38, 40, 42-45, 47, 48, 51, 52, 62, 68, 70, 71, 73, 75, 77, 79, 80, 85, 87).

BOLINTINUL DIN VALE (București). Cl. X. Costache O. Ilie (4094-97, 99, 105, 09, 17, 27, 31-37, 43, 45, 46, 54, 54, 66, 74, 77, 84); *Ghiță R. Teodor* (4067, 83, 95, 102, 03, 05, 08, 09, 11-13, 15, 18, 18, 20, 22, 24, 26, 29, 31-34, 36, 37, 39, 42, 45, 47-50, 52, 53, 55, 57, 60, 62, 64-66, 68, 71, 73, 75, 77, 79, 80, 85, 86, 89, 90, 92-201, 03-09, 12, 18, 20, 22, 23, 26, 38, 39-48); Mihuț I. Octavian (4092, 97-101, 07, 09, 15, 31-35, 42-45, 50, 53, 54, 56, 62, 93-97, 203, 04, 44-46); *Năstase D. Ion* (4092, 94, 107, 09, 27, 31, 32, 36, 47, 52, 53, 66-68, 73, 75, 77, 80, 94-96, 98; 99, 203, 06-10, 14, 20, 36, 47, 52, 53, 66-68, 73, 75, 77, 80, 94-96, 98, 99, 203, 06-10, 14, 20, 36, 41).

BOTOȘANI. *Ș.m. 1.* Cl. IX. Segal Arnold (4097-99, 105, 09, 28, 32, 33, 42, 43, 45,, 47, 53, 62, 93, 95, 207, 08, 22, 36, 45, 66, 77). Cl. X. Dumbrăveanu Lucian (4064, 69, 71, 74, 75, 82, 94, 95, 97-99, 105, 09, 31-34, 36, 42, 45, 52, 53, 54, 66, 68, 71, 75, 77). *Ș.m. 2.* Cl. VIII. Laur Fenia (E: 1467, 68, 72, 73, 86, 87, 93-95, 97, 510). Cl. IX. Leibovici Bernard (4097, 103, 31-33, 45, 77, 92, 93, 207). Cl. X. Avădănoaiei Dumitru (4067, 70-72, 92, 97, 99, 105, 09, 32, 33, 42, 43, 45, 47, 53); Bauer Gheorghe (4067, 72, 86, 92, 95-97, 99, 101, 05, 09, 31, 32, 34—36, 42, 44, 45, 47, 53, 71, 92-94, 97, 203, 33, 33, 41); Constantin Radu (4094-97, 99, 105, 09, 15, 26, 31-34, 43, 47, 48, 52-54, 65, 66, 75, 77, 96, 97, 99, 203, 03, 10, 33, 36, 43, 45, P); Vaiser Gerta (4094-99, 105, 09, 31-32, 42, 47, 53, 62, 77).

BRĂILA. *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Gomolea Ciorica (4097, 131, 32, 42, 45, 53, 62, 77, 93, 207, E: 1518, 20); Lang C. Frusina (4097, 105, 42, 62, 207, E: 1486, 87, 91, 506, 07, 10, 16—18). Cl. X. Belciu Tudorița (4094-96, 131, 36, 42, 44, 45, 47-49, 62, 68, 77);

Constanda D. Cristian (4064-67, 71-74, 81, 83, 92, 128); Moraru Margareta (4094, 95, 98, 105, 32, 44, 48, 68). *Ş.m. 2 N. Bălcescu.* Cl. IX. *Moţet M. Horia* (9094, 97-100, 02, 06, 08, 09, 17, 18, 27, 31-35, 42-50, 52, 56, 62, 64, 66, 68, 73, 75, 77, 87, 90, 93, 203, 07, 08, 10); Petcu Dan (4094, 105, 31, 32, 34, 35, 42, 45, 53, 62, 77, 92, 93, 95, 97, 203, 07, 39). Cl. X. *Danciu P. Iulian* (4094-101, 05, 08-10, 12, 14, 15, 17-20, 25, 28, 29, 31-37, 42-49, 52-55, 63, 65, 66, 68, 69, 71-73, 75-77, 80, 81, 92, 94, 96-99, 203, 04-13, P); Surdeanu P. Tidor (4097, 99, 105, 09, 31, 32, 36, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 66, 75, 77). *Ş.m. 3.* Cl. VIII. Casapu Constantin (4064, 97, 105, E: 1472-75, 78-82, 86-88, 91-93, 95); Săraru Sebastian (4064, 97, 99, 105, E: 1472-75, 78-82, 86-88, 91-95). Cl. IX. Preda Georgeta (4073, 80, 94, 97, 98, 100, 05, 09, 25, 32, 33, 42, 47). Cl. X. Ene Ionel (4064, 66, 67, 69-72, 82, 92, 95, 97, 99, 105, 09, 31-33, 42, 45, 52, 62); Turcu Ion (4064, 67, 70-72, 82, 92, 95, 97, 99, 105, 09, 17, 32). *Şc. de 7 ani nr. 12.* Cl. VI. Bibicu Mariana (E: 1483, 87, 88, 91, 500, 01, 03, 10, 12, 13, 15, 17, 22).

BRĂNEŞTI (Bucureşti). C. X. Neiner C. Gheorghe (4065-68, 74, 88, 92, 95, 115, 18, 26, 31-37, 41-48).

BREAZA. *Lic. Mil. D. Cantemir.* Cl. VIII. *Bejenaru Teodor* (4085, 102, 05, 20, 31-33, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 93, 210, 38, 62, 66, 67, E: 1482-75, 69-48, 90-97, 99-504, 06-20, 22, 23, 65-26); Beran Aurel (4133, 67, E: 1472, 73, 75, 76, 78, 80-82, 86-88, 91, 92, 500-04, 06-11); *Brezeanu Mircea* (4085, 105, 20, 23, 32, 42, 53, 54, 62, 93, 210, 38, E: 1472-75, 78, 81, 83-88, 90-92, 94-97, 99-504, 06-20, 22, 23, 25-27); Bulea Teodor (4085, 142, 43, 53, E: 1462, 72-75, 78, 81, 85, 87, 88, 91, 92, 95, 99-504, 06, 08-11); Copariu Olimpiu (4105, 77, E: 1472, 73, 75, 76, 78, 80, 81, 86, 87, 91, 92, 500-04); Corfas Mihai (4142, 43, 45, E: 1472, 73, 75, 79, 81, 87, 98, 92); Crican Ion (4120, 32, 54, 222, 38, E: 1484, 96, 512-20, 22, 25-27); Dabidovici Doru (4025, 142, 53, 61, E: 1472-75, 78, 81, 85, 87, 88, 91, 92, 95, 99, 500, 02-04, 06-10); Drăghici Ion (4143, 53, 62, 66, E: 1472-75, 80, 81, 87, 88, 91, 92, 95, 99-510); Gavrilescu Mihai (4142, E: 1473, 75, 78, 81, 85, 87, 91, 95, 500, 02, 03, 06, 08, 10, 11); Ghinea Nicolae (4148, 93, E: 1483, 84, 86, 94, 99, 500, 03, 07, 12, 13, 16, 18, 20, 22, 26, 27); Irimia Ioan (4142, 43, 45, 47, 53, E: 1472, 73, 76, 78, 81, 82, 84, 95); Lincă Mihai (4068, 85, 94, 105, 31-33, 42, 45, 53, 54, 77, E: 1472, 75, 78, 86, 88); Neguriţă Ioan (4105, 42, 77, E: 1472, 73, 75, 76, 78, 80, 81, 86-88, 91, 92, 95, 99, 500, 02, 03, 06-11); *Nistor Ştefan* (4085, 102, 05, 20, 32, 42, 45, 48, 53, 54, 62, 77, 238, E: 1472-75, 78, 80, 83-88, 91-97, 99-504, 06-20, 22, 23, 26, 27); Pestrea Traian (4131, 42, 43, 47, 62, 66, E: 1470-75, 81, 87, 88, 91, 92, 95, 99, 500, 02, 03, 09); Puică T. Ion (4097, 99, 105, 32, 42, 53, 62, 77, E: 1472, 73, 75, 76, 78, 80-83, 85-88, 91-93, 95, 500-04, 06, 11); Toma Gheorghe (4143, 53, 77, E: 1472-75, 78, 80, 81, 87, 88, 91, 92, 95, 500-04, 06-10); Vasile Alexandru (4132, 77, E: 1472, 73, 75, 76, 78, 80, 81, 86-88, 91, 92, 500-04, 08-11); Zamfirescu Ion (4085, 131-33, 42, 43, 47, 53, 62, 66, 67, E: 1472-75, 78, 80, 81, 87, 88, 91, 92, 95, 99—504, 06, 09, 10). Cl. IX. Alexiu Barbu (4070-72, 85, 97, 99, 105, 18, 31-35, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62, 64, 66, 72, 7, 77); Andrei Ion (4064, 69-71, 97-99, 105, 09, 14, 18, 31-34, 42-45, 53, 54, 62, 66, 69, 72, 72); *Apostolescu Alexandru* (4109, 14, 18, 31-33, 35, 42, 44, 45, 47, 53, 54, 62, 64, 66, 69, 70, 72, 92, 93, 95 99 203, 05, 07, 08, 10, 12, 13, 20, 24, 25, 33, 34, 36, 39, 44, 45); Băicoianu Vasile (4070, 94, 97, 105, 09, 18, 31-35, 45, 53, 54, 75, 93, 203, 07, 10, 13, 20, 24, 33, 44, 45); Bratu I. Ilarion (410, 09, 31-33, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62, 93, 96, 203, 07, 10, 12, 13, 24, 25, 33, 36, 39, 44, 45); Buhoci Gheorghe (4064, 70, 71, 97-99, 105, 09, 14, 18, 31-34, 42-45, 47, 53, 54, 62, 66, 72, 77, 93, 95-97, 203, 08, 12, 20, 24, 24, 33, 34, 36, 39); Ciobanu Dumitru (4097-99, 105, 08, 09, 31-35, 42-45, 47, 53, 54, 54, 62, 75, 77, 77, 93, 95-97, 203, 07, 08, 10, 12, 13, 20, 24, 33, 34, 38, 39, 44, 45); Ciobotă Gheorghe (4064, 72, 97, 105, 09, 34, 42, 43, 45, 47, 53, 62, 64, 66, 69, 72, 74, 75); Ciută Gheorghe (4094, 97-99, 105, 09, 17, 27, 31-35, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 66, 75, 77, 92, 93, 96, 203, 07, 45); Cotoia Vasile (4109, 14, 31-33, 53, 66, 25, 93, 94, 97, 208, 10, 12, 13, 20, 24, 33, 39, 41); Culescu A. Ioan (4070, 71, 97, 99, 105, 09, 31-35, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 63, 66, 67); Dima Ioan (4099, 109, 18, 1, 33, 35, 42, 43, 45, 47, 3, 54, 62, 66, 75, 77); Dobrotă Florian (4070, 97-99, 105, 09, 18, 31-33, 42-45, 47, 53, 54, 62, 66, 75, 77, 92, 93, 96, 97, 203, 07, 08, 10, 12, 13, 17, 24, 25, 33, 39, 41, 44); *Frankenfeld Georgian* (4064-66, 70, 71, 81, 83, 85, 87, 94-100, 05, 08-10, 12-14, 17, 18, 20, 27, 31-35, 42, 43, 45, 47, 48, 52-54, 62, 66, 75, 77); Galbenu Nicolae (4094, 97, 98, 105, 17, 27, 31-35, 42, 45, 47, 52-54, 62, 66, 75, 77, 92, 93, 96, 203, 07, 08, 39, 45); Georgescu Mihai (4070 97, 105, 09, 18, 31-35, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 72, 75, 77); Godeanu Octavian (4105, 09, 17, 18, 31, 33, 35, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 93, 95, 96, 203, 07, 10, 33, 44, 45, 47); Horelea Ilie (4094, 97-99, 105, 09, 17, 27, 32, 33, 35, 42, 43, 45, 47, 52, 54, 62, 75, 92, 93, 96, 203, 07, 45); Huluban N. Vasile (4105, 09, 17, 18, 31, 32, 35, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 64,

66, 77, 81, 83); Ioniță Ioan (4109, 31, 32, 54, 62, 66, 75, 77, 92, 93, 94, 97, 203, 05); Maeruțiu Gh. (4070, 97, 99, 109, 18, 31-33, 42, 43, 47, 53, 54, 62, 77); Măriuț Dumitru (4107, 33, 42, 93, 96, 203, 07, 08, 10, 13, 24, 25, 33, 34, 36, 44, 45); Mihai Gheorghe (4105, 17, 18, 31-33, 35, 42, 43, 47, 48, 53, 54, 62,66); Mihăilescu Ioan (4083, 105, 09, 17, 18, 31-33, 35, 42, 45, 48, 53, 54, 62, 63, 66, 73, 77); Miuță Gheorghe (4094-99, 105, 09, 17, 27, 31-35, 42, 43, 45, 47, 52-54, 62, 66, 92, 207, 08); Miron Maricel (4112, 17, 18, 31-33, 35, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62); Neagu Dumitru (4083, 105, 09, 17, 18, 31-33, 35, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62); Necula Marin (4064, 66, 69, 71, 109, 18, 3233, 42-45, 47, 53, 54, 62, 66, 77); Negrin Constantin (4069, 72, 97, 105, 09, 18, 31-33, 42-45, 47, 53, 54, 62, 66, 77, 93, 220, 36); Pavel Constantin (4031, 83, 109, 17, 18, 31-33, 42, 43, 45, 54, 62); Petrescu Constantin (4193, 96, 203, 07, 08, 10, 20, 24, 25, 33, 34, 36, 44, 45); Pivoda Ionel (4097, 99, 105, 09, 18, 31, 32, 95-97, 203, 05, 08, 10, 12, 13, 20, 24, 25, 33-36, 39, 42, 44, 45, 47, 53, 54, 72, 75, 77); Pop Petru (4070, 97, 99, 105, 09, 31, 33, 34, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 77, 93, 96, 203, 10, 12, 13, 24, 33, 36, 39, 44, 45); Popa Sebastian (4064, 66, 72, 83, 94, 97, 99, 105, 09, 17, 18, 31-33, 35, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 66, 67); Popescu Aristotel (4132, 42, 45, 47, 62, 66, 77, 93, 96, 203, 10, 25, 33, 34, 36, 44, 45); Prodescu Mihai (4105, 09, 31-33, 35, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62); Puiu Ioan (4131-35, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 66, 75, 77, 92, 93, 95, 203, 07, 08, 10, 12, 24, 25, 33, 34, 39); Radu Dumitru (4070, 97, 107, 09, 31-33, 42, 43, 53, 54, 93, 203, 07, 08, 10, 12-14, 24, 25, 33, 36, 37, 44, 45); Roșu Costică (4064, 70, 97-99, 105, 09, 14, 18, 31-33, 42-45, 43, 53, 54, 62, 75); Rotaru Radu (4070, 97, 105, 09, 14, 18, 31, 32, 42, 45, 47, 53, 62, 66, 77); Sava Ioan (4064, 72, 97, 98, 105, 09, 31-33, 42, 44, 47, 53, 54, 62, 66, 67, 92, 93, 95, 96, 203, 07, 12, 36, 45); Sifft Nicolae (4064, 71, 81, 83, 105, 09, 17, 18, 32, 33, 35, 42, 43, 45, 48, 53, 54, 62, 64, 66, 77, 81, 93, 95-97, 203, 05, 07, 08, 10, 12, 24, 25, 39, 44, 45, 47); Siteanu Eugen (4064, 69, 70, 97-99, 105, 09, 18, 31-35, 42-45, 47, 53, 54, 62, 66, 69, 72-77); Sîmbrac Gheorghe (4083, 105, 09, 17, 18, 31, 32, 35, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 66, 84); Stenijavski Alex. (4195-97, 203, 07, 08, 10, 12, 13, 24, 25, 32, 34, 36, 39, 44, 45); Ștefănescu Simion (4132, 42, 45, 47, 62, 93, 96, 97, 203, 07, 10, 13, 20, 24, 25, 34, 36, 44 45); Tîlmaciu D. Constantin (4105, 09, 17, 18, 31, 32, 35, 42, 43, 47, 48, 53, 54, 62, 77). Cl. X. Chioreanu Gheorghe (4097, 109, 17, 31-33, 42, 43, 47, 53, 54, 62, 66, 75, 77); Constantin N. Gh. (4097-99, 105, 09, 15, 18, 31-35, 42, 43, 45, 52, 53, 62, 66, 68, 69, 71, 72, 75, 77, 80, 92, 97, 20, 10, 13, 20, 24, 33, 41, 42, 44, 45, P); Damian I. Ion (4005, 09, 97, 132, 33, 36, 42-48, 52, 53, 62, 77, 99, 208, 24, 41, 44, 45); Drăgutoiu Nicolae (4060, 67, 69, 70, 72, 80, 81, 94-97, 99, 105, 09, 18, 32, 42, 45, 53, 62, 66, 74, 77); Duminecă Gheorghe (4097, 103, 17, 31-33, 42, 43, 47, 53, 54, 62, 66, 75, 77); Iordache C. Vasile (4097, 99, 105, 09, 31-33, 36, 42, 45, 47, 48, 52, 66, 77, 208); Matis Ioan (4094, 97, 99, 203, 41); Moldoveanu Ernest (4094, 97, 99, 105, 09, 18, 31-33, 36, 42, 43, 45, 47, 48, 52, 53, 62, 66, 77, 99, 203, 24, 41, 44); Munteanu Ștefan (4094, 99, 105, 07, 09, 13-16, 18, 29, 31-34, 36, 42-48, 50, 52-54, 62, 66, 68, 74, 77, 80, 81); Novac Teodor (4094, 97, 99, 105, 09, 18, 31-33, 36, 42, 43, 45, 47, 48, 52, 53, 62, 66, 67, 208, 24, 41, 44); Olaru Vasile (4094-97, 105, 09, 29, 31, 33, 36, 42, 45, 47, 48, 53, 66, 74, 77); Pavel Titus (4094-99, 105, 09, 14, 15, 18, 31-34, 36, 42, 43, 45, 47, 52,-54 62, 66, 74, 75, 77, 80, 83); Plop Dumitru (4095, 105, 31, 32, 36, 42, 43, 45-48, 52, 53, 62, 66, 68, 74, 77); Popa E. Nicolae (4097-99, 105, 09, 15 ,31-33, 36, 42-45, 47, 53, 54, 62,, 66, 75, 77); Popescu Mihai (4094-97, 105, 09, 29, 31, 32, 36, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 66, 84, 77); Rădulescu Theodor (4094-99, 105, 09, 13-16, 18, 19, 31-34, 36, 42-48, 50, 52-54, 62, 66, 68, 74, 77, 80, 81); Sima Petre (4096, 97, 99, 105, 09, 15, 27, 31-33, 42, 45-47, 62, 66, 77); Ștefan Ion (4095, 96, 98, 99, 105, 15, 21-33, 36, 42-45, 47, 53, 54, 66, 80); Vărzaru Victor (4094, 97, 99, 105, 09, 31-33, 36, 42, 43, 45, 47-49, 52, 53, 62, 66, 68, 99, 203, 41); *Șm. Aurel Vlaicu.* Cl. VIII. Petrescu D. Margareta (4097-99, 103, 31, 35, 44, 45, 62, 77, E: 1488, 88, 95, 504, 06, 10);

BUCUREȘTI. *Absolvenți Cornblum Eugen* (4139-36, 39-54, 62, 66, 67, 70, 71, 73, 75, 77, 80, 83, 87, 89, 92, 93, 95-98, 201, 03, 05, 07 236, 40-43, 45, 46); Moisescu Marinela (4094, 97, 105, 13, 18, 42, 46, 52, 54); Mureșanu Stanca (4068-72, 80-83, 85, 88-90, 92); *Piscupescu Gabriel (4063-65,* 68, 69, 71, 74, 81, 83, 85, 90, 94, 96-102, 05, 09, 14, 15, 17, 72, 75, 77, 78, 80, 87); Ravici T. Nicolae (4097, 101, 02, 16, 27, 32, 33, 42, 43, 45, 48, 50, 51, 53, 54, 62, 66, 77, 79, 92,93, 203, 07, 08, 10, 29, 41, 44, 45); *Sc. tehn. metrologie.* An. II. Petrescu A. Alexandru (4094-97, 99-102, 05, 07, 09, 15, 31-35, 39, 55, 62, 70, 71, 73, 75, 77, 80, 81, 85, 87); Șm. 1. cl. VIII. Bibicu Ion (4097, 99, 105, 31-33, 42, 45, 53, 62, 66, 68, 77, 80, E: 1487, 87, 95); Grigorescu Serban 4094, 97-100, 50, 18, 19, 25, 26, E: 1485, 86, 94-96); Grümbla't Ronald (4105, 31-33, E: 1485-88, 91, 93, 95, 96,

502, 04, 08, 11); Lăzărescu Toma (4064, 69, 71, 85, 94, 97-99, 105, 20, 45, 47, 62, 66, 77, E: 1475, 76, 78, 79, 85, 86, 90, 97, 504, 08, 11, 18, 20); cl. IX. Grimblatt Mihai (4094, 97-100, 05, 09, 17, 18, 31-35, 42, 45, 47-49, 58, 62, 66, 77, 80); Hom Alexandru (4097, 105, 09, 31-33, 42, 45, 53, 62, 66, 77, 80, 207, 45); Miczimik Vera (4105, 09, 31-33, 42,45, 53, 63,62, 66, 77, 80, 207, 45); Pascu Adrian (4094, 97,-101, 05, 13, 14, 17, 17); Talle Petre (4064, 70—72, 74, 81, 83, 94, 97-99, 109, 14, 42, 45, 53, 203, 07, 10, 36, 39); cl. X. Butnaru Chirea (4094 -102, 05, 15, 18, 31-33, P); Gugu Dan (4064, 67, 69-72, 83, 94, 96-99, 115, 32-34, 26, 66, 71, 72, 75, 77); *Stan A. Mircea* (4100, 02, 24, 26, 37, 31-37, 39, 42-45, 47, 48, 51-54, 60, 62, 63, 66, 68, 70-72, 74, 75, 77, 80, 81, 87, 92, 94, 96-98, 200 03, 04, 05, 07, 08, 10, 13, 20, 24, 27, 33, 36, 41-47, P); cl. XI. *Răşcanu Radu* (4095-99, 101, 05, 09, 12, 15-17, 31-33, 36, 42, 45, 47, 48, 51, 53, 62, 63, 65, 66, 68, 69, 71, 72, 74, 75, 77, 83, 86, 92, 97, 207, 10, 24, 36, 41, 44); Raţiu Sebastian (4095, 99, 127, 32, 33, 42, 43, 45, 53, 204, 40); *Şm. 2 „T. Vladimirescu"* cl. XI. Niculescu Ion (4097-102, 05, 09, 42, 45, 48, 53); *Şm. 3. Ion Neculae* cl. VI. Popescu C. Radu (E: 1483, 87, 88, 90-92, 99-501, 03, 06, 10); Sucitu Alexandru (E: 1483, 88, 90-92, 501 07, 12-16, 22, 25); cl. VIII. Ionescu Ştefania (4131-33, 42, 43, 45, 53, 54, 62, 77); Turturică D. Ion (4017 -19, 51, 53, 64, 70-72, 83, 94, 97, 109); cl. X. Sucitu Gheorghe (4094, 100, 06, 09, 10, 13, 14, 17, 24, 25); *Şm. 6 „Ilie Pintilie"* cl. VIII. Anton Alexandru (4094, 97, 98, 102, 05, E: 1483, 84,86-88, 90-92, 94, 96); cl. IX. Dumitraşcu Ilie (4097, 105, 09, 32-34, 42, 53, 93, 245); *Şm. 7 „I. L. Caragiale"* cl. V. Anastasescu Ioana (E: 1473, 74, 81, 87, 89, 99, 500, 03, 07, 10, 12. 15, 21, 27); clasa X. Duţină Cristian (4063, 72, 93); Leanga N. (4063-70, 72, 74, 76, 80, 83, 88, 91, 92, 94-103); Mazilu Luminiţa (4105, 07, 09, 12, 14, 17, 18, 22, 25, 26, 31-33, 36, 37, 65, 66, 71, 73,-95, 77, 80, 93); Radian Julieta (4094, 97, 99, 105, 09, 31-33, 42, 45, 53, 62, 66, 67, 207); Rici Maria (4064-67, 69-72, 80, 81, 92, 94, 95, 97); *Stan Ştefan* (4094, 97-100, 02, 05, 09, 12, 14, 17, 19, 25, 26, 28, 31-35, 42, 45, 47-49, 62, 63, 66, 68, 69, 75-77, 80, 92, 94-97, 203, 12, 13, 15, 22, 24, 32, 36, 38, 39, 42, 45); Vlad I. Valentina (4042, 49, 50, 57, 60, 63, 72, 74, 80, 82, 83, 88, 92, 94, 97-102, 05, 09, 12, 13, 18); cl. XI. Niţă Elena (4064, 70, 95, 105, 09, 17, 31, 32, 39, 41, 42, 47, 51, 53, 77); *Şm. 8 „E. Racoviţă"* cl. IX. Buiculescu N. Doina (40 1, 86, 94, 97-100, 05, 09, 14. 17. 31-35, 42-45, 47, 48, 53, 62, 66, 77, 92-95); S. m. 10 cl. VI. Kivu Ileana (E: 1483, 87, 88, 91, 99-501 07, 10, 12, 13, 22); cl. VIII. Niculescu Liliana (4105, E: 1483, 85, 88, 90, 91, 93, 95-97); cl. IX. Pavel A. Eva (4131-34, 42, 45, 47, 48, 77, 93, 207, 05); cl. X. *Marini Ileana* (4098, 117, 37, 46, 49, 52, 55, 57, 58, 62, 66, 68, 71, 73-77, 80, 81, 83, 92, 93, 95-200, 03, 07, 11, 39-41, 44-46); cl. XI. *Bărbulescu Lucia* (4094-99, 105, 31-36, 38-45, 47, 48, 51-53, 62, 66, 67, 77, 92-95, 201, 02, 07, 08, 24, 29, 32, 41); *Obadă Hareta* (4192, 93, 95, 97-99, 202, 04-09, 11, 20, 33, 43, 40-43, 45-48, 55, 57, 58, 60-62, 67, 68, 73, 83, 87, 96, 97, 99, 300); *Şm. 11. „D. Cantemir"*. cl. V. Stănculescu Radu (E: 1472, 80, 82, 90, 500, 01, 07, 12, 13); cl. VI. Dăbuleanu Anca (E: 1488, 90- 92, 99, 500, 10, 13, 15); Medaru Doina (E: 1485, 95, 99-504, 06-08, 10-13, 15-17, 22, 26); cl. VII. *Ţinţăreanu Cristiana* (4097-99, 105, 09, 32, 33, 42, 48, 52, 53, 62, 77, 93, 207, 08, E: 1483, 88, 90-96, 99-501, 04, 06-08, 10, 11, 13, 16, 18-20, 23); cl. VIII. Agrocostea Mihai (4094, 97, 99, 102, 05, 20, 31, 33, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 77, 80, E: 1483-88, 9192, 94, 95, 97); Cancer R. Şerban (4192, 208, 22, E: 1483, 86-88, 90, 99-501, 04, 08, 10, 12-15, 17-20, 22, 25, 26); Dumitrescu Mihaela (4105, 31, 32, 62, E: 1486, 87, 95, 99, 500, 07, 08, 10, 12, 18); Filip Şincuţa (4105, 31-33, 62, 208, 22, E: 1483, 84, 87 92, 94, 95, 99-501, 04, 06-10, 12, 20, 22, 25, 26); *Groper Jean* (4131-33, 42, 92-94, 207, 08, 22, E: 1483, 85-88, 90, 91, 93, 95, 501, 03, 04, 06110, 12, 15, 17-25, 27); Hristescu Ruxandra (4105, 32, 62, 77, 80, 92, 207, E: 1486-88, 91, 99, 501, 06-08, 10, 13-15, 17, 18, 20, 22, 25); *Pantazi Emanuel* (4097, 105, 25, 32, 33, 42, 43, 45, 47, 53, 62, 68, 77, 82-94, 207, 22, 24, E: 1483, 85-88, 90-92, 94, 95, 99, 501-04, 06, 23, 25, 26); Simu Cornel (4192, 208, 22, E: 1483, 86-88 92, 94, 15, 500, 01, 04, 03-20, 22, 25, 27); *Ursulescu Silviu* (4131, 33, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 68, 77, 80, E: 1499, 501, 02, 04, 06, 10); cl. IX. Crăciun Viorel (4094, 97, 99, 100, 05, 09, 14, 27); Jugănaru Ştefania (4109, 17, 62, 66, 68, 71, 75, 80, 236, 44, 45); Mihu Răzvan (4094, 97, 100, 05, 09, 27, 31, 32, 34, 42, 43, 45, 47, 48, 52, 53, 56, 62, 66, 75, 77, 80); Rădulescu Dan (4131-34, 42, 43, 45, 48, 52-54, 62, 66, 68, 77, 80); cl. X. Cătănescu I. Vasile (4131-37, 42, 49, 52, 53, 55, 56, 62, 66, 77, 83); cl. XI. Ravici T. Niculae (4094-96, 98, 99, 105, 09, 15, 18.); *Şm. 12. Spiru Haret* cl. IX. Brill Erny (4195-97, 212, 13. 32, 39, 42, 44, 45); cl. X. Ranţ Gabriel (4114, 31-34, 42, 45, 53, 77, 203); Sirinian Dumitru (4097-99, 105, 31-33, 42, 45, 53, 77); Varujan Zabregian (4097, 99, 109, 14, 18, 66, 236, 42, 44); cl. XI. Vodă Viorel (4135, 52, 53, 69, 73, 80, 85, 87, 95-97, 99, 203, 08, 13, 24, 32-34, 36,

39, 42, 44, 45, P, N.); *Ş.m. 13. „Mihai Viteazul"* cl. VII. Flondor Paul (E: 1488, 91, 92, 94, 95, 508-10, 98); Tuţuianu Cătălina (E: 1487, 88, 91, 92, 99, 510, 12-18, 22); cl. XI. Dăscălescu Florin (4095, 97-99, 105, 09, 15, 31-33, 62, 71, 77); Ş.m. 15. „Elena Sîrbu" cl. VIII. Podiu V. Ion (4094, 97, 99, 192, 32, 42, 44, 45, 53, 77);cl. X. Negru Silvia (4094-97, 99, 109, 17-19, 31, 32); Popescu V. Ruxandra (4094-99, 105, 09, 17, 18, 25, 31-33, 42, 45, 47, 48, 71); *Ş.m. 16 „Gh. Coşbuc"* cl. VII. Margenster Schol (4105, 77, E: 1487, 90 91, 500, 07, 10, 12, 13, 15, 17, 18, 20, 22, 25); cl. VIII. Mendelsohn Marina 4094, 97-99, 102, 05, 14, E: 1486, 87, 91, 92, 95); Moscovici Corneliu (4105, 31-33, 42, 43, 45, 47, 62, 68, 77. E: 1486, 91, 95, 96, 502, 04, 60, 08, 11); Weisberg Sergiu (4105, 31, 32, 42, 53, 77, 93, E: 1486-88, 95, 510, 12, 15, 17, 18, 22); cl. X. Emanoil Alexandru (4064-67, 69, 70, 72, 82, 92, 95-97, 99, 101, 05, 09); *Ş.m. 17 „M. Basarab"* cl. VIII. Crainic Emanuel (4064, 71, E: 1472-78, 80-82); cl. X. Jager Cerbu (4064, 65, 67, 69-72, 74, 75, 80, 82, 92, 94-101, 05, 09, 13-15, 17, 22, 26); Moraru Florian (4131-36, 42, 45, 47, 53, 62, 66, 69, 71, 73-75, 77, 79, 80, 83, 86, 89); *Olteanu S. Victor* (4063-37, 70, 81, 83, 86, 88, 91, 92, 94, 96-101, 03, 05, 07, 09, 12, 15-18, 22, 28, 30); Pirşan Liviu (4122, 31, 72, 74, 94, 98, 203, 07, 08, 10, 13, 33, 41, 45); Segal Adrian (4094, 95, 97-101, 05, 09, 15, 17, 20, 22, 26, 30); cl. XI. *Faibis Eliadu* (4065, 79, 113, 14, 31-36, 42-45, 47, 49, 53-6, 62, 64, 66, 70-73, 75, 77, 80, 81, 83, 92-98, 200, 03, 05-13, 15, 20, 24, 32, 33, 36, 47); *Ş.m. 17. „M. Eminescu"*, cl. VI. Enăceanu P. Dan (E: 1483, 87, 88, 90, 91, 99-501, 03, 08, 10); cl. IX. Buiumovici Alexandru (4075, 83, 96-98, 131-36, 42. 43, 45, 48, 50, 69); Crăciunoiu George (4094, 97, 98, 105, 09, 125, 31-33, 36, 45, 47, 48, 62, 66, 68, 77, 92, 94, 203); Moldoveanu Theodora (4100, 09, 17, 18, 31-34, 42, 43, 47, 222); *Ş.m. 19 „Ion Creangă"* cl. VIII Dascălu Sorin (4105, E: 1483, 86-88, 90, 91, 93, 95-97); Feraru M. Monica (4105, 62, 238, E: 1485, 93, 96, 502, 04, 08, 11); *Ş.m. 20 „Gh. Şincai"* cl. VIII. Buiculescu N. Mioara (4097, 105, 22, 31, 42, 45, 77, E: 1486, 88, 95, 508, 10, 12, 18, 20); cl. X. Albrecht Alexandru (4094. 95. 97, 99, 100, 05, 18, 31-33. 42. 45. 53. 207); Dumitrescu Lucia (4094. 95. 99. 109. 18. 33); *Ilie Mihai* (4064-67, 69-72, 74, 75, 77, 81-83, 89. 92. 94-99. 105. 09. 14. 15, 17, 18, 20, 22, 27, 31-34, 36, 37, 42-44, 45, 47, 48, 49, 52-55, 62. 65, 66. 71. 73-75. 77, 80, 81, 100); Radu Gheorghe (4094-97. 99. 109, 66); Stănescu Radu (4063, 64, 68, 70, 71, 92-94, 96-99, 105, 09. 14. 18. 47); cl. XI. *Popa Alexandru* (4094, 96-102, 05, 07, 09, 14, 15, 17-20, 26, 28-37, 42-49, 52-58, 62-66, 68, 69, 71-73, 75, 77, 80, 81, 86, 89, 92-200, 03, 04, 06-10); *Ş.m. 22. „Gh. Lazăr"* cl. X. Mihăilescu I. Nicolae (4064-67, 72, 131-36, 42, 48, 52-55, 59, 62, 66, 71, 74, 77); *Năstase Ion* (4064, 65, 67, 68, 70, 73, 92, 94-97, 99, 105, 07, 09, 27, 31-33, 36, 37, 42, 43, 45, 47, 52-54, 62, 66-68, 71, 73, 75, 77, 80, 94-96, 98, 99, 203, 06-10, 14, 20, 36, 41, 49); Simionescu Ion (4137, 47, 53, 71, 98, 203, 07, 24, 40); *Ş.m. 23 „D. Bolintineanu"* cl. VI. Ioanitescu Constantin (E: 1472, 73, 77, 80-83, 88, 92); cl. VIII. Badea P. Gheorghe (4102, 42, 220, E: 1449, 508, 09, 12, 22, 23); Copceanu N. Ion (4105, 31, 33, 42, 45, 47, 53, E: 1483, 86, 91, 95, 518); Gheorghe V. Adrian (4013, 31-33, 42, 47, 53, 62, 66, E: 1486, 87, 91, 95, 517, 20); Naum D-tru (4131-33, 47, 62, 77, E: 1486, 88, 95, 518, 20); Pană M. Adrian (4113-33, 42, 45, 47, 53, 62, 77, 92, E: 1486-88, 91, 94, 95, 99-502, 04, 08, 10, 18, 20, 26; Pavelescu C. Constantin (4131-33, 42, 45, 47, 53, E: 1486, 87, 91, 95, 510, 17, 18); cl. IX. Condrea Octavian (4097, 99, 105, 09, 14, 31-34, 62, 173, 75, 77,); Florea Gheorghe (4097, 99, 105, 31-34, 42, 45, 53, 62, 73, 75, 77, 93); cl. XI.*Nicula Virgil* (4094-99, 105, 06, 09, 12, 14-17, 19, 31-38, 40, 42-45, 62, 66, 69, 71, 77, 80, 83, 84, 92, 94, 95, 97-204, 06, 07, 10, 11, 13, 15, 20, 24, 28, 36, 37, 40, 41, 43-47); *Ş.m. 24 „V. Alecsandri* cl. X. *Popescu Gh. Domiţian* (4094, 97-100, 02, 05, 09, 13, 14, 18, 31-35, 42-49, 52, 53, 62, 66, 71, 73, 77, 80 92-95, 97, 200, 03); Popescu Natalia (4094-102, 05, 09, 31-35, 43, 47, 52); *Ş.m. 25.* cl. XI. *Catrina Dumitru* (4095, 108, 09, 125, 32-48, 50, 51, 53, 54, 69, 72, 92-98, 200-03, 10, 41, P); Ş.m. 26 Al. I. Cuza cl. IX. Atanasiu Ion (4094, 97, 98, 105, 31, 32, 42, 45, 47, 203); Ş.m. 27. cl. VIII. Cristescu Paul (4097, 105, 31-33, 42, 43, 45, 87, 99, E: 1500, 10); Strafalogea Tr. Mihail (E: 1481, 43, 44, 47, 48, 60, 67, 68, 75, 78); cl. IX. Socoteanu Ion (4097, 99, 105, 09, 17, 18, 28, 31-35, 42-46, 53-55, 62, 77, 94-97, 207, 08, 10, 36); *Ş. m. 28 „P. Groza"*. cl. V. Schiopu Ioana (E: 1487, 88, 99, 503, 07, 12, 15, 17, 12, 15, 17, 21, 27); cl. X. *Anghel Marius* (4094-97, 99-102, 05, 31-36, 42-49, 52, 53, 62, 64-66, 68, 70-73, 77, 79, 92-99 203, 12-14, 20, 32, 41. 42, 44, 45); Constantinescu Şerban (4094, 97-101, 05, 18, 31, 32, 42, 43, 45, 46, 48, 52-55, 62, 67, 203, 38, 38-41, 44, 46); Moldoveanu Măriuca (4100, 05, 31-37, 42-49); cl. XI. Bucinescu Dorel (4132-36, 42-48, 52, 53, 56, 66, 70, 77, 80. 86 92-97, 203, 12, 20, 42, 44, 45); Ş.m. 30. cl. VI. Şegheanu Constantin (E: 1483, 87, 88, 90-92, 99, 507, 09, 12, 13, 15-17, 22, 27); Ş.m. 31 cl. VIII. Angelescu C. Constantin (E: 1484, 86, 90, 92, 95, 99,

500, 17); cl. X. Dobre Florea (4034, 94, 96, 97, 99, 109, 42, 45, 53, 66); *Ş.m. „Filimon Sîrbu"*, cl. VI. Florea Gheorghe (E: 1472-74, 76, 77, 81, 88, 90, 91); cl. VIII. Wolf Alex. (4094, 105, 31, 32, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 77, 92, E: 1436188, 91, 93, 95, 99, 500, 502, 04, 06-08, 10, 12, 17, 19, 20, 22, 25); *Sc. med. tehn. sanitară*. An. I. *Munteanu Valeriu* (4084, 51, 53, 74, 87-116, 19, 27, 31-36, 38-56, 62, 64, 66, 69, 71, 75, 77, 80, 83-87, 91-99, 203-16, 20, 22, 24, 29, 36, 38, 39, 41, 43, 44, 46 P); *Ş.m. de 7 ani nr. 49* cl. VII. Mereuță Doina (E: 1467, 68, 74, 75, 79, 80, 85-88, 91, 94, 95, 501, 06, 11); *Şc. de 7 ani nr. 76* cl. VI. Zenezib Silvia (E: 1433, 87, 88, 91, 92, 99-501, 07, 13, 15, 22); *Şc. de 7 ani nr. 82*. cl. VI. Marcovici Elda (E: 1483, 87, 88, 91, 92, 99-501, 07, 08, 10); *Şc. de 7 ani nr. 123* cl. VI. Ciuceanu N. Mircea (E: 1487, 90-92, 500, 06, 07, 12, 13, 15, 16, 27, 57); *Şc. de 7 ani nr. 135* cl. VII. Moțoi Marin (E: 1483, 87-89, 500, 03, 07, 10, 12, 15, 17, 21, 27); *Şc. de 7 ani nr. 165* cl. V. Zamfirescu Cristina (E: 1500, 07, 10, 12, 13, 15, 22, 28, 39); *Şc. de 7 ani nr. 168* cl. V. Fianu Cristina (E: 1487, 88, 99, 500, 03, 07, 10, 12, 15, 27).

BUHUȘI. cl. X. *Ursu C. Constantin* (4070, 86, 92, 94-103, 05, 09, 15, 17, 18, 31-37, 42-49, 52-55, 62, 66, 71, 72, 75, 77, 80, 83, 86, 89).

BUȘTENI. cl. VIII. Georgescu Ion (4099, 145, 93, E 1 1484, 86, 501, 12, 17, 18, 22).

BUZĂU. *Şc.m. 1* cl. V. Mazilu Sorin (E: 1472-74, 81, 87, 88, 99, 03, 10); Mirișescu Doina (E: 1473, 81, 87, 88, 9, 500, 03); cl. IX. Udrescu Florin (4070, 83, 94, 98, 105, 09, 17, 31-35, 42, 43, 45, 53, 75, 77, 97, 245); cl. X. *Cupcea Z. Nicolae* (4070, 71, 74, 77, 80-83, 92, 94-99, 105, 09, 18, 22, 26, 31-37, 42-49, 52-54, 62, 66, 68, 71, 75, 77, 80, 83); Mihalache Adrian (4072, 74, 76, 77, 80-83, 89, 91, 92); Sonunea Dan (4070, 74, 94-97, 99, 105, 09, 15, 18, 31-34, 36, 42, 45-47, 52-54, 62, 66, 71, 77, 92, 97, 200, 03); Spinescu Teodor (4070-72, 74, 76, 80-83, 88, 90, 92-101, 05, 09, 15, 18, 22, 31-34, 36, 42, 43, 45-47, 52, 53, 66, 74, 75, 77); *Şc. ped. învățători* cl. X. *Marinescu Nicolae* (4094-103, 05, 08-10, 12-14, 18, 19, 22, 25-37, 42-49, 52-56, 62, 63, 65, 66, 69, 71, 73-81, 83, 85-89, 91).

BUZIAȘ (Timișoara). Prodan Aurelian (E: 1473, 74, 81, 87, 88, 500, 02, 07, 09, 10).

CALAFAT. Cl. VIII. Lățea Georgeta (4105, 62, 77, E: 1486-88, 95, 99, 510, 12, 13, 17, 18, 20. Cl. X. Dinuț C. Sterie (4004, 96, 97, 99, 109, 31-33, 36, 42, 45-48, 53, 54).

CĂLĂRAȘI. Sc. m. N. Bălcescu. Cl. IX. Costea Gheorghe (4097, 99, 109, 31-33, 42, 43, 45, 47, 52-54, 56, 92, 93, 206, 07, 19, 45), Gacichevici V. Constantin (4097, 99, 109, 31-33, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 66, 92, 93, 203, 07, 10, 44, 45).

CARACAL. Abs. *Stratan Gheorghe* (4063-72, 78, 85, 88, 90, 94-102, 05, 09, 12, 16, 18, 25, 28, 29, 31-37, 40-55, 62, 66, 67, 71, 74-77, 79, 80, P). Cl. VIII. Jitianu M. Oprea (E: 102, 31, 32, 207, 437, 94, 510, 12, 13, 17, 22), Popa C. Emil (4131, 33, 34, 42, 43, 45, 48, 53, 54, 62, 80, 92, 94, 203, 07, 10, 20, 21, E: 1512, 13, 15, 17, 18, 20, 26, 27), Tudor Mihail (4097, 131-33, 42, 77, E: 1481, 86, 87, 91, 93, 94, 513, 18).

CARANSEBEȘ. *Ş.m. 1*. Cl. VIII. Titel Ligia (4064, 75, 85, 105, E: 1472-76, 78, 80-83, 86). Cl. X. Băbeanu Dana (4092, 94, 109, 31-33, 36, 42, 44, 45, 77), Băndoi Lucia (4094, 96-99, 105, 09, 14, 31-33).

CEHU SILVANIEI (Baia Mare). Cl. IX. Ghiman Vasile (4070, 72, 74, 83, 86, 105, 09, 32, 42, 45, 47, 48, 53, 62, 66, 68, 75, 77, 127, 31, 32, 42, 92, 207, 36, 42, 44, 45). l. X. Tămășan Teodor (4083, 94-97, 99, 105, 09, 31-33, 42, 45, 47, 48, 52, 53, 62, 66, 68, 77, 93, 96, 203, 07, 10, 36, 36-41, 43-46), *Velea Ioan* (4094-99, 102, 03, 05, 09, 18, 31-34, 42-45, 47, 48, 52, 55, 68, 92, 93, 96, 99, 203, 04, 07-10, 36, 38-41, 43-46).

CISLĂU (Plcești). Cl. VII. Popescu Dorin (E: 1484- 6, 93-95, 504, 03, 11, 18).

CÎMPIA TURZII. Abs. *Pantelimon Radu* (4033-72, 75-89, 91-101, 31-35, 42-45, 47, 48, 51, 66, 71, 75, 77, 80, 83). Cl. XI. Rațiu Constantin (4094, 97, 131-34, 36, 42, 45, 52-54).

CÎMPINA. Cl. VIII. Cojocaru Eva (4097, 99, 131-33, 42, 77, E: 1493, 95, 504, 10, 18-20). Cl. IX. Dinu V. Gheorghe (4096, 97, 99, 131-38, 42, 43, 45, 53, 62, 77), Dumitrache Victor (4097, 99, 105, 09, 25, 31-33, 42, 45, 62, 73, 75, 77, 203, 45), Petrescu Ruxandra (4071, 94, 97, 99, 105, 09, 17, 31-34, 42, 43), Popescu Mihai (4064, 71, 94, 97, 99, 105, 09, 17, 31-35, 42-45, 47-49, 53, 62, 77), Sedai Ștefan (4070, 72, 81, 83, 94, 97, 98, 100, 05, 09, 25), Tănăsescu Violeta (4105, 09, 26, 31-33, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62, 77), Teodorescu Viorel (4094, 97, 99, 100, 05, 09, 31-33, 35, 42, 45, 53, 62, 66, 75, 77, 80), Tudose Dumitru (4062, 71, 97, 98, 105, 09, 31-34, 42-45, 47, 48, 53, 54, 62, 77), Tufuianu Al. Ghegrohe (4083, 94, 97, 105, 09, 14, 17, 25, 26, 31-35, 42, 43, 45, 47, 49, 53, 54, 62, 66, 69, 76, 77, 92-97, 203, 07, 24, 45).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. *Lic. mil. Ştefan-cel-Mare*. Cl. VII. Cornescu Cinthia (4142, 53, E: 1483, 87, 88, 91, 92, 94, 99-501, 04, 06, 10, 12, 13, 15-18, 20, 22, 25). Cl. VIII. Cozma Gheorghe (4132, 33, 67, 77, E: 1472, 73, 75, 80, 81, 83, 96-98, 95), Hrițuc Florea (4131-33, 62, 77, E: 1472, 73, 78, 80, 81, 83, 86, 88, 92). Cl. IX. Toader

Vasile (4099, 114, 27, 42, 92, 93, 96, 207, 08, 42, 45). Cl. X. David Mihail (4064, 70, 89, 97, 99, 105, 09, 32, 37, 42, 44, 52, 53).

CIMPULUNG MUSCEL. *Lic. Dinicu Golescu.* Cl. IX. Bădescu N. Lucian (4072, 97, 99, 105, 09, 14, 25, 28, 32-35, 42-45, 47, 62, 66, 77), Dan Paul (4070, 72, 94, 97, 99, 105, 09, 31-33, 42, 44, 45, 47, 53, 62, 66, 77), Savin Valeriu (4131, 32, 42, 45, 47, 48, 62, 66, 77, 95, 97, 203, 10, 21). Cl. X. Savin I. Alexandru (4063-66, 68-72, 75, 80), Scărlătescu N. Doru (4064, 66, 68, 69, 71, 72, 82, 88, 94, 95, 97-101, 03, 09, 17, 31-34, 36, 45-49, 52).

Ş. m. 2. Cl. XI. *Bănică Gh. Constantin* (4094-101, 05-10, 12-18, 22-55, 58, 60, 62-64, 68, 69, 71, 73-75, 77, 80, 81, 83, P, N).

Şc. pedagogică. An. I. Stoicescu Constantin (E: 1483, 87, 88, 90, 91, 95, 99, 512, 15-19, 22, 25).

CLUJ. *Student* Bîrzan Romanel (Inst. Politehnic) (4099, 105, 09, 33-36, 40, 41, 43, 45, 48, 53, 54, 62, 66, 77, 92, 203, 07).

Ş. m. Emil Racoviță. Cl. V. Marfievici Andrei (E: 1487, 88, 99, 500, 03, 07, 10, 12, 15, 17, 21, 29). Cl. VI. Ilian Virgil (E: 1483, 87, 88, 91, 92, 99-501, 10, 13, 22), Maxim Alexandru (E: 1472, 73, 81, 86, 87, 91, 92, 99-501, 06). Cl. VIII. Marian Iuliu (E: 1472-88, 90-95, 97, 98). Cl. IX. Pop Simion (4097, 98, 131, 42, 45, 47, 62, 77, 210, 45). Cl. XI. Lungu Șerban (4063-66, 68, 69, 71, 72, 74, 75, 78, 80-83, 92, 94-99, 101, 05, 09, 15-17).

Ş. m. N. Bălcescu. Cl. XI. *Cimoca Gheorghe* (4094, 96-102, 14, 15, 18, 25, 31-36, 38, 39, 42-45, 47, 48, 51-54, 57, 62, 66, 68, 70, 71, 73, 75, 77, 80, 83, 84, 94, 96, 97, 210, 24, 36, 40-46, P).

Ş. m. Gh. Barițiu. Cl. X. Stupariu Monica (4094, 97, 99, 115, 18, 36, 37, 45). Cl. XI. Dunca Victor (4109, 17, 35, 58, 77, 83, 93, 96, 98, 203), Oniu Traian (4131-34, 36, 42, 45, 47, 48, 68, 71, 83).

Ş. m. A. Șincai. Cl. VIII. Pop Marius (4105, 77, 93, 238, E: 1484, 86, 88, 90-92, 94, 95, 500, 10, 12, 13, 17, 18).

CODLEA (Stalin). *Ş. m. Al. I. Cuza.* Absolvent *Vlădoreanu Cornel* (4094-97, 99, 101, 03, 05, 09, 13-18, 25, 29, 31-36, 38-54, 58, 62, 66-68, 72, 75-77, 80, 81, 83, 92, 96, 201-03, 07, 10, 24, 29, 36, 41-46). Cl. XI. Pascu N. (4094, 132-34, 36, 38-50, 52-56), Sevatius Gerhardt (P).

CONDREA (Tecuci). *Prof.* Diaconu Neculai (471, 142-47, 53, 77, 207, 08, 42, 44, 45).

CONSTANȚA. *Şc. m. 1 Mircea-cel-Bătrîn.* Cl. VIII. Brînzănescu Vasile (4099, 114, 31-33, 42, 44, 45, 47, 52-54, 62, 66, 77).

CORABIA. *Ş. m. 1.* Cl. X. Constantinescu Marian (4097, 99, 105, 09, 31, 32, 42, 45, 53, 54, 77, 207).

CRAIOVA. Abs. Marinică C. Ioan (4096, 131, 32, 34, 42, 43, 45, 62, 66, 68, 71, 75, 77, 80).

Ş. m. 2. Cl. VIII. Popa T. Mihail (E: 1506, 07, 10, 11, 12, 15-18). Cl. X. Stănescu Ortansa (4094-100, 15, 18, 19, 25, 36, 37, 46, 52-54, 64-66, 71, 77, 80, 92-97, 203, 04, 06-09, 23).

Ş. m. 3. Cl. IX. Mogoș Marina (4094, 97, 105, 09, 14, 31-33, 62, 77). Cl. X. Duță C. Rodica (4097, 98, 105, 09, 13, 32, 33, 35-37, 42, 44-46, 52, 97, 200, 03, 08, 09, 41, 45), Ionescu Marina (4064, 66-72, 83, 85, 87, 99, 105, 09), *Nicolaescu Doina* (4071, 72, 77, 80-83, 85, 100-02, 08, 09, 13, 15, 17-19, 31-33, 42-49, 52155, 58, 60, 62, 63, 66, 68, 69, 72, 74-78, 80, 81, 83, 94-200, 03, 07, 10, 13, 20, 24, 31, 33, 34, 36, 38-46). Cl. XI. Pavel N. Radu (4055, 58, 66, 68, 70, 88, 97, 99-101).

Ş. m. 4. Cl. VIII. Arnăgic Mihai (E: 1460, 65, 67, 68, 73, 75, 76, 86, 88, 91, 92, 95), Bolovan Florica (4162, E: 1472, 73, 81, 86-88, 91, 95, 506, 07, 10), Corîci I. Antonie (4071, 75, 131-33, 43, 45, 47, 48, E: 1476, 79), Iosub Simona (4102, 03, 20, 62, 77, 80, E: 1486, 510, 17, 20, 22), Nica Maria (4141, 92, 221, E: 1500, 03, 12, 13, 17, 18, 22), Popescu Mirela (4131, 32, E: 1484, 88, 90, 95, 500, 01, 03, 06, 07, 10), Sipoteanu Elvira (4142, 53, 62, E: 1477, 87, 88, 91, 92, 99, 500, 02, 03, 07, 10). Cl. IX. Iordănescu Viorel (4062, 94, 97-100, 05, 09, 31, 32).

Şc. de 7 ani nr. 1. Cl. V. Rusănescu Marian (E: 1473, 74, 81, 83, 87, 88, 90, 99, 501, 07, 10). Cl. VI. Goga Ileana (E: 1483, 87, 88, 90-92, 99,501, 07).

Şc. de 7 ani nr. 2. Cl. VI. Iordănescu Anca (E: 1499, 500, 03, 06, 10, 12-16).

Şc. de 7 ani nr. 7. Cl. VI. Ghițulescu I. Dan (E: 1472, 80, 87, 88, 99, 506, 10, 15, 17, 22).

Şc. de 7 ani nr. 9. Cl. VI. Curiac Cornelia (E: 1472-74, 80, 81, 87, 88, 90, 91, 500, 01), Iancu Sanda (E: 1480, 87, 88, 91, 500, 01, 07, 10, 13, 15, 22), Pelivan Ileana (E: 1472-74, 80 81, 83, 87, 90-92, 99-501, 03, 7, 12-16, 22). Cl. VII. Cazacu C. Speranța (E: 1484, 85, 87, 88, 91, 93-95, 500).

CURTEA DE ARGEȘ. Cl. IX. Săvescu I. Constantin (4051, 53, 54, 74, 80 81, 83, 85, 94, 97), Manda T. Mihai (4072, 98, 105, 08, 10, 17, 25, 26, 33-35, 43-45, 57, 62, 63, 69, 78, 91), Oprișan Gheorghe (4074, 75, 80, 81, 83, 85, 07, 98, 105, 08, 09, 17, 20, 24-27, 31, 33, 35, 43, 45, 47, 63, 75, 77, 83, 93, 94 96, 97, 203, 32, 36, 44, 45, 48, P).

DEJ. *Liceul unic.* Cl. VIII. Lucaciu Mircea (4238, E: 1487, 88 92, 94, 99, 500, 03, 06, 07, 10), Marcu Sergiu (E: 1473, 75, 78, 86, 88, 91, 92, 99, 500, 07, 10), Mureșan Ion (E: 1472, 75, 78, 86, 88, 90-92, 94, 95,

99, 501, 03, 07), Nichita Grigore (4133, 42, 45, 210, E: 1500, 10, 12, 13, 17, 18, 20, 22), Schmoll Eugen (4097, 210, 38, E: 1488, 94, 512, 13, 15-19, 22).

DEVA. *Ş.m. Dr. P. Groza* Cl. X. Crişan Mircea (4083, 97, 99, 131-33, 36, 45, 47, 48, 75, 233, 41).

Ş.m. Deceba! Cl. X. Clipii T. Tudor (4068, 94-101, 09).

DEVESEL (Craiova). Cl. V. Cotarcea Angela (E: 1487, 88, 99, 503, 12, 12-17), Vladimirescu Ion (E: 1487, 88, 99, 500, 03, 10, 12, 15-17). Cl. VI. Alca Dumitru (E: 1487, 88, 90, 99-501, 03, 10, 12, 13), Chermuţă Maria (E: 1487, 88, 99, 501, 03, 10, 12, 13, 15, 16), Gică Ion (E: 1487, 88, 90, 99, 501, 03, 10, 12, 13, 15), Iacobescu Dumitru (E: 1487, 88, 90, 99-501, 02, 10, 12, 13, 15), Marincu Elena (E: 1487, 88, 90, 99-501, 03, 10, 12, 13, 15), Perianu Ştefan (idem).

DRĂGĂNEŞTI-OLT. Cl. IX. Popescu V. Gabriela (4127, 31-34, 42, 45, 37, 48, 53, 54),Raicu Viorel (4071, 73, 85, 86, 10, 26, 55, 57, 85), Văleanu M. Ion (4064, 65, 72, 94, 97-99, 109, 14, 45, 53, 66).

DRĂGĂNEŞTI VLAŞCA. Cl. VIII. Boldei Stelian (4114, 31-33, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 77, 94, E: 1500, 11, 17-20, 23).

DRĂGĂNEŞTI (Piteşti). Cl. IX. S'ănescu I. Cicerone (4064, 72, 81, 83, 94, 97, 99, 100, 05, 09, 31-34, 42, 43, 45), Barbu Cornelia (4094, 97, 99, 131-33, 36, 42, 43, 45, 52-54, 62, 67).

FĂGET (Timişoara). *Ş.m. Traian Vuia.* Cl. VIII. Ionescu Petru (4131-33, 42, 44, 45, 47, 53, 54, 62, 66, E: 1486-88, 91, 93, 512, 22), Lăpugean Alexandru (4094, 97-99, 102, 05, 09, 12, 14, 18, 25 31-33, 35, 42, 44, 45, 47-49, 52-54, 62, 63, 66, 69, 75, 80, 94, 203, 07, 08, 13, 42, 44, 45), Neagoe Petru (4131-33, 42, 45, 47, 53, 62, 66, 68, 87, 93, E: 1512, 13, 18, 20), Petrovici Nicolae (4097, 201, E: 1488, 93, 95, 512, 18, 20).

FĂGĂRAŞ. Abs. Săbăduş Mihai (P). Cl. XI. Dan Ion (4094, 96, 107, 12, 14, 15, 31-33, 35, 143, 45, 47, 50, 51, 62, 66, 74, 75, 77, 80, 81, 85, 89, 213, 33, 34, 36, 41, 42, 44, 45).

FĂLTICENI. Cl. XI. Cojocaru Mircea (4094-99, 105, 09, 31, 32, 34, 36, 42, 43, 45, 52-54, 62, 66, 68, 71, 77, 80).

FETEŞTI (Constanţa). Cl. VI. Dache Constantin (E: 1472-74, 81, 83, 87, 88, 91, 92, 99-501), Gonciar Ştefan (E: 1472-74, 81, 83, 87, 88, 90-92, 99-501), Dobre G. Cornel (4094, 97, 105, 15, 29, 32, 42, 45, 47, 59, 86, 75, 77, 80).

FOCŞANI. *Ş.m. 1 Unirea.* Cl. VII. Popa D. Dan (E: 1487, 91, 92, 99-501, 10, 12-19, 22, 25), Perju C. Nicolae (E: 1487, 88, 91, 92, 99-501, 10, 12, 13, 15, 16). Cl. VIII. Cru Matei (4097, 98, 105, 31-33, 42, 45, 47, 48, 53, 54, E: 1472-75, 80-86, 88, 91, 93, 95), Ionescu Mihai (4131-33, 42-45, 53, 54, 77, 92, 207, 10, 24, E: 1500, 03, 06, 07, 10, 12-20, 22-26). Cl. IX. Calţaru N. Nicolae (4241, 47, E: 1487, 88, 99, 500, 13, 15-18), *Pantelimon Anton* (4063, 66, 70-72, 94, 97-100, 05, 09, 31-36, 42, 43, 45-48, 53, 54, 62, 66, 71, 72, 77, 88, 92, 95-98, 203, 08, 10-13, 15, 16, 38, 39, 45). Cl. X. Grădinaru George (4092, 95-97, 99-101, 05, 31, 32, 36, 42, 45, 53, 62, 66, 71, 74, 75, 77), Năstase Aurel (4133, 43, 68, 71, 75, 81, 92, 203, 07, 08, 20, 36, 41, 42, 44, 45, 47), Neagu Cecilia (4113, 29, 31, 36, 53, 247), Paraschiv Florin (4131-34 43, 45, 47, 53, 54, 62, 66, 77, 80, 81, 97, 99, 203, 20). Cl. XI. Calţaru N. Ovidiu (4126, 92, 96, 20, 203, 07, 10, 19, 21, 30, 36-47 P), Pascu I. Dan (4097, 99, 105, 09, 14, 32, 42, 45, 68, 75), Perju C. George (4094, 97, 99-101, 05, 09, 31-34, 36, 42-48, 53, 54, 62, 65, 66, 75, 77, 79, 80, 93, 203, 07, 08, 10, 24, 38, 40, 41, 44, 45), *Popa Nicolae* (4184, 92-215, 17, 18, 20, 21, 24, 29-47, P), Rusan Dumitru (4097, 99, 105, 09, 31-33, 42-48, 53, 54, 62, 65, 66, 75, 77, 79, 80).

Ş.m. 2. Al. I. Cuza. Cl. VIII Mendelsohn Iodica (E: 1486-88, 93, 99, 501, 06, 07, 09, 12, 13, 15, 17, 18, 20, 22, 25, 26). Cl. IX. Kramer Eugenia (4097-100, 02, 05, 09, 13, 17, 29, 31-35, 42, 49, 52,-55), Segal Zeilic (4097-100, 02, 05, 09, 13, 17, 18, 25, 29, 31-35, 42-49, 52-55, 62, 66, 77, 80).

GĂEŞTI (Piteşti). Abs. Tîrtan Gabriel (P, N). Cl. VIII. Alexandrescu Petruş (4134, 35, 43, 47, 48, 51, 93, 203, 07, 10, E: 1509, 10, 12, 15, 17, 18, 20, 22, 25, 26), Marinescu Laura (4105, 09, 31-33, 43, 45, 47, 77, E: 1472, 81, 86, 88, 91, 95, 500, 02, 03, 07, 10).

GALAŢI. *Ş.m. 1. Vasile Alecsandri.* Cl. VIII. Solomon Ludwig (4105, 62, 92, 93, E: 1486-88, 91, 500, 01, 07, 19, 22, 25). Cl. IX. Dragomir Nicolae (4097, 98, 105, 09, 32, 33, 42, 43, 47, 48), Ender Lucian (4099, 102, 17-19, 27, 52, 56, 69, 73, 76, 92, 94-97, 203, 04, 07, 08, 10, 12, 13, 15, 24, 32, 33, 36, 38, 39, 42, 44, 45, 47). Cl. XI. *Muşat V. Sorin* (4064, 69-71, 94, 96, 98-100, 31-34, 36-45, 47-51, 53, 58, 65, 66, 69, 70, 72-75, 77, 83, 87).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Iacobovici Sorin (4105, 31-33, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 92, 207, E: 1486-88, 91-93, 95, 206, 07, 10, 12, 15-18, 20, 22, 25, 26).

Ş.m. 3. Cl. VI. Pregalinski Alexe (E: 1483, 87-90, 92, 99-501, 03). Cl. IX. Tuchel Sanda (4097, 105, 09, 31, 32, 35, 42, 45, 47, 48, 66, 77, 92, 97, 224, 44, 45). Cl. X. Gheorghiu Cristel (4097, 99, 105, 32, 33, 42, 45, 53, 54, 62, 93), Ismailescu Ileana (4097, 98, 131, 33, 42, 43, 45, 47, 48, 58). Cl. XI. *Bejan Costel* (4081, 92, 94, 97-99,

105, 09, 16, 25, 31-54, 58, 62, 66, 71-77, 80, 83, N).

Lic. Mihai Viteazu. Cl. VIII. Epuraş P. Stancu (4083, 142, E: 1473, 75, 78, 83, 87, 88, 91, 95, 96, 510), Tache Dumitru (4105, 42, E: 1473, 75, 86, 87, 83, 88, 91, 95, 510).

GIURGIU. *Ş.m. 1.* Cl. VIII. Grozescu Ion (4097, 99, 105, 32, 33, 42, 43, 45, 47, 53, 62, 77, 93, 207, 10, E: 1448, 85, 86, 88), Stănescu St. Veronica (4118, 28, 29, E: 1485-95).

GURA HUMORULUI (Suceava). *Ş.m.* Cl. X. Caroliuc Vasile (4094, 97, 99, 109, 32, 33, 35, 42, 45, 48, 62), Muşină Foca (4094, 97, 99, 105, 09, 32, 33, 35, 42, 45, 48, 53, 62), Plevan Decebal (4062, 94, 97, 99, 109, 32, 42, 45, 48, 53, 62).

HALEŞ (Buzău). *Şc. de 7 ani.* Cl. VI. Cîmpeanu N. Angela (E: 1512-18, 22, 25-27), Mazilu Elena (0: 1512-18, 21, 25, 27), Stanciu Nicoleta (E: 1512-20, 22, 24, 25, 27), Vişan R. Victoriţa (E: 1512-18, 21, 22, 25, 27), Zîrnea Elena (E: 1512-18, 21, 22, 24, 27).

HAŢEG (Hunedoara). *Ş.m.* Cl. VIII. Petriu Emil (E: 1483, 85, 86, 90-92, 94, 95, 503, 15, 16).

HOREZU (Piteşti). *Ş.m. Al. I. Cuza* (cl. VI. Cismaru N. Valentin (E: 1472-74, 81, 82, 87, 88, 91, 92), Ştefu I. Iulian (E: 1472-74, 77, 81, 82, 87, 88, 91, 92, 99, 501, 03, 08). Cl. VIII. Antonie Dorina (4105, 31, 32, 42, E: 1487, 88, 91, 92, 95, 99, 500, 02, 12, 17, 20), Diaconu I. Dumitra (E: 1472-75, 80, 81, 87, 88, 91, 98-500, 03, 03, 09). Cl. IX. Mihai V. Dumitru (4064, 67, 96, 99, 131, 34, 42, 43, 45, 47, 48, 53). Cl. X. Coroabă Stelian (4097, 105, 31, 32, 34, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 77), Frumuşelu Emil (4097, 99, 105, 31-34, 42, 46, 47, 52-54, 62, 64, 77).

HUEDIN (Cluj). Cl. VIII. Bolu Aurel (4105, E: 1148, 70, 71, 73, 75, 80, 81, 84, 86, 92, 94, 95), Lazea Lucreţia (4097, 101, 77, E: 1484, 85, 87, 88, 90, 94, 500, 06), Listeş Vasile (4192, 207, E: 1488, 500, 10, 15, 17, 18, 22, 25), Popa Victor (4097, 99, 131-33, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 77, 92, E: 1483, 86-88, 91, 92, 99-501, 04, 06-08, 10, 12, 17, 18, 20, 22, 25). Cl. X. Popşa Octavian (4097, 131-33, 42, 45, 47, 53, 77, 93,

HUNEDOARA. Cl. X. Cuş Ioan (4094, 98, 99, 133-35, 37-39, 52, 55, 62, 66, 73, 77, 78, 80, 92-97, 203-05, 07,-12, 24, 36, 38, 39, 44, 45).

HUŞI (Iaşi). *Ş.m. Cuza Vodă.* Cl. VI. Bostan Gh. Constantin (E: 1472-74, 77, 83, 87, 88, 90-92, 501, 06). Cl. VIII. Patraş M. Mihai (4105, 31, 32, 42, 45, 47, 48, 53, 62, 66, 68, 77, E: 1483, 84, 86-88, 91, 92, 94, 95, 507, 09, 10). Cl. X. Efstate Dan (4064, 66, 67, 69-72, 92, 94-99, 101, 05, 11, 13, 14, 17, 31-34, 36, 37, 42-49, 52, 53), Mîrzac P. Ştefan (4094, 95, 99, 102, 05, 31, 45, 208, 38). Cl. XI. Bejan Gheorghe (4094-99, 105, 09, 13, 14, 31-33, 42, 45, 47, 48, 53, 66, 71, 75, 77, 80, 92, 207, 08, 10, 21, 40).

IAŞI. *Ş.m. 1 M. Sadoveanu.* Cl. VIII. Nistor Ion (E: 4105, 09, E: 1483, 85-88, 91-93, 97). Cl. IX. Weiniger Marin (4097, 98, 105, 09, 31-33, 35, 42-45, 47, 48, 53, 66). Cl. X. Banacovski Ioan (4063, 64, 66, 67, 70, 73, 74 82, 88, 92), Caceaunov Claudia (4066-75, 82, 88, 92), Dascălu Paul (4094—102, 05), Geanopol Ermil (4099, 131, 32, 42-45, 47, 48, 52-54, 77, 89), Zaharia Ecaterina (4063, 66-73, 75, 97, 131, 32).

Ş.m. 2. Cl. X. Parţac Eugenia (4064, 66, 67, 69-72, 92, 97-99, 105, 31-33, 42, 45, 52, 77).

Ş.m. 3. Negruzi. Cl. V. Maxim I. Ovidiu (E: 1487, 88, 99, 500, 07, 13, 15, 17). Cl. VIII. Ganciu Teohari (4094, 144, 45, 53, 62, 68, 92, 93, 203, 07), Serţer Liviu (4070, 71, 80, 86, 105 09, E: 1472-75, 77, 80, 83-88, 90-95, 98), Weisbuch Ezra (4064, 65, 70, 86, E: 1472-78, 80, 83). Cl. X. Mărculescu Sorin (4094, 95, 97, 98, 99, 100, 02, 05, 08, 09, 12, 19, 15, 20, 25, 27, 30), Matei Gh. Dragoş (4094, 136, 47, 53, 62, 66, 68, 77, 83, 97, 99, 210, 20, 41, 45), *Petrişor Silviu* (4066, 74, 77, 80, 83, 85, 89, 92, 94, 98, 105, 08, 09, 12, 15, 25, 26, 31-33, 36, 37, 42-45, 51-53, 65, 66, 68-72, 75, 77, 81, 83, 98). Cl. XI. Chiriţă Mihai (4064, 66-68, 70, 72, 85, 92, 95, 97, 99-101, 05, 09, 31-33, 42, 43, 45, 47, 48, 51-53, 62, 68, 70, 87). Masgras V. Vasile (4064, 67, 69, 71, 72, 74, 77, 81, 83, 85, 91-92, P).

Ş.m. 4 Garabet Ibrăileanu. Cl. VII. Hîrtopeanu (E: 1483-95). Cl. VIII. Georgescu Marieta (4105, E: 1483-95).

Ş.m. 6 V. Alecsandri. Cl. VIII. Falic Denisa (E: 1487, 88, 91, 92, 94, 99, 501, 10, 15, 16, 18, 22), Thirer Nonel (E: 1483, 86-88, 90, 91, 99, 500, 10, 12-15, 17, 18, 20, 22, 25).

Absolvent Gălăţeanu Mihai (4131-34, 42, 44, 45, 47, 48, 53, 66, 77).

INEU (Oradea). *Ş.m.* Cl. VIII. Blidat Teodor (E: 1472-75, 80, 81, 83, 84, 86-88, 91, 94).

LIPOVA (Timişoara). Cl. X. Mihalea Ion (4094-97, 105, 31, 32, 36, 42, 45).

LUGOJ. Locotenent Pupăzan Nicolae (413136, 38, 42-49, 62, 63, 66, 68, 69, 71, 75, 77, 80).

Cl. VIII. Borchescu Ion (E: 1483, 85, 87, 88, 90, 91, 94, 96, 99, 501, 03, 04), Brinda M. Rodica (E: 1499-501, 06, 07, 09, 10, 12-18, 21, 22), Popovici I. Mariana (E: 1485, 91, 99-501, 03, 10, 11, 18, 31, 32, 42, 62). Cl. IX. Boldea Ion (4064, 65, 68, 70, 72, 74, 76, 80, 81, 83, 86, 94, 97, 98, 100, 02,

05, 14, 17, 25, 31-35, 42-45, 47, 48, 53, 54, 56, 62, 66, 77, 80, 85), Moraru Mihai (4132, 33, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 66, 77, 203, 07, 45), Cl. X. Barboni Mircea (4095-97, 99-101, 05, 09, 13, 17, 20, 31, 32, 42, 43, 45, 47, 51-54, 62, 66, 73-75, 77, 83, 93), *Iorga Valeriu* (4065-72, 74, 80-83, 88-92, 94-100, 02, 03, 05-09, 11-13, 15-18, 20, 22, 25), Jurca Iulian (4067, 70, 74, 80, 89, 90, 94, 95, 96, 98, 99, 101, 05, 17, 18, 31-33, 36, 40, 42, 98, 99, 101, 05, 17, 18, 31-33, 36, 40, 42, 45, 47, 51-54, 77), Seleacu Vasile (4066, 70, 89, 105, 20, 20, 31-34, 36, 40, 42, 45, 47, 51-54, 62, 66, 71, 74, 75, 77, 80, 83, 84, 92, 93, 98, 99, 203, 07, 10, 36, 41, 44, 45). Cl. XI. *Sfetcu Ioan (4071, 72, 74, 76, 80-83, 86, 88,* 91, 92, 94-101, 04, 05, 08, 09, 13-15, 17-20, 22, 28, 29, 31, 32, 42-44, 47).

LUPENI (Hunedoara). Cl. XI *serală.* Ivănescu Ion (4066, 70, 94, 95, 131, 33, 42, 44, 45, 53, 55).

MĂRĂȘEȘTI (Galați). Cl. X. Anghel Vasile (4131-33, 35, 42, 43, 45, 53, 62, 66, 71, 73, 75, 80), Bugeag Gheorghe (4081, 94-97, 99-103, 05, 08, 15, 17, 18, 32).

MIZIL (Ploești). Cl. VII. Oltenescu Nic. (4207, 10, E: 1512-18, 20-22, 25, 26).

MINDRA (Făgăraș). Cl. VI. Grama Gheorghe (E: 1487, 88, 90, 92, 500, 01, 03, 07, 10, 12, 15, 17).

MOINEȘTI (Bacău). Cl. X. *serală.* Păsărică Ioan (4131-34, 36, 37, 42-47, 53, 65-67, 77, 83, 93, 94, 99 203, 06, 08, 40, 44, 45, 47).

MORENI (Ploești). Cl. VI. Stiopu Doru (E: 1487, 91, 92, 99-501, 03, 12, 13, 15-18, 75, 77, 78, 81, 84, 86-88, 94), Fălcuță Con-22, 27). Cl. VIII. Anghelina Maria (4131-33, 42, 77, 92, 93, 207, 08, 38, E: 1483, 86-88, 91, 99-501, 04, 06-12, 14-18, 20, 22, 52), Drăgan Mihai (4068, 97, 100, E: 1471-stantin (4168, 86, 07, 98, 99, 105, 31, 32, 42, 43, 45, 48 77, E: 1450, 53, 71-73, 75, 81, 83, 84, 86-88, 90, 94, 99, 510, 08-10). Cl. X. Apostol Nicolae (4094-97, 129, 31-33, 42-45, 47, 53, 54, 62, 66, 73, 77, 80, 93), *Paraschivoiu Gh. Ion* (4068-72, 81-83, 92, 95, 97-99, 101, 05, 09, 14, 15, 17, 31-34, 36, 42-45, 47, 48, 52, 54, 62, 66, 71, 77, 84, 92-94).

NĂSĂUD. *Ș.m. Gh. Coșbuc* Cl. VII. Siegelstein Istor (4132, 33, 42, 43, E: 1483, 85-88, 90, 92, 94, 95, 99-501, 03, 06, 07, 10, 11), Zăgreanu Marius 4064, 105, 31, 44, 45, 64, 73-75, 77, 56, 33, 32).

NEGREȘTI (Iași). *Învățătoare:* Grăjdeanu Virginia (4097-99, E: 1489, 512-27), Nucigan Jeni (4097, 99, 105, 09, 31-33, 42, 45, 47, 62, 66, 77, 92, 203, 45, E: 1483, 85-88, 91, 94, 95, 509, 12, 16-18, 20, 22).

OCNA MUREȘULUI (Cluj). Cl. VIII. Horovitz Ossi (4131-33, 42, 43, 45, 47, 93, 207, 38), E: 1499, 500, 04, 06, 08, 12, 15, 18, 20, 22, 25, 26).

ODOBEȘTI (Focșani). Ș.m. Cl. VI. Pănescu Adriana (E: 1487-89, 501, 10, 13, 15, 16, 22, 25). Cl. VIII. Bruselis Teodor (4097, 131, 32, 47, 53, 54, 62, 77, E: 1475, 95). Cl. IX. Diaconescu Victor (4064, 70-72, 131-35, 42-49, 53-55, 62, 66, 68), Petrescu Adrian (4094, 97, 98, 105, 09, 17, 31-34, 42, 43), Telița Paul (4096, 97, 99, 115, 16, 31, 32, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 62, 66, 77, 93, 230, 42). Pancescu Paul (4099, 125, 26, 31-35, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 68, 69, 71, 73, 75, 77, 80, 83, 93, 95, 97, 203, 07, 08, 13, 17, 24, 36, 39, 42, 45, Cl. X. Amartei Gabriel (4132, 33, 42, 45, 53, 62, 66, 93, 203, 06). Cl. XI. Dragomir Constantin (4131, 32, 42, 45, 47, 51, 53, 62, 66, 77, 80), Zvenghințev Ioan (4066, 94, 95, 97, 99, 118, 32, 33, 42, 45, 46, 47, 53, 62, 65, 92, 203, 08).

ODORHEI (R.A.M.) *Ș.m. Dr. P. Groza.* Cl. VIII. Tordai Maria (4105, 20, E: 1483, 86-88, 90, 91, 93, 95-98).

ORADIA. *Ș.m. 1.* Cl. VI. Borcia Sorin (4207, E: 1512-17, 21-24) Cl. VIII. Dragomir Leonida (4094, 109, 25, 26, 31-33, 42, 45, 53, 62, 77, 92-94, 207, 24, 28, E: 1486, 87, 90, 92, 95, 510, 12, 15, 17, 18, 20, 26). Cl. IX. Romancea Teofil (4097-99, 105, 09, 31-33, 42, 44, 45, 53, 54, 62, 66, 77). Cl. X. Meșter Tiberiu (4064, 67, 70, 71, 92, 97, 99, 105, 09, 31-33, 36, 42, 45, 47, 48, 52, 53, 62, 66), Pascu Nicolae (4094, 95, 97, 99-102, 05, 09, 31-33, 36, 42, 44-48, 52-45, 62, 66, 77, 80, 82 240, 41).

Ș.m. 4. Cl. X. Bărbulescu Aurelia (4131-34, 36, 37, 42, 43, 45-48, 52, 53, 65, 66, 71, 75, 77, 80, 83), Fărcaș Irina (4036, 67, 69, 72, 96, 109, 17, 32, 34, 36, 37, 42-45, 47, 48, 52, 62, 66 77, 81, 83, 93, 203, 08, 36, 44), Manea Ana (4064, 65, 70, 92, 97, 99, 146-48, 52, 77, 89), Nistorescu Rodica (4094, 98, 131-34, 42, 45, 47, 53, 54, 192, 93, 210), Popa Lucia (4064-66, 70, 72, 82, 92, 94, 97, 99, 105, 15).

ORĂȘTIE. *Școala serală* Cugir. Cl. VIII. Modoran Niță (4094, 97, 96, 105, E: 1486-88).

ORAȘUL STALIN. *Ș.m.* Cl. X. *Garabedian Rodica* (4066, 67, 72, 92-104, 09, 31-36, 42, 45-47, 52-55, 62, 66, 77, 92, 93, 98, 99, 203, 07, 10, 36, 40, 41), Savu Silvia (4060, 69, 72, 94, 95, 97, 101, 05, 07, 18, 31-36, 42-48, 53, 52, 62, 66, 77).

Ș.m. 5 Unirea. Cl. X. *Sburlan Mihail* 4064-67, 69-74, 82, 92, 94-101, 05, 07, 09, 15, 17, 20, 71, 75).

Ș.m.6. Ștefan Gheorghiu. Cl. VIII. Cazan Gheorghe (4153, E: 1472, 73, 86-88, 91, 92, 94, 95), Matievski Elena (4102, 43, 45, 47, 48, 93, 207, 10, 24, E: 1485, 94, 512, 13, 20), Topliceanu Vasilica (4132, 44, 47, 53, 54, 62, 93, 207, E: 1492, 95, 507, 18, 20). Cl. VII. Dorolți Viorel (E: 1481, 83-88, 90-95). Cl. X. Klopot Ion (4094-100, 02, 05, 09, 14,

15, 18, 25-29), Vintilescu Vasile (4094-100, 02, 05, 09, 14, 15, 18, 25-29). Cl. XI. Brad Doina (4060 73, 75, 92, 93, 108, 09, 20, 24, 26).

Şc. de 7 ani nr. 12. Cl. VI. Vătui Florin (E: 1499-501, 03, 07, 10, 12, 13, 15, 17, 21, 22).

OŢELUL ROŞU (Timişoara). *Ş.m.* Cl. VI. Năvligu I. Vasile (E: 1483, 87, 88, 92, 500, 07, 12, 16, 22, 25).

PANCIU (Galaţi). *Ş.m.* Cl. VIII. Ignat Gheorghe (4099, 132, 44-47, 53, 54, 62, 77). Cl. X. Anghel Vasile (4095-101, 05, 09, P),

PAŞCANI (Iaşi). *Ş.m.* Cl. IX. Titu Gh. Dan (4094, 97, 99, 105 ,09, 17, 18, 32, 45, 53, 238, 39).

PAUNEŞTI (Bacău). Cl. V. Anghel N. Costică (E: 1447, 49, 50, 67, 72, 76, 80, 83, 86-90, 91, 500, 01, 03), Berbece Georgeta (E: 1460, 76, 86, 89, 97, 99-501, 10), Cantiş Aurel (E: 1443, 47 49, 50, 57, 72, 76, 80, 87, 90, Mocanu Auro a (E: 1447, 49, 50, 67, 72, 76, 80, 83, 86-90, 98, 501, 30, 07), Nica Costică (E: 1486-60, 99, 501, 03, 09, 10), Novac I. Gheorghe (E: 1470, 86, 89, 97, 99-501, 03, 07, 10). Cl. VI. Blahnianu Ilinca (E: 1460, 76, 86, 89, 97, 99, 500, 03, 07, 10), Croitoru Neculai (E: 1442, 45, 47, 49, 53, 56, 57, 73, 74, 76, 77, 88, 90, 92, 500, 03, 10), Manea Tatiana (E: 1449, 60, 86, 89, 97, 500, 01, 03, 07, 10), Matei Lenuţa (E: 1476, 87-92, 500, 07, 08), Savin T. Dumitru (E: 1449, 72, 76, 87, 88, 90, 92, 500, 03, 10). Cl. VII. Berbece C. Dumitru (4097, 99, 120, E: 1478, 91, 93, 97, 99, 503, 10, 11), Dodu Virginia (E: 1473, 74, 83, 84, 99 500, 03, 10), Moise Neculai (E: 1483, 84, 86-88, 90-92, 94, 99-501, 06, 10), Novac I. Virginia (E: 1477, 78, 88, 94, 99-501, 03, 08, 10), Vasilache Maria (4160, 67, E: 1499-501, 03, 06, O8-11).

PETROŞANI (Hunedoara). *Ş.m.* cl. X. *Albu T. Toma* (4064-72, 74-77, 80-83, 85, 87, 91, 92, 94-100, 05, 08, 09, 12, 15, 17-20, 25, 25, P).

Şc. de 7 ani nr. 1. Cl. VII Popa Radu (4085, E: 1483-88, 91, 96, 500, 01, 06-10).

PIATRA NEAMŢ. Cl. XI. Trifan Ioana (40 -6-99, 105, 31-33, 42, 44. 45. 67).

PITEŞTI. *Ş.m. 1. N. Bălcescu* Cl. VIII. Dinovici V. Sorin (4097, 99, 105, 09, E: 1483, 84, 86-88, 90-92, 94-96). Cl. IX. Chiva N. Petre (4064, 67, 70, 72, 74, 75, 80, 81, 83, 86, 92, 207), Petraşcu I. Gheorghe (4072, 97, 98, 117, 31, 32, 34, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 56, 60, 62, 64, 75, 93, 203, 07, 08, 10, 12, 39, 44, 45), *Stancu Ion* (4064, 67, 68, 70-72, 74, 75, 80, 81, 83, 85, 86, 92, 94, 97, 99, 100, 04, 09, 14, 17, 29, 31-35, 42-48, 52-54, 62, 66, 68, 71, 73, 75, 77, 80, 93, 95-97, 203, 08, 10, 12, 36, 39, 42, 44, 45, 47), Enescu Radu (4064, 69, 79, 75, 82, 83, 85, 112, 15, 24, 25), Teodorescu Radu (4064, 65, 69, 73, 81, 83, 94-99). Cl. XI. *Adamesteanu Ion* (4079, 94-105, 08, 09, 12, 17, 18, 24, 25, 28, 31-33, 42-49, 52, 53, 56, 60, 63, 75, 77, 79, 81, 83, 86, 90).

Ş.m. 3 Al. Odobescu Cl. VIII. *Ghica S. Anton* (4075, 77, 89, 94, 100, 09, 13, 14, Cules pînă aci Pandelescu 20.9.1960. 17-19, 29, 34, 35, 43, 52, 54, 55, 62, 63, 92-94, 205, 07, 08, 10, 11, 22, 24, E: 1487, 90, 97, 502, 12, 13, 15—20, 22—26). Cl. IX. Oprea Victor (4097—99, 105, 09, 25, 31—34, 42, 43, 45, 47, 49, 52, 53, 57, 93, 95, 96, 203, 05, 08, 09, 11), Zamfir D. Cornel (4131—34, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62, 77, 208, 24, 45).

PLOEŞTI. *Ş. m. 1 I. L. Caragiale.* Cl. VIII. Aisner Sergiu (4162, 77, E: 1486—88, 91, 95, 515, 18, 26), Staicu N. Andrei (4132, 33, 77, 92, 93, E: 1486—88, 97, 501, 08. 12, 13, 15, 17, 18, 25). Cl. IX. Grigorescu Decebal (4094, 97, 99, 105, 09, 32, 33, 42, 44—46, 52, 53, 62, 66, 77). Cl. X. Nicolaescu Mihaela (4094—100, 03, 05, 09, 31—34, 42—48, 52—54, 56, 62, 66, 71, 77, 80, 92, 203). Cl. XI. *Timuş Dan* (4064—72, 76, 80—83, 85, 86, 88, 92, 94, 96—101, 05, 09, 13, 15—17, 19, 31—36, 28).

Ş. m. 3 Mihai Viteazu, Absolvent Ghiţulescu Adrian (4094—100, 02, 05, 09, 13, 16, 25, 31—36, 39—43, 45, 48, 49, 51—53, 58, 66, 68, 70, 73, 75, 77, 80, 83, 85—87, 91, 95, 97—200, 03, 05, 07, 08, 10, 11, 14, 15, 20, 22, 24, 25, 32, 33, 36—40, 43—45, P). Cl. VI. Cepoiu Mariana (1499—501, 03, 12, 13, 15—17, 21, 22), Cl. VII. Leonte I. Filip (E: 1485—88, 91—95, 99, 510). Cl. VIII. Condrescu Mădălina (7: 4071, 100, 31—33, 42, 43, 45, 47, 53, 6, 77, 92, 227, E: 1488, 92). Cl. IX. Ionescu Mariana (4131—33, 42, 45, 47, 53, 62, 77, 93, 207, 08, 24).

POPEŞTI (Bucureşti). *Şc. de 7 ani.* Cl. VII. Depărăţeanu C. Dan (E: 1487, 88, 90—92, 501, 13, 15, 22).

PREDEAL. *Ş. m.* Cl. VII. Ioniţă I. Maria (E: 1477, 80—83, 87, 88, 91—92, 95, 99, 501, 03, 07, 10, 12, 14, 21, P).

PUCIOASA. *Ş. m.* Cl. VIII. Drăghici Laurenţiu (4141—33, 42, 43, 45, 48, 53, 54, 62, 66, E: 1499, 500, 03, 04, 06, 08, 10, 11), Doda I. Gheorghe (E: 4131—33, 47, 48, 53, 54, 62, 77, E: 1499—501, 03, 06, 07, 10), Iordănescu Victoria (4099, 142, 43, 47, 62, 77, 208, 3, E: 1510, 12, 13, 15—18, 20, 22), Rîmbu Revişoara (4097, 99, 102, 09, 31—33, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 77, E: 1486—88, 91, 92, 94, 95, 510), Tîrlea Octavian (4126, 53, 62, E: 1485, 91, 500, 06, 07, 10, 12, 17, 18). Cl. IX. *Diaconescu C. Radu* (4068, 75, 88, 93, 97, 98, 99, 105, 08, 09, 17, 20, 25, 26, 28, 31—36, 42, 43, 45, 47—49, 52, 55, 58, 62, 63, 66, 68, 71, 73, 75, 77, 83), Maris I. Victor (4063, 71, 83, 85, 86, 94, 97, 99, 100, 05, 09, 14, 25, 26), *Marinescu Vic-*

tor (4019, 31, 45, 49, 50, 65, 68, 70—72, 74, 81, 83, 85, 94, 97, 98, 105, 09, 14, 16, 20, 25, 26, 31—35, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 63, 66, 68, 72, 75, 77), Popescu Gheorghe (4092, 131—36, 39, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 53, 54), *Năstăsescu Constantin* (4131—37, 39—55, 57—59, 61—66, 69, 71—81, 83, 86, 87, 89, 92—200, 03), *Niță Constantin* (4104, 06, 07, 14, 19, 22, 58, 62—65, 71, 73, 74, 76, 77, 79, 80, 81, 83, 85, 87, 89, 92, 94—200, 03—11, 20, 23, 24, 33, 36, 40, 41, 43, 44, 45), Popa Constantin (4096, 131—33, 42—48, 62, 66, 68, 74, 77, 80, 81, 92, 203, 07, 10, 41, 45), Stanciu Nicolae (4095—99, 109, 31—33, 42—45, 47, 52, 53, 62, 66, 75).

Șc. de 7 ani Valea Lungă (Cricov). Cl. VI. Tîrcă I. Mihail (4210, E: 1501, 03, 12—19, 22).

RĂDĂUȚI. Cl. IX. Zamfirescu Mihai (4097, 103, 31—34, 42—45, 47, 66, 97).

REGHIN (R.A.M.) Cl. IX. Suciu A. Dorel (4131—33, 42—45, 47, 48, 52—54, 62, 66, 68, 77).

REȘIȚA. Cl. VI. Jian Alida (E: 1473, 83, 87, 88, 99—501, 04, 13, 15, 22, 25). Cl. VIII. Sporea Dan (E: 1472, 73, 75, 80, 81, 88, 89, 504, 08, 10).

RIMNICU SĂRAT. *Ș. m. 1 Al. Vlăhuță.* Cl. IX. Mihăilescu Dan (4064, 65, 94, 97, 98, 99, 105, 09, 14, 17), Mușat Ion (4047, 109, 31—33, 42—45, 47, 53, 54, 62, 66, 77, 92, 203, 07, 09, 39, 45). Cl. X. Salaoru I. Maria (4094, 97, 99, 115, 18, 45, 71, 81, 203, 05, 08, 45), Teodorescu D. Georgeta (4070, 81, 97, 99, 118, 131, 33, 42, 45, 47, 48, 53, 54, P).

Ș. m. 2. Cl. VIII. Radu Constantin (4097, 131—33, 42—44, 53, 62, 77, 84, 92, 207, 08, E: 1518—20, 23). Cl. X. *Asanache G. Horia* (4064, 66, 70, 81, 83, 94, 95, 97—99, 97—99, 101, 05, 09, 15, 17, 23, 31—33, 42—48, 52—54, 77, 80, 89, 92, 94, 203, 05, 07, 08, 24, 36, 39—41), Ilie Ștefan (4097, 105, 09, 43, 62, 203, 07, 08, 09, 44, 45).

RIMNICU VILCEA. *Ș. m. 1 N. Bălcescu.* Cl. VIII. *Solea Mihai* (4105, 32, 33, 42, 45, 47, 48, 53, 62, 68, 77, 80, 92, 203, 07, E: 1483—88, 91—95, 99—502, 04, 06—08, 10—15, 17, 18, 20, 22, 26). Cl. X. Mironescu Mircea (4192, 96, 98, 99, 200, 03, 13, 41, 43, 44, 45, 47), Poșircă M. Ioan (4094—03, 05, 06, 08, 09, 13, 15, 17, 18, 20, 25, 26, 30—37, 42—48, 52—56, 58, 62, 66, 68, 71—75, 77, 80, 81, 86). Cl. XI. Popescu Vi giliu (4064—73, 75, 80, 82, 83, 86, 88, 92—100, 02, 03, 05, 09, 13, 15, 18, 20, 26), Sandu Constantin (4097, 99, 105, 09, 26, 31—33, 36, 42, 52, 53, 54, 62, 97, 207, 08).

Ș. m. 2 Vasile Roaită. Cl. X. Bulucea D. Dumitru (4097, 99, 126, 31—34, 42—45, 47, 52—59, 62, 66, 68, 77), Dumitrescu Paraschiv (4097, 99, 105, 32, 33, 36, 42, 43, 45, 47, 52, 53), Mihăilescu Adrian (4131—37, 42—47, 52—56, 58, 62, 66, 72, 74—77, 79, 80, 83).

ROMAN. Cl. VIII. Niculescu G. Gheorghe (4105, 09, 31—33, 62, 77, 80, 92, 94, 224). Cl. IX. Segal Akiba (4064—100, 09, 18, 31, 32, 34, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 77, 93, 207, 39). Cl. X. Bărcăteanu Radu (4097—99, 102, 05, 09, 31—33, 42, 44), *Cănilă C. Constantin* (4094—101, 05, 09, 14, 15, 18, 25, 31—37, 45—49, 52, 53, 57, 58, 60, 62, 66, 68, 69, 71, 73, 77, 81, 83), Cărpușor Mircea (4094—97, 99, 103, 05, 31—34, 42, 45, 47, 77, 203), Enache Gheorghe (4094, 95, 97—99, 103, 05, 99, 18, 31, 32, 42—45), Răducanu Claudia (4094, 97—99, 103, 05, 09, 18, 31—33).

ROȘIORII DE VEDE (București). S.m. *Tudor Vladimirescu.* Cl. VIII. Covreag Remus (4131—33, 42, 53, E: 1487, 91, 99, 501, 02, 07, 10, 18—20, 75), Nebunescu I. Alexandru (4094, 99, 131—33, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 62, 77, 92, E: 1476, 83, 84, 86, 91, 501, 04, 06—08, 10, 18, 22). Cl. XI. *Breazu Ioana* (4100, 01, 02, 31—37, 56, 62, 64, 66, 70, 77, 79, 83, 85—90, 95—98, 212, 14, 15, 32, 35, 37—40, 45).

ROZNOV (Bacău). *Șc. de 7 ani.* Cl. VII. Boboc Dănuț (E: 148, 85—88, 91—95, 99, 501, 02, 06, 07, 09, 10, 12—18, 20, 22, 25, 26).

RUPEA (Stalin). *Ș. m. Șt. O. Iosif.* Cl. IX. Lazea Ioan (4094, 97—99, 105, 09, 31—34, 42—45, 47, 66).

SACADAT (Oradea). Cl. VI. Gherghel Traian (1153, 55, 210, E: 1488, 90—92, 99, 101, 03, 04, 12, 13, 15, 16, 22), Negruț Vasile (4120, 33, 53, E: 1483, 87. 88, 90—92, 99, 501, 04, 05, 10, 12—16, 22).

SALONTA (Oradea). *Ș. m. A. Janos.* Cl. VIII. Borcea Valeria (4105, 26, 31, 32, 42, 62, 68, 88, E: 1487, 88, 90, 99, 501, 07, 08, 10, 12, 17, 22), David Floarea (4162, E: 1486—88, 95, 99, 510, 15, 17, 18, 22), Nagy Elvira (4099, 142, 54, E: 1487, 88, 91, 509, 10, 12, 13). Cl. X. Molnar Elisabeta (4094, 95, 97, 99, 123, 31, 32, 68, 72, 73, 77, 238), Satmaru Gheorghe (4064, 65, 67, 69, 70, 72, 81, 83, 94—99, 109, 12, 15, 16, 22).

SINMARTIN (Oradea). Cl. V. Bara Gheorghe (E: 1487, 88, 89, 500, 07, 10, 12, 15, 17, 21).

SATU MARE. *Ș. m. 1 M. Eminescu.* Cl. VIII. Mihălțianu Mircea (4039, 86, E: 1457, 62, 63, 65—68, 72, 73, 75, 76, 78, 80—82, 86, 95, 96). Cl. I. Trifu Eleonora (4097, 98, 105, 09, 31, 33—35, 42, 48).

Ș. m. 2. Cl. IX. Coman Stela (4070, 83, 97, 98, 131, 32, 42, 45, 53, 62).

Șc. de 7 ani nr. 3. Weisz Andrei (1483, 86—88, 91, 99, 507, 09 10, 12), Weisz Ivan (E: 1486—88, 91, 92, 512, 15, 17, 21, 25).

SAVENI (Suceava). *Ş. m.* Cl. VIII. Sanda I. Elena (4105, 31—33, 42, E: 1488, 93, 510, 12, 20).

SEBEŞ (Hunedoara). Cl. X. Alionescu Mihai (4132—35, 42, 45, 48, 54, 62, 92, 93, 96, 203, 07, 08, 10, 12, 24, 39, 44, 45).

SIBIU. *Ş. m. 1 Gheorghe Lazăr.* Cl. IX. Scurtu Ionel (4097, 105, 09, 14, 17, 35, 42, 47, 75, 93, 207, 08, 10, 34, 45). Cl. X. Ciornei Valer (4075, 95—101, 05, 09, 18, 31—33, 42—45, 47, 52, 62, 77, 80), Mihu Inocenţ (4096, 98, 105, 09, 18, 31, 32, 42—45, 53, 77, 203). Cl. XI. Dan Virgiliu (4066, 67, 69—72, 74, 75, 82 92).

Ş. m. 3. Cl. V. Sigmireanu Mihaela (E: 1487, 88, 512, 13, 15, 17, 21). Cl. VIII. Manca Octavian (4105, 31—33, 42, 45, 52, 53, 62, 77, E: 1483, 85—88, 91, 93, 95, 97, 99, 504, 06, 08—11). Cl. X. Micu Doina (4094—96, 99, 100, 05, 07, 09, 14, 15, 25, 30—33).

Şc. de 7 ani nr. 12. Cl. V. Trif Nicolae (E: 1472—74, 81, 83, 87, 88, 99, 503). Cl. VI. Nicoară Ioan (E: 1483, 87, 88, 97, 92, 99, 501, 08, 13, 22). Cl. VII. Cl. VII. Trif Maria (E: 1499, 501, 03 06, 07, 09, 12—18, 20—22, 25, 37).

SIGHIŞOARA. *Ş. m. 1.* Absolvent Micu Nicolae (4097, 99—101, 05, 09, 14, 17, 18, 32—34, 42—49, 51—53, 55, 62, 66, 68, 71, 87).

Cl. VII. Floca Margareta (E: 1484, 87, 88, 94, 506, 10—13, 16—18). Cl. IX. Ciopce M. Viorica (4033, 42, 62, 64, 66, 70—72, 80, 86), Cristea Voicu (4097, 100, 32, 33, 42, 45, 54, 62), Ajtay Maria (4105, 09, 32, 42, 53, 93, 212, 39, 44, 45), Dumitrescu Paul (4097—99, 114, 18, 31—33, 42, 44, 47, 48, 52, 57, 62, 66, 93, 96, 203, 05, 10, 21, 23—25), Frunzetti Dan (4109, 20, 33, 42, 47, 48, 53, 54, 62, 64). Cl. X. Petruş Ioan (4086, 97, 99, 109, 32, 42, 45, 53, 62 77, 93), Pintea Paula (4097, 99, 105, 18, 32, 47, 53—55, 62, 70).

Ş. m. 2. Cl. IX. Vlăduţă Mircea (4094, 97, 98, 105, 09, 13, 16, 31—35, 42—45, 48, 53, 62, 66, 75 77, 80, 92, 95—97, 203, 07, 08, 10, 12, 36, 39, 44, 45). Cl. XI. Cornea Marius (4105 09, 14, 31—34, 43, 45, 47, 53, 62, 77, 210, 45) *Hugo Lang* (4094—97, 99—101, 05, 09, 13, 15—18, 32, 34, 36, 39—43, 45, 47, 48, 50, 51, 66, 71, 75, 77, 81, 93, 96, 98, 201, 03, 36, 44—46).

SINAIA (Ploeşti). *Ş. m. 1 George Enescu.* Cl. IX. Paxino Gheorghe (4094, 97—100, 05, 09, 14, 25, 29, 31—34, 42—46, 48, 49, 52—54, 56, 62, 68, 73, 86, 207—10, 17, 21, 25), *Puiu Mihai* (4097—100, 05, 09, 14, 17, 31—35, 42, 44—47, 52, 53, 62, 66, 75, 77, 92, 95—97, 203, 07—09, 12, 24, 32, 38, 39, 42, 44, 45), Tănase Virgil (4094, 97, 99, 100, 05, 09, 17, 31—35, 42, 44, 45, 47, 52, 53, 62, 66, 75, 77, 92, 95—97, 203, 07—09, 12, 24, 32, 38, 39, 42, 44, 45), Zegheanu Petre (4094, 97, 99, 105, 09, 14, 17, 31—33, 35, 42, 43, 45—48, 53, 66, 77, 92, 95, 97, 203, 07, 08, 10, 12, 38, 39, 45). Cl. X. *Tănase Mihail* (4014—24, 26—31, 33—36, 38—46, 49, 50, 53, 54, 57, 60, 63—69, 71, 72, 94—102 04, 05, 07—09, 12—15, 17—20, 22, 24—28, 30—37, 42—44, 46—50, 52—55).

SLANIC (Ploeşti). Cl. XI. Bogdan Viorel (4071, 97, 105, 17, 31, 32, 35, 42, 45, 62, 77, 83, 91).

SLATINA (Piteşti). *Abs.* Cochinţoiu Ion (4131, 32, 42, 43, 45, 47, 50, 51, 53, 66, 77). Cl. X. Popescu Mircea (4066, 67, 69, 70, 72, 83, 92, 94, 96, 97, 99, 105, 31, 32, 45, 66).

ŞTEFĂNEŞTI (Piteşti). Cl. VIII. Liptac V. Florica (E: 143—92, 94—96, 99—101, 04, 06—11).

STREHAIA (Craiova). Ş. m. Cl. VIII. Ancuţescu Elisabeta (4094, 97, 98, 105, 32, 33, 45, 47, E: 1487, 88, 92, 93, 95, 512, 17, 20), Bolocan Ion (4097, 142, 53, E: 1487, 91—95, 519), Drăgoi Olguţa (4131, 32, 42, 45, E: 1487, 95, 512, 17, 18, 20), Popescu M. Gheorghe (4142, 20, E: 1487, 88, 510—12). Cl. IX. Chiriţoiu Gheorghe (4094, 97, 98, 105, 09, 31—33, 42), Drăghici Gheorghe (4094, 97, 98, 133, 42, E: 1518).

SUCEAVA. *Ş. m. 1.* Abs. *Pop Ioan* (4063—75, 79—81, 83, 85, 89, 90, 92, 94—101, 05, 06, 09, 12, 14—19, 21, 22, 26, 31—39, 41—55, 62, 63, 66, 67, 72—75, 77, 80, 81, 83, 84).

Cl. X. Huţanu Leon (4094—100, 05, 09, 13, 17).

Şc. de 7 ani FINTINELE. Cl. VII. Mihăilescu Traian (E: 1483, 88, 512—14, 16—18, 22, 25, 26).

TALPOS (Oradea). Cl. VII. Toderici Maria (4142, 53, 54, 207, E: 1500, 06, 07, 09, 10, 12, 13, 15, 16—18).

TIMIŞOARA. *Ş. m. 1 Nikos Beloianis.* Cl. V. Gheorghiu Doina Rodica (E: 1487, 88, 99, 501, 03, 07, 10, 12, 15, 17). Cl. VIII. Ilieş Doina (4105, 31, 32, 47, 62, E: 1483, 85, 86, 88, 5, 510), Triponescu Ionel (4064, 72, 75, 76, 81, 97, 99, 105, E: 1485—88, 91). Cl. IX. *Mircea Petru* (4063—72, 74, 82, 88, 94—101, 05, 09, 31—37, 42, 43, 45, 47—49, 52—55). Cl. X. *Hiriş Viorel* (4102, 18, 31—37, 42—48, 52, 53, 55, 56, 62, 63,, 66, 71—75, 77, 80, 92, 94, 97, 98, 203, 07, 10, 11, 13, 15, 20, 30, 32—34, 36, 38—46).

Ş. m. 2 N. Lenau. Cl. VIII. Brodmann Brigitte (4105, 32, 42, E: 1486—88, 95, 99, 507, 10, 12, 13, 17, 18). Cl. IX. Bargert Erhardt (4094, 109, 31—33, 42—45, 47, 53, 62, 66, 77). Cl. X. Berg Fritz (4141—33, 42—45, 47, 52, 53, 62, 77), Gunther Deng. (4094, 95, 97—99, 105, 09, 14, 15, 18, 25, 27, 29, 31, 34, 33, 36, 42—47, 52—54, 62, 77, 80), Herta Blum (4131—33, 42, 43, 45, 47, 52, 53, 62, 77), Hockl Frantz (4141—

34, 42, 45, 47, 48, 53, 62, 74, 77), Philips Norbert (4131—34, 42—45, 47, 53, 74, 77), Reinhold Fett (4097, 109, 31—33, 42, 43, 47, 53, 62, 77, 240). Cl. XI. Erich Bohn (4134, 36, 42—45, 47—49, 52—55).

Ş. m. 3. Cl. VI. Babeu Constanţa (E: 1483, 84, 501, 07, 10, 12, 13, 15, 25, 27). Cl. X. Grecu Rodica (4094—97, 99—101, 05, 14, 32, 33, 36, 42, 43, 45, 53, 77).

Ş. m. 4. Cl. X. Latici Dănilă (4064, 66, 69, 70, 71, 72, 94—97, 99, 105, 09, 22, 31, 32, 34, 36, 42, 43).

Ş. m. 5. Cl. VIII. Doczy Arpad (4005, 31, 32, 62, 66, 77, E: 1457, 76, 86), Eibenschutz Robert (4097, 105, 31—33, 42, 45, 53, 62, 77, 80, 92, 93, 221, E: 1486—88, 91—95, 97, 99, 506, 10, 12, 13, 16—18, 20), Lupea Alexandru (4105, E: 1457, 68, 70, 73, 75, 80, 81, 86, 87), *Lusztig Gheorghe* (4063—76, 80—86, 1, 94, 96—100, 05—09, 12, 13, 16—20, 25, 26, 29, 31—37, 42—49, 52—55, 60, 62, 63, 66, 68, 69, 71, 73—76, 80, 81, 92—99, 203—15, 20—25, 27, 30, 33, 34, 36, 38, 39, 41—47), Roşu Silvestru (4131, 33, 62, 66, 77, E: 1505, 09, 57, 86), Zacharia Regina 4105, 21, 32, 42, 45, 62, 63, 77, 92, 93, 238, E: 1486—88, 91, 92, 94, 95, 99, 506, 10, 12, 13, 16—18, 20). Cl. X. Popovici Volker (4063—72, 88, 94, 95, 97—101, 05, 09, 18, 20).

Ş. m. 7. Cl. VIII. Andru Dorina (4162, 77, 238, E: 1483, 87, 88, 91, 92, 501, 07, 12, 17, 18, 20, 22, 25), Biţă Gheorghe (4132, 42, 53, 54, 63, 77, 92, 207). Cl. IX. Băleanu Corneliu (4113, 25, 31, 33—35, 42, 45, 56, 66, 74, 75, 62, 80, 92, 94, 95—97, 203, 12, 13, 15, 20, 24, 32, 38, 39, 42, 44, 45), Gora Horaţiu (4097—99, 105, 14, 26, 31—35, 42, 45, 53, 93, P).

Ş. m. 8. Cl. X. Popstezievski Jani (4097, 99, 109, 15, 32, 42, 45, 52, 62, 77).

Şc. de 7 ani Vucova. Cl. VII. Cimponeriu Traian (E: 1484, 91, 99, 510, 12—15, 17, 22, 25).

TIRGOVIŞTE. *Ş. m. 2.* Cl. X. Ştefan Virgil (4064, 66, 70, 94, 97—99, 105, 09, 14, 27, 31, 32), Zaharia Adina (4065, 67, 70, 72, 75, 80, 82, 94, 97, 109, 32, 47).

Ş. m. 3 N. Bălcescu. Cl. IX. *Creţu Dumitru* (4064—66, 68, 70—72, 74, 81, 83, 85. 86, 94, 97—100, 02, 05, 09, 14, 17, 26, 31—35, 42—45, 47, 48, 52—54, 62, 66, 68, 72, 75, 77, P). Cl. X. Dumitrică Aurel (4152, 55, 58, 59, 62, 64—66, 68, 69, 71, 72, 74, 75, 77, 79, 81, 83, 86, 89, 92, 94—97, 99, 203, 05—08, 10—13, 17, 22, 25, 31—33, 36—41, 44, 45).

TIRGU CĂRBUNEŞTI (Craiova). *Ş. m.* Cl. X. Răducanu Vasile (4064, 66, 67, 70, 71—72, 83, 89, 92, 99, 109).

TIRGU FRUMOS (Iaşi). *Şc. de 7 ani Podul Iloaiei.* Cl. VII. Pintilie Nicoleta (E: 4153, 54, E: 1490, 93, 99, 500—03, 06—11).

TIRGU OCNA (Bacău). *Ş. m. Bicaz.* Cl.. VIII. Andrei Iulian (4105, 42, 32, 45, 77, 80, E: 1431, 85, 86, 91, 500, 09).

TIRGU MUREŞ. Cl. VII. Kaucsar Marton (4192, 204, 08, 10, E: 1518, 19, 20, 24, 26). Cl. VIII. Uştea Corina (E: 1483, 85—88, 90, 91, 93—95). Cl. XI. Kacso Francisc (4063—75, P).

TIRGU NEAMŢ (Bacău. *Ş. m. Ştefan cel-Mare* Cl. VIII. Scharf Wolf (E: 1500, 04, 06, 07, 12, 13, 15—18, 20, 22), Vigder Lică (4131, 32, 238, E: 1487, 88, 91, 95, 515, 18).

TIRGU JIU. *Ş. m. 1.* Cl. V. Bănică Marian (E: 1483, 87, 88, 91, 99, 500, 03, 06, 13, 15). Cl. VIII. *Aniţescu Maria* (E: 4064, 69, 70, 97—99, 131—33, 42, 43, 47, 53, 66, 77, E: 1472—77, 79—83, 85—88, 90, 91, 93, 95—97, 99, 504, 06—09, 11). Cl. X. *Cancer N. Ilina* (4094, 97—101, 05, 09, 14, 15, 17, 22, 27, 31—34, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62, 63, 66, 77, 94—97, 203, 07—10, 30, 40, 41, 43, 44, 45, 47).

Ş. m. 2 Tudor Vladimirescu. Cl. VIII. Bercea Nicolae (E: 1472, 73, 81, 83, 85, 86, 88, 91, 92, 501, 04, 06, 07, 08). Cl. IX. Calistrate D. Ion (4120, 25, 31—34, 42—45, 47—49, 53, 54, 57, 62, 66, 73, 77, 80, 92, 203, 05, 07, 08, 22, 38), Stamate Laurian (4109, 31, 32, 42, 45, 53, 66, 77). Cl. X. Drumen I. Nicolae (4094—99, 101, 02, 05, 09, 15, 17, 20, 31—34, 42, 43, 45, 47, 48, 52, 53, 62, 66, 71, 74, 75, 77, 83, 84), Hotărăscu Dan (4096—102, 05, 09, 15, 17, 20, 26, 27, 31—34, 36, 42—45, 47, 48, 52—54, 62, 66, 71, 73—75, 77, 80, 83, 84), Pupăză Gr. Dan (4094—102, 05, 09, 15, 17, 20, 27, 32, 33, 42, 44, 45, 47, 48, 62, 66, 74, 75, 77, 83, 84), Sintie Ion (4096—102, 05, 09, 15, 17, 20, 26, 27, 31—34, 42, 43—45, 47, 48, 52—54, 62, 66, 71, 74, 75, 77, 83, 84). Cl. XI. Slăvescu Mihai (4096—102, 05, 09, 15, 17, 18, 31—34, 36, 42—45, 47, 48, 52—54, 62, 66, 71, 73—75, 77, 0, 82, 84).

Ş. m. 3. Cl. V.... Băghină Constantin (4162, E: 1475, 86—99, 510, 20, 22), *Ionescu Vladimir* (4094, 97—99, 131—33, 53, 54, 63, 77, E: 1473—76, 78—83, 85—88, 90, 91, 95—97, 99—504, 06, 07, 09—11). Cl. IX. Drugă M. Gheorghe (4097—99, 105—09, 31—34, 42, 45, 47, 48, 62, 66, 75, 77, 80), Niculescu I. Constantin (4096—99, 105, 09, 31—34, 42, 45, 53, 63, 66, 75, 77), Popescu I. Constantin (4098, 99, 105, 09, 31, 32, 42, 44, 45, 53, 62, 66, 75, 77).

TIRNAVENI (Stalin). *Abs.* Antoniu Creangă (4094—99, 105, 09, 31—33, 42, 45, 47, 48, 93, 203, 38, 40, 41, 45, 238, 40). Cl. IX. Costea Viorel (4133, 42, 43, 45, 47, 93, 203, 32, 39), Ifrimelia Ştefan (4105, 20, 32, 33, 42, 45, 47, 77).

TRUSEŞTI (Suceava). *Ş. m.* Absolvent *Mocanu H. Ovidiu* (4097, 99, 105, 09, 12, 15, 31—36, 0, 42—48, 50—55, 62, 65, 66, 71,

MAGYAR KÖNYVTÁR 1882

75, 77, 80, 83, 97, 203, 10, 29, 33, 36, 41, 44, 45, 47, P).

Cl. VIII. Dănilă Angela (4094, 97, 144, 45, 54, 80, 93, 203, 07), Iacob Odorica (4105, 31—33, 42, 47, 53, 62, 77). Cl. IX. Melinte Mihai (4097, 131, 32, 42, 45, 53, 66, 77, 100, 40). Cl. X. Enache Viorica (4097, 105, 31—33, 42, 44, 47, 53, 62, 77).

TURNU MĂGURELE (București). *Ş. m. Unirea. Cl. V.* Balan Maria (E: 1499—501, 03, 07, 10, 12—15). Cl. VIII. Stoenescu Cicerone (E: 1492, 94, 512—18, 20).

TURDA (Cluj). *Ş. m. Mihai Viteazu.* Cl. VIII. Apostol Adriana (4131—33, 77, E: 1485—88, 91, 92, 95, 500, 06, 08). Caian Creţu (4141, 32, E: 1475, 83, 87, 88, 503, 06, 07, 09, 11, 12), Filip Maria (4105, 42, (E: 1483, 85, 86, 90—94, 512—18, 20, 22), Kovrig Magdalena (4131—33, E: 1485—87, 91, 95, 97, 510), Păcuraru Liana (4105, 31—33, 62, 72, E: 1483, 85—88, 91, 92, 94, 500, 03, 06, 11), Popa Octavian (E: 1472, 74, 75, 79, 80, 82, 71, 83, 85—87, 90, 506—11), Ştefănie Ioan (4075, 131, 80, 82, E: 1488, 90, 95, 99, 506, 07, 09, 10). Cl. IX. Ganea Macedon (4094, 97, 99, 109, 31—35, 42—45, 47, 48), Iar Iacob (4097, 99, 105, 09, 131—33, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 66, 77, 93).

TURNU SEVERIN. *Ş. m. Traian.* Cl. VIII. Brehui Margareta (E: 1487, 88, 99, 512, 17), Croitoru Traian (4105, 62, 77, E: 1486—88, 91, 95, 99, 501, 09, 10), Nisipeanu Nelu (4131—33, 45, 53, 77, 80, 92, 238), Ograşanu Olguţa (E: 1483, 87, 88, 91, 99, 500, 04, 07, 09, 10). Cl. X. Croitoru Valentin (4097, 99, 105, 131—33, 42, 45, 52, 53), Lupulescu Marius (4066—70, 72, 95, 97—99). *Roată Radu* (4066—72, 8, 83, 88, 92, 94—100, 03, 05, 09, 17, 18, 31, 32, 34, 42, 43, 44, 45, 47, 48, 52, 53, 54, 62, 66, 68, 71, 75, 77).

Ş. m. 2. Cl. VIII. Cornea Dumitru (4162, 238, E: 1487, 91, 92, 95, 501, 04, 08, 12, 15, 17, 20, 22, 25). Cl. X. Mocioiu I. Doru (4131—35, 42—49, 52—54, 62, 66, 77, 95, 203, 07, 08, 10, 44, 45). Cl. XI. Nănuţ Ion (4131—33, 38—40, 42—44, 47, 48, 51, 53, 59, 62, 66, 67).

Şc. de 7 ani nr. 1. Cl. V. Vulpescu Dan (E: 1483, 87, 88, 90, 92, 99, 512, 13, 15, 22, 25).

EVIDENŢIAŢI

Pînă la apariţia G.M.F.-B nr. 8 din 15 august 1960, s-au mai evidenţiat ca rezolvitori de probleme, după cum urmează:

1. *Gurămultă V. Ion* (absolvent Bacău); 2. *Frînculescu Iulian* (cl. XI ş. m. 1 Buzău); 3. *Bănică Constantin* (cl. XI. Cîmpulung Muscel); 4. *Pop Ioan* (absolvent Suceava); 5. *Georgescu Florin* (absolvent Bucureşti); 6. *Angelache Tudorică* (absolvent Piteşti); 7. *Simpăleanu Marin* (absolvent Turda); 8. *Poşircă Ion* (absolvent R. Vîlcea); 9. *Rusu Constantin* (cl. XI ş. m. 2 Ploeţşi); 10. *Neagu Gheorghe* (cl. X. Sighişoara); 11. *Ene P. Elena* (cl. VII. Lipăneşti-Ploeşti); 12. *Gladcenco Gheorghe* (absolvent Codlea); 13. *Flacks Iacob* (cl. XI Bacău); 14. *Gheorghiţă Vitalie* (absolvent Cîmpulung Muscel); 15. *Eckstein Gheorghe* (cl. VIII ş. m. 3 Timişoara); 16. *Arsene Cătălin* (cl. X-a ş. m. 18 Bucureşti); 17. *Roşca Nicolae* (absolvent Medgidia); 18. *Necula P. Mihai* (cl. VIII ş.m. 13 Bucureşti); 19. *Vlahovici Nicolae* (cl. X Baia Mare); 20. *Dabu Răzvan* (cl. X Bacău); 21. *Pavel N. Radu* (cl. XI ş. m. 2 Craiova); 22. *Zbirnea Boris* (abosIvent Medgidia); 23. *Kakcso Francisc* (cl. XI. Tg. Mureş); 24. *Constantinescu Ion* (absolvent R. Vîlcea); 25. *Ene P. Dumitru* (clasa XI. Ploeşti); 26. *Satmari Gh.* (absolvent Salonta); 27. *Ciulei Mircea* (clasa XI Sighişoara); 28. *Cancer Ilina* (cl. X. Tg. Jiu); 29. *Marini Ileana* (cl. XI ş. m. 10 Bucureşti); 30. *Răşcanu Radu* (cl. XI. ş. m. 1 Bucureşit); 31. *Fotescu M. Marin* (cl. VII Bărăşti-Bacău); 32. *Pitea Theodor* (absolvent Bucureşti); 33. *Dăbuleanu Alex.* cl. VIII ş. m. 11 Bucureşti); 34. *Căzănescu V. Virgil* (cl. XI ş. m. 1 Bucureşti); 35. *Paidin V. Ion* (cl. VIII ş. m. 15 Bucureşti); 36. *Catrina Dumitru* (cl. XI ş. m. 25 Bucureşti); 37. *Stanciu Petre* (cl. IX Moreni); 38. *Luca Gheorghe* (absolvent Panciu); 39. *Fintescu Elena* (cl. XI ş. m. 10 Bucureşti); 40. *Abramovici Alexandru* (cl. VIII ş.m. 3 Timişoara); 41. *Popa Dorina* (cl. X. Lugoj); 42. *Iorga Valeriu* (cl. X. Lugoj); 43. *Burnel C. Toma* (cl. VIII Găeşti); 44. *Stănescu Cicerone* (cl. IX Drăgăşani); 45. *Lungu Şerban* (absolvent Cluj); 46. *Begea Marian* (absolvent Corabia); 47. *Vlad Virgiliu* (cl. VIII ş. m. 7 Bucureşti); 48. *Raicu Viorel* (cl. XI Drăgăneşti-Olt); 49. *Vlad Valentin* (cl. XI ş. m. 7 Bucurşti); 50. *Patzelt Carol* (absolvent Cluj); 51. *Constantinescu Marius* (cl. IX Buşteni); 52. *Cimoca Gheorghe* (absolvent Cluj); 53. *Bejan Costel* (absolvent Galaţi); 54. *Mănîu Horia* (absolvent Cluj); 55. *Vasile Ion* (absolvent Făgăraş); 56. *Baston N. Titu* (cl. VIII Lic. D. Cantemir Breaza); 57. *Gheju I. Petre* (cl. XI Făget); 58. *Sfetcu Ioan* (cl. X. Lugoj); 59. *Ene I. Traian* (cl. X Ploeşti); 60. *Stoichescu Dan* (abs. S.m. 20 Bucureşti); 61. *Gheorghiu A. Nicolae* (cl. X. Ploeşti); 62. *Banu Gheorghe* (cl. IX Pucioasa); 63. *Radu A. Gheorghe* (cl. X Pucioasa).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie. Problemele rezolvate de fizică se vor trimite separat, iar pe plic se va scrie: *Pentru redacţia de fizică.*

Se primesc lunar cel puţin zece soluţii numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea şi şcoala pe care o urmează rezolvitorii, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei celor evidenţiaţi. Soluţii la problemele propuse pentru şcoala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII, sau ai şcolilor profesionale.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate şi este îndemnat să încerce să schiţeze cîte o notă rezultată dintr-o observaţie făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară şi concisă*. Figurile să fie făcute separat. In redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel$, $\perp$, $=\parallel$, Tr,, $\sim$, Δ . * ., etc, iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări uşor desfăşurarea unei demonstraţii. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Tovarăşii colaboratori elevi sînt rugaţi să ne trimită date asupra activităţii lor extraşcolare la matematică şi la fizică, asupra activităţii cercurilor de matematică şi de fizică la care iau parte pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experienţă.

Autorii sînt rugaţi ca la întocmirea articolelor şi notelor să ţină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri şi pe o singură parte a foii, figurile să fie desenate îngrijit şi pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoţite de una sau mai multe soluţii.

Autorul să semneze clar lucrarea personală pe care o trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa şi data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B, nu vor fi publicate.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută Gazeta Matematică şi Fizică seria B şi altor colegi care nu sînt abonaţi, îndemnîndu-i să se aboneze pe anul 1961.

— Pentru ca abonaţii să poată primi la timp numărul 1 din 1961 al G.M.F.-B, sînt rugaţi să se aboneze pînă la 20 noiembrie 1960. Costul unui abonament este de 18 lei pe anul 1961 (12 numere) pentru elevi şi profesori.

Abonamentul se poate face individual prin oficiile poştale locale sau prin factorii poştali.

Tipografia Învăţămîntului, Bucureşti — c. 5728. **Lei 1,50**

E 1426

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE
MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

SERIA B

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XI decembrie 1960

12

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XI, nr. 12 — decembrie 1960

SUMARUL

1. Carl-Friedrich-Johann-Gauss de *Mihail Neagu* 705
2. Reacţiile termonucleare şi întrebuinţările lor în scopuri paşnice, de *I. Rişavi* 716
3. Explicaţia mecanică a unei prestidigitaţii de *Rodica Balint* 724
4. Note matematice de *Viorel Mihăilescu şi Mircea Rădulescu* 731
5. Probleme rezolvate (3761; 3927; 3932; 3991; 3992; E: 1384; 1389; 1391; 1457; 1469) 734
6. Probleme propuse (4462—4498) 742
7. Exerciţii şi probleme propuse pentru şcoala de 7 ani (E: 1599—E: 1616) 749
8. Din activitatea cercului de matematici de la şcoala medie Bechet 753
9. Poşta redacţiei 753
10. Rubrica rezolvitorilor de probleme 754
11. Tabla de materii pe anul 1960 762

ANUL XI **12** DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Alanasiu V.*, lector, redactor pentru fizică; *Botangiu D.*, lector; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Tiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Manolescu Şt.*, profesoară; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor responsabil; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.; *Udrea E.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
(SERIA B)
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul XI, nr. 12 decembrie 1960

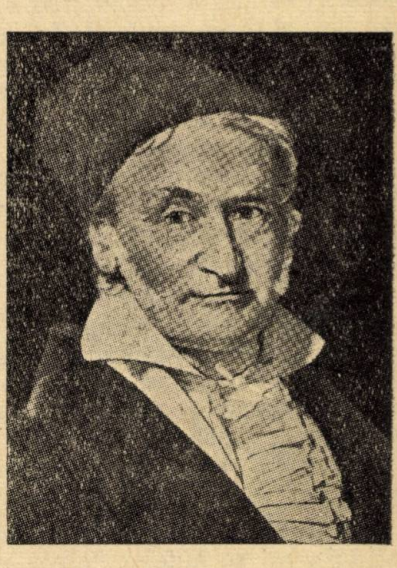
NOTE BIOGRAFICE

CARL — FRIEDRICH — JOHANN GAUSS
1777 — 1855

Lector Mihail Neagu,
Institutul Politehnic, București

Secolul trecut a fost pentru matematici, ca și pentru celelalte științe, o perioadă de mare înflorire. Toate ramurile matematicii, existente în acea vreme, iau un mare avînt și o mare dezvoltare; de asemenea secolul trecut este martorul apariției unor noi și fecunde capitole. Astfel:

— Teoria numerelor, sau, cum i se mai spune, aritmetica superioară, fusese îmbogățită cu multe rezultate frumoase de către Fermat, Euler, Lagrange, Legendre etc. încă înainte de secolul trecut, dar toate acestea erau izolate și tratate prin metode variate. Acela care unește toate aceste rezultate într-un corp de doctrină și dă demonstrații unitare și riguroase este Gauss. După el, contribuții importante în studiul numerelor aduc Dirichlet, Dedekind, Kummer, Kronecker etc.



— Algebra își găsește rezolvarea unor probleme de bază prin lucrările lui Gauss, Abel și Galois. Acesta din urmă crează un capitol nou, cunoscut azi sub numele de teoria lui Galois, care a dus, mai tîrziu, la crearea teoriei grupurilor. Tot la dezvoltarea algebrei și la îmbogățirea ei au mai contribuit și unele din lucrările matematicienilor Cayley, Silvester și Boole.

— Analiza matematică este pusă pe noi baze, de o rigoare foarte strînsă, de către Gauss, Cauchy și Abel; îi sînt dezvoltate toate capitolele și i se crează altele noi, cum ar fi teoria funcțiilor de o variabilă complexă, ale cărei baze le-au pus Gauss, Cauchy, Riemann, Weierstrass, Méray etc. Un alt capitol al analizei și anume teoria funcțiilor eliptice, ia naștere prin lucrările lui Abel și Iacobi.

— Mecanica teoretică ia un nou avînt prin lucrările lui Hamilton, Iacobi și, mai tîrziu, prin cele ale marelui Poincaré.

— Geometria este complet revoluționată prin adăogarea de noi capitole care s-au constituit în discipline autonome, cum ar fi geometria proiectivă, al cărei creator este Poncelet și diferite geometrii neeuclidiene create de Gauss, Lobacewski, Bolyai, Riemann și Cayley.

— Tot în secolul trecut și-a făcut apariția și teoria mulțimilor, acea ramură revoluționară creată de Georg Cantor.

La această înflorire a științelor matematice, școala matematică germană, deosebit de puternică în secolul trecut, a adus o contribuție din cele mai remarcabile. Orașele Goettingen și Berlin erau centre matematice de prim nivel și rivalizau cu Parisul, adesea situîndu-se în frunte, prin marile genii matematice ce profesau în universitățile lor.

În cele ce urmează ne vom opri numai asupra lui Carl-Friedrich-Iohann Gauss, cel mai mare matematician pe care l-a dat poporul german și vom expune foarte pe scurt, pentru cititori G.M.F.B., cîteva date din viața și opera lui, insistînd mai ales asupra perioadei de tinerețe.

După tată, Gauss se trage dintr-o familie de țărani foarte săraci, ce și-au dus traiul lor amărît prin împrejurimile orașului Braunschweig. Bunicul său este primul care părăsește ogoarele străine pe care le lucra și vine în orașul Braunschweig, angajîndu-se ca grădinar în grădini tot atît de străine. Acesta are trei copii, dintre care, cel mijlociu, Gerhard-Diederich Gauss va fi tatăl eroului nostru.

După mamă, Gauss se trage dintr-o familie de muncitori săraci. Bunicul său era pietrar într-o comună de lîngă orașul Braunschweig; acesta, în urma nesănătoasei lui meserii moare la vîrsta de abia 30 de ani și lasă după el doi copii: pe Dorothea Benz, care mai tîrziu va fi mama lui Gauss și pe fratele ei mai mic Friedrich. Aceștia se mută la oraș și acolo Dorothea Benz cunoaște și se căsătorește cu Gerhard-Diederich Gauss.

În urma acestei căsătorii, la data de 30 aprilie 1777 se naște Carl-Friedrich-Iohann Gauss, acela care, în foarte scurtă vreme, avea să devină cel mai mare matematician al timpului său și, alături de Arhimede, Newton și Poincaré, unul din cele mai mari genii matematice pe care le-a dat omenirea în decursul lungii și frămîntatei ei istorii.

Tatăl, Gerhard-Diederich Gauss, era un om muncitor și cinstit, dar ursuz, aspru, încăpățînat și cu vederi foarte înguste. Fiind sărac, era veșnic în căutarea asigurării materiale a familiei sale. Nu reușește însă cu meseria lui de grădinar, singura moștenire de la tatăl său și atunci încearcă, rînd pe rînd, alte meserii, printre care cărămidar, paznic comunal și, în urma tenacității și probității sale, ajunge în sfîrșit șeful paznicilor comunali și ai eventualilor muncitori sezonieri pe care-i angaja primăria orașului Braunschweig.

Nu ne miră că un astfel de om, veșnic hărțuit de interminabila sărăcie, nu se putea interesa prea intens de educația și viitorul tînărului său fiu, mulțumit fiind că poate să-i asigure mîncarea. Cît privește viitorul, pentru el era limpede că nu putea să ajungă... primar; va fi și fiul său un grădinar și, dacă eventual se va dovedi un om muncitor și cinstit, poate chiar să ajungă, ca și el, șeful paznicilor primăriei. Să învețe carte? — Aș, să știe cititul și eventual socotitul. Atîta o să-i prea ajungă. La ce-ar fi bună oare mai multă carte? Pe scurt: tînărul său Carl, va fi grădinar.

Între timp copilul, mîndria nemărginită a mamei sale, a învățat să se poarte pe cele două picioruşe proprii şi nu mult a lipsit ca afecțiunea mamei să fie brutal lovită. Pe lîngă casa, mai mult bojdeuca, în care locuia familia Gauss, situată în una din mahalalele oraşului, trecea un canal descoperit. Copilul, ieşind să se joace, a lunecat şi a căzut în apă, de era cît pe ce să se înnece, dacă întîmplarea nu făcea ca să fie prin apropiere un trecător care l-a salvat, redîndu-l, împreună cu inevitabila bătaie, gloriei ce-l aştepta.

Înainte de a împlini trei ani, Gauss a dat dovada precocității sale; întrebînd cînd pe unul, cînd pe altul cîte o literă sau o cifră, a învățat alfabetul şi apoi singur cititul şi, ceea ce rămîne un mister, calculul aritmetic. Lui Gauss însuşi — mai tîrziu, îi plăcea să spună că el ştia să calculeze încă înainte de a şti vorbi. Darul acesta de a calcula mintal cu o extraordinară uşurință, precum şi o memorie în afară de orice comparație, Gauss le-a păstrat pînă în ultima clipă a vieții sale şi acestea au constituit, cum vom vedea mai tîrziu, oarecari neajunsuri.... pentru matematicile pure.

Iată o întîmplare minunată, petrecută înainte ca Gauss să fi împlinit 3 ani. Într-o zi, tatăl său era angajat în nişte calcule interminabile pentru facerea plății paznicilor şi-a muncitorilor pe care-i avea în subordine, fără să observe că fiul său îi urmărea operațiile cu atenție. Mare i-a fost surpriza cînd, la sfîrşit, copilul îi spune: tată, aici trebuie... 7 şi nu 3. Verificînd calculele, tatăl a văzut că copilul avea dreptate. Nici măcar o întîmplare ca aceasta nu l-a făcut pe tatăl morocănos, şi dur să observe că copilul lui este făcut dintr-o cu totul altă stofă decît cea obişnuită. Poate s-o fi gîndit, fără s-o spună, că micul Carl va fi un foarte bun şef al paznicilor comunali, de vreme ce de pe acum poate să le întocmească statele de plată.

Mama, Dorothea Benz, era însă altfel: o femeie luminată, fără să ştie mai multă carte decît soțul său, avea un bun simț înăscut, care o făcea să-şi supravegheze copilul cu multă căldură şi cu oarecare perspectivă pentru viitor şi în plus, o visătoare, care avea multă încredere în viitorul micului Carl.

Cine oare, afară de dragostea ei, de curajul ei, de evidenta inteligență a copilului va asigura viitorul lui? Era greu de prevăzut. Se poate oare ca acest copil, atît de bun şi ascultător, pe care natura îl dotase cu atîta inteligență, să ducă un trai tot atît de chinuit ca al lor?. Astfel de întrebări frămîntau adesea mintea şi inima mamei.

Împrejurările sociale ale vremii (ne aflăm într-o Germanie feudală) şi gîndurile morocănosului ei soț, care, tot timpul copilăriei lui Gauss, a făcut tot ce i-a stat în putință, spre a împiedica tendințele „grandomane" şi „fără sens" ale mamei, păreau a da un răspuns negativ grelei ei întrebări. Totuşi, hotărîrea nezdruncinată a mamei, nemaiîntîlnita inteligență a copilului, precum şi un pic de noroc, aşa cum vom vedea mai jos, au făcut să fie totuşi altfel. Acestea i-au deschis micului Gauss drumul spre o viață, aşa cum o dorea fierbinte mama lui.

Pînă la vîrsta de şapte ani, de educația copilului s-au îngrijit doar mama sa şi unchiul său Friedrich, care, între timp, devenise un țesător renumit al oraşului. În atelierul lui, Gauss a găsit multe prilejuri de joacă si de judecată, sub întrebările chibzuite ale unchiului.

În toamna anului 1784, după ce împlinește 7 ani, Gauss intră la școala elementară a orașului Braunschweig, unde în primele două clase — clasele de scris și citit — îl are ca învățător pe tînărul Martin Bertels, unul dintre viitorii lui prieteni. Aici Gauss nu prea are ce învăța, întrucît el știa să citească și să scrie, după cum am văzut mai sus, încă înainte de a fi împlinit 3 ani.

În toamna anului 1786, Gauss intră în clasele de aritmetică și are ca învățător pe un falnic port-drapel al metodelor de învățămînt medievale: bătaia cruntă și terorizarea copiilor. Numele lui era Hans Buttner. Acest numit învățător, pe lîngă pedepsele corporale pe care le aplica elevilor săi, mai avea și o altă meteahnă: dădea copiilor calcule lungi și grele pentru vîrsta și cunoștințele lor. Iată două fapte ce s-au petrecut după ce Gauss a intrat în aceste faimoase clase de aritmetică.

Primul: Gauss, ca și orice copil de vîrsta lui, făcuse o șotie, pe care învățătorul o observă, se repezi la el și elevul se pomeni cu urechea zdravăn strînsă în cleștele lui Buttner, tîrît spre vestitul colț cu grăunțe și pedepsit să stea în genunchi pe aceste grăunțe, pînă ce va aduna, mintal, toate numerele de la 1 pînă la 100 inclusiv. Gauss nici nu apucă să pună jos amîndoi genunchii și îi și șuieră învățătorului rezultatul: 5050. Întrebat cum a făcut calculul, Gauss spuse: am lăsat suta deoparte, apoi $1 + 99 = 100$, $2 + 98 = 100$, ... $49 + 51 = 100$ și ne mai rămîne izolat 50. În total avem 100 de 50 de ori și încă 50. Învățătorul fu mulțumit cu explicația și îl scuti pe școlar de pedeapsă.

O a doua întîmplare, asemănătoare cu prima, este următoarea: învățătorul dă elevilor săi să însumeze un șir de 100 de numere, de ordinul zecilor de mii, alcătuind o progresie aritmetică cu rația de ordinul sutelor, ca de exemplu:

$$71.325 + 71.488 + 71.651 + \ldots + 87.462,$$

unde avem o sută de termeni, un termen fiind mai mare decît precedentul cu 163. Dacă ținem seama că acești copii nici măcar nu auziseră pomenindu-se de progresiile aritmetice, vom cădea de acord că problema era foarte grea pentru ei. Totuși lui Gauss nu i-au trebuit decît cîteva secunde de calcul mintal și scrise imediat rezultatul, așteptînd după aceia cu mîinile încrucișate, pînă ce ceilalți copii vor termina. În timp ce colegii lui se străduiau încrîncenați pe calculele lor, învățătorul se plimba printre bănci și se gîndea poate la pedeapsa ce o va aplica acestui „cap de lemn" ce era Gauss, pentru că nici măcar nu încearcă să facă însumarea. Mare îi fu însă mirarea cînd, cercetînd rezultatele unei ore de calcul, pe caietul lui Gauss văzu scris un singur număr, care era rezultatul exact al adunării.

După această întîmplare, Buttner își schimbă atitudinea și devine un învățător omenos, cel puțin pentru Gauss. Cumpără din proprii lui bani cea mai bună carte de aritmetică ce o putu găsi în oraș și i-o dărui lui Gauss. În scurt timp însă se convinse că el nu mai are ce să-l învețe pe acest diavol de copil, întrucît Gauss îl întrecea cu mult. „Este mult mai tare de cît mine" recunoscu în cele din urmă învățătorul.

Din fericire, învățătorul de la clasele de citire și anume Bertels, amintit mai înainte și care avea sarcina să învețe pe copii, începători

în ale scrisului, cum să-și ascută pana de gîscă — stiloul acelor timpuri — era un pasionat pentru matematici. Acesta îl luă din nou în primire pe Gauss și studiază împreună Algebra și Elemente de analiză matematică, ajutîndu-se reciproc. Între cei doi „colegi" se leagă cu această ocazie o prietenie strînsă, ce avea să dureze pînă la moartea lui Bertels în anul 1836.

Din aceste fericite timpuri ale începutului activității sale de matematician creator, datează o lucrare a tînărului elev, una din nenumăratele lucrări pe care le-a dat în cursul lungii sale vieți. Este vorba de așa numita „serie binomială", care ne spune că

$$(1+z)^n = 1 + \frac{n}{1!}\,z + \frac{n(n-1)}{2!}z^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}z^3 + \ldots$$

Această formulă, pentru n număr întreg și pozitiv, are un număr finit de termeni și anume: $n+1$, fiind cunoscută din manualele de școală medie sub numele de binomul lui Newton. Pentru n număr întreg și negativ sau pentru n număr rațional, formula are o infinitate de termeni. Această formulă a fost stabilită încă de Newton, iar Euler îi dă primul o demonstrație, utilizînd o operație ce se cheamă „trecerea la limită". Această operație de „trecere la limită" în mîna unui începător sau a unui necunoscător este deosebit de periculoasă și poate duce foarte ușor la rezultate absurde. Gauss nu este mulțumit cu „motivarea" acestei formule pe care o găsește în cartea lui și îi dă o demonstrație corectă, în care precizează în ce anume caz are loc formula. Această lucrare îl pune în contact pe tînărul Gauss cu însăși bazele Analizei matematice, în care „trecerea la limită" este o operație de o importanță excepțională. În urmă, această formulă a fost generalizată pentru z complex de către Cauchy, iar Abel consideră și cazul cînd și n este complex. Pentru a ne da seama de dificultatea acestei chestiuni este suficient să amintim că ea depășește și azi nivelul manualelor de școală medie și să nu uităm că Gauss era încă elev în școala... elementară.

Terminînd cursurile elementare, Gauss rămîne mai departe în contact cu fostul său învățător Bertels. Se apucă, mai mult de unul singur decît cu ajutorul ce-l putea avea din partea altora mai vîrstnici, să studieze limbile clasice: latina și greaca și în scurt timp, într-un an aproximativ, datorită neobișnuitei lui memorii, reușește să le cunoască la perfecție. Nu este greu să ne imaginăm disperarea tatălui său cînd îl vedea pe Gauss în mînă cu vreo indescifrabilă carte greacă!

Această cunoaștere a limbilor clasice va provoca peste cîțiva ani o criză în viața lui Gauss, așa cum vom vedea puțin mai jos. Tot în acest timp începe să studieze și limbile moderne: franceza, engleza, italiana și spaniola.

Bertels, rămînîndu-i prieten și avînd oarecare cunoștințe în lumea sus pusă, îl prezintă acestora, care impresionați de multiplele cunoștințe

ce le avea acest tînăr, au dus mai departe vestea fenomenalului Gauss, pînă ce, prin lanț, ajunge la urechile ducelui Carl-Wilhelm-Ferdinand de Braunschweig. Acesta a fost norocul lui Gauss.

Ducele îl primește pe Gauss, pentru prima dată, în 1791. Favorabil impresionat de stîngăcia și geniul lui Gauss, acest duce, care în general a sprijinit atît pe savanții din ducatul său cît și pe învățăceii buni, avea să-l scoată pe Gauss din încurcătură în mai multe rînduri.

În toamna anului 1792, ducele de Braunschweig plătește întreținerea și toate cheltuielile legate de educația lui Gauss, pe timp de trei ani și astfel Gauss se pomeni elev la „Collegium Carolinum" unde studiază între anii 1792—1795.

Neavînd nici o grijă materială, Gauss se dedă cu trup și suflet studiului. Continuă cercetările matematice, ocupîndu-se în special cu teoria numerelor. În acest domeniu el redescoperă așa-numita „lege a reciprocității resturilor pătratice" la care, prin inducție, ajunsese și Euler, dar nu găsise demonstrația. Legendre a încercat apoi o demonstrație, dar era incompletă, așa încît lui Gauss îi revine onoarea de a da prima demonstrație completă și riguroasă. Tot în timpul studiilor sale la „Collegium Carolinum" Gauss crează ceea ce azi se numește „metoda celor mai mici pătrate" de o importanță excepțională în reducerea observațiilor experimentale. Să dăm un exemplu: o anume mărime este măsurată experimental de un mare număr de ori. Evident că se primesc valori care diferă între ele. Care este valoarea cea mai probabilă ce o are această mărime? Pentru a putea să răspundem acestei întrebări, trebuie să facem uz de această „metodă a celor mai mici pătrate". Se vede de aici importanța ei practică.

În timpul acestor ani de școală medie, Gauss studiază aprofundat pe marii săi înaintași: Newton, Euler, Lagrange și are pentru lucrările lor o mare admirație, în special pentru monumentala operă a lui Newton „Philosophiae naturalis principia mathematica".

În toamna anului 1795, din nou ajutat de ducele de Braunschweig, Gauss se înscrie ca student la Universitatea din Goettingen. Aici urmează la început atît cursurile de matematici cît și pe cele de filologie clasică timp de un an, neputîndu-se hotărî ce direcție să ia, întrucît amîndouă îl atrăgeau la fel de puternic. Aceasta a fost criza despre care am pomenit mai înainte. Din fericire pentru matematici, în ziua de 30 martie 1796, Gauss se decide definitiv în favoarea acestora. Această hotărîre a fost determinată de rezolvarea unei probleme celebre de geometrie.

Iată cum stăteau lucrurile: construcția unor poligoane regulate, numai cu ajutorul riglei și compasului, era cunoscută încă din antichitatea greacă; este vorba de poligoanele regulate cu 3, 4, 5 și 3×5 laturi, despre poligoanele cu un număr dublu de laturi $3 \times 2 = 6$, $4 \times 2 = 8$, $5 \times 2 = 10$, apoi $6 \times 2 = 12$, $8 \times 2 = 16$, $10 \times 2 = 20$ laturi etc. Tot antichitatea și-a pus problema construcției cu rigla și compasul a poligoanelor cu un număr de laturi egal respectiv cu 7, 9, 11, 13, 17 etc. Este posibilă construcția acestor poligoane sau nu? Aceasta este întrebarea la care a răspuns tînărul student de 20 ani, după ce s-au scurs de la punerea ei peste 20 de secole!

Pentru a putea înțelege cu ușurință rezultatul lui Gauss, să mai amintim și despre celebrele numere ale lui Fermat. Acesta, considerînd într-o împrejurare oarecare expresia

$$F_n = 2^{2^n} + 1,$$

a observat că dînd lui n valorile 0, 1, 2, 3 și 4, obținem numerele $F_0 = 3$, $F_1 = 5$, $F_2 = 17$, $F_3 = 257$, $F_4 = 65\,537$, care sînt, toate, numere prime. Aceasta l-a determinat pe Fermat să creadă că toate numerele de această formă sînt prime. S-au încercat diferite demonstrații ale acestui fapt, pînă ce s-a observat că următoarele două numere obținute în acest fel și anume:

$$F_5 = 4\,294\,967\,297 \quad \text{și} \quad F_6 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,617$$

nu mai sînt prime, întrucît se divid respectiv cu 641 și 274 177. Reținem deci că „șirul" numerelor lui Fermat conține atît numere prime cît și numere neprime.

Rezultatul pe care l-a obținut Gauss în cercetarea problemei expuse mai sus este următorul: Contsrucția cu rigla și compasul a unui poligon regulat cu un număr impar de laturi este posibilă atunci și numai atunci, cînd acest număr impar este un număr prim din șirul lui Fermat, ori este un produs de două sau mai multe numere prime din acest șir. Astfel este posibilă construcția, numai cu rigla și compasul, a poligoanelor regulate ce au un număr de laturi, egal respectiv cu 3 și 5 (primele două numere prime din șirul lui Fermat) și cu $3 \times 5 = 15$ laturi. Construcția acestora era cunoscută încă din antichitate. La fel este posibilă construcția poligoanelor regulate ce au un număr de laturi egal respectiv cu 17, 257, 65 537, 3×17, 5×17, $3 \times 5 \times 17$ etc., dar nu este posiibilă construcția (numai cu rigla și compasul) a poligoanelor regulate cu 7, 9, 11, 13 laturi. Acest rezultat deosebit de frumos a fost piatra care a provocat orientarea lui Gauss.

Odată hotărît pentru matematici, studiul filologiei și al limbilor străine va rămîne „distracția" favorită a lui Gauss, pînă la adînci bătrînețe. Tot cu această ocazie Gauss începe să-și redacteze celebrul său „Notizenjournal", în care își notează, foarte pe scurt, toate rezultatele noi la care ajunge. Acest jurnal a făcut, mai tîrziu, dovada priorității lui Gauss în foarte multe chestiuni. Gauss personal, nu a avut astfel de pretențiuni niciodată.

În tot timpul studiilor universitare, Gauss se ocupă intens cu cercetările lui de aritmetică, începute încă în timpul de pe cînd era elev la colegiu. La terminarea studiilor universitare, are aproape complet redactat un prim ciclu de cercetări pe care le va publica. În primăvara anului 1798 Gauss și-a încheiat studiile și pleacă în Braunschweig, orașul său natal. Peste vară și în toamnă pune la punct cercetările de aritmetică pentru publicare și face diferite vizite la Universitatea din Helmstedt, vestită prin biblioteca științifică ce o avea. Scopul vizitelor lui era să se pună la punct cu toate cercetările de aritmetică din acea vreme, spre a nu se strecura în viitoarea lui lucrare rezultate găsite și de alții, fără a indica aceasta. Avem aici o caracteristică a lui Gauss: el întotdeauna își imagina că și alții ar fi putut ajunge cu aceeași ușurință la rezultatele pe care le-a găsit el.

În timpul acestor vizite face cunoștință și devine prieten cu Iohann-Friedrich Pfaff, bibliotecarul universității, profesor de matematici la acea universitate și cel mai vestit matematician german din acea vreme.

Din nou Gauss se găsește în impas și din nou intervine ducele de Braunschweig, plătindu-i cheltuielile de imprimare, în 1799, a tezei sale de doctorat în matematici, prezentată Universității din Helmstedt cu titlul „Demonstratio nova teorematis: omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse", adică: O nouă demonstrație a teoremei: orice funcție rațională întreagă (polinom) de o variabilă se poate descompune în factori reali de gradul întîi sau doi". Aceasta este ceea ce noi numim azi teorema fundamentală a algebrei. Ea a fost dată încă de d'Alembert, dar demonstrațiile care i s-au adus erau toate incomplete și neclare. Este de observat deci că adjectivul „nova" din titlul lucrării este de prisos, întrucît aci nu e vorba de o „nouă" demonstrație a teoremei, ci pur și simplu de „prima" demonstrație riguroasă ce i s-a dat. Gauss considera această teoremă ca fiind deosebit de importantă și i-a dat, în decursul anilor, patru demonstrații distincte, ultima la vîrsta de 70 ani. În această teză se găsește și prima expunere sistematică și coerentă a numerelor complexe, introducînd reprezentarea lor geometrică și eliminînd în felul acesta voalul de mister ce le acoperise timp de aproape patru secole.

Avînd studiile terminate, Gauss își așteaptă elevii, pentru lecțiile particulare ce avea de gînd să le dea, spre a se putea întreține. Acești elevi nu se arătau însă. De data acesta ducele de Braunschweig îi acordă o modestă pensie anuală, ca să-și poată continua cercetările sale matematice. Între timp Gauss și-a dat lucrările spre publicare și din cauza unor dificultăți materiale, acestea nu apar decît în 1801, sub titlul „Disquisitiones Arithmeticae" (Cercetări de Aritmetică). Ca o recunoștință pentru continuul ajutor acordat de duce, Gauss îi închină această lucrare „Serenissimo Principi ac Domino Carolo Guillelmo Ferdinando".

Aceste „Disquisitiones Arithmeticae" l-au făcut celebru în lumea întreagă și sînt considerate ca opera de căpătîi a lui Gauss. În lucrare sînt expuse sistematic: teoria congruențelor, teoria resturilor pătratice, formele pătratice binare și ternare, precum și un capitol de aplicații. Stilul lucrării este deosebit de concis și aceasta a făcut ca studiul ei să fie deosebit de greu. Lucrarea a fost numită „Cartea cu 7 lacăte". Primul care a reușit să rupă toate cele 7 lacăte a fost Peter-Gustav Lejeune — Dirichlet, elev, prieten și apoi urmaș al lui Gauss. Acesta a dat o nouă expunere a lucrării lui Gauss, mai accesibilă și a completat-o cu propriile lui cercetări.

Cu anul 1800, activitatea lui Gauss, spre marea nemulțumire a celor ce iubesc matematicile pure, ia o întorsătură cu totul neașteptată, dar cu totul explicabilă: Gauss se va ocupa de aici înainte, timp de douăzeci de ani, de Astronomie. De ce?

În acele timpuri era considerat cu adevărat un mare matematician numai acela care se ocupa cu desăvîrșirea operei lui Newton. Laplace, marele matematician și astronom francez, era în vîrful piramidei. Renumita lui operă „La mécanique céleste" a făcut epocă. De ce oare

să nu-și arate puterile în această direcție și Gauss? Lucrările de felul acesta cereau, pe lîngă altele și o mulțime de calcule. Putea aceasta oare să-l sperie pe Gauss? Nicidecum, întrucît Gauss avea o putere de calcul mintal așa de mare, încît ar fi sfidat o mașină electronică de calcul din zilele noastre.

Și prilejul se prezentă. Astronomul italian Piazzi descoperă la 1 ianuarie 1800 nu nou corp ceresc, care la început a fost luat drept o cometă, dar în urmă s-a constatat că este vorba totuși despre o nouă planetă. Aceasta apăruse într-o poziție care făcea dificile observațiile și apoi dispăruse. Unde? Cînd va mai putea fi văzută? Datele care reușiseră să le obțină astronomii de la astrul fugar erau foarte puține. Atunci intră în arena astronomiei Gauss și calculează orbita lui „Ceres" — așa a fost numită noua planetă — indicînd răbdătorilor astronomi timpul și locul unde va putea fi observată din nou.

Astfel de probleme au fost calificate încă de marele Newton drept foarte grele. Prin urmare Gauss avea tot dreptul să fie mîndru de bravura ce o făcuse. Pe acea vreme problema putea să fie rezolvată numai de Laplace, dar și acestuia i-ar fi dat dureri de cap! Vestea înconjoară pămîntul ca fulgerul — un fulger din anul 1800 — și Gauss fu declarat egalul lui Laplace.

Ceres a fost regăsită exact în locul indicat de calculele lui Gauss. După Ceres a venit Pallas, apoi Vesta, apoi Iunona și așa mai departe. Toate s-au conformat întocmai calculelor lui Gauss. Faima acestuia creștea din zi în zi și toate academiile și societățile savante din lume considerau ca o onoare să-l numere pe Gauss printre membrii lor. În acest timp cunoscutul explorator și geograf german Alexander von Humboldt, al cărui nume îl poartă azi universitatea din Berlin, aflîndu-se la Paris, îl întreabă pe Laplace:

— Care credeți dumneavoastră că este cel mai mare matematician al Germaniei?

— Pfaff, răspunse fără pic de șovăire acesta.

— Ce ziceți atunci de Gauss?

— O! Gauss nu mai aparține Germaniei: el este cel mai mare matematician al lumii!

În urma acestui renume, ducele de Braunschweig îi mărește pensia anuală și acest fapt i-a permis să se însoare în anul 1805. Dar situația aceasta fericită pentru Gauss nu a durat decît un an. În 1806, ducele de Braunschweig are neșansa de a fi numit comandant suprem al trupelor germane care, printr-un efort disperat, s-au opus la Auerstaedt și Iena trupelor franceze comandate de marele Napoleon. În aceste lupte trupele germane sînt zdrobite și însăși comandantul lor suprem este grav rănit. De aici i s-a tras moartea și Gauss rămîne astfel fără sprijin. Nu era greu de găsit o bucată de pîine pentru un om ca Gauss. Academia de științe din Petrograd, aflînd de situația precară în care se găsea Gauss, îi adresă o invitație foarte măgulitoare prin care-l chema în sînul ei, rugîndu-l să accepte a fi urmaș al marelui Euler. Situația era foarte atrăgătoare și Gauss era gata s-o accepte, dacă n-ar fi fost Alexander von Humboldt. Acesta, împreună cu alți prieteni cu relații în sferele înalte ale societății germane de atunci, s-a pus în mișcare, la gîndul că Germania putea fi lipsită de cel mai

mare matematician al ei. În felul acesta i se oferă lui Gauss, la alegere, postul de profesor la Universitatea din Goettingen sau postul de director al Observatorului Astronomic al aceleiași Universități. Gauss optă pentru acesta din urmă, întrucît aici avea mai multă liniște și mai mult timp liber pentru a-și continua cercetările sale. La acest Observator a rămas Gauss pînă la sfîrșitul vieții sale.

După victoriile lui Napoleon, toate provinciile germane au fost supuse la un impozit de-a dreptul înspăimîntător. Marele învingător avea nevoie de bani și nenorociții de învinși nu aveau altă treabă de făcut decît să depună la picioarele lui și ultimul lor ban. Gauss, ca director al Observatorului Astronomic, grad echivalent cu acela de profesor universitar, a fost impus la... astronomica sumă de 2000 franci-aur! Suma era atît de mare, încît nici măcar nu se putea gîndi la plata ei. Un coleg și prieten al lui Gauss, astronomul Olbers, îi trimite cei 2000 franci, pentru a-l scuti pe acesta de marele efort, dar Gauss nu-i primește, returnînd suma, împreună cu mulțumirile lui. Gauss era o fire mîndră și nu putea accepta nici măcar ajutorul unui prieten. Atunci a fost sfătuit de ceilalți colegi să meargă la Napoleon și să ceară scutire de acest impozit. Napoleon, care iubea matematicile și ajutase pe mulți matematicieni francezi, creîndu-le mari situații în societatea de atunci, ar fi fost foarte bucuros să-și arate mărinimia față de cel mai mare matematician al lumii, dar n-a avut ocazia. Gauss a refuzat să se înfățișeze marelui împărat.

Laplace, aflînd și el despre imensul impozit, plătește cei 2000 franci la Paris și trimite lui Gauss doar... chitanța, împreună cu o scrisoare amicală în care îl ruga să accepte această plată, întrucît el se considera onorat de a putea da o mînă de ajutor aceluia pe care îl consideră a fi cel mai mare matematician al lumii, scutind astfel umerii săi de o povară nedreaptă. Gauss nu are încotro și trebui să accepte plata, dar nu se resemnă. Întîmplarea face însă ca Gauss să primească niște bani din altă parte și-i înapoie lui Laplace cei 2000 de franci, împreună cu dobînda aferentă! Laplace nu se dă totuși bătut și recurge la următoarea stratagemă: trimite primarului din Goettingen o sumă întreită 3000 + 2000 + 1000 franci, cu rugămintea să o dea ca premiu la cei mai buni trei cetățeni ai orașului, cu obligația ca proveniența banilor să fie strict secretă și ca premiul I de 3000 de franci să fie acordat neapărat lui Gauss. Primarul, în mod evident, acceptă donația și hotărăște să împartă premiile într-un cadru solemn. Gauss, îmbrăcat cu haina de ținută sărbătorească, se prezintă la solemnitate și acceptă cu încîntare premiul I ce i-a fost acordat, nu fără o îndreptățită mîndrie de cetățean! Mulțumi primarului pentru înalta cinste ce i se făcuse și-și arătă marea lui bucurie că știința începe să fie considerată așa cum se cuvine, măcar că, deocamdată, doar de oameni luminați așa cum este... distinsul lor primar. Abia mult mai tîrziu, cînd Laplace nu mai exista, a aflat Gauss că nu primarul a fost acela care îl considera pe el ca pe primul cetățean al urbei și că, probabil, nici prin minte nu i-ar fi trecut stimabilului primar să acorde oarecare atenție și oamenilor de știință. Cu această ocazie Gauss și-a revizuit sentimentele pe care le avea față de poporul francez în

general, dîndu-și seama că nu toți francezii sînt tot atît de profitori precum a fost marele lor comandant.

Imensele calcule astronomice n-au reușit însă să absoarbă toată energia lui Gauss. Astfel, în 1809, el publică cea de-a doua operă a sa „Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium" („Teoria mișcării corpurilor cerești în jurul soarelui după secțiuni conice"). Pentru Astronomie lucrarea a prezentat o mare importanță, dar totuși nu conține fapte matematice noi de o valoare cu totul deosebită.

Între timp moare tatăl său, apoi soția sa și rămîne cu trei copii mici. Se căsătorește din nou și mai are și din această căsătorie încă trei copii. Cu toate preocupările lui de astronomie, cu toate greutățile materiale pe care le are de întîmpinat — avea de crescut șase copii — îi mai rămîne totuși timp și pentru matematicile pure. Anul 1811 este martorul apariției teoriei funcțiilor analitice de variabilă complexă. Problemele pe care le-a rezolvat în acest domeniu nu au fost însă publicate ci le-a comunicat printr-o scrisoare prietenului său astronomul Bessel. Acest domeniu a fost rezervat însă altora; Cauchy și Riemann, care redescoperă din nou faptele și le dezvoltă mult, dînd naștere astfel teoriei moderne a funcțiilor analitice.

În 1812 — cunoscutul an de dezastru a lui Napoleon — Gauss publică o lucrare în legătură cu așa-numita serie hipergeometrică, care a jucat un important rol în teoria ecuațiilor diferențiale și în general în problemele fizicii matematice.

Anul 1825 aduce o altă mare descoperire a lui Gauss, legea reciprocității bipatratice, cu care ocazie introduce numerele complexe întregi, numite azi întregii lui Gauss.

Între anii 1820—1835, Gauss se ocupă de geodezie, de teoria suprafețelor și de reprezentarea conformă. Aceste cercetări au dus la așa-numita „prima epocă de înflorire a geometriei diferențiale". După 1835 și pînă la sfîrșitul vieții sale. Gauss s-a ocupat rînd pe rînd de fizica matematică, de unele probleme de topologie, și de magnetism, atît sub forma lui teoretică cît și sub forma lui practică. Este interesant de amintit că Gauss, împreună cu fizicianul Weber, a inventat telegraful electric, înainte de Morse.

Aceasta a fost pe scurt viața și opera lui Gauss, marele „princeps mathematicorum" cum i s-a spus de contemporanii lui, arătată, evident, în linii foarte palide. Expunerea sistematică și completă a tuturor contribuțiilor pe care le-a adus Gauss în știință ar necesita multe, multe zeci de pagini.

Gauss își încheie activitatea și totodată viața, la Goettingen în dimineața zilei de 23 februarie 1855, în vîrstă de 78 ani. A fost într-adevăr un grădinar așa cum ar fi dorit tatăl său, dar un grădinar într-o lume ce se cheamă „Matematica". A muncit toată viața cinstit și a reușit să crească cele mai rare flori ce-au crescut vreodată: acestea i-au dat dreptul la nemurire.

REACȚIILE TERMONUCLEARE ȘI ÎNTREBUINȚĂRILE LOR ÎN SCOPURI PAȘNICE

conf. univ. *I. RIȘAVI*

Teoria fuziunii nucleare se fundamentează pe legea interdependenței dintre masă și energie, enunțată în anul 1905 de savantul Albert Einstein:

$$W = mc^2,$$

în care W este energia integrală conținută, m masa integrală a substanței, iar c viteza luminii.

De aici rezultă că unei mase m oricît de mică îi corespunde o cantitate enormă de energie W. Astfel, un gram de materie poate produce virtual 25.10^6 kWh. Totul este să eliberăm această energie nucleară.

Se știe că energia nucleară, numită impropriu și energie atomică, poate fi eliberată prin două mijloace:

1. prin fisiunea nucleelor grele *235 U, 239 Pu* în nuclee mai ușoare și
2. prin fuziunea (sinteza) nucleelor ușoare în nuclee ceva mai grele.

În articolul de față ne vom ocupa de cel de-al doilea mijloc de producere a energiei nucleare, și anume de *fuziunea nucleară*. Reacțiile de fuziune nucleară sînt un tip special de reacții nucleare care au loc la temperaturi foarte înalte, care se ridică la cîteva zeci de milioane de grade Celsius.

Un motiv pentru care sînt necesare temperaturi atît de înalte este atingerea unor viteze foarte mari a nucleelor ușoare de hidrogen în scopul învingerii forțelor electrostatice de repulsie dintre protoni, pentru ca ciocnirea nucleelor atomice să ducă la fuziune.

Cu cît temperatura este mai înaltă, cu atît și viteza lor este mai mare. Astfel, la temperatura normală a camerei un atom de hidrogen se deplasează cu o viteză medie de 2,2km pe secundă, în timp ce la temperatura din interiorul soarelui, nucleul său atinge o viteză de 500 km pe secundă. Acestea sînt, așadar, motivele pentru care sînt necesare temperaturi foarte înalte capabile să declanșeze procesul fuziunii.

Deoarece reacțiile de fuziune nucleară au loc la temperaturi foarte înalte, se mai numesc și *reacții termonucleare*.

Un exemplu de reacție termonucleară îl constituie formarea nucleelor de hidrogen greu (deuteriu) din fuziunea a doi protoni (nuclee de hidrogen), conform ecuației:

$$\underset{\text{proton}}{{}^{1}_{1}H} + \underset{\text{proton}}{{}^{1}_{1}H} \longrightarrow \underset{\substack{\text{hidrogen}\\ \text{greu}}}{{}^{2}_{1}H} + \underset{\substack{\text{pozitron}\\ \text{neutrino}}}{\beta^{+} + \upsilon}$$

În această reacție, energia degajată este aproximativ de 500 000 de ori mai mare decît energia care rezultă prin arderea unei cantități echivalente de cărbune.

Este de remarcat faptul că, la temperaturile înalte la care se face fuziunea (sinteza), nu fiecare ciocnire dintre doi protoni duce totdeauna la formarea unui nucleu de hidrogen greu. Din această cauză, la formarea hidrogenului greu, protonii provoacă reacțiile în timp, ceea ce face ca degajarea energiei nucleare să dureze milioane și miliarde de ani.

Un alt exemplu de reacție termonucleară este transformarea hidrogenului în heliu. Astfel, din unirea a 4 nuclee de hidrogen (protoni) rezultă un nucleu de heliu, deoarece doi din cei patru protoni se transformă în neutroni.

Reacția termonucleară care are loc este de forma :

$$4\ {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{4}_{2}He + 2\beta^{+} + 2\upsilon.$$

protoni — heliu — pozitroni — neutrino

Energia eliberată prin sinteza unui kilogram de heliu din nuclee de hidrogen este de circa 160 miliarde kilocalorii, adică de circa 8 ori mai mare decît energia eliberată prin fisiunea unui kilogram de combustibil nuclear.

În soare, heliul se obține prin intermediul unei reacții termonucleare asemănătoare cu aceea de mai sus, dar pe o cale ceva mai complicată, în așa-numitul *ciclu Bethe*. A. A. Bethe a propus în anul 1939 cunoscutul ciclu carbon-azot pentru a explica producerea energiei în soare. Reacțiile care au loc în acest proces, în care carbonul se regăsește după efectuarea reacției, deci joacă rolul unui „catalizator nuclear", sînt reprezentate în ecuațiile de mai jos :

a) ${}^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{13}_{7}N + \gamma$

b) ${}^{13}_{7}N \longrightarrow {}^{13}_{6}C + \beta^{+} + \nu$

c) ${}^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{14}_{7}N + \gamma$

d) ${}^{14}_{7}N + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{15}_{8}O + \gamma$

e) ${}^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{15}_{7}N + \beta^{+} + \upsilon$

f) ${}^{15}_{7}N + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He$

$$4\ {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{4}_{2}He + 2\gamma + 2\beta^{+} + 2\upsilon$$

În stadiul inițial (a), un proton ${}^{1}_{1}H$ se unește cu un nucleu de carbon ${}^{12}_{6}C$, rezultînd izotopul instabil al azotului ${}^{13}_{7}N$. Această reacție este însoțită de emisia unei cantități oarecare de energie nucleară, sub formă de raze gama (γ). În stadiul (b), izotopul nestabil al azotului ${}^{13}_{7}N$, care s-a

format se transformă într-un izotop stabil al carbonului $^{13}_{6}C$ și totodată se emite un pozitron β^+, care posedă o energie considerabilă, și un neutrino ν.

În stadiul (c), după un timp oarecare, nucleul de carbon $^{13}_{6}C$ se unește cu un nou proton $^{1}_{1}H$ (al doilea de pînă acum) și se formează izotopul stabil al azotului $^{14}_{7}N$, și din nou o parte din energia nucleară se eliberează sub formă de radiație gama (γ).

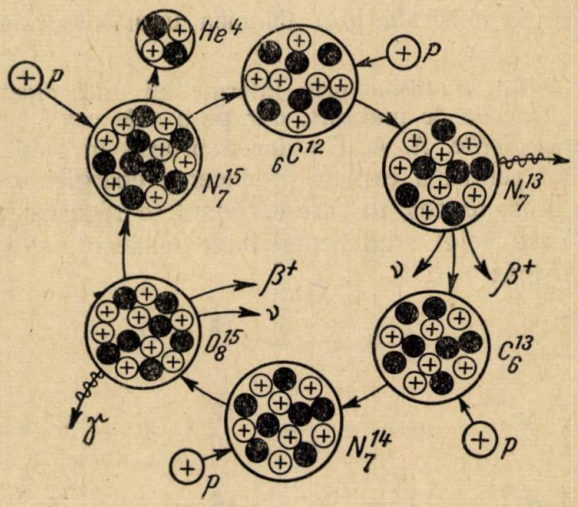


Fig. 1.

În stadiul (d), izotopul stabil al azotului $^{14}_{7}N$ se unește cu un nou proton $^{1}_{1}H$ (al treilea) și se obține izotopul instabil al oxigenului $^{15}_{8}O$, eliberîndu-se energia nucleară sub formă de radiație gama (γ).

În stadiul (e), izotopul instabil al oxigenului $^{15}_{8}O$, care s-a format, se transformă în izotopul stabil al azotului $^{15}_{7}N$ și se emite un pozitron β^+ și un neutrino ν.

În stadiul (f), izotopul stabil al azotului $^{15}_{7}N$ se unește cu un proton $^{1}_{1}H$ (al patrulea) rezultînd un nucleu de carbon $^{12}_{6}C$ și un nucleu de heliu $^{4}_{2}He$. În urma acestui ciclu de reacții termonucleare, a cărui durată este de aproximativ 5 milioane de ani, se formează din nou, după cum am văzut, nucleul de carbon $^{12}_{6}C$, care reintră în ciclu, iar în locul celor 4

protoni (nuclee de hidrogen) apare un nucleu de heliu. În figura 1 se arată schema transformărilor nucleare în ciclul carbon-azot (ciclul B e t h e).

Energia enormă degajată în aceste reacții termonucleare, pe care o preiau în cea mai mare parte razele gama, pozitronii și neutrinii contribuie la energia radiantă a soarelui.

Deși în practică acest proces este mult mai complicat decît îl putem descrie aici, totuși, în interesul unei înțelegeri mai ușoare, putem spune în esență că energia solară și cea a stelelor ia naștere datorită transformării continue și în mod masiv a nucleelor de hidrogen în nuclee de heliu, transformare care are loc prin intermediul unor reacții termonucleare, în care rolul „catalizatorului nuclear" îl joacă nucleul de carbon ${}^{12}_{6}C$.

Din rezervele enorme de hidrogen ale soarelui și ale stelelor se formează, de miliarde de ani, heliu.

Soarele și stelele pot fi considerate niște reactoare de fuziune enorme, în care transformarea unui combustibil nuclear — a hidrogenului — în heliu se face fără întrerupere, cu eliberarea unei energii extraordinar de mari. Soarele și stelele strălucesc deci datorită reacțiilor termonucleare de transformare a hidrogenului în heliu. Această transformare se face cu o mică pierdere de masă, care corespunde la energia răspîndită în spațiu.

Pentru soare, pierderea de masă este de 500 000 tone masă pe secundă, iar energia răspîndită în spațiu în fiecare secundă este de 10^{34} kilowattore.

Această pierdere de masă este neînsemnată față de masa soarelui, care este de $1{,}99.10^{27}$ tone. Rezervele de hidrogen ale soarelui — circa 1/3 din masa soarelui — sînt suficiente pentru a putea furniza pămîntului căldura și lumina necesară încă vreo 100 miliarde de ani.

Formarea heliului prin fuziunea (sinteza) a 4 nuclee de hidrogen, conform ciclului B e t h e, se face însă cu o viteză foarte mică, chiar la temperatura de 20 milioane de grade Celsius existentă în soare.

Din anul 1938, oamenii de știință, după mulți ani de trudă și de cercetare încordată, au descoperit reacții termonucleare, care, în aceleași, condiții, decurg mult mai repede.

Astfel, reacția termonucleară :

$$\underset{\text{deuteriu (hidrogen greu)}}{{}^{2}_{1}H} + \underset{\text{hidrogen ușor}}{{}^{1}_{1}H} \longrightarrow \underset{\text{heliu ușor}}{{}^{3}_{2}He} + \gamma, \qquad (1)$$

se termină în cîteva secunde în prezența unei cantități mari de hidrogen, iar reacțiile termonucleare (2) și (3) se termină în fracțiuni de secundă :

$$\underset{\text{tritiu}}{{}^{3}_{1}H} + \underset{\text{hidrogen ușor}}{{}^{1}_{1}H} \longrightarrow \underset{\text{heliu}}{{}^{4}_{2}He} + \gamma, \qquad (2)$$

$$\underset{\text{deuteriu}}{{}^{2}_{1}H} + \underset{\text{tritiu}}{{}^{3}_{1}H} \longrightarrow \underset{\text{heliu}}{{}^{4}_{2}He} + \underset{\text{neutron}}{{}^{1}_{0}n} \qquad (3)$$

Pe reacția termonucleară (3), adică pe formarea heliului din fuziunea nucleelor de hidrogen greu (deuteriu) și hidrogen supragreu (tritiu), se

bazează crearea unui nou tip de armă termonucleară — bomba cu hidrogen.

Bomba cu hidrogen este prima experiență de acest gen. Aici se introduce, într-un înveliș metalic foarte rezistent, o bombă atomică obișnuită de uraniu sau plutoniu și amestecul de deuteriu și tritiu în stare gazoasă. Explozia bombei atomice dă naștere unei temperaturi și presiuni mari care fac posibilă declanșarea reacției termonucleare (3) și astfel se pune în libertate enorma energie de sinteză a heliului. Urmează o explozie extraordinar de puternică.

Desigur, această explozie poate fi folosită în scopuri pașnice, constructive, dar prezența unei bombe atomice obișnuite în această experiență face imposibilă realizarea unor explozii mai mici, după nevoie, face deci imposibilă eliberarea controlată a energiei nucleare de sinteză și, pe deasupra, necesită uraniu sau plutoniu. Reacția termonucleară produsă în bomba cu hidrogen este deci o reacție necontrolabilă și pe care dușmanii omenirii vor s-o utilizeze pentru distrugerea ei, pentru război.

De o deosebită importanță industrială este eliberarea controlată a energiei de sinteză și mai ales realizarea reacției respective fără uraniu sau plutoniu. Trebuie deci căutată o altă cale, un alt mijloc de a produce reacția nucleară de sinteză.

În multe institute științifice din lumea întreagă, și în special în Uniunea Sovietică, se fac cercetări în vederea eliberării controlate a energiei de sinteză, prin reacții termonucleare, spre a fi utilizată în scopuri pașnice, pentru binele și progresul omenirii.

În cazul eliberării controlate, în afara dificultății de a găsi o sursă de energie care să facă posibilă declanșarea reacției termonucleare, se mai pune problema izolării termice a pereților recipientului în care se găsește amestecul gazos de deuteriu și tritiu. Ridicarea treptată a temperaturii amestecului gazos de „combustibil nuclear" ar distruge pereții recipientului cu mult înainte ca reacția să fi putut avea loc. În stadiul actual al tehnicii moderne nu există nici un material capabil să reziste unei asemenea temperaturi, de cîteva zeci de milioane de grade.

În această direcție s-au întreprins cercetări mai fructuoase abia prin anul 1951, după ce astrofizicianul S p i t z e r, a dat ideea izolării și dirijării reacțiilor termonucleare. În anul 1952 s-a anunțat, în S.U.A., că, din punct de vedere teoretic, problema controlului reacțiilor termonucleare este rezolvată, dar că ele nu au putut fi realizate experimental. Încercări în acest sens se făceau în special cu ajutorul descărcărilor electrice în gaze. La 25 aprilie 1956, savantul sovietic acad. profesor I g o r K u r c e a t o v a ținut o comunicare la Centrul de cercetări atomice de la Harwell (Anglia), anunțînd că savanții sovietici au realizat în laborator prima reacție termonucleară controlată.

Declarația regretatului acad. K u r c e a t o v, cum că savanții sovietici, de la Institutul de energie atomică, de sub conducerea acad. L. A. A r t i m o v i c i, au reușit să producă temperaturi de un milion de grade, lăsînd să treacă curenți electrici foarte puternici prin tuburi umplute cu gaze, a stîrnit un interes viu printre specialiștii atomiști din Marea Britanie, S.U.A., Franța etc. Imensul răsunet al acestei comunicări s-a manifestat imediat prin apariția unor comunicări engleze, americane, franceze

etc. O astfel de temperatură putea fi realizată pînă la acea dată numai prin explozia unei bombe cu hidrogen.

În ce constă experiența făcută de savanții sovietici?

Reactorul termonuclear, în principiu, se reducea la un tub de sticlă, deocamdată un cilindru, cu doi electrozi la capete. Amestecul de deuteriu și tritiu ($D + t$) era introdus într-un asemenea tub de descărcare, la presiune scăzută.

În niște condensatori electrici de mare capacitate se acumula energie electrică, care era lăsată să treacă, într-o infimă fracțiune de secundă, prin tubul de descărcare. Curentul electric atingea 2 000 000 de amperi. Cel mai important lucru în această problemă nu era mărimea curentului, ci rapiditatea creșterii lui, care atingea cîteva miliarde de amperi pe secundă. La începutul experienței, curentul fiind mic, se producea o descărcare în gaze, obișnuită, ca în tuburile de neon pentru reclame. Pe măsură ce crește curentul, din cauza descărcărilor extrem de puternice care au loc atunci în tub, gazul se încălzește atît de tare, încît își modifică structura sa atomică normală, atomii gazului se ionizează, pierzîndu-și învelișul electronic.

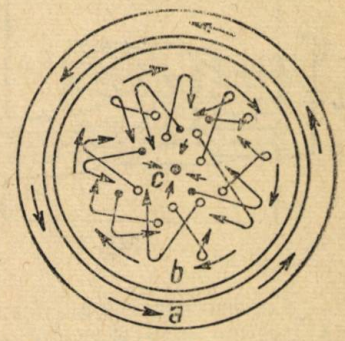


Fig. 2.

În aceste condiții, în tub nu mai avem un gaz, ci o plasmă[1]).

Se numește plasmă acea stare a atomilor în care, datorită unei încălziri extrem de mari, învelișurile de electroni se detașează de nuclee, iar nucleele „dezgolite", adică ionii și electronii, formează o masă confuză. În această plasmă, ionii și electronii circulă în sensuri opuse, cum circulă ionii într-un electrolit.

Descărcările în tub dau, așadar, gazului ($D + t$) forma de plasmă. Curentul trece prin plasmă tocmai fiindcă avem acest transport de sarcini electrice.

Curentul electric ce trece prin plasmă, pe lîngă încălzire, produce un cîmp magnetic concentric cu filetul de curent care acționează asupra ionilor și electronilor, adunîndu-i spre centrul tubului, ca și cum un perete invizibil i-ar strînge spre centru (fig. 2).

După Oersted și Ampère se știe că un curent electric dă naștere unui cîmp magnetic concentric cu filetul de curenți a cărui intensitate este proporțională cu I (exprimată în amperi).

Pentru un cîmp magnetic de circa 30 000 Oe, diametrul tubului poate fi numai de cîțiva centimetri. Astfel se ajunge la formarea unui cordon de plasmă, în care se concentrează practic întreaga descărcare.

Ca urmare a acestei situații, toți ionii și electronii se vor desprinde de pereții tubului, fiind constrînși să se concentreze și să circule numai în centrul geometric al tubului, sau să se înfășoare în jurul acestei direcții, pe o spirală mai mult sau mai puțin complicată, înainte ca temperatura lor să fie dăunătoare pereților tubului.

[1]) Termenul de plasmă a fost introdus de Langmuir în anul 1920 pentru a defini o stare particulară a unui gaz compus din părți egale de ioni și electroni liberi, fără molecule neutre.

Creșterea mai departe a curentului electric mărește tot mai mult temperatura și strînge tot mai mult plasma spre centrul tubului, pînă cînd ea devine un fir subțire foarte luminos.

Pînă la urmă, temperatura locală atinge cîteva milioane de grade, pentru intervale de timp de ordinul milionimilor de secundă.

În jurul tubului de descărcare, în tot acest timp, aparatele înregistrează prezența neutronilor și a razelor gama (γ), care părăsesc tubul, deoarece neavînd sarcină electrică, acestea nu-s reținute de către cîmpul magnetic. Apariția acestor radiații constiutie o dovadă evidentă că reacția termonucleară din tub a început.

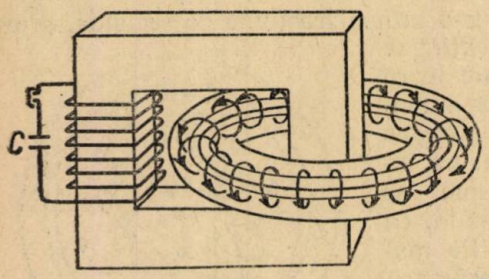


Fig. 3.

Astfel, prima reacție termonucleară controlată de om a fost realizată în laborator într-o fracțiune infimă de secundă.

În cele de mai sus, am expus pe scurt principiile pe care se bazează producerea reacției termonucleare în plasmă.

Contribuția savanților sovietici la obținerea primei reacții controlate de fuziune este deosebit de însemnată și ea deschide perspective mari pentru realizarea reacțiilor termonucleare sub forma unui proces neîntrerupt, de lungă durată, care ar avea o extraordinară însemnătate practică pentru omenire. În continuarea cercetărilor, savanții sovietici lucrează cu succes la obținerea reacției controlate de fuziune, întrebuințînd atît dispozitive simple, precum și instalații grandioase, cum este de pildă „Ogra".

În instalația „Ogra" temperatura amestecului gazos ($D + t$), în care se produce descărcarea electrică, este de ordinul zecilor de milioane de grade Celsius, făcînd posibilă reacția controlată de fuziune nucleară.

Principiul de funcționare al instalației „Ogra" este diferit de cel precedent prin aceea că reacția termonucleară are loc într-o cameră toroidală, un tub de descărcare sub formă de tor (tub gol), pe care se află o înfășurare exterioară pentru formarea unui cîmp paralel cu axul longitudinal al tubului toroidal.

Lungimea tubulaturii instalației „Ogra" este de 20 m.

În amestecul gazos ($D + t$) din interiorul torului se produce un curent alternativ prin variația unui cîmp magnetic exterior, torul formînd o spiră a unui transformator (fig. 3).

Cîmpul magnetic al instalației „Ogra" este produs de o înfășurare cu diametrul mediu de 1,8 m, formată dintr-un număr de secțiuni separate (solenoizi), permițînd prin legarea lor în serie, sau în paralel, să se obțină diferite configurații de cîmp magnetic.

În cazul acesta, descărcarea făcîndu-se fără electrozi [1]), nu mai există efect de răcire a plasmei, iar în interiorul torului se închid liniile de forță, fapt care conduce la eliminarea electrozilor.

După aceea, printr-o descărcare în impuls, plasma formată se strînge într-un cordon; din cauza temperaturii de ordinul zecilor de milioane de

[1]) Lipsa de electrozi, este justificată de faptul că ei nu pot suporta pulsuri mari de curent fără să se dezagrege metalul și în plus electrozii răcesc plasma încetinind reacția.

grade, se va produce furnizarea nucleelor ușoare de deuteriu și tritiu în cordonul de plasmă format. Cordonul de plasmă menținîndu-se la o temperatură foarte înaltă un interval de timp suficient de lung permite ca reacția controlată de fuziune să se producă aproape 100%.

De la acest stadiu înainte se pot folosi diferite căi pentru întrebuințarea energiei eliberate prin dirijarea reacțiilor termonucleare, și anume:

1. Dacă gazul este destins încetul cu încetul, el comunică pereților reactorului căldura nucleară degajată, căldură care pînă la urmă poate fi transferată unei turbine.

După răcire, heliul, care s-a obținut în urma reacției termonucleare, este pompat într-un rezervor, iar în reactorul termonuclear se introduce din nou deuteriu, și ciclul se reia.

2. După ce reacția termonucleară s-a terminat, heliul ce s-a format și deuteriul care a mai rămas nefuzionat se evacuează într-o încăpere anexă unde, prin intermediul apei, se face transferul căldurii totale degajate. Vaporii de apă care rezultă sînt apoi trimiși la o turbină.

După vidarea torului, acesta se umple din nou cu deuteriu, pentru ca ciclul să se repete.

Torul, în aceste două cazuri, îndeplinește rolul unui reactor de producere a reacției termonucleare controlate.

3. Dacă combustibilul nuclear din reactor este un amestec gazos $(D + t)$, atunci cea mai mare parte a energiei ce se eliberează este purtată de neutroni sub formă de energie cinetică. Cum s-ar putea capta această energie?

Neutronii pot fi trecuți într-un vas exterior reactorului, încetiniți cu un moderator, ca: parafină, apă grea etc. și apoi făcuți să reacționeze cu litiu sau bor, conform ecuației:

$$^{6}_{3}Li + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{3}_{1}H + ^{4}_{2}He + 4{,}8\ MeV.$$

Din această reacție rezultă tritiu, care poate fi utilizat drept combustibil nuclear, și o cantitate mare de energie de 4,8 *Me V*, sub formă de energie cinetică.

Căldura produsă poate fi transformată în energie mecanică sau electrică.

4. Se știe că în momentul fuziunii nucleare se produc în plasmă mari schimbări de temperatură, care crează variații corespunzătoare ale caracteristicilor magnetice ale mediului. De aici, posibilitatea apariției curenților de inducție în înfășurările bobinate pe torul de reacție, care se comportă de data aceasta ca un transformator cu o singură spiră în circuitul primar. Se pot evita, prin folosirea acestei posibilități, verigile intermediare de transformare a energiei calorice în energie electrică.

În stadiul actual în care se găsesc cercetările privind dirijarea reacțiilor termonucleare, nu s-a ajuns încă la soluționarea definitivă a acestei probleme, deși oamenii de știință din U.R.S.S. lucrează intens și rezultatele cercetărilor sînt din ce în ce mai îmbucurătoare.

Tot în acest domeniu se lucrează mult în S.U.A., Franța, Anglia, Germania, Suedia, Olanda etc., deoarece problema reacțiilor termonucleare dirijate constituie o problemă vitală pentru progresul întregii omeniri.

Dacă într-o bună zi se va reuși rezolvarea deplină a acestei probleme, adică transformarea într-o centrală a hidrogenului în heliu, atunci omenirea va avea la dispoziție sursa de energie pentru un timp practic nelimitat, încît viața pe pămînt se va schimba complet.

Apa mărilor conține apă grea (a cincea mie parte), iar aceasta conține la rîndul ei deuteriul, noul combustibil nuclear. Astfel, omenirea va avea combustibil atît cît va exista apă grea în apa mărilor și oceanelor.

În vederea rezolvării cît mai neîntîrziate a problemei energiei reacțiilor nucleare prin fuziune și punerii acestei energii în slujba păcii și progresului omenirii, este nevoie ca oamenii de știință din toate țările să colaboreze sincer și cinstit pentru fericirea și bunăstarea oamenilor din întreaga lume.

EXPLICAȚIA MECANICĂ A UNEI PRESTIDIGITAȚII

Rodica Balint, tehniciană Cluj

Este cunoscut „turul de forță" constînd din smulgerea unui șervet de sub unul sau mai multe pahare pline așezate pe o suprafață plană, fără ca paharele să se răstoarne și fără ca ele să se deplaseze sensibil din poziția lor inițială. În cele ce urmează vom face o analiză a acestui fenomen, analiză care constituie totodată, o aplicație interesantă din mișcarea relativă a punctului material.

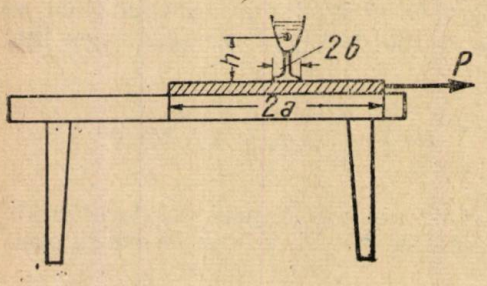


Fig. 1.

În figura 1 s-a luat pentru simplificare, un singur pahar așezat pe un șervet, pe o masă, șervet care poate fi tras cu o forță P variabilă, după necesitățile experienței.

Însemnăm cu $2a$ lungimea șervetului, cu $2b$ diametrul tălpii circulare a paharului și cu h înălțimea centrului de greutate (plin). În rezolvarea problemei s-a presupus h constant, neglijîndu-se deci, micile mișcări oscilatorii ale lichidului din pahar, umplerea paharului nu trebuie să fie completă, ci să se lase loc suficient pentru aceste mișcări.

Mai însemnăm cu Q — greutatea paharului plin, q — greutatea șervetului, μ_0 coeficientul de frecare dintre pahar și șervet înainte ca paharul să înceapă să alunece pe șervet, μ_1 — coeficientul de frecare dintre pahar și șervet în timpul alunecării paharului pe acesta, μ_2 — coeficientul de frecare dintre șervet și masă în timpul mișcării șervetului.

Pentru simplificarea calculelor vom alege pentru coeficientul μ_0, μ_1 și μ_2 valori medii pe care le vom considera constante în timpul experienței, așa cum se obișnuiește în aceste aplicații.

După cum se știe, experiența reușește cu atît mai bine cu cît șervetul este smuls mai brusc și frecarea dintre pahar și acesta este mai mică.

Presupunem că facem o serie de încercări pornind de la accelerații mici imprimate șervetului, pe care le mărim progresiv prin mărirea forței de tragere P.

La valori mici ale forței P paharul nu alunecă pe șervet, ci se deplasează împreună cu acesta. De la o anumită valoare a forței P, respectiv a accelerației imprimate șervetului — pe care le vom calcula

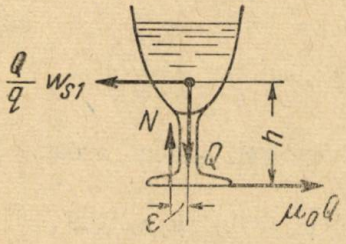


Fig. 2.

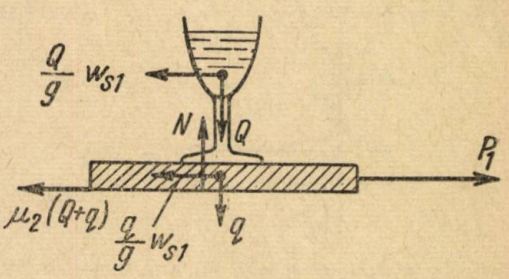


Fig. 3.

mai departe — se produce odată cu deplasarea paharului și alunecarea lui de pe șervet pe masă. Notăm cu P_1, W_{s1} valorile forței, respectiv ale accelerației șervetului, de la care începînd se produce alunecarea paharului de pe șervet.

Notăm de asemenea cu W_s — accelerația, în general, a șervetului față de masă, W_a — accelerația paharului în mișcarea lui relativă față de șervet și cu W_r — accelerația paharului față de masă (mișcarea lui absolută).

Vom determina mai întîi, valorile lui W_{s1} și P_1 folosind metoda echilibrului dinamic al lui d'Alembert.

Observăm imediat că atîta timp cît accelerația în mișcarea șervetului este mică și paharul se mișcă împreună cu acesta, fără să alunece pe el, forțele care lucrează sînt cele arătate în figura 2.

Forța de inerție $\frac{Q}{g} W_{s1}$ este anihilată de rezistența de frecare $\mu_0 Q$ dintre pahar și șervet, care reține paharul să nu alunece.

Atîta timp cît $\frac{Q}{g} W_s \leqslant \mu_0 Q$ sau accelerația $W_s \leqslant \mu_0 g$, paharul nu alunecă pe șervet.

La limită, chiar înainte de a se produce această alunecare avem:

$$W_s = \mu_0 g = W_{s1}, \tag{1}$$

care este valoarea accelerației „critice" căutate.

Acestei accelerații îi corespunde o forță P_1 pe care o vom deduce din ecuația de mișcare a șervetului împreună cu paharul (solidar) ca în figura 3.

După cum se vede, asupra ansamblului format din pahar și șervet lucrează următoarele forțe: în plan vertical Q, q și reacțiunea (de sprijin) a mesei N; în plan orizintal P_1, forța de frecare $\mu_2 (Q + q)$ dintre șervet și masă și forțele de inerție $\frac{Q}{g} W_{s1}$ (a paharului) și $\frac{q}{g} W_{s1}$ (a șervetului).

Din ecuația de echilibru dinamic, pe orizontală, rezultă:

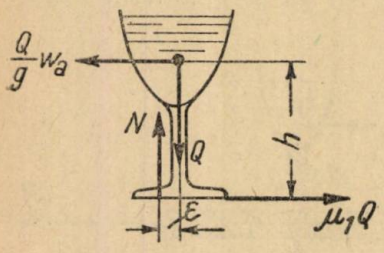


Fig. 4.

$$P_1 = \mu_2 (Q + q) + \frac{Q}{g} W_{s1} + \frac{q}{g} W_{s1}$$

$$P_1 = (Q + q) \left(\mu_0 + \frac{W_{s1}}{g}\right) \tag{2}$$

Pentru un caz concret, putem avea:

$Q = 300\ g = 0{,}3$ kg; $q = 20\ g = 0{,}02$ kg; $\mu_0 = 0{,}1$; $\mu_1 = 0{,}05$;

$\mu_2 = 0{,}15$; $2a = 25$ cm; $2b = 6$ cm; $h = 12$ cm.

Luăm accelerația gravitației $g \cong 10$ m/s^2, pentru simplificarea calculelor. Cu aceasta rezultă din (1) și (2):

$$W_{s1} = \mu_0 y = 0{,}1 \cdot 10 = 1 \text{ m/s}^2$$

$$P_1 = (0{,}3 + 0{,}02) \cdot \left(0{,}15 + \frac{1}{10}\right) \cong 0{,}080 \text{ kg}$$

$$P_1 = 80\ g \text{ forță.}$$

Începînd deci, de la o accelerație $W_s > 1$ m/s^2, în cazul practic de față, paharul alunecă de pe șervet, alunecare ce constituie mișcarea lui relativă. În timpul acestei mișcări relative coeficientul de frecare scade la valoarea μ_1 (frecarea de mișcare este totdeauna mai mică decît cea de repaus) și forța de frecare dintre talpa paharului și șervet devine $\mu_1 Q$.

Această forță antrenează paharul mai departe într-o mișcare de același sens cu șervetul (simultan cu alunecarea de pe șervet) imprimîndu-i o accelerație absolută W_a (față de masă) care diferă evident, de accelerația W_{s1} a șervetului (fig. 4).

Înainte de a studia mișcarea relativă și absolută a paharului vom explica de ce nu se răstoarnă paharul la scoaterea șervetului de sub el sau în ce condiții se poate răsturna.

Referindu-ne la figura 2 (situația cînd paharul se mișcă solidar cu șervetul) se vede că momentul de răsturnare este $M_{rs} = \frac{Q}{g} W_{s1} \cdot h$ la care se opune momentul de redresare $M_{rd} = N \cdot \varepsilon$.

Pentru ca paharul să nu se răstoarne trebuie să avem $M_{rs} \leqslant M_{rd}$. Ținînd seama că din echilibrul dinamic al forțelor avem:

$\frac{Q}{g} W_{s1} = \mu_0 Q$ și $N = Q$, expresiile celor două momente se mai pot scrie:

$$M_{rs} = \frac{Q}{g} W_{s1} \cdot h = \mu_0 Q \cdot h \text{ și } M_{rd} = N \cdot \varepsilon = Q \cdot \varepsilon$$

În cazul concret ales avem $M_{rs} = 0{,}1 \,.\, 0{,}3 \,. = 0{,}36$ kg. cm. Vom scrie că momentul de redresare este egal cu momentul de răsturnare

$$M_{rs} = 0{,}36 = Q \cdot \varepsilon = 0{,}3\varepsilon,$$

de unde $\varepsilon = 1{,}2$ cm, ceea ce înseamnă că reacțiunea de sprijin N cade în interiorul tălpii paharului (care are raza de 3 cm), astfel că echilibrul acesteia este asigurat.

Pentru răsturnare ar fi trebuit să rezulte $\varepsilon > 3$ cm. Stabilitatea paharului este și mai bună în situația cînd paharul are și o mișcare relativă de alunecare pe șervet (fig. 4). Într-adevăr, momentul de răsturnare este atunci $M_{rs} = \frac{Q}{g} W_a \cdot h = \mu_1 Qh = 0{,}05 \cdot 0{,}3 \cdot 12 =$ $= 0{,}18$ kg cm, mai mic decît atunci cînd se mișcă solidar cu șervetul (0,36 kgcm).

Dacă însă, înlocuim șervetul de bumbac sau mătase cu unul de cauciuc sau alt material pentru care coeficientul de frecare este mai mare, de exemplu $\mu_0 = 0{,}3$ rezultă în cazul figurii 2:

$$M_{rs} = 0{,}3 \,.\, 0{,}3 \,.\, 12 = 1{,}08 \text{ kgcm}$$

și

$$\varepsilon = \frac{1{,}08}{Q} = \frac{1{,}08}{0{,}3} = 3{,}6 \text{ cm},$$

adică, reacțiunea de sprijin N ar trebui să se mute la 3,6 cm de axul piciorului pentru ca momentul de redresare $M_{rd} = N \cdot \varepsilon$ să poată egala momentul de răsturnare, ceea ce nu mai este posibil, deoarece raza tălpii paharului este de numai 3 cm.

Putem calcula valoarea maximă a coeficientului de frecare μ_0 pentru care paharul să nu se răstoarne ținînd seama că ε poate fi maximum egal cu $r = 3$ cm.

Din egalitatea momentelor de răsturnare și redresare avem:

$$\mu_0 Q \cdot h = Q \cdot \varepsilon; \quad \mu_0 = \frac{\varepsilon}{h} = \frac{3}{12} = 0{,}25.$$

Să stabilim acum, cît se deplasează paharul din poziția sa inițială în cursul experienței.

Observăm că această deplasare, pe care o notăm cu x_s, se compune din două părți distincte:

— deplasarea față de masă, efectuată pînă ce șervetul iese complet de sub pahar, și pe care o notăm cu x_1;

— deplasarea pe care o mai execută după ce a ajuns pe masă, cînd, din cauza vitezei cîştigate anterior nu se poate opri imediat, după cum se ştie, ci pe o mică distanţă, prin frecarea dintre talpa lui şi masă ; notăm această deplasare cu x_r.

În total faţă de masă, paharul se va deplasa din poziţia iniţială cu distanţa $x_s = x_1 + x_r$ (3).

Vom calcula pe x_1 şi x_r din legea mişcărilor respective. Pentru aceasta vom determina mai întîi, timpul t_s în care şervetul iese complet de sub pahar.

Pentru studiul mişcării alegem axele ca în figura 5, axa Oy fiind ridicată pe axa verticală a paharului, cînd acesta se află în poziţia sa

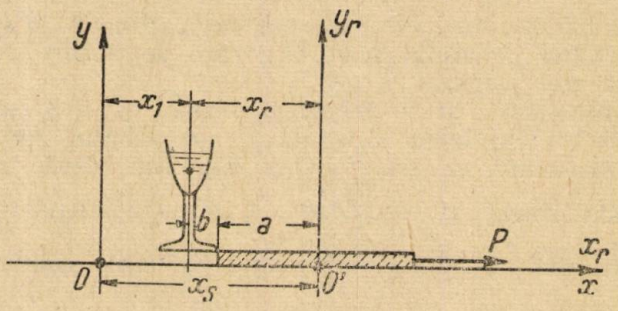


Fig. 5.

iniţială. Axele $O'x_r$, $O'y_r$ legate de şervet reprezinteă axele în mişcarea relativă a paharului. Atît timp cît paharul se mai găseşte pe şervet mişcarea acestuia constituie mişcarea de transport a paharului, iar acceleraţia W_s este acceleraţia respectivă de transport.

Mişcarea absolută a paharului ca şi mişcarea şervetului o raportăm la axele fixe O_x, O_y, legate de masă.

Din figura 5 se vede că în momentul cînd paharul părăseşte şervetul, avem :

$$x_s = x_1 + b + a \qquad (4)$$

în care x_s, este spaţiul parcurs de şervet în timpul t_s, iar x_1, este spaţiul absolut parcurs de pahar în acelaşi timp.

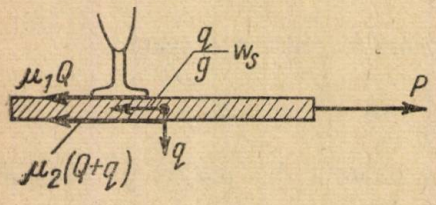


Fig. 6.

Pentru simplificarea calculelor vom presupune că toate forţele care lucrează asupra sistemului rămîn constante în timpul mişcării (P, Q, N şi forţele de frecare) de unde rezultă că şi acceleraţia W_s a şervetului este constantă. Într-adevăr, din echilibrul dinamic al şervetului în timpul alunecării paharului pe el (fig. 6) avem :

$$P - \mu_1 q - \mu_2 (Q + q) - \frac{q}{g} W_s = 0.$$

de unde:

$$W_s = \frac{g}{q}[P - \mu_1 Q - \mu_2 (Q + q)] = C^{tă} \tag{5}$$

Șervetul va avea deci, o mișcare uniform accelerată care ne dă

$$x_s = \frac{1}{2} W_s t_s^2 \tag{6}$$

Mișcarea absolută a paharului este de asemenea uniform accelerată deoarece, după cum se vede din figura 4, avem:

$$\mu_1 Q = \frac{Q}{g} W_a \text{ sau } W_a = \mu_1 g + C^{tă} \tag{7}$$

dacă admitem, așa cum am făcut, o valoare constantă a coeficientului de frecare μ_1. Din mișcarea uniform accelerată a paharului rezultă:

$$x_1 = \frac{1}{2} W_s t_s^2 \tag{8}$$

Înlocuind pe (6) și (8) în (4) obținem:

$$\frac{1}{2} W_s t_s^2 = \frac{1}{2} W_a t_s^2 + b + a,$$

de unde:

$$t_s = \sqrt{\frac{2(a+b)}{W_s - W_a}} \tag{9}$$

La același rezultat putem ajunge studiind mișcarea relativă, a paharului pe șervet, deoarece timpul t_s este totodată egal cu timpul cît paharul parcurge în mișcarea relativă, spațiul $x_r = a + b$.

Pentru aceasta vom determina mai întîi, accelerația relativă a lui:

$$W_a = W_r + W_s.$$

Observăm că sensul accelerației relative nu poate fi decît de la O' spre O, deoarece paharul se află inițial și în repaus relativ nu numai absolut. Accelerația absolută și de transport au sensul O_x. Scalar avem deci:

$$W_a = -W_r + W_s,$$

de unde:

$$W_r = W_s - W_a \tag{10}$$

expresie în care W_s și W_a sînt cunoscute din relațiile (5) și (7). Și accelerația W_r este constantă, deoarece W_s și W_a sînt constante. Rezultă deci, că și mișcarea relativă a paharului este o mișcare uniform accelerată.

Avem deci:

$$x_r = a + b = \frac{1}{2}(W_s - W_a) t_s^2,$$

de unde:

$$t_s = \sqrt{\frac{2(a+b)}{W_s - W_a}}$$

aceeași relație ca (9).

Pe baza timpului t_s putem calcula acum, valoarea spațiului x_1 din (3).

Avem;

$$x_1 = \frac{1}{2} W_a t_s^2 = \frac{1}{2} \mu_1 g \frac{2(a+b)}{W_s - W_a}$$

$$x_1 = \frac{\mu_1 g(a+b)}{W_s - \mu_1 g} \tag{11}$$

Pentru determinarea spațiului x_r din (3) vom calcula mai întîi viteza pe care paharul o are în momentul căderii lui de pe șervet pe masă, admițînd pentru simplificare, că atingerea tălpii de suprafața mesei se face brusc pe toată suprafața ei. Din mișcarea absolută, uniform accelerată a paharului, rezultă $v_1 = W_a t_s$.

După ce ajunge pe masă energia cinetică a paharului este consumată de lucrul mecanic al forței de frecare conform legii energiei:

$$\mu_2 Q x_r = \frac{1}{2} \frac{Q}{g} v_1^2$$

de unde:

$$x_r = \frac{v_1^2}{2\mu_2 g} = \frac{W_a^2 t_s^2}{2\mu_2 g} = \frac{\mu_1^2 g (a+b)}{\mu_2 (W_s - \mu_1 g)}.$$

Cu acestea, avem:

$$x_s = \frac{\mu_1 g (a+b)}{W_s - \mu_1 g} + \frac{\mu_1^2 g (a+b)}{\mu_2 (W_s - \mu_1 g)},$$

$$x_s = \frac{\mu_1 g (a+b)}{W_s - \mu_1 g} \left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_2}\right) \tag{12}$$

În expresia de mai sus s-a lăsat în mod intenționat, accelerația W_s neexplicită, deși expresia ei a fost calculată în (5), — deoarece viteza de execuție a experienței va fi caracterizată tocmai prin valorile diferite alese pntru W_s.

În cazul concret pe care l-am considerat, rezultă:

$$x_s = \frac{0{,}05 \cdot 10 \cdot (0{,}125 + 0{,}03)}{W_s - 0{,}05 \cdot 10} \left(1 + \frac{0{,}05}{0{,}15}\right)$$

$$x_s \cong \frac{0{,}1033}{W_s - 0{,}5}\ m \tag{12}$$

Dacă tragem șervetul cu o accelerație $W_s = 10$ m/s^2, rezultă $x_s = 0{,}0109$ m $= 10{,}9$ mm, din care $x_1 = 8, 5$ mm, adică paharul se

deplasează din poziția sa inițială cu 10,9 mm, din care 8,5 mm împreună cu șervetul, iar $10,9 - 8,5 = 2,4$ mm pe masă .

La $W_s = 20$ m/s², $x_p = 5,3$ mm din care $x_1 = 3,99$ mm,
$W_s = 30$ m/s², $x_p = 3,5$ mm „ „ $x_1 = 2,62$ mm,
$W_s = 40$ m/s², $x_p = 2,6$ mm „ „ $x_1 = 1,96$ mm,
$W_s = 50$ m/s², $x_p = 2,1$ mm „ „ $x_1 = 1,56$ mm,
$W_s = 60$ m/s², $x_p = 1,74$ mm „ „ $x_1 = 1,3$ mm.

La accelerația $W_s = 60/s^2$ paharul se va mișca din poziția inițială numai cu 1,74 mm, ceea ce pentru spectatori trece neobservat.

La această accelerație, forța P, necesară, cu care experimentatorul trebuie să tragă șervetul este, aplicînd principiul lui d'Alembert (fig. 6):

$$P = \mu_1 Q + \mu_2 (Q + q) \frac{q}{g} W_s = 0,05 \cdot 0,3 + 0,15\,(0,3 + 0,02) + \frac{0,02}{10} 60$$

$$P = 0,015 + 0,048 + 0,12 = 0,183 \text{ kg} = 183 \text{ g forță},$$

o forță derizorie ca valoare pentru musculatura brațului unui om. În realitate însă, dificultatea constă în faptul că în timpul experienței antebrațul întreg al experimentatorului și o parte din braț — care înseamnă o masă de cca. 2 kg — masă — trebuie accelerată pe o distanță foarte scurtă, cu o accelerația $W_s = 60 m/s^2$, în cazul de față.

Pentru accelerarea masei antrebrațului, musculatura experimentatorului trebuie să dezvolte deci, nu o forță de 0,183 kg, ci forța

$$P' = \frac{2\ kg}{10\ m/s^2}\ 60\ m/s^2 = 12\ kg \text{ forță},$$

ceea ce este o forță apreciabilă, dar posibil de realizat, lucru de care ne putem convinge și singuri.

NOTE MATEMATICE

ASUPRA UNEI RELAȚII GEOMETRICE. Într-o notă matematică din G.M.F. seria B nr. 1/1960, pag. 21—22 se demonstrează următoarea:

„Dacă o dreaptă ($\triangle$) intersectează laturile AB, AC precum și o ceviană AD ale unui triunghi ABC în punctele respectiv M, N, O atunci avem relația:

$$\frac{DB}{DC} \cdot \frac{AM}{AN} = \frac{OM}{ON} \cdot \frac{AB}{AC}$$

Această problemă a mai fost rezolvată trigonometric și în G.M.F. seria B nr. 8/1960 pag. 495—496.

Dăm mai jos alte soluții:

Soluția I-a. Fie P intersecția dreptei ($\triangle$) cu BC. Se observă că $A(BCDP) = A(MNOP)$ adică:

$$\frac{DB}{DC} : \frac{PB}{PC} = \frac{OM}{ON} : \frac{PM}{PN} \qquad (1)$$

Aplicînd teorema lui Menelaus în triunghiurile ABC și AMN tăiate respectiv de transversalele PMN și PBC avem:

$$\frac{PB}{PC}\cdot\frac{NC}{NA}\cdot\frac{MA}{MB}=1 \quad (2) \qquad \text{și} \qquad \frac{PM}{PN}\cdot\frac{CN}{CA}\cdot\frac{BA}{BM}=1 \quad (3)$$

Din relațiile (2) și (3) obținem:

$$\frac{PB}{PC}=\frac{AN}{AM}\cdot\frac{MB}{NC} \quad (4) \qquad \text{și} \qquad \frac{PM}{PN}=\frac{AC}{AB}\cdot\frac{MB}{NC}. \quad (5)$$

Ținînd seama de (4) și (5), egalitatea (1) devine tocmai relația propusă de demonstrat.

Soluția II. Folosim transformarea prin inversiune.

Prin inversiunea de pol A și modul $k_1>0$, dreapta $(\triangle)$ se transformă în cercul O_1, iar prin inversiunea de pol A și modul $k_2>0$, dreapta BC se transformă în cercul O_2, bineînțeles că ambele cercuri trec prin A.

În virtutea formulelor de transformare prin inversiune avem:

$$M'O'=k_1\frac{MO}{AM\cdot AO}, \quad (1) \quad ; \quad N'O'=k_1\frac{NO}{AO\cdot AN}, \quad (2);$$

$$B'D'=k_2\frac{BD}{AB\cdot AD}, \quad (3) \quad ; \quad D'C'=k_2\frac{DC}{AD\cdot AC}, \quad (4)$$

unde s-a notat cu $B', C', D', M', \ldots$ inversele punctelor $B, C, D, M, \ldots$

Împărțind (1) la (2); (3) la (4) avem:

$$\frac{M'O'}{N'O'}=\frac{OM}{ON}\cdot\frac{AN}{AM} \quad (5) \qquad \text{și} \qquad \frac{B'D'}{D'C'}=\frac{DB}{DC}\cdot\frac{AC}{AB}. \quad (6)$$

Dar $\frac{B'D'}{M'O'}=\frac{D'C'}{N'O'}=\frac{R_2}{R_1}$, ($R_1$ și R_2) fiind razele cercurilor O_1 și O_2)

sau

$$\frac{B'D'}{D'C'}=\frac{M'O'}{N'O'}. \quad (7)$$

Ținînd seama de (7), din (5) și (6) rezultă $\frac{OM}{ON}\cdot\frac{AN}{AM}=\frac{DB}{DC}\cdot\frac{AC}{AB}$, adică o altă formă sub care poate fi scrisă relația de demonstrat.

Mihăilescu I. Viorel
student anul II matemat. București

DEMONSTRAREA UNEI INEGALITĂȚI TRIGONOMETRICE. În cele ce urmează sînt expuse alte două demonstrații, diferite de cele cunoscute, ale inegalității ce există într-un triunghi:

$$\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}\leqslant\frac{1}{8}.$$

1. Considerăm inegalitățile evidente:

$$a^2 \geqslant a^2 - (b-c)^2;\ b^2 \geqslant b^2 - (c-a)^2;\ c^2 \geqslant c^2 - (a-b)^2,$$

a, b și c fiind numere pozitive. Înmulțind inegalitățile de mai sus, membru cu membru, obținem:

$$abc \geqslant (-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c).$$

Dacă a, b și c sînt laturile unui triunghi și pentru că laturile sînt proporționale cu sinusurile unghiurilor respective, obținem:
$\sin A \sin B \sin C \geqslant (-\sin A + \sin B + \sin C)(\sin A - \sin B + \sin C)$ $(\sin A + \sin B - \sin C)$.

Întrucît $\sin A = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}$ și $-\sin A + \sin B + \sin C =$ $= 4 \cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$, etc, inegalitatea devine:

$$\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leqslant \frac{1}{8}.$$

Cînd $a = b = c$ inegalitatea devine egalitate.

2. Dacă înmulțim cu a, b și c respectiv inegalitățile $b^2 + c^2 \geqslant 2bc$; $c^2 + a^2 \geqslant 2ca$; $a^2 + b^2 \geqslant 2ab$ și facem suma, obținem $a(b^2+c^2) + b(c^2 + + a^2) + c(a^2+b^2) \geqslant 6abc$.

Dacă adunăm la ambii membri $3abc$ și descompunem în factori, se obține:

$$(a+b+c)(ab+bc+ca) \geqslant 9abc.$$

Considerînd pe a, b, c (pozitive) laturile unui triunghi, inegalitatea devine:
$(\sin A + \sin B + \sin C)(\sin A \sin B + \sin B \sin C + \sin C \sin A) \geqslant$ $9 \sin A \sin B \sin C$.

Întrucî: $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$,

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2}[\cos(A-B) - \cos(A+B)] = \frac{1}{2}[\cos(A-B) + + \cos C] \text{ etc, și } \sin A = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2},$$

inegalitatea se mai poate scrie:

$$\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leqslant \frac{1}{36}[\cos A + \cos B + \cos C + \cos(A-B) + + \cos(B-C) + \cos(C-A].$$

Însă:

$$\cos A + \cos B + \cos C \leqslant \frac{3}{2} \text{ (vezi G.M.F.-B. nr. 1/1960 pg. 29); iar}$$

$$\cos(A-B) + \cos(B-C) + \cos(C-A) \leqslant 3.$$

Deci :

$$\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}\leqslant\frac{1}{36}\left(\frac{3}{2}+3\right);\ \text{sau}\ \sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}\leqslant\frac{1}{8}$$

Rădulescu Mircea, absolvent Constanța

PROBLEME REZOLVATE

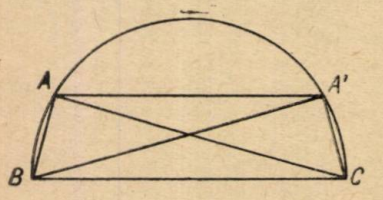
Problema 3761

Să se construiască un triunghi dreptunghic a cărui ipotenuză a este dată, știind că mediana corespunzătoare ipotenuzei este medie geometrică între cele două catete.

(Olimpiada internațională de matematică, 1959)

Soluție. — Mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză. Avem deci :

$$\frac{a^2}{4}=bc.$$



Dar $bc=ah$, unde h este înălțimea perpendiculară pe ipotenuză. Deci $\frac{a^2}{4}=ah$, de unde $h=\frac{a}{4}$.

Construcția. Se duc paralele la ipotenuza BC la distanța $\frac{BC}{4}$ de ea. Această paralelă taie semicercul de diametru BC în două puncte A și A'. Triunghiurile ABC și $A'BC$ sînt triunghiurile căutate.

Problema 3927

1° Să se reprezinte funcția $y=(m-1)x^2+(7m-3)x-4$ *pentru* $m=\frac{11}{15}$ *2° Să se determine valorile lui* m *pentru care rădăcinile* x_1 *și* x_2 *ale ecuației*

$$(m-1)x^2+(7m-3)x-4$$

satisfac relația $1<x_1<2<x_2$.

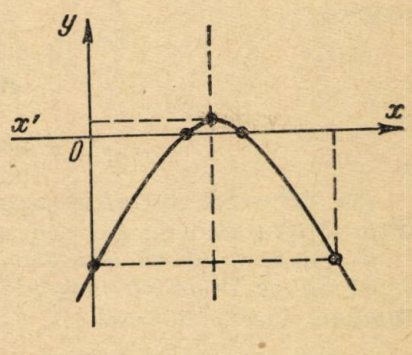
(Chestiune de examen)

1° Soluție. — Pentru $m=\frac{11}{15}$, y devine :

$$y=-\frac{4}{15}x^2+\frac{32}{15}x-4=\frac{4}{15}(-x^2+8x-15).$$

Rădăcinile acestui trinom sînt $x_1 = 3$ și $x_2 = 5$. Pentru $x = 0$, $y = -4$. Valoarea maximă a acestui trinom este dată de $x=4$ pentru care avem $x = \frac{4}{15}$. Alcătuim tabloul de variație al trinomului:

x	$-\infty$		0	3	4	5		8	$+\infty$
y	$-\infty$	$-$	4	0	$\frac{4}{15}$	0	$-$	4	$-\infty$
					max.				



2°. Mai întîi trebuie ca discriminatul ecuației date să fie pozitiv. Avem:

$$\Delta=(7m\ \ 3)^2+16(m-1)=49m^2-42m+9+16m-16=49m^2-26m-7.$$

Rădăcinile acestui trinom sînt:

$$m_{1,2} = \frac{13 \pm 16\sqrt{2}}{49}.$$

Trebuie deci ca:

$$m < \frac{13-16\sqrt{2}}{49}, \text{ sau } \quad m > \frac{13+16\sqrt{2}}{49}.$$

Pentru ca 2 să fie cuprins între rădăcini trebuie ca:

$$(m-1) \cdot y(2) < 0$$

sau

$$(m-1)\,[(m-1)\cdot 4 + (7m-3)\cdot 2 - 4] < 0$$

sau

$$2\,(m-1)\,(9m-7) < 0$$

satisfăcută pentru $\frac{7}{9} < m < 1$.

Pentru ca 1 să fie în afara rădăcinilor trebuie ca

$$(m-1) \cdot y\,(1) > 0$$

sau

$$(m-1)\,(m-1+7m-3-4) > 0$$

sau

$(m-1)^2 > 0$ valabilă pentru orice m real.

În concluzie, pentru ca $1 < x_1 < 2 < x_2$ trebuie ca

$$\frac{7}{9} < m < 1$$

deoarece

$$\frac{13 + 16\sqrt{2}}{49} < \frac{7}{9}$$

Problema 3932

Fie $AB = 2R$ diametrul unui cerc de centru O. Se prelungește diametrul AB cu distanța $BC = R$ și se duce tangenta CD la cerc. Se cere:

a) *Să se arate că triunghiul ACD este isoscel,*

b) *Să se arate că tangenta CD este egală cu latura triunghiului echilateral înscris în cerc,*

c) *Să se arate că dacă $BC = 8R$, atunci $CD = 6\,AD$, iar $BD = \frac{4}{3}R$.*

d) *Fie E mijlocul lui BD. Dreapta OE taie pe CD în F. Să se arate că $DF = \frac{CD}{3}$.*

e) *Să se afle locul geometric al mijlocului segmentului CD cînd punctul D descrie cercul de diametru AB, C fiind fix.*

(Chestiune de examen)

Soluție: a) În triunghiul dreptunghic DOC mediana DB este egală cu jumătatea ipotenuzei OC, adică cu BC; deci $\sphericalangle BCD = \sphericalangle BDC$. Dar $\sphericalangle BDC = \sphericalangle DAC$, avînd aceeași măsură $\frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$. Deci, $\sphericalangle BCD = \sphericalangle ACD = \sphericalangle DAC$, ceea ce ne arată că triunghiul ACD este isoscel.

b) Aplicînd puterea punctului C față de cerc avem:

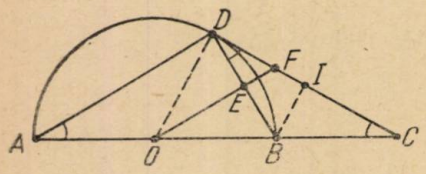
$$CD^2 = CB \cdot CA = R \cdot 3R = 3R^2;\ \text{de unde}\ CD = R\sqrt{3} = l_3$$

c) Din triunghiul dreptunghic CDO avem: $CD = \sqrt{OC^2 - OD^2} = \sqrt{81R^2 - R^2} = R\sqrt{80}$ și $\cos C = \frac{CD}{OC} = \frac{R\sqrt{80}}{9R} = \frac{\sqrt{80}}{9}$.

În triunghiul ACD, teorema cosinusului ne permite să scriem

$$AD^2 = CD^2 + AC^2 - 2AC \cdot CD \cdot \cos C = 80R^2 + 100R^2 - 2 \cdot 10R \cdot R\sqrt{80} \cdot \frac{\sqrt{80}}{9} =$$

$$= \frac{20}{9}R^2$$



Deci, $AD = \frac{R}{3}\sqrt{20}$.

Se observă că $CD = R\sqrt{80} = 6 \cdot \frac{R}{3}\sqrt{20} = 6\,AD$.

Din triunghiul dreptunghic ADB avem: $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} =$

$= \sqrt{4R^2 - \frac{20}{9}R^2} = \frac{4}{3}R.$

d) Se observă ușor, că OE și AD sînt paralele. În triunghiul CAD, conform teoremei lui Thales avem:

$$\frac{AO}{AC} = \frac{DF}{DC},$$

de unde,

$$DF = \frac{AO \cdot DC}{AC}.$$

Cum $AO = R$, $AC = 3R$, avem:

$$DF = \frac{R \cdot DC}{3R} = \frac{CD}{3}.$$

e) Fie I mijlocul lui CD. Din triunghiul COD deducem ușor că $BI = \frac{OD}{2} = \frac{R}{2}$ = constant.

B fiind fix, iar BI un segment de lungime constantă, locul lui I este cercul de centru B și rază $\frac{R}{2}$.

Problema 3991

În triunghiul oarecare ABC în care am dus înălțimile AA' BB', CC' însemnăm cu H ortocentrul și cu D mijlocul laturii BC. Să se demonstreze că:

a) *dreptele $B'D$ și $C'D$ sînt tangente cercului circumscris patrulaterului inscriptibil $AC'HB'$; b) dacă $M \equiv (CC', B'D)$ și $N \equiv (BB', C'D)$ atunci dreptele AD, BM și CN sînt concurente.*

Stelian Lambă, V. Roaită

Soluția I: a) $B'D$ fiind mediana corespunzătoare unghiului drept din triunghiul dreptunghic $B'BC$ este egală cu jumătatea mărimii ipotenuzei BC. Deci: $B'D = BD$. Rezultă că triunghiul DBB' este isoscel și de aceea avem $\sphericalangle BB'D = \sphericalangle DBB'$. Avînd în vedere că triunghiurile dreptunghice $A'AC$ și $B'BC$ au unghiul C comun cu $\sphericalangle DBB' = \sphericalangle HAB'$, rezultă: $\sphericalangle BB'D = \sphericalangle HAB'$, ceea ce dovedește că $B'D$ este tangentă cercului $AC'HB'$.

Analog se arată că $C'D$ este tangentă aceluiași cerc.

b) Conform teoremei lui Ceva, din triunghiul dreptunghic $B'BC$ avem

$$BD \cdot CQ \cdot B'H = DC \cdot QB' \cdot HB$$

unde $Q \equiv (BM, AC)$ și ținînd seama că $BD = DC$ deducem:

$$CQ \cdot B'H = QB' \cdot HB \quad \text{sau} \quad \frac{B'H}{HB} = \frac{QB'}{CQ}$$

și în virtutea reciprocei teoremei lui Thales, QH și BC sînt paralele.

Analog se arată că PH și BC sînt paralele. $(P \equiv CN \cdot AB)$.

Rezultă că punctele P, H și Q sînt pe o dreaptă paralelă cu BC.

Deoarece PQ și BC sînt paralele putem scrie după teorema lui Thales:

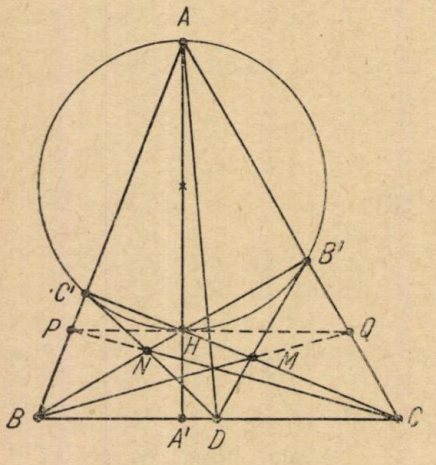
$$\frac{AP}{PB} = \frac{QA}{CQ} \quad \text{sau} \quad AP \cdot CQ = PB \cdot QA$$

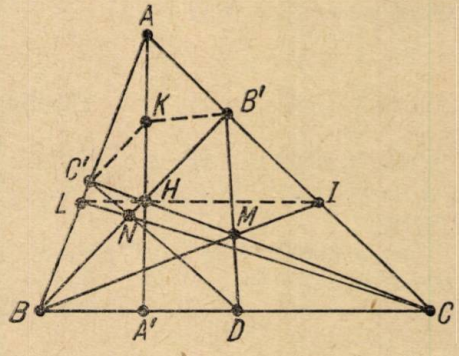
Cum însă, $BD = DC$ rezultă că

$$BD \cdot CQ \cdot AP = DC \cdot QA \cdot PB$$

în virtutea reciprocei teoremei lui Ceva dreptele AD, BQ, CP sînt concurente.

Soluția II dată de *Albu P. Toma*, elev Petroșani; a) Fie K mijlocul lui AH. Punctele D, A', C', K, B' sînt situate pe cercul lui Euler.





Dar mijloacele laturilor și mijloacele segmentelor AH, BH, CH sînt respectiv diametral opuse în acest cerc.

Deci, $\sphericalangle KB'D = 90°$ și $\sphericalangle KC'D = 90°$, deoarece unghiurile $KB'D$ și $KC'D$ sînt înscrise în semicerc.

Se vede ușor că centrul cercului $AC'HB'$ este K. Așadar, $B'D$ și $C'D$ sînt tangente acestui cerc.

b) Notăm $I \equiv (AC, BM)$, $L \equiv (AB, CN)$. În triunghiul $B'BC$ ținînd seama de teorema lui Ceva și de faptul că $BD = DC$ avem: $\frac{HB'}{HB} = \frac{IB'}{IC}$, adică HI și BC sînt paralele. Analog în triunghiul $C'BC$, LH și BC sînt paralele. Deci, L, H, I sînt trei puncte colineare așezate pe o paralelă la BC.

Se știe că într-un trapez mijloacele bazelor, intersecția diagonalelor și intersecța laturilor neparalele sînt colineare.

Aplicînd această proprietate trapezului $LBCI$, deducem că AD, BM și CN sînt concurente.

Problema 3992

Să se rezolve în numere întregi ecuația :

$$6xyz - 4xy - 12xz - 3yz + 8x + 2y + 6z - 5 = 0$$

C. G. Bănică, elev Cîmpulung Muscel

Soluție : Se mai poate scrie succesiv :

$$(6xyz - 12xz - 3yz + 6z) - (4xy - 8x - 2y + 4) =$$

$$= 3z(2xy - 4x - y + 2) - 2\ (2xy - 4x - y + 2) =$$

$$= (3z - 2)\ (2xy - 4x - y + 2) =$$

$$= (3z - 2)\ [2x\ (y - 2) - (y - 2)] =$$

$$= (3z - 2)\ (2x - 1)\ (y - 2) = 1$$

Partea I este egală cu 1 cînd

$$2x - 1 = 1\ ;\ y - 2 = 1\ ;\ 3z - 2 = 1,\ \text{de unde}$$

$$x = 1,\ y = 3,\ z = 1,\ \text{sau}$$

partea I este egală cu 1 și cînd $2x - 1 = 1$, $y - 2 = -1$, $3z - 2 = -1$, sau $2x - 1 = -1$, $y - 2 = -1$, $3z - 2 = 1$ sau $2x - 1 = -1$, $y - 2 = 1$, $3z - 2 = -1$.

Aceste relații nu dau toate soluții întregi.

Problema E : 1384

Din cele 64 tone grîu, recoltate de o gospodărie agricolă colectivă, 5360 kg au fost oprite pentru însămînțat, 186,4 q au fost valorificate prin Centrocoop, iar restul s-a împărțit colectiviștilor. Să se exprime procentual cantitatea de grîu care s-a împărțit colectiviștilor precum și valoarea produselor industriale primite prin Centrocoop știind că grîul a fost valorificat la prețul de 1,44 lei kilogramul.

I. Șt. Mușat

Soluție : Prin Centrocoop au fost valorificate 186,4 $q = 18\,640$ kg. Colectiviștilor li s-au împărțit :

$$64\,000 - 5\,360 - 18\,640 = 40\,000 \text{ kg grîu.}$$

Procentual, această cantitate de grîu este de :

$$\frac{40000 \times 100}{64000} = 62{,}50\%$$

Valoarea produselor industriale primite prin Centrocoop, în schimbul grîului, este de:

$$1{,}44 \times 18\,640 = 26\,841{,}60 \text{ lei.}$$

Problema E: 1389

Se prevede ca la sfîrșitul septenalului, producția diferitelor produse să crească după cum urmează:

Semințe oleaginoase — la 5 500 000 tone, adică cu 10% mai mult decît în 1958.

Fibre de in — la 580 000 tone, adică cu 31% mai mult decît în 1958.

Cartofi — la 147 000 000 tone față de 86 000 000 tone în 1958, se spune la Congresul al XXI-lea extraordinar al P.C.U.S.

Să se afle cîte tone de semințe oleaginoase și fibre de in s-au produs în 1958 și cu cît la sută va crește producția de cartofi în 1965 față de 1958.

D. M. Bătinețu

Soluție: Semințe oleaginoase se vor produce în 1965: 100% + 10% = față de 1958.

Producția din 1958 este deci:

$$x = \frac{5\,500\,000 \times 100}{110} = 5\,000\,000 \text{ tone}$$

2. Fibre de in se vor produce în 1965: 100% + 31% = 131% față de 1958.

Producția din 1958 este deci:

$$y = \frac{580\,000 \times 100}{131} = \frac{58\,000\,000}{131} = 442{,}748 \text{ tone.}$$

3. Cartofi se vor produce cu:

$$p\,\% = \frac{(147\,000\,000 - 86\,000\,000)100}{86\,000\,000}\,\% = \frac{6100}{86}\,\% = 70\,\frac{40}{43}\,\%$$

mai mult decît în 1958.

Problema E: 1391

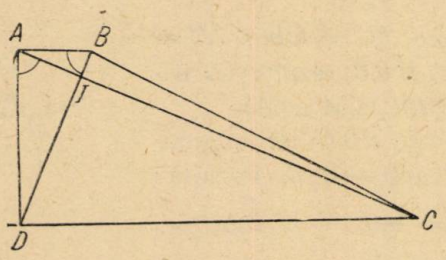
Dacă diagonalele unui trapez dreptunghic sînt perpendiculare, atunci în acest trapez, înălțimea este medie proporțională între baza mare și baza mică.

Stelian Lambă, Tuzla

Soluție: Să considerăm trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \perp AD$ și $AC \perp BD$. Fie I intersecția diagonalelor. Din asemănarea triunghiurilor dreptunghice ADI și CDI avem:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{AI}{DI} = \frac{DI}{CI}$$ și de aici deducem:

$$\frac{AD}{CD^2} = \frac{AI}{CI}.$$



Din asemănarea triunghiurilor ABI și CDI avem:

$$\frac{AI}{CI} = \frac{AB}{CD}, \text{ de unde rezultă } \frac{AD^2}{CD^2} = \frac{AB}{CD},$$

sau:

$$AD^2 = AB \cdot CD$$

Problema E: 1457

Fără să se facă împărțirea, să se spună dacă 54 450 se împarte exact la 2 475 și să se arate care este cîtul.

Șerban Popescu

Soluție: Ne folosim de regula divizibilității a două numere descompuse în factori primi.

„Un număr se împarte exact la altul atunci cînd factorii primi ai împărțitorului se găsesc printre factorii primi ai deîmpărțitului la puteri mai mici sau cel mult egale".

Descompunînd numerele în factori primi obținem:

$$54150 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11^2$$

$$2475 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11$$

Factorii primi ai împărțitorului se găsesc printre factorii primi ai deîmpărțitului, așa cum cere regula.

Rezultă că 54 450 se împarte exact la 2475.

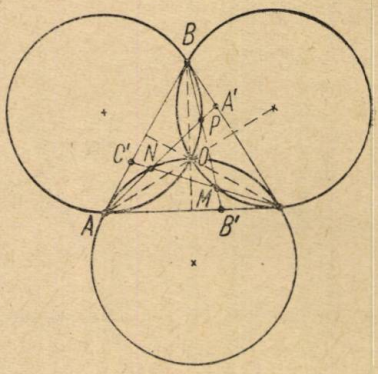
Cîtul va fi:

$$\frac{54450}{2475} = 2 \cdot 11 = 22.$$

Problema E : 1469

Pe laturile BC, CA, AB ale triunghiului echilateral ABC se iau punctele A', B', C' în așa fel încît AC' = BA' = CB', iar punctele A', B', C' să fie toate fie pe laturi, fie pe prelungiri. Se notează : P ≡ ≡(AA', BB') ; M ≡ (BB' ; CC') ; N ≡ (CC' ; AA'). Să se găsească locurile geometrice ale punctelor M, N, P cînd A', B', C' variază.

R. Z. Eftimie



Soluție : Deoarece $AC' = CB'$; $AC = BC$; $\sphericalangle C'AC = \sphericalangle B'CB$ rezultă că triunghiurile $AC'C$ și $BB'C$ sînt egale.

Deci, $\sphericalangle AC'C = \sphericalangle BB'C$ iar unghiurile $AC'M$ și $AB'M$ suplimentare. Rezultă :

$$\sphericalangle CMB = C'MB' = 180° - \sphericalangle BAC = 120° = \text{const}$$

Locul geometric al lui M este un cerc care trece prin centrul O al triunghiului și prin vîrfurile B și C ale aceluiași triunghi.

Analog pentru punctele N, P. Punctul comun al celor trei cercuri va fi O.

PROBLEME PROPUSE *)

4462. 1°. Să se construiască curba $xy^2 + x^2 - y^2 = 0$.

2°. O paralelă la axa x-lor taie această curbă în două puncte M_1 și M_2 ; să se arate că segmentul M_1M_2 este văzut din origină sub un unghi drept.

3°. Să se găsească locul geometric al mijlocului segmentului M_1M_2 cînd paralela se deplasează.

E. Morțun

4463. Se consideră pe axa Ox punctele fixe A, B, C. Prin C se duce o dreaptă variabilă care întîlnește prima bisectoare a axelor în M și axa Oy în N. Să se afle locul geometric al intersecției dreptelor AM, BN.

Să se determine abscisa punctului C (A și B fiind date), astfel ca locul geometric să fie o a doua bisectoare a axelor.

Gh. D. Simionescu

---

*) VIII (4467, 4470, 4475, 4486, 4494); IX (4465, 4468, 4481, 4483, 4487, 4490, 4496, 4498, X (4464, 4469, 4472, 4473, 4474, 4478, 4479, 4480, 4482, 4484, 4485, 4488, 4489, 4492, 4497); XI (4462, 4463, 4466, 4471, 4476, 4477, 4491, 4493, 4495).

4464. Se notează:

$$P_n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^2 + \ldots + a_nx^n.$$

a) Dacă $a_0 = a_1 = a_2 = \ldots = a_n$ să se arate că P_{1999}, P_{19999}, P_{199999} etc. sînt divizibili cu P_{19}, P_{199}, P_{1999}. Să se găsească toate polinoamele P_n cu care P_{1999}, P_{19999} etc. sînt divizibile.

b) Dacă $a_0 = a_1 = a_2 = \ldots = a_n$ să se determine relația dintre m și n pentru ca P_m să fie divizibil cu P_n; să se afle cîtul $P_m : P_n$ cînd această relație de divizibilitate este îndeplinită. Aplicație la pct. *a*).

c) Ce condiție trebuie să satisfacă coeficienții a_0, a_1, a_2, ..., a_n (mai generală decît cea de la punctele *a*) și *b*)) pentru ca P_m să fie divizibil cu P_n știind că relația dintre m și n de la punctul *b*) este satisfăcută.

d) Se notează $N_r = 111 \ldots 1$ un număr cu r cifre scris într-o bază $p \geqslant 2$. În ce caz numărul N_s este divizibil cu numărul N_t?

T. Roman

4465. Se consideră un trapez isoscel $ABCD$ în care AB este baza mică și CD baza mare, și un punct M a cărui poziție este variabilă pe dreapta AB. Se circumscrie triunghiurilor MAD și MCB cîte un cerc, segmentele MC și MD fiind tăiate de aceste cercuri în punctele I și J respectiv.

a) Să se arate că perpendiculara pe IJ în mijlocul acestuia, trece printr-un punct fix.

b) Fie O punctul de întîlnire al laturilor neparalele AD și BC ale trapezului și M' al doilea punct de intersecție al celor două cercuri. Să se arate că punctele O, M, M' sînt colineare.

c) Care este locul geometric al punctului M'?

C. Vasilescu, Ploești

4466. Să se determine ecuația elipsei cu focarele $F(\sqrt{3}, O)$, $F'(-\sqrt{3}, O)$ și trecînd prin $M\left(\frac{6}{5}, \frac{4}{5}\right)$.

— Să se determine ecuația hiperbolei echilatere tangente axei Oy și avînd ca asimptote dreptele $x-y=0$, $x+y=2$.

— Să se determine abscisele punctelor de intersecție ale curbelor de mai sus (partea întreagă a acestor abscise se va afla pe cale grafică, iar partea zecimală prin calcul cu cel puțin două zecimale exacte însă cu cît mai puține calcule).

T. Roman

4467. O sanie care alunecă pe o pantă de 60^0 are o greutate de 100 kgf. Știind că înălțimea de la care alunecă este de 5 m, iar coeficientul de frecare este 0,01, să se determine:

a) accelerația cu care alunecă sania; b) viteza pe care o are sania la terminarea pantei; c) timpul în care a fost străbătută panta; d) distanța pe care o parcurge sania pe planul orizontal pînă se oprește. Coeficientul de frecare cu planul orizontal este 0,03.

* * *

4468. Unghiurile unui triunghi oarecare ABC fiind împărțite în cîte trei părți egale prin dreptele AY, AZ, BZ, BX, CX, CY (v. R.M.F. p. 198/1953) rezultă triunghiul echilateral XYZ. Fie X', Y', Z' proiecțiile punctelor X, Y, Z respectiv, pe BC, CA, AB. Să se demonstreze că dreptele AX', BY', CZ' sînt concurente.

D. Bătinețu

4469. Trei elemente identice sînt legate în paralel printr-o rezistență exterioară bobinată pe o carcasă cilindrică. Rezistența interioară a unui element este de $0{,}75\,\Omega$, iar cîmpul magnetic creat în bobina ce are 200 spire, este de 0,5 Oe. Știind că lungimea bobinei este de 1 m, iar rezistența interioară a bobinei este de 40 de ori mai mare decît rezistența bateriei de elemente, să se găsească f.e.m. a unui singur generator.

Merches Ioan, Botoșani

4470. Unei piese de oțel trebuie să i se dea o gaură cu diametrul de 30 mm și cu adîncimea de 90 mm. Știind că timpul necesar perforării piesei este de un minut, iar turația burghiului este de 27 rot/min. să se calculeze: a) viteza de tăiere a burghiului și b) avansul burghiului în piesă în decursul unei rotații a acestuia.

* * *

4471. Pe parabola $y^2 = 2px$ se consideră un punct M variabil. Să se afle locul geometric al intersecției tangentei în punctul M la parabolă, cu paralela dusă prin mijlocul dreptei FM la axa parabolei (F fiind focarul).

* * *

4472. Să se rezolve complet ecuația:

$$x^3 + px - q^2 = 0, \text{ știind că } x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 \text{ și } x_1 = x_2 x_3.$$

V. Ștefănescu, Odobești

4473. Să se stabilească indentitatea:

$$\cos 3^\circ = \frac{1}{4}\left(\frac{\sqrt{5+\sqrt{5}}}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{3}+1}\right)$$

K. Francisc, cl. XI, Tg. Mureș

4474. Să se rezolve ecuația:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

știind că există relația: $b^2 - 3ac = 0$.

Moldovan Grigore, student Cluj

4475. Dacă abc este un număr de trei cifre $(a > c)$, să se arate că:

$$\begin{array}{r} abc - \\ cba \\ \hline def + \\ fed \\ \hline 1089 \end{array}$$

Gh. Bercea, Timișoara

4476. Să se afle cîți atomi de mercur se găsesc într-un centimetru cub din „vidul barometric" la temperatura de 26°C, cînd presiunea vaporilor saturanți de mercur este de 0,002 torr. Se știe că vaporii de mercur sînt monoatomici.

C. Bukowski, Sighișoara

4477. În jurul datei de 20.VI.1960, cînd Jupiter a fost în opoziție cu Soarele, două intrări succesive ale satelitului I_0 în umbra lui Jupiter se produc la un interval de 42 ore 28 minute și 36 secunde, iar în jurul datei le 17. IX. 1960, cînd Jupiter a fost în cuadratură estică cu Soarele, două ieșiri succesive ale lui I_0 din umbra lui Jupiter s-au produs la un interval de 42 ore 28 minute și 51 secunde. Viteza luminii fiind de 300 000 km/s, să se afle viteza Pămîntului pe orbita sa.

C. Bukowski, Sighișoara

4478. Un con drept, din platină, cu generatoarea de 10 cm și cîntărind 10 kg este atîrnat de vîrful său printr-un fir de greutate neglijabilă, de platanul unei balanțe hidrostatice. Conul se cufundă parțial în mercur. Să se determine:

a) Porțiunea din generatoare rămasă necufundată în mercur cînd se echilibrează balanța printr-o greutate marcată de 6 kg așezată în celălalt platan;

b) Greutatea care trebuie pusă în cel de-al doilea platan pentru a realiza echilibrul balanței, cînd conul este cufundat în întregime în mercur.

Densitatea platinei se ia de 21,5 g/cm³, iar a mercurului 13,6 g/cm³.

Olimpiada 1960, anul II sc. pedagogice

4479. Sferele G_1 și G_2 trecînd prin vîrfurile A,B,C ale unui tetraedru $ABCD$ retaie dreptele DA, DB, DC în K_1, L_1, M_1 și respectiv în K_2, L_2, M_2. Să se demonstreze că triunghiurile $K_1L_1M_1$ și $K_2L_2M_2$ sînt asemenea.

Journal de mathématiques, nr. 1, 1960)

4480. Să se demonstreze că $5^{8n} - 2^{4n} \cdot 7^{2n}$ este divizibilă cu 1959.

(Journal de mathématiques, dec. 1959)

4481. Să se rezolve sistemul:

$$x + y + z = 0 \ , \ x^2 + y^2 - z^2 = 20$$
$$x^4 + y^4 - z^4 = 560.$$

(Matematikai és Fizikai Lapok, Cluj)

4482. Să se arate că:

$$(a_1^{m+p} + a_2^{m+p} + \ldots + a_n^{m+p})\ (a_1^{m-p} + a_2^{m-p} + \ldots + a_n^{m-p}) \geqslant$$
$$\geqslant (a_1^m + a_2^m + \ldots + a_n^m)^2$$

unde $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ sînt numere pozitive.

C. Ionescu-Țiu

4483. Două triunghiuri dreptunghice au cîte un unghi egal cu 15^0. Cateta mare a unuia din aceste triunghiuri este egală cu cateta mică a celuilalt triunghi. Să se arate că suma ariilor acestor două triunghiuri este dublul ariei patratului cu latura cît lungimea catetelor egale.

C. Ionescu-Țiu

4484. Să se arate că $3 + x > 3\sqrt[3]{1 + x}$, x fiind un număr pozitiv.

* * *

4485. Se dau n numere complexe $z_1, z_2, \ldots, z_n$ astfel încît dacă sînt reprezentate ca puncte în plan ele vor fi vîrfurile unui poligon regulat. Să se demonstreze că dacă numărul complex z are proprietatea că:

$$\frac{1}{z_1 - z} + \frac{1}{z_2 - z} + \ldots + \frac{1}{z_n - z} = 0$$

atunci punctul z din planul corespunzător se află în interiorul acestui poligon.

(Clasa X, Olimpiada 1959, Moscova)

4486. a) Ce viteză tangențială trebuie imprimată unui satelit artificial al Pămîntului pentru a se roti pe o traiectorie circulară la o înălțime egală cu raza Pămîntului? ($R = 6400$ km).

b) Ce forță centripetă în kilograme-forță acționează asupra satelitului dacă masa lui este de 400 kg?

c) Cu ce viteză unghiulară se rotește satelitul și de cîte ori înconjoară Pămîntul în 24 de ore?

(Clasa VIII, Olimpiada 1960, etapa regională)

4487. O butelie cu capacitatea de 25 litri conține hidrogen la presiunea de 59 at. și temperatura de 22°C.

a) Ce presiune va indica manometrul montat la butelie la temperatura de $-13°C$?

b) Care este masa hidrogenului din butelie și ce cantitate de căldură se obține prin arderea lui, dacă puterea calorică a hidrogenului este de 12000 kcal/m³ N? (R = 0,082 l at./mol. grad).

c) La ce temperatură există un pericol de explozie, dacă butelia rezistă pînă la cel mult 75 at.?

(Clasa IX, Olimpiada 1960, etapa regională)

4488. În circuitul unei baterii cu forța electromotoare de 4 V se găsește o rezistență de 1,4 Ω și un solenoid cu rezistența de 8 Ω. Solenoidul are 100 spire, secțiunea de 25 cm² și o lungime de 6,28 cm. În paralel cu solenoidul se găsește montat un voltametru cu sulfat de cupru, avînd rezistența de 2 Ω. După închiderea circuitului pe catodul voltametrului se depun 320 mg Cu în 20 min 5 s. Să se calculeze:

a) Intensitatea curenților în ramurile circuitului.

b) Intensitatea cîmpului magnetic în interiorul bobinei, fluxul liniilor de forță și inductanța proprie a solenoidului.

c) Rezistența interioară a bateriei.

Echivalentul electrotehnic al cuprului este 0,32 mg/C.

(Clasa X, Olimpiada 1960, etapa regională)

4489. Să se afle cel mai mic număr n pentru care numărul $N=5^n+n$ este divizibil prin 31.

Nanu O., student Iași

4490. În triunghiul oarecare ABC cercul de rază BC și de centru B taie pe AB în D. Paralela din D la BC taie pe AC în E. Bisectoarea unghiului AED taie pe AD în F. Dreptele FC și DE și bisectoarea unghiului A sînt concurente. (în legătură cu problema 3945).

C. Tudor, student București

4491. Un circuit electric este format dintr-o rezistență de 10 Ω legată în paralel cu un condensator de 108,2 μF și cu o inductanță de 94,6mH. Știind că frecvența rețelei în care este utilizat acest circuit este $\nu = 42$ Hz, se cere să se determine impedanța, rezistența și reactanța echivalentă a circuitului, precum și defazajul acesteia față de originea de fază.

Ion S. Antoniu

4492. Se consideră o piramidă regulată echifacială. Poligonul bazei are n laturi. Fețele laterale formează cu planul bazei unghiul α, iar între ele unghiul β. Muchiile alăturate formează unghiul γ.

Să se demonstreze relațiile:

$$1)\ \sec\alpha = n$$

$$2)\ \operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2} = n\operatorname{cotg}\frac{180^\circ}{n}$$

$$3)\ n^2\cdot\cos\beta = (1-n^2)\cos 180^\circ\left(1-\frac{2}{n}\right)-1.$$

C. V. Costăchescu

4493. Un ceasornic cu pendul a cărui oscilație completă este de 1" este așezat într-un tren care se mișcă uniform accelerat, fără viteză inițială. Planul de oscilație al pendulului este paralel cu direcția de mișcare a trenului. În timp de 10 secunde ceasornicul o ia înainte cu 0,5 secunde. Să se calculeze:

a) accelerația trenului și viteza sa după acest interval de timp;

b) unghiul dintre verticala locului și direcția poziției de echilibru a pendulului în timpul accelerației trenului.

C. Savu, profesor, Urlați

4494. Avem o greutate $G = 300$ kgf. Această greutate este ridicată cu ajutorul unui scripete mobil. Un capăt al funiei ce susține scripetele mobil este prins de un scripete diferențial. Scripetele diferențial se pune în mișcare cu ajutorul unui șurub fără sfîrșit.

Să se afle cu ce forță trebuie să învîrtim mînerul șurubului dacă lungimea manivelei este de 30 cm; pasul șurubului este 6 mm, raza roții mari la scripetele diferențial 20 cm și raza roții mici 10 cm.

* * *

4495. Un generator de curent alternativ are 8 perechi de poli, rotorul lui face 375 rot/min. Să se determine frecvența curentului alternativ, perioada și pulsația.

* * *

4496. Să se rezolve sistemul

$$\frac{a}{x+b}+\frac{c}{y}=d\,;\quad \frac{a}{y+b}+\frac{c}{x}=d$$

B. I. Baidaff (*Bolelin Matematico, Buenos Aires, 1960*).

4497. Ce relații algebrice există între x și y dacă
$\operatorname{tg} x \sin y \pm \sin x \operatorname{tg} y = 0$, sau dacă $\operatorname{cotg} x \sin y \pm \sin x \operatorname{cotg} y = 0$.

C. Ionescu-Țiu

4498. Să se rezolve ecuația:

$$p\sqrt[n]{b^2+\sqrt{a^4-x^2}}-2(p-q)\sqrt[n]{a^2-\sqrt{a^4-x^2}}=(p+q)\sqrt[n]{x},$$

unde n este un număr natural.

Emilian P. Moflic

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE PENTRU ŞCOALA DE 7 ANI *)

E : **1599.** Pe o pardosea se execută un asamblaj de exagoane regulate. În interiorul fiecărui exagon se formează un model de floare cu şase petale, care se obţin prin trasarea unui cerc avînd centrul într-unul din vîrfurile exagonului, iar raza cît latura exagonului.

Modelul de floare se acoperă cu pietricele de mozaic şi pentru a calcula cantitatea necesară de pietricele avem nevoie de aria floarei. Să se calculeze această arie ştiind că latura exagonului este egală cu a.

Aplicaţie numerică $a = 6$ .cm

O. Sacter

E : **1600.** O motocicletă, o motoretă şi o bicicletă costă împreună 14 880 lei. Ştiind că motoreta costă cu 4950 lei mai puţin decît motocicleta şi cu 3720 lei mai mult decît bicicleta, să se afle cît costă fiecare în parte. Soluţie aritmetică.

Virginica P. Grăjdeanu

E : **1601.** Cîţiva pionieri mergînd de-a lungul unei căi ferate rectilinii au văzut un tren venind spre ei şi la un moment dat au observat abur deasupra locomotivei, dovadă că mecanicul dăduse semnal, iar după 9 secunde ei au auzit semnalul. Ştiind că pionierii mergeau cu viteza de 3,6 km/h şi că ei s-au întîlnit cu locomotiva după 3 minute 48 secunde de la observarea aburului, să se afle la ce distanţă se găsea trenul faţă de pionieri cînd pionierii au observat aburul şi care este viteza trenului în km/h. (Se va lua viteza sunetului de 341 m/s).

* * *

E : **1602.** O bucată de fier de 15 dm^3 se află cufundată în apă la o adîncime de 3 m. Pentru scoaterea la suprafaţă se foloseşte un scripete mobil acţionat de un motor electric. Să se calculeze :

a) Forţa depusă de motorul electric la scoaterea corpului din apă.

b) Lucrul mecanic efectuat de motor pentru a aduce corpul la suprafaţa apei.

c) Puterea motorului dacă ridicarea corpului pînă la suprafaţa apei s-a făcut cu viteza de 2 m/s.

V. Iipa

E : **1603.** Se dă trapezul isoscel ABCD în care raportul dintre înălţime şi bază mică este 1 ; iar raportul dintre baza mică şi baza mare este $1/2$. Se duc înălţimile DE şi CF, diagonala AC care intersectează pe DE în M şi segmentele DF şi CE care se intersectează în O.

Să se arate că :

a) aria AFC = aria ACD + aria FBC

b) aria $ABCD$ = 18 aria MOC.

I. Albescu, Făgăraş

*) V (E: 1600, 1604, 1608, 1610, 1611, 1612, 1614) ; VI (E: 1601, 1606, 1607, 1613, 1615) ; VII (E: 1599, 1602, 1603, 1605, 1609, 1616).

E: **1604.** Cincisprezece sondori au scos dintr-o sondă în două schimburi de normă, 79 000 kl de țiței. Știind că o parte din ei au avut norma de 5400 kl, iar restul au avut norma de 5000 kl.

Să se afle: a) Cîți sondori au fost cu norma de 5400 kl și cîți au fost cu norma de 5000 kl?

b) Care este raportul procentual al cantităților de țiței scos în cele două schimburi.

B. Baieră

E: **1605.** Să se verifice identitățile:

$$\frac{abc-a}{(b-a)(c-a)}+\frac{abc-b}{(c-b)(a-b)}+\frac{abc-c}{(a-c)(b-c)}=0$$

$$\frac{abc+c+b}{(b-a)(c-a)}+\frac{abc+a+c}{(c-b)(a-b)}+\frac{abc+b+a}{(a-c)(b-c)}=0$$

* * *

E: **1606.** Plenara C.C. al P.M.R. din 3—5 decembrie 1959 arată că producția de porumb siloz a crescut în 1958 de $43\frac{22}{35}$ ori față de 1951, iar producția din 1959 se raportă la cea din 1958 ca 1 000 la 509. Știind că în 1959 s-a produs cu 2 650 000 t mai mult decît înzecitul cantității din 1951 să se afle:

a) producția de porumb siloz din anii 1951, 1958, 1959.

b) Cîte procente reprezintă producția din 1958 și cîte cea din 1959 față de cea din 1951.

* * *

E: **1607.** La plenara C.C. al P.M.R. din 3—5 decembrie 1959 se arată că: ... „în 1959 industria siderurgică a sporit gradul de folosire a agregatelor cu circa 10% la furnale, cu peste 20% la cuptoarele Martin și cu 7% la laminoarele în funcțiune, ceea ce a contribuit la creșterea producției de fontă cu peste 100 000 tone, a producției de oțel cu circa 460 000 tone și a laminatelor și țevilor cu circa 250 000 tone". Care a fost producția în 1958?

D. Bătinețu

E: **1608.** Întreprinderea de colectarea metalelor Centrul Sibiu, sprijinită de organizațiile de partid și tineret din întreprinderi au reușit să colecteze cantitatea record de 809 088 kg fier vechi în luna ianuarie 1960.

Ce cantitate de fier vechi, fontă și metale neferoase s-au colectat dacă fonta reprezintă $\frac{22}{147}$ din fierul vechi, iar metalele neferoase $\frac{3}{22}$ din fontă.

I. Candrea, prof. Sibiu

E : **1609.** Un drumeț are de parcurs un drum de 40 km. Prima parte a drumului o merge pe jos cu 5 km/oră, iar a doua parte cu o căruță făcînd 10 km/oră. La înapoiere, drumul făcut cu căruța îl parcurge pe jos, iar cel făcut pe jos îl parcurge cu căruța.

Știind că la înapoiere a făcut cu 2 ore mai puțin ca la dus, să se afle cîți km a parcurs pe jos și cîți cu căruța la înapoiere.

Ion Albescu, Făgăraș

E : **1610.** Casa de bilete a unui teatru de stat a vîndut pentru un spectacol bilete de 7 lei și de 4 lei, în total 625 bucăți.

Să se afle cîte bilete s-au vîndut din fiecare categorie dacă pe toate biletele vîndute s-a încasat suma de 2965 lei.

Virginica P. Grăjdeanu

E : **1611.** În expunerea tov Gh. Gheorghiu-Dej la Plenara C.C. al P.M.R. din 3—5 decembrie 1959 se arată că în anul 1960, agricultura va primi cu 1250 mai multe semănători decît tractoare și de $2\frac{2}{5}$ ori mai multe semănători decît combine. Știind că în total vor fi date în folosință agriculturii 27 750 combine, tractoare și semănători, se cere numărul de combine, de tractoare și de semănători

V. Jipa

E : **1612.** La plenara din 3—5 decembrie 1959 a C.C. al P.M.R. s-a spus : ... „la o producție de 3000 kg de boabe la hectar se obține 3480 de unități nutritive în timp ce la o producție de numai 40 000 kg de porumb siloz la hectar recoltat în faza de lapte ceară se obțin 8000 de unități nutritive.

Pentru ducerea la îndeplinire a acestei hotărîri G.A.C. „Răscoala din 1907" a hotărît să obțină 1 134 000 unități nutritive însămînțînd pentru sectorul zootehnic porumb siloz și porumb boabe.

Să se afle cît porumb siloz și cît porumb boabe s-a însămînțat știind că porumbul boabe se prezintă 5/12 din porumbul siloz. (Soluție aritmetică).

D. Bătinețu

E : **1613.** Ionel pleacă de acasă la ora 7 și 30 minute și ajunge la școală la ora 8. După terminarea cursurilor pleacă de la școală la ora 12 și 5 minute și ajunge acasă la ora 12 fără un sfert. Știind că amîndouă ceasurile merg bine numai că ceasul lui Ionel nefiind întors seara a stat, iar tatăl său l-a pus la întîmplare, să se spună cîte minute trebuie să fi dat înainte ceasul lui Ionel pentru a fi potrivit după al școlii și ce distanță este între casă și școală dacă Ionel merge cu viteza de 3 km/oră.

I. Albescu, Făgăraș

E : **1614.** Un biciclist străbate distanța dintre satele A și B în timp de 40 minute, iar un pieton străbate aceeași distanță în timp de 3 ore și 20 de minute.

1. Dacă ambii pleacă din A spre B, se întreabă cu cîte minute a plecat pietonul înaintea biciclistului, dacă după 30 de minute de mers, biciclistul a ajuns din urmă pietonul.

2. Dacă pietonul pleacă din A și biciclistul din B după cît timp de la plecarea pietonului, se întîlnesc ei știind că pietonul a plecat cu o oră mai devreme decît biciclistul ?

(cl. V. O.M.M.F., 1960, reg. Stalin)

E : **1615.** În proiectul planului de stat pe 1960 se prevăd următoarele niveluri și creșteri :

— minereuri de fier 1,4 milioane tone reprezentînd o creștere de 27% față de 1959.

— producția de țesături de bumbac va ajunge la 235 milioane m.p. reprezentînd o creștere cu 9%.

— în agricultură se vor investi în total circa 4,4 miliarde lei, ceea ce reprezintă o creștere de peste 25% față de anul 1959.

Să se afle care au fost nivelurile producției în anul 1959.

* * *

E : **1616.** Să se demonstreze egalitățile :

$$b(b-a)^2+c(c-a)^2-(b-a)(c-a)(-a+b+c)=c(c-b)^2+a(a-b)^2-$$

$$-(c-b)(a-b)(a-b+c)=a(a-c)^2+b(b-c)^2-(a-c)(b-c)(a+b-c)$$

Strătescu Ion

DIN ACTIVITATEA CERCULUI DE MATEMATICI DE LA ŞCOALA MEDIE BECHET

În planul de muncă al organizaţiei de bază U.T.M. din şcoala noastră, printre alte activităţi a fost prevăzut şi activitatea cercului de matematici.

Scopul cercului de matematici a fost în primul rînd de a lărgi orizontul cunoştinţelor căpătate la clasă şi în al doilea rînd de a intensifica munca la Gazeta Matematică şi Fizică seria B.

Teme propuse la începutul anului şcolar şi studiate amănunţit în cadrul cercului au fost: aranjamente şi combinări; binomul lui Newton (aplicaţii); tetraedrul ortocentric (proprietăţi); despre determinanţi; teorema lui Ceva şi a lui Menelaus (în plan şi în spaţiu); despre principiul zborului rachetelor interplanetare.

La cerc, în afară de aceste teme, s-au prezentat referate despre viaţa şi activitatea marilor matematicieni romîni şi universali, precum şi diferite probleme din **Gazeta Matematică şi Fizică seria B**, trezind astfel interesul elevilor participanţi la cerc de a rezolva probleme propuse în gazetă. Acest lucru a făcut ca anul acesta, din cadrul cercului nostru de matematici, să avem elevi care au trimis în mai multe rînduri rezolvări bune la redacţie. Printre aceştia putem cita pe: Cruşoveanu Victor, Tovu Cornel şi Ciuciuc Oprea. Un ajutor preţios în desfăşurarea cercului de matematici l-am primit şi de la Direcţia şcolii şi de la tovarăşii profesori de matematici.

În întîmpinarea Congresului al III-lea al P.M.R. am ţinut pe data de 10 iunie 1960 o seară cu următorul program:

— Perspectivele deschise de Congresul al III-lea al P.M.R. dezvoltării matematicii;
— Analiza activităţii cercului de matematică de-a lungul anului şcolar;
— Probleme distractive (propuneri şi rezolvări).

În deschidere, elevul Bucea D-tru a prezentat pe scurt colegilor extrase din Proiectul de Directive ale Congresului al III-lea al P.M.R. arătînd că astăzi partidul asigură cele mai bune condiţii dezvoltării matematicii; calculele matematice stau la baza dezvoltării unei tehnici înaintate, care la rîndul ei duce la ridicarea productivităţii muncii, la ridicarea nivelului de trai al oamenilor muncii.

Pentru muncă deosebită în cadrul cercului de matematici s-au evidenţiat următorii elevi: Cruşoveanu Victor, Nicolau Ion, Buce Dumitru, Ionescu Ştefan, Dăbuleanu Elisabeta, Brandemburg Florea şi Ciuciuc Oprea.

Responsabilul cercului de matematici

POŞTA REDACŢIEI

Popovici Volker, Lusztig Gheorghe, elevi Timişoara şi alţi corespondenţi. Soluţiile problemelor scrise fără explicaţie şi fără enunţul problemei nu pot fi luate în considerare.

Cojocaru Mircea, Fălticeni, *Marinescu Alexandru* şi *Ene Dumitru,* Ploeşti, *Moldovan Grigor,* Cluj şi alţi rezolvitori. Redacţia a primit observaţiile trimise cu privire la problemele: 3324, 3822, 4057, 4156, 4186, 4234, 4287 şi 4298, care nu aparţin autorilor respectivi, indicînd şi locul de unde au fost extrase.

Popescu Silviu, ş.m. 6 Ploieşti. Plicul expediat recomandat nu a conţinut probleme rezolvate, ci numai hîrtii nescrise.

Citorva corespondenţi: Soluţiile problemelor al căror enunţ a fost publicat cu mai mult de trei luni înainte de apariţia ultimului număr nu se iau în considerare, de asemenea nici soluţiile problemelor pentru clasele V—VII nu pot fi trimise de elevii claselor IX—XI. Fiecare soluţie să fie precedată de numărul de ordine, enunţul complet şi numele propunătorului; altfel nu vor fi luate în seamă. La întocmirea rubricii rezolvitorilor nu se vor trece rezolvitorii care au trimis un număr mai mic de 10 soluţii.

Corespondenţii sînt rugaţi să aşeze în plic soluţiile în *ordinea lor numerică* şi să fie însoţite de un borderou. Problemele de fizică vor fi expediate într-un alt plic separat de problemele de matematică.

Bănică Gh. C., C.-lung Muscel, *Bejan Costel, Galaţi, Lupaş L, Vodă Viorel, Dincă Gheorghe,* Bucureşti, şi *Bătineţu D-tru, Zimcea.* Am primit notele matematice şi sînt publicabile.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Pînă la apariția G.M.F.-B nr. 8 din 15 august 1960, s-au mai primit soluții bune la problemele propuse în G.M.F.-B numerele 4—7, după cum urmează:

AIUD (reg. Cluj) Șc. m. „Avram Iancu" cl. IX. Ciugudeanu Nicolae (4097, 131—34, 42, 44—46, 48, 53—55, 62, 66, 77), Lewki Mihai (4131—37, 42—48, 50—53, 66, 68, 75).

ALBA IULIA. Ș. m. cl. VIII. Georgescu Tudor (E: 1499, 501, 03, 04, 06—08, 10, 12—14.

ALEXANDRIA. Cl. XI. Ștefan I. Corneliu (4096, 97, 99, 105, 09, 14, 16, 17, 26, 31—34, 38, 42—45, 47, 48, 50, 53, 54, 62, 66, 68, 73, 75, 77, 84).

ARAD. ș.m. 1. „I. Slavici". Cl. VIII. Silvestru Aurelia (4133, 94, 207, 23, E: 1512—73, 75, 77, 92, 95, 203, 10, 41, 44—46. Cl. XI. Gruescu Const. (4078, 80, 82, 98, 131, 47 38, 42, 43, 45, 47, 48, 51, 53, 62, 66, 68, 71, 75, 77).

ANINA. Abs. Iugi Felix (4131—34, 36 23, 25, P) Cl. X. Țăranu Cornel (4049, 97, 99, P); Țigan Ștefan (4099, 132, 42, 43, 45, 53, 62, 66, 207, 41, 45); Cl. XI. Macovei Rodica (4145—49, 52—54, 62, 66, 77, 83, 89); ș.m. 2. „Olga Bancic". Cl. IX. Tiriac Lucian (4097, 109, 131—33, 42. 44, 45, 77, 245); ș.m. 3 Cl. VIII. Vasar Traian (4131—33, 42—44, 47, 53, 54, 77, E. 1499).

BABADAG. Cl. IX. Andrei I. Gheorghe (4131—35, 42—45, 47, 53—55, 62, 68, 73, 77).

BACĂU. Abs. *Gurămultă V. Ion* (4094—99, 105, 09, 15, 17, 18, 25, 27, 31—55, 62, 64, 66, 67, 70—77, 80, 81, 83, 84, 86, 87, 89, 92, 94—213, 15, 20, 29, 35, 36, 39—48, 50, 56—58); Abs. Pravăț Vasile (4136, 46, 52, 54, 57, 13, 95, 98, 203, 04, 07, 08, 10, 21, 34, 36, 41, 43—45, 47, 48, 50, 56, 58, 83);

Ș. m. 1. „George Bacovia" Cl. IX Merovici Victor (4156, 66, 75, 212, 30, 39, 45, 73); Cl. X. *Dabu Răzvan* (4131—37, 42, 43, 45—49, 52—55, 62, 65, 66, 68, 69, 71, 75, 77, 80, 83, 86, 89, 92, 94—200, 03, 04, 06—13, 15, 24, 33, P); Cl. XI. *Flacks Iacob* (4131—37, 42—49, 52, 55, 58, 62, 66, 74—77, 80, 81, 83, 92—95, 99, 200, 03, 05—11, 15, 17, 20, 24, 30, 33, 36, 41, 43—46, 48, 50, 52, 56, 57, 60, 62, 64, 67, 71, 90); Moraru Petre (4131—33, 35—37, 42, 43, 45, 47, 48, 52, 54, 62, 66, 71, 77, 92, 95, 97, 98, 203, 06, 07, 09, 10, 13, 20, 24, 33, 36, 41, 42, 45, 46);

Ș. m. 2. „Vasile Alecsandri". Cl. VIII. Vasiliu Florin (4131, 32, 42, 47, 53, 77, 92, 207, E: 1510, 12, 15, 17, 20, 21, 25, 26; Șc. de 7 ani Adjud Păunești Cl. V. Anghel N. Costică (4109, 53, E: 1493, 507, 10, 12, 15—17, 24, 26); Anghel Gh. Lenuța (4153, 210, E: 1489, 99, 500, 05, 07, 10, 17, 22, 27); Berbece I. Georgeta (4153, 54, 210, E: 1507, 12, 13, 15, 16, 22, 26, 27); Bladmianu Ilinca (4210, E: 1490, 501, 12, 13, 16, 17, 22, 26, 27); Mocanu N. Aurora (4153 210, E: 1499, 510, 12, 13, 15, 16, 22, 27); Nica B. Costică (4153, 80, 97, 503, 12, 15, 17, 22, 27); Novac I. Gheorghe (4153, 210, E: 1512, 15, 16, 20—22, 24, 26, 27); Cl. VI. Apostu A. Gh. (E. 1474, 76, 83, 89, 503, 07, 10); Manea Tatiana (4153, E. 1512, 13, 15, 16, 21, 22, 26, 27); Matei Lenuța (4153, E. 1501, 03, 10, 12, 15, 17, 22, 26, 27); Savin I. Dumitru (E. 1489, 501—03, 13, 15—17, 22, 27); Cl. VII. Berbece Dumitru (4129, 32, 36, 42, 43—45, 57, 203, E: 1500, 01, 06, 1 12, 13, 15—20, 22); Dodu Virginia (4203, 10, 40, E: 1488, 507, 12, 22, 27); Moise Gh. Neculai (4142, 52—54, 223, E: 1502, 03, 12, 13, 15—18, 22, 25—27); Novac I. Virginia (4210, 20, 23, E: 1484, 89, 91, 96, 98, 506, 07, 09, 12, 18, 21, 22, 24, 27); Vasilache Maria (4208, 22—24, 36, E: 1312—18, 20—22, 4, 25, 27);

BARAȘTI. Șc. de 7 ani. Cl. VII. *Fotescu M. Marin* (409, 117, 31—34, 36, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 54, 73, 92, 93, 203, 10, 29, 203, 10, 29, 44, 45, 48, E: 1499—501, 03, 06—13, 15, 17—20, 22, 25—27, 29, 32);

BAIA DE ARIEȘ (Cluj). Cl. VIII. Ciura I. Al. (4131—33, 42, 45, 53, 62, 68, 77, E: 1504, 06—11);

BAIA MARE. Abs. Racolță Mihail (4094—99, 505, 15—17, 31—33, 42, 43, 45, 47, 48, 50—52, 62, 66, 68, 75, 77, 80, 92, 96, 99, 203, 05—07, 10, 20, 21, 35, 36, 45, 48, 67, 68, 71, 83); Raznoș Ioan (4113, 31—33, 42, 45, 47, 48, 66, 92, 99, 203, 07, 08, 44); *Vlahovici Nicolae* (4131—34, 36, 37, 42, 49, 52—56, 58, 62, 64, 66, 73, 83, 89, 92, 95—97, 99, 203, 65—12, 20, 33, 36—41, 43—45);

BALȘ. Cl. X. Dinu Gh. (4131—33, 42, 45, 52, 53, 77, 92, 203, 07);

BECHET (Craiova). Cl. X. Țone V. Cornel (4105, 02, 31—35, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 66, 71, 74, 75, 77, 92, 207, 08, 41, 45);

BICAZ. Cl. VIII. Amîriei Vasile (4064, 85, 97—99, 131, 32, 42, E: 1473—75, 78, 85, 88); Cl. X. Savin Mihai (4144, 92—94, 97, 203, 08, 24);

BISTRIȚA (Cluj). Abs. Verveagă T. (4065, 69, 72, 94—96—99, 109, 15, 18, 92, 93, 97, 203, 05—07, 09—11, 20, 24, 26, 41, 42, 45, 46); Cl. X, Tîră Grigore (4131, 32, 34, 36, 42, 44, 45, 47, 48, 52, 53);

BIRLAD. Cl. X. Craus M. L. (4095—103, 05, 07, 09, 15—17); șc. pedagogică anul II. Tăbușcă Ioan (4147, 66, 80, 92, 94, 203, 04, 10, 15, 24, 42, 44);

BLAJ. Şc. de 7 ani nr. 1. Cl. V. Cubinschi Horia (E: 1442, 47, 50, 51, 57, 73, 74, 81, 88, 99, 500);

BOTOŞANI. Şc. m. 1 Mocanu A. Nicolae (4040, 70, 94, 97, 99, 105, 09).

BOLINTINUL DIN VALE. Cl. VI. Năstase D. Traian (E: 1513, 14, 16, 18);

BRĂNEŞTI (Bucureşti), ş. m. Afumaţi Cl. X. Neiner C. Gh. (4082, 122, 52—54, 62, 71, 75, 77, 83, 85, 89, 92, 97, 206—09);

BREAZA. Lic. mil. D. Cantemir. (Cl. VIII. *Baston N. Titu* (4085, 120, 31—33, 42, 45, 47, 54, 62, 67, E: 1472—75, 78—82, 85, 87, 88, 91, 95, 99—504, 06—11); Bucur Mihai (4049, E: 1452, 68, 74, 75, 78, 80—81); Comşa Mihai (4085, 142, 43, E: 1472—75, 88, 91, 92, 95, 99—501, 03, 07, 09, 10); Zamfirescu Ion (4193, 210, E: 1496, 97, 512—20, 26, 27); Cl. IX. Deleanu Augustin (4064, 71, 97, 107, 17, 18, 31, 32, 35, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 66, 83); Sireteanu Corneliu (4064, 66, 71, 72, 81, 83, 97, 99, 105, 08, 17, 18, 31—33, 35, 42, 43, 45, 47, 48,, 53, 54, 62, 66, 67); Cl. X. Roşu Costică (4193, 95—97, 203, 07, 08, 10, 12, 13, 20, 24, 25, 33, 34, 36, 39, 44, 45);

Ş. m. Aurel Vlaicu Cl. VIII. Drăgoi Florica (3097, 162, 77, E: 1485—88, 91, 93, 95, 99, 500, 03, 10);

BRĂILA. ş. m. 1. Cl. VIII. Gherguş Florica (4097, 105, 31—33, 62, 68, 87, 92, 94, 222, 24, 38; ş. m. 3 Cl. XI. Giurgiu Horia (4094, 96—98, 103, 25, 09, 11, 14—17);

BUCUREŞTI. Studenţi Bădeliţă Luminiţa (mat.-fiz) (4094, 96, 97, 118, 31, 32, 42—45 47, 51, 53, 54, 84); *Pitea Theodor* (Petrol şi Gaze) (4094—102, 05, 125, 31—40, 42, 43, 45, 47, 48, 51—53, 60, 71, 75, 85—87, 96, 203, 07, 35, 36, 40, 41, 43, 44, 4); abs. Ionescu M. Anca (4132—36, 38—55, 62, 65, 66, 71, 74—77, 80, 81, 92, 94, 95, 97, 99, 200); *Georgescu Florin* (4094—102, 05, 09, 14—18, 20, 22, 29, 31—37, 31—55, 57, 02, 66, 68, 70, 71, 75, 77, 79—81, 85, 87—99, 91, 92, 94—98, 203—05, 07, 08, 36, 41, 44—47, P); *Piscupescu Gabriel* (4138, 40, 41, 46, 49, 70, 76, 79, 81, 89, 92, 94—99, 201, 03, 05 06, 08, 09, 12—15, 20—21, 29, 30, 32—34, 36—47) *Lupaş L.* (4094—102, 05, 09, 14—18, 20, 22, 29, 31—37, 39—55, 57, 62, 66, 68, 70, 71, 75, 77, 79—81, 85, 87, 89, 92, 95—98, 203—05 07, 35, 46);

Şc. m. 1 „N. Bălcescu" Cl. VIII. Grigorescu I. Şerban (4131—35, 42—49, 52—55, 63, 66, 72, 73, 77, E: 1502, 04, 08, 11) Cl. X. Butnaru C. Chirea (4142—46, 52—54, 56, 61, 62, 70, 77, 80, 89); Pascu Adrian (4132—35, 42—48, 52, 53, 56, 62, 64, 66, 77, 86, 87); Răzvan V. (4113, 26, 52, 66, 71, 80, 92, 94—98, 203, 05, 07—11, 13, 23, 41, 44, 45, 47, 48, 56—58, 71); Cl. XI. *Căzănescu V. Virgil* (4094, 96—99, 103, 05, 07, 09, 11, 13, 15, 18, 24, 31—37, 42—49, 52—55, 62, 66, 69, 71—73, 25—77, 80, 81, 83, 92); *Răşcanu Radu* (4094, 100, 02, 06, 18, 25, 27, 34, 35, 37, 40, 41, 44, 46, 50, 52, 56, 58, 70, 73, 89, 99, 213, 20, 22, 25, 30, 32, 33, 35, 37, 40, 44, 48, 50, 65, 67, 69—71, 80, 82, 87, 89, 90, 98, 300); Ş. m. 3 I. Neculce Cl. VIII. Andreescu Paul (4162, 92, 93, 205, 07, E: 1512—15, 17, 18); Cl. IX. Turturică D. Ion (4098—99, 205, 27, 31—34, 42, 96, 214, 45);

Ş. m. 4 „Aurel Vlaicu" Cl. VII. Bădeliţă Dan (E: 1486—88, 91, 93, 95, 99, 500, 07, 09, 10, 12, 13, 15, 17, 18, 22); Cl. VIII. Martin Maria (E: 1487, 01, 93, 94, 506, 09, 10, 12, 15, 17, 18); Maxim Paul (4131, 42, 53, 62, 66, 67, 80, 203, 07, 42, 47, 48, 71, E: 1500, 10, 12, 15, 17, 18, 20, 24, 26, 32); Cl. IX. Şerbănscu Virgil (4131—33, 35, 42, 44, 45, 47, 48, 53);

Ş. m. 6. Cl. VIII. Anton Alexandru (4131, 32, 34, 42—45, 53, 77, E: 1499—501, 06, 07, 09—11);

Ş. m. 7. „I. L. Caragiale" Cl. VIII. *Vlad Virgiliu* (4097, 105, 31—33, 38, 42, 45, 47, 53, 54, 62, 77, 207, E: 1483, 85—88, 10—93, 95, 99, 501, 06—08, 10, 12, 13, 15, 17—20, 22, 24, 25); Cl. X. Duţică Cristian (4093—98, 100—02, 05, 09, 15, 17, 18, 25, 26); *Vlad I. Valentin* (4131—37, 42—49, 52—54, 58, 62, 63, 65, 66, 71, 74, 76, 77, 91, 94—200, 03, 07, 10, 36, 41);

Şcoala medie nr. 10. Cl. VI. Ionescu N. Anca (E: 1452, 68, 72—74, 80—83, 88, 90—91); Cl. VII. Ioan Florina (E: 1512, 17, 18, 20, 22, 29, 32, 34, 38); Finţescu Dumitru (E: 1517, 13, 15, 16, 24, 31, 38, 43, 45, 46, 52); Cl. VIII. Niculescu Liliana (4131, 32, 42, 45, 52, 53, 62, 77, 92, 93, 96, 99, 4207, 10, E: 501—04, 06—10, 12—20, 21, 25—27); Clasa XI B. *Marini Ileana* (4194, 204, 06, 12, 17, 30, 32, 36, 38, 42, 43, 48—51, 56, 57, 60, 62, 63, 65, 67, 68, 73, 78, 80, 83, 86, 78, 89, 98, 302—09, 33, 37, 38), *Finţescu Elena* (4192, 93, 95, 97, 203, 06—09, 11, 12, 32, 36, 38—41, 43, 45, 48, 56, 57, 60, 62, 68, 73, 83, 85—87, 98, 302, 03, 05, 06, 08, 09, 12, 19, 27, 33, 37);

Ş. m. 11. „D. Cantemir" Cl. VI. Ionescu Maria (E: 1487, 88, 90—92, 99—501, 10, 12, 13, 15, 16); Cl. VIII. *Dăbuleanu Al.* (4131—33, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 62, 68, 77, 92, 207, 21, 24, 38, 68, 91, 86, 98, E: 1499—501, 06—13, 15—22, 24—26, 30, 32, 38, 39); Negru Sanda (4162, 17, 92, 207; E: 1508, 10, 18, 20, 22, 26, 30, 32); Cl. XI. Isbăşoiu Constantin (4131—33, 42, 45, 47, 52, 62, 92, 203, 45);

Ş. m. 12. Cl. X. Badea Mihai (4166, 75, 95, 97, 212, 39, 41, 42, 44, 45, 99); Sirinian Dumitru (4094—96, 109, 54, 62, 66, 92); Ş. m. 13 Mihai Viteazu Cl. VIII. Cojan St. (E: 1512—20, 22); *Necula P. Mihai* (4097—99, 101, 31—33, 43, 44, 47, 48, 52, 53, 92, 207, 10, E: 1483—88, 90—92, 94, 96, 99—512, 14—18, 20—22, 25, 26);

Ş. m. 15 Elena Sîrbu Cl. VIII. *Paidin V. Ion* (4063, 65, 66, 131, 33, 43, 47—49, 62, 68, 80, 93, 207—10, 14, 15, 36, 38, E: 1483—88, 92, 94, 95, 99—504, 06, 11—13, 15—17, 19, 20, 24, 26); Cl. X. Cordeanu Dinu (4132, 62, 96, 98, 241, 43—45, 47, 67); Popescu Ruxandra (4134, 44, 49, 51—55, 66, 68, 77); Şc. m. 16. Gh. Coşbuc. Cl. VIII. Mendlsohn Marina (4162, 77, E: 1499—501, 03, 04, 06, 07, 10); Moscovici Corneliu (4192—94, 207, 08, 22, 38, E: 1512—22, 24—26); Ptrescu Adina (4132, E: 1500, 04, 06, 09, 10, 13, 15, 17, 18); Siegler Goldiţa (4177, E: 1499—501, 04, 06—10, 12, 15—20, 22, 24—26); Cl. IX. Morgenstern Schoel (4131—33, 42, 45, 47, 53, 92, 93, 207, 48, 98); Cl. XI. Deleanu Denise (4131, 33, 42, 45—48, 52—54, 66, 77, 80, 92, 203, 07, 08, 10, 21;

Ş. m. 17 „Matei Basarab" (Cl. VIII. Crainic Dumitru (4097, 98, 105, E: 1483—85, 87, 88, 91, 92, 94, 95); Guţă Cristian (4131—33, 42, 44, 45, 53, 57, 207, 10, E: 1484, 501, 07, 10, 12—15, 17, 18, 20, 22, 25, 26, 29—32, 39); Cl. X. Gane A. Ştefăniţă (4131—37, 42—49, 52—55, 62, 63, 65, 66, 68, 69, 71—73, 75, 80); Jäger Cerbu (4131—34, 36, 42, 45, 47, 58, 52, 59, 62, 66, 68, 77); Segall Adrian (4131—37, 42—45, 47, 58, 59, 62, 66, 68, 69, 71, 74, 75, 77, 79—81. 83, 85, 87, 89);

Ş. m. 18 „M. Eminescu" Cl. VIII. Buiculescu Mioara (4147, 53, 80, 92, 207, E: 1499—501, 06, 13, 14, 16, 17, 19, 22, 24, 25, 30, 32, 49); Cl. X. *Arsene Cătălin* (4131—50, 58, 62, 66, 68, 75, 77—81, 83—91); Mira Nicolae (4131—36, 42, 43, 45—48, 52, 53, 66, 77, 80, 92, 97, 70, 203, 07, 08, 38, 40—42, 44, 45); P)rsan Liviu (4192, 242, 46—48, 56, 58, 71, 80, 83);

Ş. m. 19. „I. Creangă". (Cl. VII. Feran Maria 4131, 37, 80, 215, 21, E: 1518—20, 23, 24, 28);

Ş. m. 20. „Gh. Şincai". Cl. IX. Săbăilă Aurel (4131—35, 42, 43, 53, 54, 62, 61, 67, 92, 94, 95, 203, 07, 08, 36, 45, 48, 57, 65, 71, 72); Cl. XI. Stănescu Sandu (4131—33, 42, 44, 47, 48, 52—54, 56, 62, 65, 66, 71, 74, 77); *Stoichescu Dan* (4093—97, 131—33, 35—52, 62, 67, 68, 75, 77, 92, 93, 95—99, 201, 03—10,12)

Ş. m. 22. „Gh. Lazăr". Cl. X. Mihăilescu Nicolae (4192, 94, 98, 99, 203, 04, 07—11, 30, 32, 34, 38, 40, 41, 43, 44, 48, 50, 56, 57, 60, 62, 68, 71, 78, 86, 87, 98); Simionescu Ion (4144, 56, 92, 238, 68, 73, 83, 86, 87, 98);

Ş. m. 23. „D. Bolintineanu" Cl. VIII. Filip Cristian (4131—33, 42, 45, 47, 92, 224, E: 1487, 99, E: 1508, 18); Iukovici Al. (4131—33, 42, 45, 47, 53, 77, E: 1510, 11, 15—18); Cl. XI. Răcăuţeanu NiNcolae (4131—34, 36, 47, 203, 41, 44, 45);

Şc. m. 25. Cl. XI. *Catrina Dumitru* (4085, 105, 06, 12, 62, 63, 72, 74, 75, 77, 79, 80, 81, 86, 99, 204, 07, 12, 15, 20, 22—24, 29, 33, 34, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 45—48, 51, 52, 56, 67, 71, 73, P);

Ş. m. 27. Cl. X. Predoiu Gheorghe (4097, 109, 14, 31—33, 42—45, 47, 48, 92, 203, 07, 10, 42, 45).

Ş. m. 28. Dr. Petru Groza. Cl. VIII. Gartner Pavel (E: 1499, 500, 03, 07, 12, 15, 17, 21, 27, 28, 38). Cl. X. Moldoveanu Măriuca (4152—64, 58, 62, 66, 71, 75, 77, 81, 83, 89, 92—97).

Ş. m. 32. Cl. VI. Florea Gh. (E: 1499—504, 07, 08, 10).

Ş. m. 34 „C. A. Rossetti". Cl. VIII. Leibovici Valeriu (E: 1499—501, 04, 06—08, 12, 14—18, 20, 22, 25).

Ş. m. 36. Cl. VIII. Stoian Emil (E: 1504, 08, 10—20, 22, 29). Cl. VIII. Oancea Ileana (E: 1499, 500, 12, 13, 17, 18, 26, 32—34, 37, 38).

Şc. de 7 ani nr. 152. Cl. VII. Clipea I. Mioara (E: 1499—501, 03, 07, 10, 28, 29, 38, 39).

Şc. de 7 ani nr. 173. Cl. VI. Stoica Dan (4097, 98, 133, 47—49, 53—55, 94, 207, 08, 10, 25, E: 1483, 87, 88, 90—92, 96, 99—510, 12—18, 22, 25, 27).

BUHUSI. Cl. X. Pop Eugen (4099, 105, 09, 14, 35, 42, 43, 45, 47, 48, 53).

BUŞTENI. Cl. IX. *Constantinescu Marius* (4094, 97—99, 105, 09, 17, 25, 26, 31—35, 42—45, 47, 48, 53, 56, 62, 66, 68, 72, 75, 77, 93, 95, 97, 203, 08, 10, 12, 13, 36—39, 45).

BUZĂU. *Ş. m. 1* B. P. Hajdeu. Cl. V. Grigoriu Codnelia (E: 1457, 73, 81, 87, 88, 99, 500). Cl. VII. Paftănea Florin (E: 1451, 71, 77, 84, 87, 88, 91, 92, 94). Cl. VIII. Ionescu Gregorian (4248, 56, 62, 68, 98, E: 1528, 29, 31, 32, 38, 39). Cl. XI. Somnea Dan (4241, 45, 48, 56, 57, 63, 67, 77, 78, 80, 88, 90). *Frînculescu Iulian* (4096—101, 05, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 18, 20, 22, 25—28, 31—37, 39, 40, 42—57, 62, 65, 66, 68, 70—77, 79—81, 83, 86, 87, 89, 92—200, 03, 07, 08, 10, 12—15, 20, 24, 30—34, 36, 39—47).

Ş. m. 2 M. Eminescu. Cl. VIII. Stîngescu Sanda (4131—33, 42, 45, 53, 77, 92, 93, 207, E: 1501, 06—10, 12, 17, 18, 22, 26). Cl. X. Bocioacă Radu (4132, 33, 36, 42, 44, 45, 47, 52, 53, 71, 79).

Şc. de 7 ani *Haleş — Valea Rea.* Absolventă Cristudor N. Elena (4162, 77, 80, E: 1500, 12—20, 22, 24, 25, 27—32, 34, 38, 39). Cl. VI. Cîmpeanu Cornelia (E: 1511, 28—32, 34, 35, 38, 39). Mazilu Elena (E: 1511, 22, 28—31, 34, 35, 38, 39), Negulescu Elena (E: 1511, 28—32, 34, 35, 38, 39), Petre Elena (E: 1487—89, 500, 12, 13, 15, 17, 22, 27), Stanciu Cornelia (E: 1487, 88, 99, 500, 12, 13, 15—17, 22, 27). Cl. VII. Enache Maria (E: 1492, 94), Nişan Victoriţa (E:

1495, 520, 28—31, 34, 35, 38, 39), Stănoiu Nicoleta (4105, 62, 77, 80, E: 1528—32, 34, 35, 38, 39), Zîrnea Elena (E: 1495, 520, 28—31, 34, 35, 38, 39).

BUZIAȘ. Cl. VI. Druțu Florica (E: 1457, 72—74, 77, 80, 81, 88, 92). Cl. X. Doboșan Ioan (4131—33, 42, 45, 53, 62, 207, 10, 39), Ghizelan Corina (4132—35, 47, 66, 77, 97, 245, 50), Goanță Magdalena (4037, 72, 131, 32, 36, 42, 45, 47, 66, 74).

CALAFAT. Cl. VII. Leoveanu Dan (4153, 54, E: 1510, 12, 13, 17, 18, 20, 22, 30, 38). Cl. VIII. Diaconescu Violeta (4132, 42, 92, 207, 48, E: 1517, 18, 22, 32, 38), Lățea Georgeta (4131, 32, 42, 80, 92, 248, E: 1500, 30, 32, 38), Saracin G. Marin (4131, 32, 62, 77, E: 1499, 500, 10, 12, 13, 17, 18, 20). Cl. XI. Leoveanu Eugenia (4131, 32, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 77, 99, 203, 07, 17).

CĂLĂRAȘI. Ș. m. 1. N. Bălcescu. Cl. VIII. Apostol Dan (4142, 53, 54, 92, 207, E: 1499—501, 04, 06—10, 12, 14—20, 22, 25, 26, 28, 30, 32, 38, 39), Negreanu Mircea (4142, 53, 54, 207, E: 1499—501, 06, 07, 09, 10, 12, 14—20, 22, 25, 28, 31, 32, 38, 39).

CARACAL. Ș. m. 1. Cl. VIII. Bădescu Pantelie (4131, 42, 45, 53, 54, 62, E: 1510, 12, 13, 17, 18, 20), Susanu Dan (4094, 131—33, 42, E: 1486—88, 92, 93, 95). Cl. Xș Damian Ion (4131—32, 34, 42, 47, 48, 53, 54, 62, 66, 68, 92, 207, 10), Iacob Traian (4131—33, 52, 62, 93, 94, 208, 24, 34), Păunescu Doru (4131, 32, 34, 35, 42, 43, 45, 48, 53, 92, 95, 236, 44, 45).

Școala profesională. An. I. Damian Ignat (4131, 32, 42, 47, 53, 54, 62, 66, 68, E: 1499, 501, 07, 10).

CARANSEBEȘ. Ș. m. 1. Cl. VIII. Neagu Lucia (4131—33, 42, 45, 92, 93, 207, 08, E: 1486, 87, 91, 512, 18, 23). Cl. X. Crețu Mariana (4094, 105, 31—33, 42, 53, 54, 207, E: 1485, 86, 518, 19), Olariu Irina (4131—34, 36, 42, 45, 62, 77, 92, 95, 203, 07, 10, 45, 48, 62), Terme Daniela (4094, 95, 97, 105, 31—33, 36, 42—45, 47, 53, 54, 62, 77, 93, 207, 40).

CÎMPIA TURZII. Cl. XI. Fetiță Ioan (4037, 51, 80, 82, 94, 96, 97, 99, 103, 05, 09, 15, 16, 18).

CÎMPINA. Ș. m. Ilie Pintilie. Cl. VIII. Crețu Aurora (4068, 105, 32, 42, 47, 77, E: 1491, 500). Cl. IX. Sedai Șt. (4131—35, 42, 43, 45, 53, 54, 62, 66, 68, 77).

Ș. m. N. Grigorescu. Cl. IX. Petrescu C. Ruxandra (4144, 45, 47—49, 53, 54, 62, 77, 93, 203, 44, 45).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. Cl. IX. Bulinski Pavel (4097, 105, 09, 31, 32, 42, 45, 66, 77, 245). Vătui Mircea (4097, 99, 109, 18, 31, 32, 37, 42, 48, 52, 53, 66, 88, 240).

CÎMPULUNG MUSCEL. Abs. *Gheorghiță Vitalie* (4094—102, 06, 08—10, 12—17, 20, 22, 25, 26, 29, 31—37, 39—58, 60, 63, 66, 68, 69, 71, 72, 74).

Ș. m. 1. Cl. X. Savin I. Alexandru (4094, 97—101, 05, 09, 31—33, 40, 42—49, 52—56, 62, 66, 75, 77, 80).

Ș. m. 2. Cl. X. Șain Filofteia (4131—36, 40, 44, 45, 62, 66, 77, 92, 97). Cl. XI. *Bănică Constantin* (4119, 21, 65—67, 70, 72, 76, 78, 79, 84, 86—89, 91, 94—213, 17, 20—25, 27—31, 33—63, N. P).

Școala pedagogică. An. I. Aurel Viorica (4177, E: 1499, 500, 10, 19, 20, 22, 32, 37), Coman Maria (E: 1513, 14, 17, 22, 27, 29, 32, 33, 38, 39).

CLUJ. Studentă Crăciuneanu Sanda (Mat. fiz.) (4141—33, 45—49, 51—53, 58, 62, 66, Absolvenții: *Cimoca Gh.* (4140, 81, 95, 99, 68, 71, **75, 77).**
200, 02, 04—09, 31, 33—35, 48, 50—52, 56, 57, 61, 65, 66, 68, 71—74, 78, 80, 82, 83, 86, 88—90, 97—301, P), *Lungu Ștefan* (4131—56, 58, 62, 65—67, 69—72, 74—77, 79—81, 83—87, 89, 210, 36), *Maniu Horia* (4131—55, 58, 62, 66, 67, 71, 72, 74, 75, 77, 80, 81, 83, 92, 95, 207, 10, 36, 45), *Patzelt Carol* (4094, 96—99, 101, 05, 09, 18, 29, 31—33, 34, 36, 39, 40, 42—48, 50—55, 62, 66, 76, 77, 80, 83, 92, 95, 204, 07, 08, 40—42, 45).

Ș. m. 1 Gh. Barițiu. Cl. X. Pitea Maria (4094—97, 99, 105, 14, 15, 18, 36). Cl. XI. Dunca Victor (4195, 204, 10, 11, 20, 30, 33, 36, 41, 43—45), Iosubescu Dan (4131—34, 36, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 77, 241).

Ș. m. 4 Emil Racoviță. Cl. VI. Itian Virgil (E: 1512, 14—17, 21, 25, 27—29, 31, 38, 39), Rosenbaum Norbert (E: 1487, 88, 90, 92, 99, 500, 03, 05, 10, 14). Cl. VII. Marian Iuliu (E: 1499—504, 06—11).

Ș. m. 6 A. Șincai. Cl. XI. Stoica Aurel (4109, 32, 47, 48, 75, 92, 93, 98, 99, 203, 29).

CODLEA. Abs. *Gladcenco Gh.* (4135—37, 51, 55, 57, 71, 92, 94—99, 203—11, 20—22, 24, 30, 33, 38, 41—50, 52, 54, 56—58, 61, 63, 65, 67, 68, 71, 71, 73, 78, 80, 83, 90, 95, 98, 300).

CONDREA (Galați). Prof. Diaconu A. Nicolae (4131—38, 35, 48, 49, 51, 52, 54, 55, 62, 92, 96, 97, 200, 03, 09, 11, 13).

CONSTANȚA. Ș. m. 1. Mircea cel Bătrîn. Cl. XI. Bădică Dan (4179, 85, 212, 37, 38, 40, 68, 73, 86, 98). Cl. I. Stavrositu Vasile (4014—24, 26, 28, 29, 31—33, 35, 39, 40).

CORABIA. Absolvent *Begea Marian* (4094-99, 105, 09, 15, 16, 31, 32, 34, 36, 38—43, 45, 47, 48, 50, 51, 62, 66, 68, 73, 75, 77, 92, 97, 203, 07, 08, 10, 20, 36, 41, 43—47). Cl. XI. Tătaru Al. (4195, 220, 24, 31, 33, 36, 41—43, 45, 46, 48, 87).

CRAIOVA. *Ș. m. 2* Frații Buzești. Cl. X. *Stănescu Ortansa* (4156, 62, 200, 10, 17, 32, 34, 36, 38—42, 44—46, 56, 57, 60, 68, 73, 98).

Ş. *m. 3.* Cl. IX. *Pavel N. Radu* (4054, 69, 71, 73, 75, 90, 94—96, 102, 06, 09, 14—18, 20, 28, 29, 31—34, 42—56, 62, 64—66, 68, 73—75, 77, 80, 81, 85, 97).

Ş. *m. 4.* Cl. VIII. Crăciun Antonie (4002, 49, 85, 97, 109, 20, 28, 29, 42, 44, 49, 77, 94, E: 1482, 86, 91, 95—97). Cl. Xş Iordăchescu Viorel (4134, 42—45, 47, 53, 54, 62, 77).

Şc. de 7 ani nr. 1. Cl. V. Petrescu A. Ionel (E: 1499—501, 03, 07, 10, 12—15).

Şc. de 7 ani nr. 7. Cl. VI. Ghiţuleasa I. Dan (E: 1483, 90, 503, 09, 12—14, 16, 18, 25).

Şc. de 7 ani nr. 9. Cl. VI. Curiac Cornelia (E: 1483, 92, 99, 503, 07, 12—16, 22). Cl. VII. Pantelimon Gh. (E: 1457, 63, 70, 72, 75, 80, 86, 87, 93, 512, 15, 17, 18).

Şc. de 7 ani nr. 10. Cl. VII. Boicescu Vlad (E: 1483—88, 91—96, 99—501, 04, 06—08, 10—13, 15—18, 20—22, 25, 26, 30, 32, 37), Popa Mihail (E: 1500, 09, 13, 22, 28, 29, 31, 34, 38, 93).

CURTEA DE ARGEŞ. Cl. IX. Săvescu I. Const. (4106, 09, 17, 25, 26, 31—35, 42—45, 47, 48, 53, 62, 63, 66, 77, 94, 203, 13, 24, 45). Cl. X. Bălăşoiu Victor (4066, 83, 97, 125, 31, 47, 68, 71, 92, 98, 203, 04, 20, 41), Manda Mihai (4192, 94, 95, 97, 224, 36, 38, 39, 44, 45, 65, 71, 72).

DEJ. Cl. VIII. Ştir Ioan (4131, 42, 45, 53, 54, E: 1507, 12, 13, 17, 18, 19, 22, 28, 30). Cl. X. Szabo Carol (4132, 33, 45, 47, 48, 238—41, 45) .

DEVA. Ş. m. Dr. Petru Groza. Absolvent Juga Al. (4131—34, 38, 40, 42, 43, 45—48, 51—53, 55, 66, 75, 92, 94, 95, 97, 202, 03, 05, 07—11, 44, 45). Cl. X. Crişan Mircea (4028, 173, 97, 231, 36, 65, 67, 72, 89, 94, P).

Ş. m. Decebal. Cl. VI. Răgălie St. (E: 1483, 87—89, 91, 99, 501). Cl. VIII. Reclaru Lucian (E: 1473, 74, 77, 81, 83, 87, 99).

DOROHOI. Absolvent Tudose Emanuel (4131—36, 38—40, 42—54, 62, 66, 70, 71, 77, 80, 84, 92, 95, 96, 98, 202, 03, 07, 08—10).

DRĂGĂNEŞTI-OLT. Cl. XI. Raicu Viorel (4151, 94—99, 203, 08—12, 20, 32—34, 36, 39—46, 49, 50, 57, 65, 68, 71, 73, 77, 78, 82, 83, 87, 89, 90, 92, 95, 96, P).

DRĂGĂŞANI. Cl. IX. *Stăncescu Cicerone* (4131, 32, 35, 43—45, 47, 48, 53, 54, 62—64, 68, 77, 80, 86, 87, 92, 95, 205, 07, 08, 12, 13, 21, 22, 24, 25, 32, 36, 39, 42, 44, 45, 48, 49, 56, 57, 62, 68, 71, 73, 83, 98, 99). Cl. X. Barcu Cornel (4134, 84, 92, 207, 22, 56, 57, 63, 72, 78, 89, 94, 98). Blidaru Ion (4076, 99, 101, 05, 18, 34, 36, 39, 40, 42).

FĂGĂRAŞ. Absolvent *Vasile Ion* (4131—33, 35, 42, 44—49, 52—55, 62, 66, 75, 77, 80, 82, 97, 99, 203, 04, 07—09, 11, 20, 24, 33, 42, 44, 45, 48, 56, 57, 62, 63, P).

Şcoala de 7 ani *Mindra*. Cl. VI. Grama Gh. (4153, 203, 10, E: 1483, 510, 13, 14, 16, 21, 22, 25).

FĂGEŢ. Ş. m. Traian Vuia (Cl. XI. Capotescu Mircea (4091, 92, 94—99, 105, 08, 09, 12—18, 20, 25). Cl. XI. *Gheju I. Petre* (4131—37, 42—49, 52, 53, 58, 62, 66, 71, 73—75, 77, 83, 92, 94—98, 200, 36, 41, 43—46).

FOCŞANI. Ş. m. Unirea. Cl. XI. Năstase Aurel (4137, 46, 65, 74, 95, 97—99, 206, 10, 11, 33, 39, 40, 43).

GĂEŞTI. Cl. VIII. *Burnel C. Toma* (4131-33, 62, 77, 92, 94, 97—99, 207, 08, 23, 24, E: 1485—94, 99—501, 04, 06—19, 22, 23, 25, 26), Ciobanu Viorel (4143, 53, 62, 77, E: 1513, 20, 21, 25, 28, 29), Popescu Toma (4097, 105, 22, 31—33, 53, 62, 77, E: 1483, 506, 07, 10—12, 17—20, 22, 25).

GĂLAŢI. Abs. *Bejan Costel* (4069, 73 75—77, 80, 82, 84, 89, 95, 96, 115, 20, 26, 27, 85—87, 92, 94, 95, 97—99, 201, 03, 05, 06, 10, 13, 20, 21, 24, 30, 31, 33, 41—47, P). Ş. m. 1 Vasile Alecsandri. Cl. XI. Muşat Savin (4108, 14, 16, 17, 20, 35, 46, 63, 85, 92, 95—98, 203, 13, 20, 24, 33, 34, 36, 41, 43, 45, 72).

Ş. m. 3. Cl. IX. Ivănescu Al. (4094, 97, 98, 105, 09, 14, 17, 26, 31, 32, 42, 43, 48, 54, 55, 92), Oancea V. Nicolea (4123, 31, 32, 96, 98, 203, 07, 10, 16).

GIURGIU. Absolvent Perşoiu Titus (4094-102, 31—35, 42—45, 47—51, 53, 54, 59, 62, 71, 87).

HAŢEG. Cl. VI. Nopcea Liviu (E: 1499, 501, 03, 07, 10, 12—16, 22). Cl. VII. Petriu Emil (4147, 48, 53, 54, 62, 97, 207, E: 1484, 99, 501—04, 10, 12—14, 17—20, 22, 23, 25). Cl. XI. Băcălete Romulus (4094—99, 209, 17, 20, 31—33, 36, 42, 43, 45, 47, 71, 73—75, 81, 98, 210, 45).

IANCA (Galaţi). Abs. Oancea Gh. (4131-33, 38, 42—47, 50—54, 62, 66, 75, 77, 92, 93, 95, 98, 203, 08, 36, 41—43, 47). Cl. VIII. Ionel Ecaterina (4097, 131, 33, 42, 45, 77, E: 1487, 88, 91, 93, 99, 501, 06).

IAŞI. Student Stancu Mihai (4133, 42, 43, 45, 47, 52, 53, 62, 66, 72, 77, 81, 92, 94, 203, 20, 24, 41, 42, 45, 47).

Abs. Ciubotaru Corneliu (4192, 94—98, 200—03, 05—11).

Ş. m. 1 „Mihail Sadoveanu". Cl. X. Banacovski Ioan (4094—101, 05, 09, 18, 25, 27, 28, 30), Caceaunov Claudia (4096, 98, 100, 09, 31—33, 48, 92, 94), Scurtu Virgil (4094—101, 05, 08, 09, 14, 18, 23, 25, 29, 31—34, 36, 42—48, 50—55, 62, 65, 85, 87).

Ş. *m. 3.* „Costache Negruzzi". Cl. VIII. Serţer Irvin (4131—33, 44, 45, 47, 48, 53,

62, 68, 77, E: 1499—502, 04, 06, 07). Cl. XI. Pintilie Ioan (4132, 33, 36, 42—48, 51—53, 62, 64, 80).

Ş. *m. 4.* „Garabet Ibrăileanu". Cl. VIII. Hortopeanu Ioana (E: 1499—511). Cl. X. Perju Natalia (4131, 32, 34, 42—44, 47, 49, 53, 74, 77, 92).

Ş. *m. 5.* Cl. X. Pavel Nicolae (4150, 51, 92, 94, 203, 07—10, 13, 15, 24, 26, 33, 43, 35).

LIPOVA. Cl. X. Mihalcea Ioan (4136, 37, 53, 66, 77, 203, 07, 36, 44, 45).

LUGOJ. Cl. VII. Daba Dan (E: 1499—501, 06, 11, 12, 16—18, 22). Cl. VIII. Boldea Bujor (4153, 94, 204, 07, 20, 31, 38, 42, 47, 68, 86, E: 1501, 63, 04, 07, 09—20, 22, 25, 26, 29—33, 37, 39). Harhoiu Mircea (4162, 77 ,224, E: 1499, 500, 03, 10, 12, 15, 17, 18, 29, 32). Cl. IX. Boldea Ioan (4146, 52, 55, 63, 71—73, 75, 86, 87, 92, 94—97, 204, 07, 08, 10, 12, 13, 24, 32, 36, 38, 39, 44, 48, 50, 56, 57, 62, 65, 68, 73, 78, 86, 98). Cl. X. *Iorga Valeriu* (4131—56, 58, 60, 62, 63, 65, 66, 69—75, 77, 80, 83, 86, 87), Nemet Doina (4015, 17—19, 21—25, 28, 30, 95, 97—101, 03, 05, 07, 09, 13—15, 17, 18, 31—34, 42, 43, 45, 52—55, 77), *Popa Dorina* (4094—99, 105 ,09, 13, 31—37, 42—45, 47—49, 52—54, 57, 62, 68, 75, 77, 94—98, 200, 03, 04, 06, 07, 09, 10, 15, 20, 24, 41, 45). *Sfetcu Ioan* (4133—37, 45, 46, 48, 49, 52—55, 63—64, 66, 68, 71—75, 77, 79, 80, 83, 89, 92—200, 03, 04, 06, P).

MĂRĂŞEŞTI. Cl. X. Bugeag Gh. (4131, 33—35, 42—43, 45, 46, 48, 68, 72, 73, 77, 80).

MEDGIDIA. Absolvenţii: *Roşca Nicolae* (4131-36, 38-40, 42-49, 51-54, 62, 68, 71, 75, 77. 80. 85, 92, 94, 95, 97, 202-05, 07, 08, 11, 40, 43-45, 50, 54, 56, 57, 60, 62, 63, 71, 73, 83, 86, 87, 301), *Zbîrcea Boris* (4131-34, 38-40, 42-48, 51-55, 62, 66, 68, 71, 73-75, 77, 80, 92, 95, 97, 203, 08-11, 24, 41, 44-46, 48, 50, 56-62, 82, 89).

MIZIL. Cl. VII. Olteanu Nicolae (4132, 42, 47, 54, 203, 08, 52, E: 1500-02, 10 11, 19, 23, 27).

MORENI (Ploeşti). Cl. VIII. Drăgan Mihai (4131, 33, 42, 43, 45 ,47, 53, 54, 92, 203, 07, 38, E: 1480, 88, 91, 92, 99, 500, 03, 07, 10, 12, 13, 16-18, 20, 21, 25, 27), Tiron Adrian (4043, 45, 47, 54, 66, 97, 207, E: 1499, 504, 09, 12, 13, 15-18, 20, 22, 25, 26). Cl. IX. Moflic Sorin (4094, 97, 105, 09, 31-33, 42, 43, 45, 47, 53, 66, 71, 77, 80), *Stanciu Petre* (4097, 99, 100, 05, 09, 13, 17, 18, 31-35, 42-45, 47-49, 53, 54, 56, 63, 66, 68, 72, 73, 77, 80, 92, 94-97, 203, 07, 08, 10, 12, 38, 39, 44, 45), Ştefănescu Decebal (4072, 83, 94, 97, 100, 02, 05, 09, 14, 17). Cl. XI. Moflic Emilian (4097-102, 05, 06, 09, 13, 31-35, 42, 43, 45, 47, 53, 66, 71, 77, 80).

NĂSAUD. Ş.m. George Coşbuc. Cl. VII. Siegelstein Izidor (E: 1512, 13, 15-20, 22, 23, 25-27). Cl. X. Şăgreanu Marina (4097, 117, 34, 35, 66, 203, 07, 08, 12).

NOVACI (Craiova). Cl. VIII. Bejeanu Aurel (E: 1506, 07, 10-13, 15, 17, 18, 20, 22, 25, 26).

ODOBEŞTI. Abs. Brînzei Lucia (4131, 32, 42, 45, 51, 62, 77, 248, 75). Cl. IX. Petrescu Adrian 4143, 46-48, 53, 54, 62, 66, 68, 72, 75, 77).

ODORHEI. Ş.m. Dr. Petru Groza Cl. VIII. Peter Arpad 4105, E: 1486, 88, 92-96, 98).

ORADEA. Ş.m. 1. Cl. X. Abrudan Viorel (4131, 32, 42, 43, 45, 53, 54, 62, 66, 77, 203, 07, 08, 56), Hulea Ioan (4096-102, 05, 08, 09, 14, 31-37, 42, 44-48, 53-54, 56, 62, 66, 68, 70, 77, 80, 98, 99, 240), Negruţiu Ilie (4094, 115, 31-34, 35, 42, 44-48, 52-54, 62, 66, 77, 80, 92-95, 204, 05, 07-12, 41, 43, 44).

Ş.m. 4. Cl. X. Nistorescu Rodica (4143, 44, 66, 71, 77, 98, 203, 07, 17, 36, 41, 48, 75).

ORĂŞTIE. Ş.m. Aurel Vlaicu. Cl. X. Bozdog Mihail (4131, 32, 42, 44, 45, 47, 53, 45, 60, 77, 89).

ORAŞUL STALIN. Abs. Roşca Ioan (4131 -33, 38-40, 42, 43, 45, 66, 68, 75).

Ş.m. 1. Cl. X. Şerban Doina (4131-33, 36, 42, 45, 47, 62, 66, 77, 210).

Ş.m. 5 Unirea. Cl. VIII. Munteanu Mircea (4094, 97-99, 101, 05, 16, 17, 26, E: 1483, 84, 86, 92-95, 97). Cl. IX. Todor Nicolae (4131-33, 35, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 68, 77, 92, 94, 203, 48, 71).

Ş.m. 6. Ştefan Gheorghiu. Cl. VII. Pincovici Matei (E: 1501, 06, 07, 10, 12, 13, 16-18, 22, 25). Cl. VIII. Topliceanu Vasilica (4131, 45, 77, E: 1506, 12, 14, 17, 22, 26). Cl. X. Klopot Ioan (4131-35, 42-45, 47, 52-55, 66, 68, 71, 74, 77, 80), Vintilescu Vasile (idem).

Ş. m. de 7 ani nr. 12. Cl. VI. Vătui Florin (E: 1502, 05, 09, 14, 16, 25, 27-31, 38, 39). Cl. VII. Munteanu Mihai (4131-33, 42-44, 47, 48, 53, 45, E: 1500, 02, 03, 06, 07, 09-11).

OŢELUL ROŞU. Cl. IX. Munteanu Elena (4094, 105, 09, 31-35, 42, 43, 45, 47, 54, 62).

PANCIU. Abs. *Luca Gheorghe* (4094, 96-99, 105, 31-38, 40, 42-49, 51-55, 62, 66, 68, 71, 73-75, 77, 92, 95-97, 203, 45), Watkins Georghe (4094, 95, 97-102, 05, 09, 31-33, 42, 43, 45, 47, 48, 66, 75, P).

PAŞCANI. Cl. X. Iosub Tatiana (4131-33, 36, 37, 42, 45, 53, 54, 62, 66).

PETROŞANI. Ş.m. 1. Cl. VIII. Crihană Lascăr (E: 1487, 88, 92-94, 510, 12, 13, 16-20, 22), Lepădatu Ion (E: 1472, 73, 75, 81, 85-88, 91, 93-95, 506, 08, 10), Popa Radu (4125, E: 1497-99, 503, 04, 12, 13, 16-22, 25).

PIATRA NEAMŢ, Ş.m. 2. Cl. XI. Trifan Ioana (53, 62, 93, 202, 05, 07, 08, 36).

PITEȘTI. Locot. Vieru Ionel (4192, 93, 96, 97, 88, 203, 08-10, 44, 45).

Abs. *Anghelache Tudorică* (4094-99, 105, 07, 09, 15-18, 21-36, 39, 40, 42-55, 62, 66, 71, 73, 75, 77, 80, 92, 95, 97, 99, 201, 03, 07, 09, 10, 24, 29, 33, 36, 44, 45, 48, 50, 56-58, 65, 67, 70, 75, 82, 83, 301, P).

Ș. m. 1. Nicolae Bălcescu. Cl. VIII. Dinovici Sorin (4131-33, 42, 53, 54, 62, 63, 77, E: 1499-504, 506-10). Cl. X. Pătrașcu I. Gh. (4135, 48, 71, 80, 86, 97, 217, 36, 42, 48, 56, 69, 73, 79, 83, 97, 90, 98).

Ș.m. 3 Alexandru Odobescu. Cl. VIII. Ghica Anton (4102, 27, 36, 37, 54, 57, 60, 66, 203), Zamfir Cornel (4148, 52, 66, 68, 80, E: 1499, 501, 03, 06, 08-10). Cl. IX. Joița Dan (4132, 33, 35, 42-44, 48, 53, 54, 77). Cl. XI. Fotescu Constantin (4131-36, 42, 43, 45, 47, 92, 95-98, 203, 10, 29, 41, 44, 45, 48).

Șc. de 7 ani nr. 3 Cl. VI. Anton Constantin (0: 1483, 87, 501, 13, 14, 16, 22, 25).

PLOEȘTI. Ș.m. 1. I. L. Caragiale. Cl. VII. Leonte Filip (4269, E: 1500, 06, 10-14, 18, 29, 32). Cl. VIII. Predescu Maria (4105, 42, 53, E: 1483, 85, 87, 88, 91, 94, 99, 510, 13, 15, 17, 18, 22). Cl. IX. Reghină Petru (4131, 32, 45, 52, 62, 66, 77, 92, 203, 07, 08, 42, 45, 47, 54, 56, 57, 62, 68, 73, 86). Cl. X. Constantinopol Viorica (4097, 99, 100, 03, 09, 31-33, 43, 45-48, 52, 66, 71, 92), *Ene I. Traian* (4192, 94, 95, 97, 98, 200, 03, 04, 06-13, 15, 20, 21, 24, 38, 41, 44, 45, 48, 50, 52 56, 57, 60, 62, 68, 73, 78, 83, 86, 98), Gheorghiade Al. (4096-99, 109, 15, 31-33, 42-45, 47), *Gheorghiu A. Nicolae* (4086, 107, 08 16, 24, 25, 32, 31, 73-75, 80, 83, 92, 94-200, 03, 04, 06-08, 10, 21, 24, 30, 34, 36, 41, 43-45, 50, 71, 80, 83), Patron Alexandru (4105, 09, 31-33, 36, 42, 44, 45, 47, 53, 62, 66, 77, 80, 92, 94, 203, 07). Cl. XI. *Ene P. Dumitru* (4094-101, 05, 09, 16-18, 20, 31-34, 37-56, 61, 62, 66, 70, 75-77, 79-81, 86, 87).

Ș.m. 2 A. Toma. Cl. VIII. Iacov T. Elena (4162, 77, E: 1486, 87, 91, 94, 99, 501, 06, 08, 11-13, 17, 19, 20, 22, 25, 32). Cl. IX. Petrec Alexandru (4131-35, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 62, 63, 66, 68, 77, 80). Cl. XI. *Rusu Constantin* (4094-100, 05, 06, 09, 12, 15, 16, 18, 31-36, 38-55, 62, 63, 66-68, 71, 72, 75, 77, 80, 81, 83, 92, 95, 97, 200, 03, 04, 06, 08, 13, 24, 29, 30, 35, 36, 38, 40, 41, 43-45, P).

Șc. de 7 ani *Lipănești*. Cl. VII. *Ene P. Elena* (5064, 74, 86, 97, 105, 31-33, 42-44, 46-8, 52-54, 63, 66, E: 1483-88, 91-97, 99-504, 06-33, 37-39).

PREDEAL. Cl. VII. Ioniță I. Maria (E: 1513, 15-18, 22, 25, 27, 38, 39).

PUCIOASA. Ș.m. 1. Cl. VIII. Ene I. Ion (4132, 33, 47, 48, 53, 54, 92, 208, E: 1503, 13, 15-19, 22, 23, 25), Iordănescu Victoria (4192, 93, 207, 10, 56, 68, 86, 98, E: 1499, 500, 08, 14, 25, 32, 38). Cl. IX. *Banu Gh.* (4126, 31-33, 35, 43, 44, 46-49, 52, 54, 55, 66, 73, 77, 85-87, 92, 94, 203, 07, 08, 10, 12, 14, 24, 36, 38, 39, 42, 44, 45, 48, 56, 57, 68, 73), Lungu Gh. (4143, 53, 68, 92, 95, 96, 203, 07, 08, 10, 23, 24, 44, 45), *Radu A. Gh.* (4094, 97-99, 105, 09, 13, 14, 17-20, 25, 26, 31-35, 42-49, 52-55, 62, 63, 66, 71, 77, 80, 81, 94-96), Stanciu Maria (4131, 32, 42, 43, 45, 47, 48, 53, 62, 77). Cl. X. Niță Constantin (4169, 72, 212, 13, 15, 16, 21, 22, 25, 32, 34, 38, 39, 42, 46-50, 56-60, 63, 65, 71, 78, 98), *Poșircă Ion* (4117, 26, 53, 55, 58, 73, 77, 79-81, 83, 87, 92, 94, 95, 99, 203, 07, 08, 10, 17, 20, 21, 23, 30, 33, 36, 37, 40-45, 47, 56, 67, 69, 71, 75, 78), Stanciu Stelian (4095, 101, 09, 26, 35, 75, 79, 92, 95, 99, 203, 04, 07-13, 35, 36, 38, 39, 41, 43-45), Tîrcă I. Ion (4131-33, 42, 45, 47, 48, 53, 62, 64, 66, 73, 75, 83, 92, 93, 98, 203, 07, 10, 15, 40, 44, 45).

Șc. de 7 ani *Valea Lungă Cricov*. Cl. V. Tîrcă Mihail (4153, E: 1480, 83, 84, 97, 88, 94, 99, 500, 06, 10).

RĂDĂUȚI. Șc. de 7 ani *Voitinel*. Cl. V. Visilovici Sorin (E: 1473, 74, 501, 10, 12, 13, 17, 18, 25, 39).

REȘIȚA. Cl. VI. Laieș Dorina (E: 1473, 83, 88, 90, 99-501, 04, 13, 15, 22, 25), Stiopu Magda (E: 1483, 87, 88, 92, 500, 01, 04, 08, 13, 22). Cl. X. Boiangiu Corneliu (4023, 24, 26, 29, 58, 59, 71, 74, 80, 82, 83, 92), *Cuna Cornel* (4131-36, 38, 42-55, 62, 66, 74, 77, 80, 87, 89, 92, 95, 97, 98, 203-05, 07, 08, 11, 12, 20, 29, 36, 38, 40, 41, 43-45).

RÎMNICU SĂRAT. Ș.m. Al. Vlahuță. Cl. IX. Mihăilescu Doru (4131-33, 42, 45, 47, 48, 53, 54, 66, 77).

RÎMNICU VÎLCEA. Abs. *Constantinescu Ion* (4094, 98, 99, 101, 05, 18, 31-35, 38, 40, 42-45, 47, 48, 50-55, 57, 62, 66, 71, 73, 75-77. 80, 94, 95, 97, 203, 04, 13, 20, 24, 33, 34, 36, 40, 41, 43-45, 47).

Ș.m. 1 Nicolae Bălcescu. Cl. VIII. Preoteasa Niculina (4131-33, 42, 62, 77, 29, E: 1510, 12, 18). Cl. IX. Preoteasa Petre (4085, 141, 32, 42, 66, 77, 207, 10, 28, 72, 45). Cl. X. Nicolescu Ion (4131-34, 42, 43, 45-48, 52-54, 62, 66, 68, 74, 77), *Poșircă Ion* (4149, 63, 65, 76, 78, 83, 92, 95-200, 03-13, 15, 21, 24, 30, 32, 33, 36-38, 41-47).

Ș.m. 3 Cl. VIII. Popa Virgil (4131, 32, 62, 92, E: 1501, 11, 15, 18, 20, 22).

ROȘIORII DE VEDE. Cl. VIII. Cornea Mircea (4094, 97, 99, 131-33, 42, 45, 53, 54, 77, 92, E: 1476, 83, 85, 88, 92, 94, 506, 07, 09, 10, 12, 15, 17, 18, 20).

SALONTA. Abs. *Satmari Gheorghe* (4131-36, 38-40, 42-54, 57, 62, 66, 68, 71-75, 77, 80, 92, 96-98, 203, 07, 08, 13, 33, 41-45, 47, 55).

Ș.m. A. Janoș. Cl. VIII. David Floarea (4180, 221, E: 1500, 01, 05, 08, 12, 13, 29, 32, 39), Uveges Valeria (4131, 32, 42, 47,

77, 203, E: 1501, 06, 10, 15, 17, 18, 26). Cl. X. Molnar Elisabeta (4142, 43, 45, 47, 48, 53, 62, 66, 71, 83, 92, 99).

SASCUT (Bacău). Şc. de 7 ani. Cl. V. Gurămultă Dan (E: 1500, 03, 10, 12, 15, 17, 18, 21, 28, 29).

SATU MARE. Ş.m. 2. Cl. IX. Coman Stela (4105, 34, 44, 66, 77, 92, 95, 97, 239), Trifu Eleonora (4133, 43, 45, 47, 53, 66, 93, 95).

SIBIU Abs. Dan Virgiliu (4131-34, 36, 38, 40, 42-45, 47, 48, 51, 53, 54, 62, 66, 71, 73-75, 77).

Ş.m. 3. „Georghe Coşbuc" Cl. VIII Bîrleanu Luminiţa (E: 1487, 99, 500, 03, 10, 12, 13, 17, 18, 22, 25). Cl. X. Bulea Nicolae (4131-34, 36, 42, 43, 45, 47, 48, 52, 53), Roncea Aurel (4131, 32, 42, 43, 45, 62, 66, 233, 40, 45).

Şc. de 7 ani nr. 13 Cl. VI. Bunea Mircea (E: 1500, 01, 03, 10, 12, 13, 17, 27, 28, 39).

SIGHIŞOARA. Ş.m. 1. Cl. VIII. Mîrza Liviu (4131, 32, 42, 47, 62, 77, E: 1500, 06, 07, 09-13), Sarachitopol Adrian (4131, 32, 42, 47, E: 1473, 510 11, 13, 17, 81), Cl. X. Dumitriu Virginia (4132, 36, 42, 45 47, 48, 53, 54, 62, 77), *Neagu Gheorghe* (4131-37, 42-49, 52-54, 62, 66, 68, 71, 73-77, 80, 83, 86, 89, 91-99, 203, 07-11, 13, 17, 21-25, 32, 36, 38-42, 45, 46), Popescu Gabriel (4097, 105, 09, 17, 31, 32, 36, 38, 40, 42, 45, 52, 97, 203, 361/2. Cl. IX. *Ciulei Mircea* (4134, 36, 42-44, 46-49, 52, 55, 62, 66, 68, 69, 71, 75, 77, 93, 97, 203, 06-09, 11, 13, 23, 40, 44, 45, 50, 56, 57, 63, 68, 71, 73, 78, 86, 87, 90, 98).

SLĂNIC (Ploeşti). Cl. X. Bogdan Viorel (4134, 43, 54, 92, 95, 203, 21, 48, 50, 71).

STREHAIA. Stănciulescu Octavian (4131-33, 42, 45, 47, 52, 62, 93, 203, 45).

SUCEAVA. Abs. *Popa Ioan* (4107, 20, 25, 28, 30, 57, 71, 75, 86, 87, 92-99, 201-13, 14-17, 20-22, 24, 25, 29-31, 33, 36, 38, 39, 41-46, 48-50, 52-58, 60-63, 65-67, 71-73, 75, 78, 80, 81, 85, 86, 89-93, 98, 300, P). Cl. X. Huţanu Leon (4131-36, 42-45, 47, 48, 52-54, 63, 66, 68, 7, 75, 77), Sorohan Liviu (4094, 98, 99 118, 31, 42, 47, 53, 75).

Şcoala de 7 ani *Bănesti-Fintinele*. Cl. VII. Mihăilescu Tr. (E: 1483, 86-88, 91, 97, 506, 12, 20), Smelinski Maria (E: 1483, 86-88, 91, 97, 506, 12, 20, 22, 26).

TIMISOARA. Ab. Soupoup Luise (4131-38, 40-45, 47-49, 51-54, 58, 62, 67, 74, 75, 77, 80, 81, 83, 92, 94, 95, 98, 207, 08, 33, 44, 45).

Ş.m. 1. Cl. IX. Munteanu Dan (4131-33, 41-43, 45, 47, 48, 53, 54, 77), Mîrza Petru (4103, 13, 16, 18, 20, 25, 44, 46, 51, 57, 62, 66, 69, 71, 74, 75, 77, 79, 90, 92, 94, 95, 97, 98, 203, 06-11, 36, 38-41, 45).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Steiner Johann (4097, 99, E: 1483, 84, 87, 88, 91, 94, 506, 08, 10, 15).

Ş.m. 3 Eftimie Murgu. Cl. VIII. *Abramovici Alex.* (4131-33, 43, 45, 62, 68, 77, 80, 94, 207, 10, 15, 24, 45, 48, 56, 71, E: 1499, 500, 04, 05, 08-13, 16-18, 21-26, 28, 29, 32, 39), *Eckstein Gh.* (4105, 09, 26, 31-33, 36, 42, 43, 62, 66, 68, 75, 77, 80, 92, 211, 42, 44, 45, E: 1483, 84, 87, 88, 92, 94, 95, 97, 99-527). Cl. X. Neamţu Lucia (4095, 97, 99, 105, 09, 32, 45, 53, 62, 77).

Ş.m. 5. Cl. VIII Costi Ioan (E: 1499-501, 03, 07, 10, 12, 13, 17, 20).

Ş.m. 7. Cl. VIII. Baader Adalbert (4131, 32, 42, 43, 48, 62, 77, 92, E: 1518), Baadar Gerald (4131, 32, 42, 43, 48, 62, 77, 92, E: 1518).

TITU. Cl. XI. Sima Gh. Ioan (4131-34, 42, 43, 53, 54, 74, 77, 89, 241, 68).

TIRGOVIŞTE. Abs. Stănciulescu Marin (4097, 99, 109, 43, 45-48, 53, 92, 95, 207, 08, 20, 36, 41).

Ş.m. 2. Cl. X. Stanea Const. (4094, 97-99, 104, 09, 18, 32, 42, 43, 45, 47, 77, 92, 204).

Ş.m. 3. Ion I. Aurel (4132, 34-36, 38, 40, 42-45, 47-56, 62, 66, 68, 71, 73-75, 77, 80, 83, 87, 248, 56-59, 68, 71).

TIRGU MUREŞ. *Ş.m. Papiu Ilarian.* Cl. VI. Stratan Valentin (E: 1499-501, 07, 10, 12-14), Cl. XI. *Kacso Francsic* (4131-55, 57-59, 61, 62, 64-67, 70, 71, 75, 77, 79, 80, 83, 92, 95, 97, 98).

TIRGU NEAMŢ. Abs. Telea Vasile (4131-34, 40, 42, 45-47, 50-53, 62, 71, 75, 77, 80, 92, 96, 203, 29, 36, 41, 43-45 48, 50).

TIRGU CĂRBUNEŞTI. Cl. X. Guşiţă Marin (4092, 94-98, 105, 09, 15, 18, 28, 31-34, 42, 43, 45, 47, 48, 59, 75, 77, 79, 83).

TIRGU JIU. Ş.m. 1 Cl. X. *Cancer Ilina* (4098, 205, 06, 12, 15, 17, 20, 22-24, 32, 37-39, 48-50, 52, 56-58, 60-63, 65, 67, 68, 71, 73, 78, 80, 85-87, 89-91, 93, 96-98).

TRUŞEŞTI (Suceava). Cl. VIII. Dănilă Angelica (E: 1501, 07, 12—14, 17, 18, 20, 22-24).

TURDA. Abs. *Simpăleanu Marin* (4094-102, 05, 09, 12-19, 27, 28, 31-35, 37-55, 56-67, 73, 75-77, 79-81, 83, 92, 94-97, 99, 201-05, 10, 36, 41, 43-45).

Ş.m. 1. Mihai Viteazu. Cl. VIII. Apostol Adrian (4192, 94, 95, 238, E: 1509, 10, 12-22), Păcuraru Liana (4192, 94, 207, 08, 38, E: 1501, 10, 12, 15-18, 20, 22). Cl. IX. Inoraş Augustin (4094, 97-99, 105, 09, 13, 14, 25, 29).

Ş.m. 2. Cl. IX. Popa Vasile (4131-34, 42, 45, 53, 62, 73, 77, 208, 12, 45).

Şc. de 7 ani *Luna* Cl. VII. Cîmpeanu Melania (E: 1403, 10, 11, 16-18, 22, 28, 29, 32, 38).

TURNU MĂGURELE. Cl. V. Bălan Maria (E: 1516, 17, 21, 22, 25, 27-29, 38, 39).

TULCEA, Cl. IX. Porneală Sava (4094, 97-99, 105, 09, 31-35, 44-47, 49, 52-55, 62, 66, 77, 80).

TURNU SEVERIN. Ş.m. 1. „Traian". Cl. VIII. Vicea V. Anca (E: 1500, 01, 06, 10, 12, 13, 15, 16, 18, 20, 22-24, 26). Cl. X.

serală. Hotăranu Dumitru (4131-34, 42, 43, 45, 47, 53, 54, 66), Urdă Sever (4131-34, 42, 43, 45, 47, 53, 66).

Ş.m. 3. Cl. VI. Ioan Mircea (E: 1499-501, 03, 07, 12-17, 21, 22, 25, 27).

VASILE ROAITĂ. Sanatoriul Constanţa. Oprişan Gh. (N).

VASLUI. *Ş. m. 1 M. Kogălniceanu.* Cl. VIII. Corcoţoiu Ioan (E: 1485, 91, 92, 501, 02, 06, 08, 17, 22, 23, 25, 26).

Ş. m. 2 Ştefan-cel-mare. Cl. XI. Roşca Dumitru 4095, 99, 515, 16, 18, 34, 40, 62, 66, 77, 79, 92, 132, 43, 45, 46, 47, 48, 51, 53, 54).

ZALĂU (Cluj) Cl. VIII. Gajzago Maria (4175, 77, 83, 221, 32, 36-38, 40, 41, 43, E: 1501, 04, 06-11). Cl. X. Gajzado Cătălin (4132, 33, 42, 53, 59, 62, 66, 68, 77).

ZLATNA (Hunedoara). Ş. m. cl. VIII. *Bunea Bănică* (4094, 97—100, 02, 05, 31—33, 42—45, 47, 48, 52—54, 62, 77, 92, 203, 04, 07, 08, 10, 38, E: 1483—88, 90—92, 94, 95, 99, 500, 03—13, 15—22, 24—27).

ZELETIN (Bacău). Ş.m. Al. Vlahuţă. Cl. X. Mocanu Mihai (4150, 51, 92, 94, 97, 203, 07, 08, 10, 13, 15, 24, 43-45).

— Soluţiile problemelor propuse în acest număr al GMF-B se primesc pînă la data de 1 aprilie 1961.

— Elevii claselor IX-XI nu vor trimite soluţii la problemele propuse pentru şcoala de 7 ani.

— Fiecare rezolvitor va trimite soluţiile îngrijit redactate, aşezate în ordinea lor numerică şi însoţite de un borderou, iar pe plic va scrie clasa şi şcoala pe care o urmează.

— Problemele de fizică se vor trimite în alt plic separat, pe care se va scrie „Probleme de fizică", idem pentru matematică.

— Este de dorit să se trimită problemele rezolvate numai odată în cursul aceleiaşi luni, cel puţin 10 probleme şi numai din problemele propuse în ultimele trei numere apărute, ale revistei.

TABLA DE MATERII

Gazeta matematică şi fizică seria B, anul XI (1960)

I. ARTICOLE

1. „Ce este logica matematică ?" (prelucrare de A. M.) 69
2. **Atanasiu A. Marcel,** conf. Inst. polit. Galaţi: Considerente elementare asupra rachetelor interplanetare 1
3. **Bădărău Eugen:** Perspective care se deschid tinerilor fizicieni 132
4. **Băghină V. V., Hadîrcă I.,** prof. Breaza: Unele aplicaţii ale transformării prin inversiune în spaţiu 580
5. **Buga C.,** prof. Moreni: Antiparticule 584
6. **Caius Iacob:** Mecanica vitezelor supersonice 135
7. **Cezar Gh.,** elev Buzău: Folosirea puterii punctului faţă de cerc la stabilirea unor relaţii metrice în triunghi 88
8. **Cocea Gh. Theodor:** Asupra transformării prin polare reciproce 257
9. **Gal Nistor,** prof. Oradea: Regularitatea liniilor spectrale şi structura atomului 656
10. **Gorcea Haralambie,** prof. P. Neamţ: Aparat pentru măsurat grosimea firelor foarte subţiri 150
11. **Grecu I. Eftimie,** student Bucureşti: Efectul Peltier 399
12. **Grosu Teodora,** conf. univ.: Descărcări electrice în gaze 515
13. **Hangea N.,** conf.: Legea fundamentală a electromagnetismului 65
14. **Ionescu-Ţiu Constantin:** Rezolvarea unor inegalităţi 148
15. **Ivănescu Cezar,** prof. Tîrgovişte: Transformarea relaţiilor trigonometrice într-un triunghi oarecare 589
16. **Marcus S.:** Legi cantitative în limbă 199
17. **Marcus S:** Limbă, informaţie şi coduri 388
18. **Mănescu L.,** prof. Rîmnicu Vîlcea: Numere, puteri perfecte în toate bazele de numeraţie 336
19. **Munteanu Gh., Sisak Şt.,** Inst. polit. Or. Stalin: Asupra rezolvării problemelor de fizică 323

20. **Musta Şt.**, prof. Oradea: Aplicaţii ale numerelor complexe 643
21. **Neagu M, lector**: Carl Friedrich Johan Gauss 705
22. **Neicov Valentina**: Literatura matematică de masă în anii regimului de democraţie populară 452
23. **Pîslaru Gh.**, prof. Bacău: Asupra unei probleme 83
24. **Popa Cornelia, Călin M.**, elevi Piatra Neamţ: Stabilirea unor identităţi . . 86
25. **Popescu Mihai**: Unele consideraţii în legătură cu problema 2733 211
26. **Stoenescu Al.**: Nava cosmică sovietică sputnik IV 455
27. **Stoenescu Al**: Un aparat de mecanică întrebuinţat în biologie 529

II. EDITORIALE

1. Zece ani de apariţie neîntreruptă a Gazetei matematice şi fizice seria B de prof. univ. Constantin Ionescu-Bujor 129
2. Nouăzeci de ani de la naşterea lui Vladimir Ilici Lelin, de Aurel Pop, conf. univ. 193
3. Un program măreţ al construcţiei socialiste 381
4. Pentru bunăstarea şi fericirea oamenilor muncii din Patria noastră 385
5. Marea sărbătoare a eliberării 449
6. La începutul unui nou an şcolar 513
7. A doua olimpiadă internaţională de matematică 577
8. „7 Noiembrie“ 641

III. PENTRU CERCURILE DE ELEVI

a) Studii

1. In legătură cu divizibilitatea numerelor prin 19, de **Em. Gaiu** 13
2. Despre punctul critic al materiei, de **Butucelea Al.**, student, Bucureşti . . . 13
3. Determinarea pe cale geometrică a formulei sumei celor mai simple progresii aritmetice de **I. Fătulescu** 340
4. In legătură cu o problemă de loc geometric, de **Boldescu Petre**, lector Craiova 532
5. O problemă privind mişcarea unei locomotive, de **Menciu C.**, Craiova . . . 535
6. Teorema lui Menelaus, **Gheorghe Cezar**, elev Buzău 594
7. Asupra teoremei transfigurării din electrotehnică de **I. Tomescu** . . . 596
8. Explicaţia mecanică a unei prestidigitaţii de **Rodica Balint** 724

b) Dări de seamă

1. Asupra activităţii extraşcolare la matematică la şcoala medie nr. 2 Constanţa de **Rădulescu Gh. Mircea**, elev ş. m. 2 Constanţa 118
2. Rezultatul întrecerii între şcolile medii din ţară privind activitatea extraşcolară a cercurilor de elevi la matematică şi fizică pe anul 1959 169
3. Din activitatea cercului de matematică de la şcoala medie nr. 3 Tg. Jiu, de **Sabin Vîlcenu**, elev 254
4. Din experienţa cercului de matematică de la Institutul pedagogic de trei ani Bucureşti, de **Eugen Rusu** 495
5. Olimpiada de matematică şi fizică 1960 (**dare de seamă**) 607
6. Cîteva aspecte din munca cercurilor de matematică şi fizică ale elevilor din regiunea Ploeşti, de **Ion Grigore** 631
7. Din activitatea cercului de matematică din Bechet 755

IV. NOTE MATEMATICE

1. Asupra problemelor 1301 şi 1628, de **Liviu Gr. Ixaru**, elev, Găeşti 21
2. Asupra problemelor 3066, 3670 şi 3744, de **Suşea Andrei**, cl. XI ş.m. 11 Bucureşti 26
3. Demonstraţia trigonometrică a unei inegalităţi, de **Nicolau Gh. Cornel** . . . 27
4. O demonstrare a unei inegalităţi trigonometrice, de **Ene P. Dumitru** . . . 28
5. Asupra problemei 707 (A), de **Brişcă Virgil**, cl. XI **Giurgiu** 29
6. O generalizare a problemelor 1719 şi 3168, de **Mircea Rădulescu**, elev ş.m. 2 Constanţa 31
7. Generalizarea problemelor 3488 şi 3535, de **Priess Wilhelm**, elev Caransebeş . 91
8. Formula celor trei revelmente, de **Costăchescu C. V.**, Constanţa 153
9. Asupra unor triunghiuri, de **Mircea Dan**, elev P. Neamţ 154
10. Generalizarea problemei 3732, de **Gh. Buicliu** 222
11. O teoremă şi unele aplicaţii, de **Micu Grünbaum** 224

12. Asupra problemei 3607, de **Munteanu Ioan**, elev Moinești 278
13. Un criteriu de divizibilitate cu 13, de **Macovshi Mihail**, elev București . . 343
14. Asupra problemelor 3815, 3861 și 3877, de **D. C. Panu**, Galați 345
15. Asupra problemei 760 (A), de **Mircea Florescu** 407
16. Asupra problemei 3834, de **Gh. D. Simionescu** 458
17. Generalizarea problemei 3703, de **Paul Popescu** 459
18. Generalizarea problemei 3864, de **Gh. Stratan** 460
19. Asupra problemei 3943, de **Albu Toma** 461
20. Asupra problemelor 3983 și 3740, de **Catrina Dumitru**, elev București . . . 462
21. Asupra unei probleme distructive, de **Corneliu Georgescu**, Craiova 538
22. Asupra unei probleme, de **Cezar Ivănescu**, prof. Tîrgoviște 601
23. În legătură cu teorema lui Simson și teorema lui Salmon, de **I. Hadîrcă**, prof. Breaza 604
24. Soluții geometrice ale unor probleme privind parabola, de **Ion Grădinaru**, prof. Ploești 605
25. Demonstrarea unei inegalități trigonometrice, de **Mircea Rădulescu**, elev Constanța 732
26. Asupra une relații geometrice, de **Viorel Mihăilescu**, student 731

V. CHESTIUNI DE EXAMEN

1. Probleme date la examenul de admitere în Institutul Politehnic Cluj, sept. 1959 41
2. Probleme date la examenul de admitere în Institutul Politehnic București, septembrie 1959 104
3. Probleme date la admiterea în Institutul Politehnic Timișoara, 1959 183
4. Probleme date la admiterea în Institutul Politehnic București, 1959 245
5. Probleme date la olimpiada de matematică 1960, etapa locală 296
6. Probleme propuse la olimpiada de matematică 1960, etapa regională 359
7. Probleme propuse la etapa finală a olimpiadei de matematică 1960 . . . 422
8. Probleme date la admiterea în Institutul de mine Petroșani, septembrie 1959 . 486
9. Probleme date la cea de a doua olimpiadă internațională de matematică, 1960, Sinaia 557
10. Probleme date la examenul de maturitate, sesiunea iulie 1960 622
11. Probleme date la admiterea în Institutul Politehnic București, 1960 . . . 622, 679
12. Probleme date la admiterea în Facultatea de Matem. Fizică, București, 1960 . 680

VI. CALEIDOSCOP MATEMATIC, ASTRONOMIC ȘI FIZIC

pag. 33, 155, 218, 219, 347, 409, 463, 540, 545, 670

VII. SĂ CONSTRUIM PRIN MIJLOACE PROPRII MODELE ȘI APARATE DE FIZICĂ ȘI MATEMATICĂ

1. Un aparat pentru experiențele de electricitate, de **V. Humeni**, prof. Piatra Neamț 17
2. Dispozitive construite de către elevi la cercul tehnic, de **S. Mora** 273
3. Aparat pentru studiul experimental al interferenței și difracției luminii, de **M. Savin**, prof. București 402
4. Compunerea culorilor, de prof. **Stadnicov S.**, Buzău 594
5. Măsurarea frecvenței curentului alternativ de prof. **Alexandru Nădăban**, Arad . 668

VIII. POȘTA REDACȚIEI

1. Poșta redacției 119, 689, 753
2. Către rezolvitorii de probleme 128, 192
3. Redactarea soluțiilor și notelor pe coperta III 640
4. Colecții și numere din anii precedenți 640
5. Rubrica rezolvitorilor de probleme 61, 119, 180, 255, 309, 371, 435, 500, 465, 632, 690

IX. DIVERSE

1. Premiile „Gazetei matematice și fizice" pe anul 1959 158
2. Rezultatul întrecerii între școlile medii din țară 161
3. Telegramă adresată C.C. al P.M.R. și Guvernului R.P.R. de către cea de a doua conferință pe țară a S.S.M.F. 198
4. Din viața S.S.M.F. A doua conferință pe țară 13—14 sept. 1960 227
5. Evidențiații Olimpiadei de matematică și fizică 1960 349
6. Premiații la cea de a II-a olimpiadă internațională de matematică 579

X. Probleme propuse repartizate pe autori

Adameşteanu Ion (4006, 4057), Albescu I. (E: 1545, 1603, 1613), Albu T. Toma (4087), Aldea L. (4173), Alexandru Ioachim (4313), Andreescu V. (E: 1447), Anghelache Tudorică (4151), Antoniu S. Ion (4080, 4181, 4491), Baidaff B. (4496), Baieră Boris (E: 1460, 1471, 1473, 1477, 1051, 1507, 1540, 1604), Bazacov Gh. (4176, 4155), Bazacov Rodica (E: 1551), Băghină C.V. (3998, 4184, 4234, 4395), Bănică Gh. Constantin (3992, 4053), Bătineţu Dumitru (4012, 4013, 4270, 4468, (E: 1442, 1482, 1505, 1543, 1550, 1550, 1594, 1607, 1612), Beniczky Ladislau (4435, 4440), Bercea Gh. (4330, 4475), Bergthaler Cristian (4225, E :1527), Botezatu Nicolae (4318), Brişcă Virgil (3989, 4314), Bucovski Carol (4164, 4328, 4476, 4477), Buga C. (4389, 4392), Buicliu Gh. (3984, 4061, 4114, 4178, 4247, 4265, 4447), Cancer Anca (4452, 4367), Cancer Numitor (4350, 4366), Candrea I. (E: 1608, 1614), Capotescu Mircea (4043), Cărăuşu M. (4010, 4011, 4058, 4059), Catrina D. (4448), Cernescu Petru (4410), Cezar Gh. (4160, 4274, 4404, 4405), Chirilă Augustin (4117), Chirilă Radu (4116), Ciocaneli Silvius (4399, 4403), Ciochină Şt. C. (4110), Constantin Emilia (4297), Costăchescu V. C. 4062, 4886, 4216, 4264, 4310, 4492), Coşniţă Cezar (4401, 4044, 4045, 4106, 4168, 4251, 4329, 4394), Cotfas C. (4090), Craioveanu Mircea (4050), Croitoru C. (4409), Dincuieanu N. (4139), 4140, 4201), Dogaru Horia (E: 1508), Dumitrescu Fl. (E: 1461. 1472, 1504), Dumitrescu Vladimir (4077), Eftimie Z. Radu (3985, 4040, 4083, 4179, E: 1469), Ene P. Dumitru (4052, 4172), Flondor D. (4249), Florea Const. (4205), Florescu Mircea (4169, 4183), Florian Petru (4112, 4277), Francisk K. (4473), Georgescu Corneliu 3995, 4133, 3233, 3278, 4353, 4334, E: 1560, 1568), Ghica S. Anton (4453), Ghiţulescu V. Gh. (4361), Gîtejescu I. (E: 1559), Gogan M. (4161, 4237, 4445), Grăjdeanu Virginica (E: 1600, 1610), Grecu Eftimie (4267), Grigore I. (4134), Grigore Viorel (E: 1541, 1544), Gurămultă Ion (E: 1524), Hadîrcă I. (4049, 4104, 4315, 4408), Hănzulea N. (3993), Herşcu A. (E: 1430), Iacob Şt. Eugen (4109, 4167), E: 1468), Iliescu Dinu (4320), Ion Antonie (4369), Ionescu-Ţiu Constantin (3988, 4002, 4046, 4048, 4074, 4082, 4103, 4111, 4157, 4159, 4192, 4193, 4196, 4217, 4219, 4256, 4256, 4269, 4275, 4312, 4331, 4357, 4387, 4415, 4446, 4451, 4461, 4482, 4483, 4497), E: 1510, 1511, 1528, 1563, 1581, 1591, 1596), Irhaşiu Mircea (4437), Jaliu J. (4287, 4298), Jipa V. (4390, 4391, E: 1571, 1611, 1602), Kaflichievici Ileana (4436), Kiss Elemer (4411), Lalescu Al. (E: 1476), Lambă Stelian (3991, E: 1500, 1509, 1531), Lupu Victor (4009), Mare Ion (E: 1598), Mercheş Ioan (4273, 4469), Marica St. (4177, 4132), Mateev A. (Sofia) (4388, 4417), Matei I. (4189), Mateş T. (4441, 4443), Maurer W. (4131, 4138), Marinescu Dan (3997), Menciu C. (4338, 4363, 4368), E: 1555, 1557, 1567), Mititelu Ştefan (4007, 4008, 4055, 4056), Moldovan Grigore (4474), Moflic Emil (4174, 4498), Moraru Valentin (4326), Morţun Emil (4085, 4191, 4418, 4498), Muşat Şt. Ioan (4282, 4324), Musta St. (4433, 4438), Nanu O. (4489), Neamţu Mihai (4371), Necşoiu (4156) Nădăban Alex. (4434), Nicolae Elena (4355, 4365), Nicolau C. (E: 1549), Nicolescu Basarab (4115), Nicula Virgil (3986, 4283), Nistor Gh. (1572), Onofraş E. (4089), Panu D. C. (4276), Pavel N. Radu (4325, E: 1470), Pavelescu Mircea (4351, 4359), Pătrună E. (4360), Păunescu Dan (4230), Păunescu Al. (4375), Piscati Sorin (4373, E: 1558), Perşoiu Titus (4060), Petrescu Anastasie (4200), Petrescu Lucian (E: 1474), Pîrşan Liviu (E: 1532), Popescu Gheorghe (4000, 4113, 4123, 4215), Popescu Paul (4168), Popescu Rodica (E: 1556), Popescu Şerban (E: 1445, 1446, 1457), Popov I. (E: 1548), Pravăţ V. V. (E : 1459), Pries W. (E: 1526), Proca Nicolae (E: 1546), Radu D. (4322), Rădulescu M. (4081, 4088, 4108), Răzvan V. (4327), Rimer D. (4118), Roman T. (4141, 4464, 4466), Rusu Ioan (E: 1582), Sacter O. (4136, 4198, 4252, 4253, 4263, E: 1599), Şagani N. (E: 1467, 1523), Savu C. (E: 4299, 4317, 4493), Săbăduş Mihai (4214), Sandulache C. (4266) Schwartz L. (4439, 4442), Sendov Blagovest (4386, 4416), Şerb Adrian (3987), Sfichi Romulus (4171, 4235, 4268), Simionescu D. Gheorghe (4003, 4135, 4149, 4211, 4254, 4255, 4271, 4311, 4385, 4444, 4463), Sorescu Gh. (E : 1562, 1565), Spiridon Ion (4397), Stamate I. Ionel (3994, 4042, 4105, 4104, 4166, 4454), Stan Dumitru (4180), Stan Mircea (4284, 4450), Stavre Petre (E: 1564, 1566), Stănescu Veronica (E: 1480, 1524), Stoenescu N. (4301), Ştefănescu V. (4472), Stoenescu Al. (4039, 4093, 4102, E: 1499), Stoichescu Dan (4119), Stoinea Ion (E: 4284), Strătescu Ion (4124, E: 1479, 1617), Strătilă Şerban (4421, 4449), Suşea Andrei (3996, 4120), Ştefănescu Decebal (4407), Tănase D. (4285, 4296), Ţene Lucia (4194, 4195, 4452), Tîrtan Gabriel (3999, 4113, E: 1502), Tomescu Ion (4041, 4079, 4112, 4165, 4226), Topan Gh. (4122), Tudor Gh. (4163, 4231, 4393), Tudor C. (4076, 4162, 4218, 4490), Udrescu Şt. V. (4280), Vasilescu C. (4406, 4465), Vasiliu Gh. (4054), Vincenţiu Dumitru (4206), Vişa E. (4197), Vîlceanu Sabin (4349, 4356), Vîrgolici Virgil (4091, 4316), Vlad Valentin (4279), Vlădeanu V. (4362), Vodă Viorel (4455), Voia I. Iacob (3983, 4272), Zamfirescu Tudor (4047, 4182).

XI. Probleme rezolvate la pagina indicată între paranteze

2938, (92), 3392 (36), 3422 (37), 3449 (38), 3484 (38) 231), 3493 (40), 3500 (232), 3508 (40), 3510 (42), 5311 (44), 3419 (233), 2519 (233), 3522 (233) 3526 (234), 3543 (234), 3544 (235), 3554 (45), 3555 (46), 3556 (236), 3580 (237), 3590 (238), 3600 (47, 280), 3601 (48), 3602 (238, 281), 3605 (282), 3607 (283), 3608 (240, 284), 3609 (93), 3611 (240), 3615 (241, 284), 3617 (243, 284), 3618 (243), 3618 (243), 3619 (244), 3636 (285), 3648 (93), 3652 (94), 3654 (95), 3663 (96), 3666 (97), 3671 (98), 3673 (98), 3676 (286), 3681 (100), 3683 (102), 3686 (102), 3688 (287), 3720 (411), 3724 (212), 3729 (412), 3732 (413), 3737 (414), 3739 (163), 3745 (165), 3745 (165), 3759 (467), 3761, (734), 3772 (162), 3777 (416), 3778 (353), 3779 (353), 3784 (353), 3784 (354), 3785 (355), 3792 (417), 3793 (496), 3796 (416), 3813 (417), 3815 (418), 3823 (547), 3824 (547), 3825 (287), 3826 (288), 3827 (290), 3828 (291), 3829 (292), 3830 (470), 2831 (470), 3830 (471), 3835 (167), 3836 (169), 3837 (419), 3842 (421), 3855 (170, 471), 3856 (421), 3865 (472), 3867 (497), 3868 (496), 4870 (170), 3899 (479), 3912 (548), 3919 (480), 3921 481), 3924 (482), 3924 (482), 3927 (734), 3932 (738), 3939 (672), 3945 (549), 3950 (673), 3952 (675), 3954 (609), 3959 (355), 3960 (172), 3961 (172), 3962 (183), 3963 (557), 3966 (484), 3967 (484), 3968 (485), 3972 (676), 3983 (550) 3985 (550), 3986 (677), 3988 (551), 3989 (678), 3940 (552), 3991 (737), 3992, (739), 3993 (553), 3995 (553), 3998 (555), 3999 (456), 4064 (610), 4070 (611), 4074 (556), 4077 (612), 4080 (614), 4081 (614), 4087 (615), 4091 (617), E: 1118 (245), 1120 (49), 1328 (103), 1337 (293), 1435 (293), 1344 (293), 1353 (294), 1354 (294), 1371 (295), 1377 (357), 1380 (357), 1384 (739), 1389 (740), 1391 (740), 1415 (485), 1419 (618), 1421 (619), 1427 (421), 1428 (358), 1429 (358), 1457 (741), 1459 (736), 1469 (742), 1470 (619), 1475 (620), 1478 (620), 1479 (621).

XII. Evidențiați pe anul 1960 *)

1. **Abramovici Al.**, cl. VII ș.m. 3 Timișoara (704), 2. **Adam Gh.** cl. X ș.m. 3 Tg. Jiu (309), 3 **Adameșteanu Ion**, cl. X ș.m. 1 Pitești (436, 632), 4. **Albu T. Toma**, cl. X Petroșani (309, 632), 5. **Alexandru Șt. Cornel**, cl. XI Bolintinul din Vale (180), 6. **Aldea Laurențiu**, cl. XI ș.m. 1 Călărași (61), 7. **Ancu'a Mircea**, student matem. Iași (119), 8. **Andraș T. Traian**, cl. X ș.m. 2 Brăila (180, 371), 9. **Anghelescu Mircea**, cl. X ș.m. 2 Craiova (565), 10. **Anghel Mariuș**, cl. X ș.m. 28 București (632), 11. **Anghelache Tudorică**, absolvent Pitești (760), 12. **Anițescu Maria**, cl. VII Tg. Jiu (309, 632), 13. **Apohan Sorin**, cl. XI ș.m. 1 Sibiu (565), 14. **Apostol Vasile**, cl. XI Bacău (435), 15. **Apostoloiu A. Victor**, cl. XI R. Vîlcea (119, 180, 371, 436, 565), 16. **Apostolescu Al.**, cl. IX lic. mil. Breaza (632), 17. **Arsene Cătălin**, cl. X ș.m. 18 București (371, 435, 704), 18. **Asanache Gh. Horia**, cl. IX ș.m. 2 R. Sărat (632), 19. **Azzola Giovanni**, cl. XI Oțelul Roșu (180), 20. **Băjenaru Teodor**, cl. VIII Breaza (632), 21. **Băluță Gh.** cl. X Adjud (435), 22. **Bănică Bunea**, cl. VIII Zlatna (632), 23. **Bănică Gh. Const.**, cl. XI ș.m. 2 Cîmpulung Muscel (119, 371, 632, 704), 24. **Banu Gh.** cl. IX Pucioasa (309, 436, 565, 704), 25. **Bărbulătescu Iulian**, cl. X ș.m. 1 Ploești (564), 26. **Bărbulescu Lucia**, cl. XI ș.m. 10 București (119, 309, 632), 27. **Baston N. Titu**, cl. VIII lic. mil. Breaza (704), 28. **Begea Marian**, absolvent Corabia (704), 29. **Bejan Costel**, cl. XI ș.m. 1 Galați (436, 632, 704), 30. **Beju Iulian**, cl. X Buzău (309), 31. **Birău Nicolae**, cl. VIII Reșița. (436), 32. **Bloos Günther**, cl. XI Sighișoara (309), 33. **Bluoss I. Hans**, cl. X. ș.m. 7 București (309, 565), 34. **Bortă Gh. Dan**, absolvent Suceava (436), 35. **Boldea Ion**, cl. IX ș.m. 1 Lugoj (371), 36. **Boștenaru I. Liviu**, cl. VIII ș.m. 1 Alexandria (565, 632), 37. **Brînzei Dan**, student matematici Iași (180, 309, 435), 38. **Brînzescu Vasile**, cl. VIII cl. VIII ș.m. 1 Constanța (565), 39. **Brezeanu Mircea**, cl. VIII lic. mil. Breaza (632), 40. **Brezu Ileana**, cl. XI Roșiorii de Vede (632), 41. **Burghelea Dan**, cl. XI ș.m. 1 R. Vîlcea (61, 119, 309), 42. **Burnel C. Toma**, cl. VIII Găiești (704), 43. **Cancer N. Anca**, cl. X ș.m. 1 Tg. Jiu (309, 436, 632, 704), 44. **Caliniac Nicolae**, cl. XI ș.m. 3 Ploești (61), 45. **Calistrate D. Ion**, cl. VIII ș.m. 2 Tg. Jiu (119, 371, 565), 46. **Capotescu Mircea**, cl. XI Făget (119), 47. **Carp I. Mihai**, cl. XI ș.m. 4 București (309), 48. **Catrina Dumitru**, cl. XI ș.m. 25 București (632, 704), 49. **Cănilă Const.**, cl. XI ș.m. 2 Sighișoara (632), 50. **Căzănescu Virgil**, cl. XI ș.m. 1 București (760), 51. **Ceapă Al.**, cl. VIII ș.m. 3 Tg. Jiu (309), 52. **Ceapă V. Const.**, cl. VIII ș.m. 3 Tg Jiu (565), 53. **Chirilă Dumitru**, cl. IX ș.m. 2 Brăila (435), 54. **Chiriță Marcel**, cl. XI ș.m. 18 București (436, 565), 55. **Ciulei Mircea**, cl. XI Sighișoara (704),

*) Intre paranteze este trecut numărul paginei unde a fost evidențiat rezolvitorul respectiv în anul XI. — 1960. Pentru clasificarea și premierea rezolvitorilor evidențiați se va trimite redacției fișa cu problemele anunțate la rubrica rezolvitorilor în nr. 1—12 din 1960, scrise în ordinea lor numerică, în caz că numărul lor este mai mare de 200.

56. Cimoca Gh., cl. XI ș.m. 5 Cluj (309, 371, 632, 704), **57. Constantinescu Marius**, cl. IX Bușteni (704), **58. Costea Gheorghe**, absolvent Oradea (61), **59. Cojocaru Ioan**, cl. XI lic. mil. Breaza (119, 309), **60. Cornblum Eugen**, cl. XI ș.m. 11 București (309, 435, 565, 632), **61. Corîci Antonie**, cl. VIII, ș.m. 4 Craiova (436), **62. Consulea Corneliu**, cl. XI ș.m. 1 Timișoara (436), **63. Costea Doina**, cl. XI ș.m. 1 Sighișoara (565), **64. Cojocaru I. Ion**, cl. IX ș.m. 3 Tg. Jiu (565), **65. Constantinescu M. Nicolae**, cl. X lic. mil. Breaza (565), **66. Constantinescu I. Ion**, absolvent R. Vîlcea (565, 704), **67. Cruşoveanu M. Victor**, cl. X ș.m. Bechet Craiova (565), **68. Creţu Gh. Dumitru**, cl. IX ș.m. 2 Tîrgoviște (436, 632) **69. Craioveanu Mircea**, cl. XI ș.m. 3 Sibiu (371, 465), **70. Creangă Antonie**, absolvent Tîrnăveni (371), **71. Cristu Ileana**, cl. XI ș.m. 10 București (309), **72. Crăcea I. Gh.** cl. X ș.m. 2 Brăila (180, 435), **73. Cupcea Z. Nicolae**, cl. X Bacău (632), **74. Danciu P. Iulian**, cl. VIII ș.m. 2 Brăila (61, 180, 255, 565, 632), **75. Dabu Răzvan**, cl. X Bacău (704), **76. Dăbuleanu Alexandru**, cl. VIII ș.m. 11 București (704), **77. Diaconescu C. Radu**, cl. X Pucioasa (119, 309, 632), **78. Diță Petre**, cl. XI ș.m. 1 Pitești (371), **79. Dolteanu Temistocle**, absolvent Huși (180, 371), **80. Dogaru Mihai**, cl. VIII Moreni (309), **81. Drăgan I. Petre**, cl. X ș.m. 1 Giurgiu (65), **82. Drugea Gh.**, cl. X ș.m. 1 Ploești (565), **83. Duțu Cornel**, an I. ș.c. electroputere Craiova (565), **84. Dumitrică V. Aurel**, cl. X ș.m. 3 Tîrgoviște (565), **85. Dumitrică Aurora**, cl. X ș.m. 2 Tîrgoviște (436), **86. Dumitrescu Ștefan**, cl. XI Călărași (309), **87. Dumitrescu Vladimir**, cl. XI ș.m. 1 Ploești (61), **88. Eckstein Gh.**, cl. VIII ș.m. 3 Timișoara (704), **89. Ender Lucian**, cl. IX ș.m. 1 Galați (436), **90. Enescu Radu** cl. X ș.m. 1 Pitești (436), **91. Ene I. Traian**, cl. X Ploești (371, 704), **92. Ene P. Elena**, cl. VII Lipănești (61, 309, 704), **93. Ene P. Dumitru**, cl. XI ș.m. 1 Ploiești (61, 119, 255, 309, 371, 632, 704), **94. Farmache Gh.**, absolvent Călărași (255), **95. Faibiș Efanu**, cl .X ș.m. 17 București (435, 632), **96. Filip Florina**, absolvent București (180), **97. Fințescu Elena**, cl. X ș.m. 10 București 180, 436, 565, 704), **98. Flachs Iacob**, cl. XI Bacău (704), **99. Fotescu M. Marin**, cl. VII Bărăsti-Vedea (371, 704), **100. Foral Iosif**, cl. VIII Reșița (436), **101. Frecuș D. Const.**, cl. IX ș.m. 2 Brăila (435), **102. Frankenfeld Georgian**, cl. IX lic. mil. Breaza (180, 632), **103. Frînculescu I.**, cl. IX ș.m. 1 Buzău (61, 436, 565, 704), **104. Garabedian Rodica**, cl .X ș.m. 1 Or. Stalin (436, 632), **105. Georgescu Florin**, cl. XI ș.m. 11 București (309, 371, 704), **106. Georgescu I. Petre**, cl. VIII ș.m. 1 Ploiești (565), **107. Georgescu Horia**, cl. VIII, ș.m. 11 București (255, 565), **108. Gheorghiu A. Niculae**, cl. XI ș.m. 1 Ploiești (119, 371, 565, 704), **109. Ghiță R. Tudor**, cl. VIII Bolintinul din Vale (180, 309, 632), **110. Ghiță Rodica**, cl. VIII Oradea (180), **111. Gheorghiță Vitalie**, absolvent Cîmpulung Muscel (215, 704), **112. Ghițulescu Adrian**, cl. XI ș.m. 6 Ploești (371, 632), **113. Ghica Șerban**, cl. VIII ș.m. 3 Pitești (436), **114. Ghica S. Anton**, cl .VIII ș.m. 1 Pitești (565, 632, 704), **115. Gheju I. Petre**, cl. XI Făget (704), **116. Gîlmeanu Vasilaș**, cl. XI Pucioasa (309, 436), **117. Giani Emanuel**, cl .VIII ș.m. 11 București (61), **118. Grădinaru Neculai**, cl. XI Tulcea (119, 374), **119. Grosescu Radu**, cl. XI lic. mil. Breaza (119, 180), **120. Grigoraș Vasile**, absolvent Bacău (119, 180, 309, 436, 565, 632), **121. Gladcenco Gheorghe**, cl. XI ș.m. 1 Codlea (371, 704), **122. Groper Jean**, cl. VIII ș.m. 11 București (632), **123. Gurămultă V. Ion**, cl. XI Adjud (309, 435, 704), **124. Hiriș Viorel**, cl. X ș.m. 1 Timișoara (119, 309, 371, 565, 632), **125. Hoffmann Ernest**, cl. XI Timișoara (255), **126. Hulea Ion**, cl. X Oradea (436), **127. Iacob Al.**, cl. XI Zlatna (119), **128. Ibănescu Ion**, student mat.-fiz. Iași (565), **129. Ilie Mihai**, cl. X ș.m. 20 București (371, 632), **130. Iliescu Gh. Ovidiu**, absolvent București (255), **131. Ionescu Rodica**, cl. XI ș.m. 10 București (61, 435, 565), **132. Iorga Valeriu**, cl. X Lugoj (309, 371, 632, 704), **133. Ioachim Alexandru**, cl. X ș.m. 1 București (309), **134. Ionescu Vladimir**, cl. VIII ș.m. 3 Tg. Jiu (309, 436, 632), **135. Ionel I. Aurel**, cl. XI ș.m. 3 Tîrgoviște (309, 436), **136. Ionescu Alexandru**, student Timișoara (435, 656), **137. Ionescu M. Ion**, cl. VIII Gălățeni (436), **138. Kakcso Francisc**, cl. XI Tg. Mureș (704) **139. Klencner Adrian**, student București (119), **140. Jaliu I. Cristel**, cl. XI ș.m. 15 București (309, 565), **141. Jilăveanu Gh.**, locotenent, Ploiești (436), **142. Jipa G. Const.**, VIII Moreni (180, 371), **143. Laurescu Const.** cl. XI ș.m. 17 București (309), **144. Lang Hugo**, cl. XI ș.m. 2 Sighișoara (632), **145. Longhin Șerban**, cl. XI Pucioasa (436, 565), **146. Lupaș Laurențiu**, cl. XI ș.m. 1 Buc. (119, 371, 704); **147. Lustig Gh.** cl. VIII ș.m. 5 Timișoara (180, 371, 436, 632), **148. Lupu Victor**, cl. XI București (435), **149. Lungu Șerban**, cl. XI ș.m. 4 Cluj (436, 704), **150. Luca Gh.**, absolvent Panciu (704), **151. Maniu Horia**, absolvent Cluj (760), **152. Marinescu Nicolae**, cl. X ș.c. pedagogică Buzău (632), **153. Marinescu Alexandru**, cl. X ș.m. 1 Ploești (525), **154. Marchitan Gh.**, student mat. fiz. Iași (180), **155. Mateescu Margareta**, absolventă București (180), **156. Marini Ileana**, cl. X ș.m. 10 București (309, 436, 565, 632, 704), **157. Manea V. Ilie** cl. VIII Pucioasa (371), **158. Masgras Vasile**, cl. XI ș.m. 3 Iași (436), **159. Martin Gh.**, tehnician București (436, 565), **160. Mărgărit Cătălin**, cl. X

Cîmpulung Muscel (436), **161. Mănuță Petre,** cl. X lic. mil. Breaza (565), **162. Marinescu Victor,** cl. IX Pucioasa (632), **163. Mihuț Octavian,** cl. IX Bolintinul din Vale (180), **164. Miriței Ion,** cl. X ș.m. 1 Pitești (119), **165. Mira I. Nicolae,** ș.m. 18 București (119), **166. Mocanu Nicolae,** cl. XI ș.m. 1 Călărași (61), **167. Moraru Petru,** cl. X Bacău (119), **168. Moflic Emilian,** cl. XI Moreni (180, 309), **169. Moraru Valentin,** absolvent Bacău (255), **170. Mocanu O. Marcel,** cl. XI ș.m. 1 București (371), **171. Moga Ion,** cl. X Dorohoi (436), **172. Moscovici Henry,** cl. X Tecuci (436), **173. Modoran Niță,** cl. VIII serală Lugoj (565), **174. Mocanu H. Ovidiu,** absolvent Trusești-Suceava (632), **175. Moțet M. Horia,** cl. IX ș.m. 2 Brăila (632), **176. Munteanu Elena,** cl. VIII Oțelul Roșu (61), **177. Munteanu Ioan,** student matem. Iași (180), **178. Munteanu Valeriu,** anul I grup sanitar București (180, 371, 632), **179. Murăreci P. Nicolae,** cl. XI Curtea de Argeș (180, 435, 565), **180. Munteanu Mircea,** cl. VIII ș.m. 5 Or. Stalin (309), **181. Mușat Sorin,** cl. XI ș.m. 1 Galați (436, 632), **182. Năstăsescu Constantin,** cl. X Pucioasa (61, 309, 371, 435, 565, 632), **183. Nanu Octavian,** student mat. fiz. Iași (309), **184. Năstase D. Ion,** cl. X Bolintinul din Vale (632), **185. Năstase Ion,** ș.m. 22 București (632), **186. Negrea Mircea,** cl. X ș.m. 11 București (255), **187. Neagu Mihai,** cl. XI ș.m. 4 Timișoara (309), **188. Necula Virgil,** cl. XI ș.m. 23 București (371, 632), **189. Neagu Gh.,** cl. X Sighișoara (436, 565, 704), **190. Negruțiu Ilie,** cl. X Oradea (436), **191. Necula P. Mihai,** cl. VIII ș.m. 13 București (704), **192. Nicolescu Lucian,** cl. X ș.m. 2 Tîrgoviște (61), **193. Niță Const.,** cl. X Pucioasa (309, 371, 436, 565, 632), **194. Nicolescu Doina,** cl. X ș.m. 2 Craiova (309, 632), **195. Nistor Șt.** cl. VIII lic. mil. Breaza (632), **196. Obadă Hareta,** cl. XI ș.m. 10 București (309, 371, 435, 565, 632), **197. Olteanu S. Victor,** cl. X ș.m. 17 București (309, 632), **198. Oniga Sanda,** cl. X ș.m. 1 Ploești (436), **199. Oproiu Vasile,** absolvent Pucioasa (61, 435), **200. Opriș Ioan,** cl. XI ș.m. 1 Ploești (119, 436, 565), **201. Oprișan Gh.,** cl. XI Curtea de Argeș (180), **202. Oproiu R. Gh.,** cl. IX Curtea de Argeș (436), **203. Ou V. Ion,** cl. X ș.m. 1 R. Vîlcea (371, 436, 565), **204. Parlapan Florin,** cl. X R. Vîlcea (61), **205. Pantelimon Anton,** cl. VIII Focșani (61, 565 ,632), **206. Paraschivoiu Gh. I.** cl. X Moreni (61, 632), **207. Pantelimon Radu,** absolvent Cîmpia Turzii (180, 436, 632), **208. Papp Erhardt,** cl. X Arad (255), **209. Pascu Adrian,** cl. IX ș.m. 1 București (309), **210. Pantazi Emanuel,** cl. VIII, ș. m. 11 București (309, 632), **211. Paraschivoiu Gh. Ion,** cl. X Moreni (436), **212. Pavel Nicolae,** cl. X s. m. 5 Iași (565), **213. Pașca Iuliu,** cl. X Bistrița Cluj (632), **214. Pavel N. Radu,** cl. XI ș.m. Craiova (309, 704), **215. Patzelt Carol,** absolvent Cluj (704), **216. Petru Mircea,** cl. IX ș.m. 1 Timișoara (632), **217. Petrișor Liviu,** cl. X ș.m. 3 Iași (632), **218. Pelmuș Aurel,** cl. XI Suceava (436), **219. Perșoiu Titus,** cl. X ș.m. 1 Călărași (61, 255), **220. Petrovici Tudorel,** cl. XI ș.m. 1 Călărași (61), **221. Petrescu Lucian,** cl. XI ș.m. 1 București (61), **222. Perianu Dan,** cl. X ș.m. 1 Reșița (61, 255, 309, 371, 565), **223. Petrea Nicolae,** cl. IX ș.m. 22 București (119), **224. Petrescu Al.,** an II metalurgie București (255), **225. Persache Octavian,** cl. VII ș.m. 11 București (309, 371, 365), **226. Pintea Tudor,** student petrol-gaze București (119, 371, 704), **227. Piscupescu Gabriel,** cl. XI ș.m. 1 București (371, 436, 632), **228. Popescu Mihai,** cl. XI Cîmpina (61), **Pașircă Ioan,** cl. X R. Vîlcea (61, 565, 704), **230. Pop Ioan,** student matem. Iași (180, 308, 436, 632, 704), **231. Pop Corneliu,** student Cluj (180), **232. Popa Nicolae,** cl. X Focșani (180, 255, 309, 371, 436, 565, 632), **233. Popescu Radu,** cl. XI ș.m. 1 Giurgiu (180), **234. Popescu S. Gh.** cl. X Pucioasa (371, 565), **235. Popa I. Nicolae,** cl. IX Pucioasa (436), **236. Popescu N. Liviu,** cl. XI ș.m. 1 Ploești (436), **237. Popescu A. Dorel,** cl. X ș.m. 1 Arad (565, 632), **238. Poșchină M. Ion,** cl. X ș.m. 1 Pucioasa (565), **239. Popa Al.,** cl. XI ș.m. 20 București (632), **240. Popescu Gh. Domițian,** cl. X ș.m. 24 București (632), **241. Popa Dorina,** cl. X Lugoj (760) ,**242. Predescu Maria,** cl. VII Moreni (309), **243. Pupăzan Nicolae,** locotenent Lugoj (436), **244. Puiu Mihai,** cl. IX Sinaia (632), **245. Răduță Apolodor,** cl. X Bolintinul din Vale (61, 309), **246. Racoltă Mihai,** absolvent Baia Mare (119, 309, 435), **247. Rădulescu G. Mircea,** cl. XI ș.m. 2 Constanța (309), **248. Radu A. Gh.,** cl. IX Pucioasa (371, 435, 704), **249. Roată Radu,** cl. XI ș.m. 1 Turnu Severin (436), **250. Raicu Viorel,** cl. XI Drăgănești-Olt (565, 704), **251. Răzvan Vladimir,** cl. IX ș.m. 1 București (565), **252. Rășcanu Radu,** cl. XI ș.m. 1 București (632, 704), **253. Roșca N. Nicolae,** cl. XI Medgidia (436, 704), **254. Roșu C. Maria,** cl. VII Moreni (309), **255. Rusu Const.,** cl. XI ș.m. 2 Ploești (309, 436, 704), **256. Sava Nicu,** cl. XI ș.m. 1 Satu Mare (309), **257. Savin Alexandru,** cl. IX Cîmpulung Muscel (371), **258. Satmari Gh.,** absolvent Salonta (760), **259. Sbrulan Mihai,** cl. X ș.m. 5 Or. Stalin (632), **260. Scarlat Nicolae,** cl. X ș.m. 3 Ploești (61, 119, 309, 371), **261. Sender Solomon,** student matem. Iași (119), **262. Segal Zeilic,** cl. X ș.m. 2 Focșani (436), **263. Sfetcu Ioan,** cl. X Lugoj (309, 371, 565, 632, 704), **264. Sintie Ion,** cl. X ș.m. 2 Tg. Jiu

MŰSZAKI 1883

(436), 265. **Simovici Dan**, cl. XI ș.m. 1 Iași (119), 266. **Simpăleanu Marin**, cl. XI Turda (119, 180, 435, 704), 267. **Solea Mihail**, cl. VIII ș.m. 3 Pitești (632), 268. **Stan A. Mircea**, cl. X ș.m. 1 București (309, 632), 269. **Stanciu D. Petre**, cl. IX Moreni (309, 704), 270. **Stanciu Stelian**, cl. XI ș.m. 1 Pucioasa (565), 271. **Stancu Ion**, cl. IX ș.m. 1 Pitești (632), 272. **Stan Ștefan**, cl. X ș.m. 7 București (632), 273. **Stănescu Cicerone**, cl. IX Drăgășani (704), 274. **Ștefănescu Decebal**, cl. IX Moreni (309), 275. **Stoichescu Al. Dan**, cl. XI ș.m. 20 București (61, 371, 704), 276. **Stratan Gh.** absolvent Caracal (180, 632), 277. **Stoica Maria**, cl. XI ș.m. 1 Dorohoi (371), 278. **Stoica L.**, cl. VII ș.c. cl. 173 București (436), 279. **Stoicescu Șt. Ion**, cl. X Buzău (632), 280. **Tănase Mihai**, cl. IX Sinaia (61, 632), 281. **Tanislav M. Dan**, absolvent Galați (436), 282. **Tănăsescu T. Miron**, cl. X ș.m. 1 Horezu — Pitești (565), 283. **Tarnu Const.**, cl. XI Blaj (632), 284. **Teodorescu Radu**, cl. IX ș.m. 1 Pitești (119), 285. **Timuș M. Dan**, cl. XI ș.m. 1 Ploești (61, 119, 309, 435, 632), 286. **Tirou Adrian**, cl. VIII Moreni (309), 287. **Țințăreanu Ștefan**, cl. VIII ș.m. 11 București (565, 632), 288. **Topliceanu Vasilica**, cl. VIII ș.m. 6 Or. Stalin (371), 289. **Toma C. Dragomir**, cl. VIII Oradea (436), 290. **Topală Anton**, cl. XI ș.m. 1 R. Sărat (436), 291. **Toth Emil**, cl. X ș.m. 1 Reșița (61, 309, 436), 292. **Tudor Gh.**, cl. XI Moreni (180, 309), 293. **Tutuianu Ovidiu**, absolvent București (309, 565), 294. **Udroiu Neagu**, student București (119), 295. **Ursu C. Const.**, cl. X Buhuși (180, 371, 436, 632), 296. **Ursulescu Silviu**, cl. VIII ș.m. 11 București (632), 297. **Vasilache Maria**, cl. VII Păunești-Adjud (180), 298. **Vasilescu V. Mihail** absolvent Câmpulung Muscel (371, 565), 299. **Vasile Ion**, absolvent Făgăraș (704), 300. **Velicescu T. Mircea**, cl. XI ș.m. 4 București (180), 301. **Velea Ion**, cl. X Cetul Silvaniei (632), 302. **Vișan Grațiela**, cl. XI ș.m. 10 București (61, 119, 309, 435, 565), 303. **Vida Ion**, cl. IX ș.m. 1 Reșița (61) 304. **Virgolici Virgil**, student c.f.r. București (119), 305. **Vinea Vladimir**, cl. IX ș.m. 32 București (309), 306. **Vilceanu Sabin**, cl. X ș.m. 3 Tg. Jiu (309), 307. **Vidrașcu Traian**, student Galați (371, 435), 308. **Vlădăreanu Cornel**, cl. XI Codlea (309, 632), 309. **Vladovici Nicolae**, cl. X Baia Mare (371, 704), 310. **Vlad Virgiliu**, cl. VIII ș.m. 7 București (704), 311. **Vlad Valentin**, cl. XI ș.m. 7 București (704), 312. **Zbirnea Boris**, cl. XI Medgidia (436, 704), 313. **Zevedei Valerian**, cl. XI Curtea de Argeș (180, 436, 565), 314. **Barbu Gh. Emil**, absolvent, Drăgășani (501), 315. **Ciuciu I. Cornel**, cl. X ș.m. 1 Câmpina (500), 316. **Costache Gh. Ion**, cl. X Ploești (501), 317. **Constantinescu Marcel**, cl. X ș.m. 3 Ploești (501), 318. **Costanda I. Cristian**, cl. X Brăila (501), 319. **Coșulski S. Mircea**, cl. X Petroșani (501), 320. **Lan Ioan**, cl. XI Făgăraș (501), 321. **Dimovici Sami**, cl. VIII ș.m. 1 Ploești (501), 422. **Feldstein Doru**, cl. XI ș.m. 3 Galați (501), 323. **Ghidalison Mia**, cl. XI ș.m. 3 Galați (501), 324. **Gonciar Andrei**, cl. X Fetești (500), 325. **Lupu Victor**, cl. XI Galați (500), 326. **Mirzea Petre**, cl. X ș.m. 1 Timișoara (500), 327. **Mocanu Marcel**, cl. XI ș.m. 1 București (501), 328. **Pascu Nicolae**, cl. XI Codlea (500), 329. **Patriciu Ștefan**, cl. X ș.m. 6 Or. Stalin (501), 330. **Pîrvulescu Ovidiu**, cl. X Drăgășani (501), 331. **Popoiu Constantin**, cl. X ș.m. 3 Galați (500), 332. **Pravăț Vasile**, cl. XI Adjud (500), 333. **Predescu I. Marin**, cl. VII Moreni (501), 334. **Rdulescu Sjiridon**, cl. XI Moreni (500), 335. **Razmos Valentin**, absolvent Baia Mare (501), 336. **Soroceanu Mihail**, cl. XI Suceava (500), 337. **Socoliuc Gheorghe**, cl. XI ș.m. 6 Or. Stalin (501), 338. **Ștefan I. Corneliu**, cl. XI Alexandria (500), 339. **Stoica Aurel**, cl. X ș.m. 8 Cluj (500), 340. **Strugaru Gheorghe**, cl. X ș.m. 1 R. Vîlcea (500), 341. **Sucitu Gheorghe**, cl. IX ș.m. 3 București (500), 342. **Teodorescu Catrinel**, cl. X. ș.m. 10 București (500), 343. **Tutoveanu Olga** absolventă București (501).

ERATĂ. La evidențiații din nr. precedent se va adăuga :
6 bis. **Lupaș Laurențiu** (absolvent Ș.m. 1 Buc.).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie. Problemele rezolvate de fizică se vor trimite separat, iar pe plic se va scrie: *Pentru redacția de fizică.*

Se primesc lunar cel puțin zece soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorii, pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Soluții la problemele propuse pentru școala de 7 ani se primesc numai de la elevii claselor V—VIII, sau ai școlilor profesionale.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exercitii și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să ne arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *refăcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel$, $\perp$, $\equiv$ $\parallel$, Tr„ $\sim$, $\triangle$ „ $^\circ$ „, etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a se putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Tovarășii colaboratori elevi sînt rugați să ne trimită date asupra activității lor extrașcolare la matematică și la fizică, asupra activității cercurilor de matematică și de fizică la care iau parte, pentru ca apoi, prin revistă, să se poată realiza cu succes un schimb de experiență.

Autorii sînt rugați ca la întocmirea articolelor și notelor să țină seama de următoarele: articolele sau notele să fie scrise clar cu cerneală sau dactilografiate la două rînduri și pe o singură parte a foii, figurile să fie desenate îngrijiți și pe o foaie separată. Problemele propuse să fie însoțite de una sau mai multe soluții.

Autorul să semneze clar lucrarea personală pe care o trimite pentru publicat, de asemenea să scrie adresa și data trimiterii lucrării.

— Materialele care nu corespund profilului G.M.F.-B, nu vor fi publicate.

Colecții și numere din anii precedenți

Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R., posedă exemplare mai vechi din G.M.F.-B.

Cititorii noștri își pot procura colecții ca și numere disparate, depunînd banii la poștă prin mandat poștal pe numele Societății de Științe Matematice și Fizice, strada Academiei nr. 14, contul 070.004 la B.R.P.R., filiala Lenin.

Prețul unui exemplar este de lei 3 pentru G.M.F.-A și de lei 1,50 pentru G.M.F.-B. Cheltuielile de transport sînt de 0,20 lei de exemplar.

ABONAMENTE — Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. primește abonamente începînd cu nr. 1/1961 la oricare din publicațiile sale: a) Pentru instituții, școli, biblioteci la prețul de lei 60 anual, pentru fiecare din periodicile sale: G.M.F.-A, G.M.F.-B, M.F.L., Bulletin Mathematique și 40 lei anual la „Mathematica".

b) Pentru profesori și elevi la prețul de 18 lei la G.M.F.-B sau M.F.L. de 36 lei la G.M.F.-A, de 60 lei la Bulletin Mathématique și 40 la „Mathematica".

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B și altor colegi, pentru a face abonamente din vreme, în vederea planificării tirajului pe anul 1961.

— Abonamentul se poate face individual prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali, cu prețul de 18 lei pe 1961 (12 numere).

Tipografia Învățămîntului, București - cd. 5841 **Lei 1,50**